SCIENCES SUP

Cours et exercices corrigés

Licence 1re et 2e années • Prépas

PHYSIQUE

3. Ondes, optique et physique moderne

6e édition

David Halliday
Robert Resnick
Jearl Walker

DUNOD

Physique 3
Ondes, optique et physique moderne

Traduction de : *Fundamentals of Physics, Sixth Edition,*
de David Halliday et coll., © 2001 John Wiley & Sons, Inc.
(ISBN 0-471-33235-6 ; 0-471-36037-6).

Édition : Michel Poulin
Coordination : Annie Fortier
Révision linguistique : Sylvain Archambault
Correction d'épreuves : Renée Bédard et Lucie Lefebvre
Infographie : Alphatek
Couverture : Michel Bérard

Maquette intérieure : Lee Goldstein
Illustrations : Radiant/Precision Graphics

Catalogage avant publication
de la Bibliothèque nationale du Canada

Halliday, David, 1916-

Physique

Traduction de la 6e éd. de : Fundamentals of physics.
Comprend des index.
Sommaire : 1. Mécanique – 2. Électricité et magnétisme – 3. Ondes, optique et physique moderne.
Pour les étudiants du niveau collégial.

ISBN 2-89461-851-4 (vol. 1)
ISBN 2-89461-852-2 (vol. 2)
ISBN 2-89461-853-0 (vol. 3)

1. Physique. 2. Mécanique. 3. Électricité. 4. Magnétisme. 5. Ondes. 6. Optique physique. I. Resnick, Robert, 1923- . II. Walker, Jearl, 1945- . III. Carbonneau, Yves, 1964- . IV. Titre.

QC21.3.H3514 2003 530 C2003-940770-5



Chenelière/McGraw-Hill
7001, boul. Saint-Laurent
Montréal (Québec)
Canada H2S 3E3
Téléphone : (514) 273-1066
Télécopieur : (514) 276-0324
chene@dlcmcgrawhill.ca

ISBN 2-89461-853-0

Dépôt légal : 1er trimestre 2004
Bibliothèque nationale du Québec
Bibliothèque nationale du Canada

Imprimé au Canada

1 2 3 4 5 ITIB 07 06 05 04 03

À certains endroits, le masculin a été utilisé dans le but d'alléger le texte. La lectrice et le lecteur verront à interpréter selon le contexte.

Nous reconnaissons l'aide financière du gouvernement du Canada par l'entremise du Programme d'aide au développement de l'industrie de l'édition (PADIÉ) pour nos activités d'édition.

Gouvernement du Québec – Programme de crédit d'impôt pour l'édition de livres – Gestion SODEC

Physique 3

ONDES, OPTIQUE ET PHYSIQUE MODERNE

David Halliday
University of Pittsburgh

Robert Resnick
Rensselaer Polytechnic Institute

Jearl Walker
Cleveland State University

Adaptation

Yves Carbonneau
Collège de Rosemont

René Lafrance
Cégep de Saint-Hyacinthe

Jean Parent
Collège de l'Outaouais

avec la collaboration de

André De Bellefeuille
Collège Édouard-Montpetit

Martin Saint-Michel
Collège de Sherbrooke

Claude Thibaudeau
Collège de Sherbrooke

Traduit de l'anglais par

Michel Arsenault
Jean Blaquière

Chenelière/McGraw-Hill
MONTRÉAL · TORONTO

SOURCES DES PHOTOS

CHAPITRE 1

Page 1 : T Campion/Sygma. Page 21 : Gracieuseté de la NASA.

CHAPITRE 2

Page 25 : John Visser/Bruce Coleman, Inc. Page 45 : Richard Megna/Fundamental Photographs. Page 46 : Gracieuseté de T.D. Rossing, Northern Illinois University.

CHAPITRE 3

Page 53 : Stephen Dalton/Animals Animals. Page 54 : Howard Sochurak/The Stock Market. Page 61 : Ben Rose/The Image Bank. Page 64 : Bob Gruen/Star File. Page 65 : John Eastcott/Yva Momatiuk/DRK Photo. Page 73 : U.S. Navy, photo de l'enseigne John Gray.

CHAPITRE 4

Page 80 : John Chumack/Photo Researchers. Page 93 : *PSSC Physics*, 2e édition ; © 1975 D. C. Heath and Co. avec Education Development Center, Newton, MA. Reproduit avec l'autorisation de l'Education Development Center. Page 95 : Gracieuseté de Bausch & Lomb. Page 96 : Barbara Filet/Tony Stone Images/New York, Inc. Page 98 : Greg Pease/Tony Stone Images/New York, Inc. Page 101 : Gracieuseté de Cornell University.

CHAPITRE 5

Page 106 : Gracieuseté de Courtauld Institute Galleries, Londres. Page 115 : Dr Paul A. Zahl/Photo Researchers. Page 118 : Gracieuseté de Matthew J. Wheeler. Page 124 : Light and Vision, Conrad G. Muller, Mae Rudolph et les éditeurs de Science Library, 1966 Times Inc. Page 139 : Piergiorgio Scharandis/ Black Star.

CHAPITRE 6

Page 145 : David Julian/Phototake. Page 150 : Runk Schoenberger/ Grant Heilman Photography. Page 152 : De l'*Atlas of Optical Phenomena* par M. Cagnet *et al.*, Springer-Verlag, Prentice Hall, 1962. Page 162 : Richard Megna/Fundamental Photographs. Page 170 : Gracieuseté de Bausch & Lomb.

CHAPITRE 7

Page 174 : Georges Seurat, *Un dimanche après-midi à l'île de la Grande Jatte*, 1884 ; huile sur canevas (107,5 × 308 cm). Helen Birch Bartlett Memorial Collection, 1926 ; photographie © 1996, The Art Institute of Chicago. Tous droits réservés. Page 175 : Ken Kay/Fundamental Photographs. Pages 176, 182, 183 et 186 : De l'*Atlas of Optical Phenomena* de Cagnet, Francon, Thierr, Springer-Verlag, Berlin, 1962. Reproduction autorisée. Page 184 : Warren Rosenberg/ BPS/Tony Stone Images/ New York, Inc. Page 190 : Department of Physics, Imperial College/ Science Photo Library/ Photo Researchers. Page 191 : Kristen Brochmann/Fundamental Photographs. Page 198 : Diane Schiumo/Fundamental Photographs. Page 204 (à gauche) : Kjell B. Sandved/Bruce Coleman, Inc. Page 204 (à droite) : Pekka Parviainen/Photo Researchers. Page 208 : AP/Wide World Photos.

CHAPITRE 8

Page 209 : Jeffrey Zaruba/Tony Stone Images/New York, Inc. Page 210 : Gracieuseté de Albert Einstein Archives, The Jewish National & University Library, The Hebrew University of Jerusalem, Israël. Page 230 : Gracieuseté de la NASA.

CHAPITRE 9

Page 245 : Lawrence Berkeley Laboratory/Science Photo Library/ Photo Researchers. Page 259 : Gracieuseté de A. Tonomura, J. Endo, T. Matsuda et T. Kawasaki/Advanced Research Laboratory, Hitachi, Ltd., Kokubinju, Tokyo ; H. Ezawa, Department of Physics, Gakushuin University, Mejiro, Tokyo. Page 260 (à gauche) : Gracieuseté de Riber Division of Instruments, Inc. Page 260 (à droite) : de PSSC film « Matter Waves », gracieuseté de Education Development Center, Newton, Massachusetts. Page 266 : © IBMRL/ Visuals Unlimited.

CHAPITRE 10

Page 274 : Gracieuseté de International Business Machines Corporation, Almaden Research Center, CA. Page 285 : De *Scientific American*, janvier 1993, page 122. Reproduction autorisée par Michael Steigerwald, Bell Labs–Lucent Technologies. Page 286 : De *Scientific American*, septembre 1995, page 67. Reproduction autorisée par H. Temkin, Texas Tech University. Page 290 : De W. Finkelnburg, *Structure of Matter*, Springer-Verlag, 1964. Reproduction autorisée.

CHAPITRE 11

Page 302 : Larry Mulvehill/Photo Researchers. Page 303 : Gracieuseté de Warren Nagourney. Page 312 : David Job/Tony Stone Images/New York, Inc. Page 322 : Michael Rosenfeld/Tony Stone Images/New York, Inc.

CHAPITRE 12

Page 332 : Elscint/Science Photo Library/Photo Researchers. Page 349 (au bas) : R. Perry/Corbis Sygma. Page 349 (en haut) : George Rockwin/Bruce Coleman, Inc.

CHAPITRE 13

Pages 362 et 371 : Gracieuseté du U.S. Department of Energy. Page 368 : V. Ivelva/Magnum Photos, Inc. Page 372 : Gary Sheehan, *Birth of the Atomic Age*, 1957. Gracieuseté de Chicago Historical Society. Page 377 : Gracieuseté de Anglo Australian Telescope Board. Page 379 (en haut) : Gracieuseté de Princeton University Physics Laboratory. Page 379 (au centre) : Gracieuseté de Los Alamos National Laboratory, Nouveau-Mexique. Page 382 : Gracieuseté de Martin Marietta Energy Systems/U.S. Department of Energy.

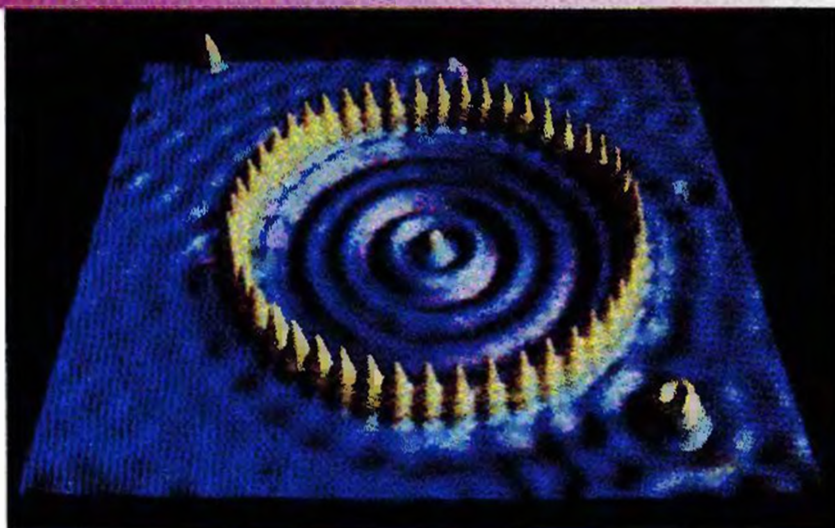
CHAPITRE 14

Page 385 : Gracieuseté de la NASA. Page 387 : David Parker/ Photo Researchers. Page 388 : Gracieuseté de Michael Mathews. Page 389 : Gracieuseté de Lawrence Berkeley Laboratory.

TABLE DES MATIÈRES

PHYSIQUE 3

ONDES, OPTIQUE ET PHYSIQUE MODERNE



CHAPITRE 5

CHAPITRE 6

CHAPITRE 7

CHAPITRE 8

La relativité restreinte 209

Comment se fait-il qu'une théorie aussi abstraite que la relativité restreinte d'Einstein soit nécessaire à une chose aussi pratique que la navigation ?

CHAPITRE 9

Les photons et les ondes de matière 245

Une particule peut-elle être une onde ?

CHAPITRE 10

La mécanique ondulatoire 274

Comment ces atomes ont-ils pu former un cercle, et que sont les ondulations piégées dans le corail ?

CHAPITRE 11

Les atomes 302

Pourquoi la lumière d'un laser est-elle si différente de la lumière naturelle ?

CHAPITRE 12

La physique nucléaire 332

Qu'arrive-t-il exactement aux noyaux radioactifs qui subissent une désintégration, et que signifie le terme « désintégration » ?

CHAPITRE 13

L'énergie nucléaire 362

Quelles sont les notions de physique sous-jacentes à l'image du champignon atomique qui a tant horrifié les gens ?

CHAPITRE 14

ANNEXES

AVANT-PROPOS

Cet ouvrage est la traduction de la sixième édition de *Fundamentals of Physics*, un texte désormais classique d'abord rédigé par David Halliday et Robert Resnick, puis maintenant enrichi par Jearl Walker.

Au fil des ans, cet ouvrage s'est transformé grâce aux commentaires et aux suggestions des enseignants et de leurs élèves, et il est devenu ce qu'il est aujourd'hui. Examinons quelques-unes de ses caractéristiques.

Caractéristiques des chapitres

➤ ***Des énigmes au début des chapitres.*** Chaque chapitre commence par la description d'une énigme dont la solution se trouve à l'intérieur du chapitre, ce qui stimule l'intérêt de l'élève quant à la découverte de la matière.

➤ ***Vérifiez vos connaissances.*** Régulièrement, les élèves sont invités à répondre à une question en utilisant un raisonnement fondé sur le texte ou sur l'exemple qu'ils viennent de lire. S'ils en sont incapables, ils devraient revenir sur la matière étudiée avant de poursuivre leur lecture. Les réponses à toutes les sections « Vérifiez vos connaissances » se trouvent à la fin du manuel.

➤ ***Les exemples.*** Chaque chapitre contient de nombreux problèmes résolus qui ont été choisis pour aider les élèves à organiser logiquement les concepts de base présentés dans le texte et à développer leurs habiletés en matière de résolution de problèmes. Chaque problème type est résolu étape par étape à l'aide d'un ou de plusieurs concepts clés clairement énoncés.

➤ ***Résolution de problèmes.*** Dans cette rubrique, les élèves qui commencent l'étude de la physique trouveront des directives utiles sur les façons de résoudre des problèmes et d'éviter des erreurs courantes.

➤ ***Révision et résumé.*** Cette section constitue un sommaire du contenu du chapitre. Elle présente les concepts essentiels mais ne peut remplacer la lecture du chapitre.

➤ ***Questions.*** À l'instar des problèmes des sections « Vérifiez vos connaissances », les questions exigent des élèves un effort de raisonnement et de compréhension plutôt que des calculs. Les réponses sont fournies à la fin du manuel.

➤ ***Exercices et problèmes.*** Sous cette rubrique, les exercices et les problèmes sont plus ou moins ordonnés selon leur complexité, et ils sont regroupés sous les titres des sections du texte. Ceux marqués d'un astérisque (*) représentent un défi particulièrement ardu. Les réponses à tous les exercices et problèmes se trouvent à la fin du manuel.

➤ ***Un site Web.*** Certains problèmes sont accompagnés de la mention « www » : elle indique que les élèves auront accès à des solutions détaillées de ces problèmes s'ils visitent le site www.dlcmcgrawhill.ca/physique. Les élèves trouveront aussi sur ce site de nombreux éléments interactifs qui les aideront à comprendre le contenu de leurs cours. Bien qu'ils soient présentés uniquement en langue anglaise, ces éléments sont faciles à consulter et d'une grande utilité pour quiconque cherche à visualiser les notions parfois abstraites de la physique.

Bonne étude !

Remerciements

L'adaptation française d'un ouvrage soulève inévitablement de nombreuses questions. L'Éditeur tient donc à remercier tous ceux et celles qui nous ont aidés à y répondre en nous faisant part de leurs commentaires et de leurs suggestions.

Gilles Archambault
Cégep de Rimouski

Louis Asselin
Cégep Beauce-Appalaches

Richard Beauchamp
Collège Bois-de-Boulogne

André Bordeleau
École de Technologie Supérieure

Jacques Bridet
Collège Lionel-Groulx

Richard Burland
Collège Jean-de-Brébeuf

Geneviève Caron
Collège Montmorency

Claude Champagne
Cégep de Trois-Rivières

Martin Charest
Collège Ahuntsic

Marc Filiatreault
Cégep de Granby Haute-Yamaska

Yvon Fortin
Collège François-Xavier-Garneau

André Girard
Cégep de Sainte-Foy

Réjean Laurier
Collège Shawinigan

Jean Léonard
Cégep Saint-Jérôme

Gilles Lesage
Cégep de l'Abitibi-Témiscamingue

Soheil Manoli
Champlain Regional College

Bruno Martel
Cégep de Saint-Félicien

Pierre Noël de Tilly
Cégep du Vieux Montréal

Gilles Parizeau
Cégep de Saint-Jérôme

Donald Pelletier
Collège de Valleyfield

Yves Pelletier
Collège de l'Outaouais

Denise Provençal
Collège Gérald-Godin

Daniel Rochette
Collège François-Xavier-Garneau

Gilles Sirois
Cégep de Rimouski

Marlène Tousignant
Collège François-Xavier-Garneau

Jean-Marc Viens
Cégep régional de Lanaudière

1 Les oscillations

Le 19 septembre 1985, des ondes sismiques provenant d'un tremblement de terre sur la côte ouest du Mexique causèrent d'importants dommages dans la ville de Mexico, pourtant située à environ 400 km de l'épicentre du séisme.

Pourquoi les ondes sismiques causèrent-elles beaucoup de dégâts à Mexico et relativement peu le long de leur trajet ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.



1.1 Les oscillations

Les gens sont entourés d'oscillations – des mouvements similaires qui se répètent. Il y a dans les lustres suspendus, dans les bateaux ancrés qui se balancent et dans les pist qui montent et descendent dans les moteurs des automobiles. Il y a aussi des oscillati qui agitent les cordes de guitares, les instruments de percussion, les cloches, les diaphrag des téléphones et des haut-parleurs, et les cristaux de quartz des montres. Il existe au des oscillations moins apparentes, comme celles des molécules d'air qui transmett le son, celles des atomes des solides qui transmettent la température, celles enfin électrons circulant dans les antennes de radio et de télévision qui transmettent informations.

Les oscillations sont habituellement *amorties,* c'est-à-dire que l'amplitude de l mouvement diminue graduellement, et que leur énergie mécanique est convertie en éner thermique sous l'effet des forces de frottement. Même si on ne peut complètement élimi les pertes d'énergie mécanique, on peut les compenser par une énergie proven d'une autre source. Par exemple, vous savez qu'en balançant vos jambes ou votre tor vous pouvez accentuer le mouvement de façon à maintenir ou à augmenter les oscillatio En agissant ainsi, vous transformez votre énergie biochimique en énergie mécaniq dans le système oscillant.

1.2 Le mouvement harmonique simple

La figure 1.1 a) montre une succession d'« instantanés » d'un système oscillar une particule a un mouvement répété vers l'avant et l'arrière, autour de l'origine d' axe des x. Dans cette section, on se contentera de décrire le mouvement. On verra par suite comment on peut produire un tel mouvement.

Tout mouvement oscillatoire possède une propriété importante, sa **fréquence**, qui le nombre d'oscillations effectuées chaque seconde. Le symbole de la fréquence est et l'unité SI qui la désigne est le **hertz** (dont l'abréviation est Hz) :

$$1 \text{ hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ oscillation par seconde} = 1 \text{ s}^{-1}. \qquad (1.$$

On trouve associée à cette fréquence la **période** T du mouvement, qui est le temps requ pour effectuer une oscillation complète (ou **cycle**) ; donc,

$$T = \frac{1}{f}. \qquad (1.2)$$

Tout mouvement qui se répète à intervalles réguliers se nomme **mouvemen périodique,** ou **mouvement harmonique.** Le cas qui est étudié ici est celui d'u mouvement qui se répète d'une façon particulière, comme dans la figure 1.1 a). Dans un t

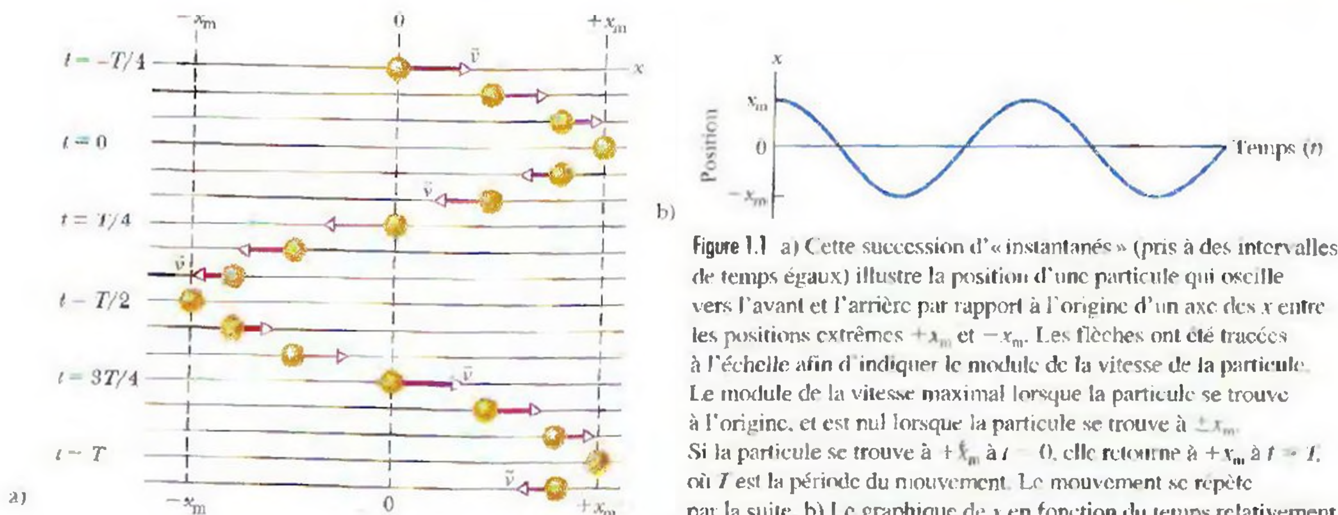


Figure 1.1 a) Cette succession d'« instantanés » (pris à des intervalles de temps égaux) illustre la position d'une particule qui oscille vers l'avant et l'arrière par rapport à l'origine d'un axe des x entre les positions extrêmes $+x_m$ et $-x_m$. Les flèches ont été tracées à l'échelle afin d'indiquer le module de la vitesse de la particule. Le module de la vitesse maximal lorsque la particule se trouve à l'origine, et est nul lorsque la particule se trouve à $\pm x_m$. Si la particule se trouve à $+x_m$ à $t = 0$, elle retourne à $+x_m$ à $t = T$, où T est la période du mouvement. Le mouvement se répète par la suite. b) Le graphique de x en fonction du temps relativement au mouvement illustré en a)

Position à l'instant t — Phase

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi)$$

Amplitude — Temps — Fréquence angulaire ou pulsation — Constante de phase ou angle de phase

Figure 1.2 Une illustration pratique des quantités de l'équation 1.3, qui se rapportent au mouvement harmonique simple

mouvement, la position x de la particule par rapport à sa position d'équilibre est donnée par

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi) \quad \text{(la position)}, \tag{1.3}$$

où x_m, ω et ϕ sont des constantes. Ce mouvement se nomme **mouvement harmonique simple**, ce qui signifie que le mouvement périodique est une fonction sinusoïdale du temps. L'équation 1.3, où la fonction sinusoïdale est une fonction cosinus, est représentée dans la figure 1.1 b). (Vous obtiendrez le même graphique en tournant la figure 1.1 a) de 90° en sens antihoraire et en reliant par une courbe les positions successives de la particule.) Les quantités déterminant la forme de ce graphique sont indiquées par leurs noms dans la figure 1.2. Ces quantités sont définies ci-dessous.

La quantité x_m, nommée **amplitude** du mouvement, est une constante positive dont la valeur dépend de la façon dont le mouvement a commencé. L'indice m signifie *maximal*, puisqu'il représente le module du déplacement maximal de la particule dans l'une ou l'autre direction par rapport à sa position d'équilibre. La fonction cosinus de l'équation 1.3 varie entre les valeurs ± 1, et la position $x(t)$ varie entre les valeurs $\pm x_m$ autour de sa position d'équilibre.

La quantité $(\omega t + \phi)$ de l'équation 1.3 se nomme la **phase** du mouvement, et la constante ϕ se nomme la **constante de phase** (ou **angle de phase**). La valeur de ϕ dépend de la position et de la vitesse de la particule à l'instant $t = 0$. En ce qui concerne les valeurs $x(t)$ représentées dans la figure 1.3 a), la constante de phase ϕ est égale à zéro.

Pour interpréter la constante ω, nommée **fréquence angulaire** du mouvement (ou **pulsation**), on note d'abord que la position $x(t)$ doit retourner à sa valeur initiale après une période T du mouvement, c'est-à-dire que $x(t)$ doit être égal à $x(t + T)$ à tout instant t. Pour simplifier cette analyse, on pose que $\phi = 0$ dans l'équation 1.3. En fonction de cette équation, on peut maintenant écrire :

$$x_m \cos \omega t = x_m \cos [\omega(t + T)]. \tag{1.4}$$

La fonction cosinus se répète la première fois lorsque son argument (la phase) a augmenté de 2π rad, et l'équation 1.4 donne alors

$$\omega(t + T) = \omega t + 2\pi$$

ou

$$\omega T = 2\pi.$$

Donc, d'après l'équation 1.2, la fréquence angulaire est

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \tag{1.5}$$

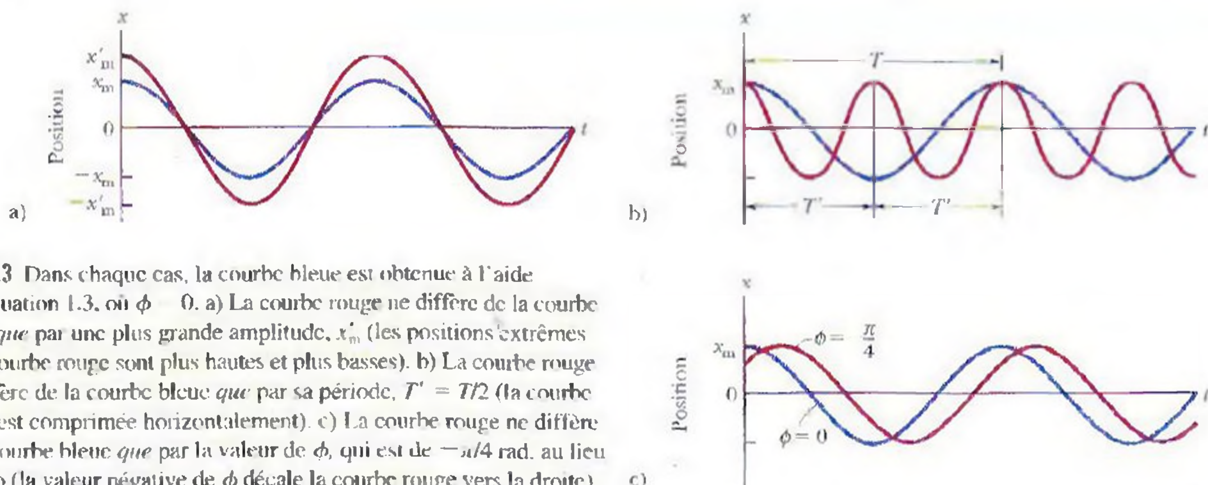


Figure 1.3 Dans chaque cas, la courbe bleue est obtenue à l'aide de l'équation 1.3, où $\phi = 0$. a) La courbe rouge ne diffère de la courbe bleue *que* par une plus grande amplitude, x'_m (les positions extrêmes de la courbe rouge sont plus hautes et plus basses). b) La courbe rouge ne diffère de la courbe bleue *que* par sa période, $T' = T/2$ (la courbe rouge est comprimée horizontalement). c) La courbe rouge ne diffère de la courbe bleue *que* par la valeur de ϕ, qui est de $-\pi/4$ rad, au lieu de zéro (la valeur négative de ϕ décale la courbe rouge vers la droite).

L'unité SI de la fréquence angulaire est le radian par seconde (par souci de cohérence, ϕ doit donc s'exprimer en radians). La figure 1.3 représente les valeurs de $x(t)$ dans deux mouvements harmoniques simples qui diffèrent soit par leur amplitude, soit par leur période (donc dans leur fréquence et leur fréquence angulaire), soit par leur constante de phase.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : Une particule décrivant un mouvement harmonique simple de période T (comme celui de la figure 1.1) est à $-x_m$ à $t = 0$. Sera-t-elle à $-x_m$, $+x_m$, à 0, entre $-x_m$ et 0 ou entre 0 et $+x_m$, à a) $t = 2{,}00T$, b) $t = 3{,}50T$ et c) $t = 5{,}25T$?

La vitesse d'une particule décrivant un mouvement harmonique simple

En dérivant par rapport au temps l'équation 1.3, on peut trouver l'expression de la vitesse d'une particule décrivant un mouvement harmonique simple ; cela donne

$$v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[x_m \cos(\omega t + \phi)]$$

ou $$v_x(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi) \quad \text{(la vitesse)}. \tag{1.6}$$

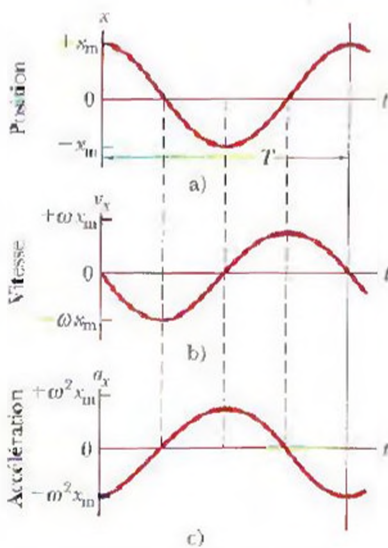


Figure 1.4 a) La position $x(t)$ d'une particule oscillant dans un mouvement harmonique simple, à un angle de phase $\phi = 0$. La période T représente une oscillation complète. b) La vitesse $v_x(t)$ de la particule. c) L'accélération $a_x(t)$ de la particule

La figure 1.4 a) est une représentation graphique de l'équation 1.3, où $\phi = 0$. La figure 1.4 b) représente l'équation 1.6, avec la même valeur de $\phi = 0$. Par analogie avec l'amplitude x_m de l'équation 1.3, la quantité positive ωx_m de l'équation 1.6 représente le **module de la vitesse maximale** v_m. Comme vous pouvez le voir dans la figure 1.4 b), la vitesse de la particule oscillante varie entre les limites $\pm v_m = \pm\omega x_m$. Notez également, dans cette figure, que la courbe de $v_x(t)$ est *décalée* (vers la gauche) d'un quart de période par rapport à la courbe de $x(t)$; lorsque la position de la particule atteint sa valeur maximale (c'est-à-dire $x(t) = x_m$), le module de la vitesse est nul (c'est-à-dire $v_x(t) = 0$). Lorsque la position de la particule est nulle, le module de la vitesse atteint sa valeur maximale (donc, $v_m = \omega x_m$).

L'accélération d'une particule décrivant un mouvement harmonique simple

En connaissant la vitesse $v_x(t)$ d'un mouvement harmonique simple, on peut la dériver par rapport au temps pour déterminer l'expression de l'accélération d'une particule oscillante. Ainsi, on a, d'après l'équation 1.6,

$$a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt} = \frac{d}{dt}[-\omega x_m \sin(\omega t + \phi)]$$

ou $$a_x(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) \quad \text{(l'accélération)}. \tag{1.7}$$

La figure 1.4 c) est une représentation graphique de l'équation 1.7 lorsque $\phi = 0$. La quantité positive $\omega^2 x_m$ de l'équation 1.7 représente le module de l'**accélération maximale** a_m ; ainsi, l'accélération de la particule varie entre les valeurs limites $\pm a_m = \pm\omega^2 x_m$, comme l'illustre la figure 1.4. Notez également que la courbe de $a_x(t)$ est décalée (vers la gauche) de un quart de période par rapport à la courbe de $v_x(t)$.

Si on combine les équations 1.3 et 1.7, on obtient

$$a_x(t) = -\omega^2 x(t), \tag{1.8}$$

soit l'expression qui décrit un mouvement harmonique simple.

➤ Dans un mouvement harmonique simple, l'accélération est proportionnelle à la position, mais de signe opposé, et les deux quantités sont reliées par le carré de la fréquence angulaire

Donc, comme on le voit dans la figure 1.4, lorsque la position atteint la plus grande valeur positive, l'accélération a la plus grande valeur négative, et réciproquement. Lorsque la position est nulle, l'accélération est également nulle.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

1re stratégie : *Les constantes de phase*
Notez l'effet de la constante de phase ϕ sur un graphique de $x(t)$. Lorsque $\phi = 0$, le graphique de $x(t)$ est semblable à celui de la figure 1.4 a), une courbe cosinusoïdale typique. Lorsque la valeur de ϕ augmente, la courbe est décalée vers la gauche sur l'axe des t. (Vous pouvez utiliser comme aide-mémoire le symbole $\leftarrow\uparrow\phi$, où la flèche pointant vers le haut indique une augmentation de la valeur de ϕ et la flèche pointant vers la gauche indique le décalage résultant de la courbe.) Lorsque la valeur de ϕ diminue, la courbe est décalée vers la droite, comme on le voit dans la figure 1.3 c), où $\phi = -\pi/4$.

Lorsque deux graphiques représentant des mouvements harmoniques simples ont des constantes de phase différentes, on dit qu'ils ont une *différence de phase* : chacun est alors *déphasé* par rapport à l'autre. Par exemple, les courbes de la figure 1.3 c) ont une différence de phase de $\pi/4$ rad.

Puisqu'un mouvement harmonique simple se répète après chaque période T et que la fonction cosinus se répète après chaque 2π rad, une période T représente une différence de phase de 2π rad. Dans la figure 1.4, $x(t)$ est déphasé d'un quart de période vers la droite par rapport à $v_x(t)$, ou de $-\pi/2$ rad ; il est déphasé d'une demi-période vers la droite ou de $-\pi$ rad par rapport à $a_x(t)$. Un déphasage de 2π rad fait coïncider la courbe du mouvement harmonique simple avec elle-même : elle semble donc inchangée.

1.3 La deuxième loi de Newton appliquée à un mouvement harmonique simple

Lorsqu'on sait que l'accélération d'une particule varie en fonction du temps, on peut utiliser la deuxième loi de Newton pour déterminer le module de la force devant agir sur la particule pour lui donner cette accélération. Si on combine la deuxième loi de Newton et l'équation 1.8, on arrive à cette expression, qui s'applique au mouvement harmonique simple :

$$F_{\text{rés},x} = ma_x = -(m\omega^2)x. \tag{1.9}$$

Ce résultat – une force de rappel proportionnelle à la position mais de signe opposé – vous semble sans doute familier. C'est la loi de Hooke,

$$F_{Rx} = -kx \tag{1.10}$$

s'appliquant à un ressort, la constante de rappel étant ici

$$k = m\omega^2. \tag{1.11}$$

En fait, l'équation 1.10 peut servir à définir de façon différente le mouvement harmonique simple. Cette définition serait la suivante.

> Un mouvement harmonique simple est un mouvement effectué par une particule de masse m soumise à une force proportionnelle à sa position, mais de signe opposé.

Le système bloc-ressort de la figure 1.5 forme un **oscillateur harmonique simple linéaire** (ou, simplement, un oscillateur linéaire), où « linéaire » indique que la composante F_x est proportionnelle à x, et non à une autre puissance de x. La fréquence angulaire ω du mouvement harmonique simple du bloc est reliée à la constante de rappel k et à la masse m du bloc par l'équation 1.11, ce qui donne

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{(la fréquence angulaire).} \tag{1.12}$$

En combinant les équations 1.5 et 1.12, on peut écrire ainsi la **période** de l'oscillateur linéaire de la figure 1.5 :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{(la période).} \tag{1.13}$$

Les équations 1.12 et 1.13 indiquent qu'une fréquence angulaire élevée (donc, une courte période) correspond à un ressort rigide (la constante k est élevée) et à un bloc léger (la masse m est faible).

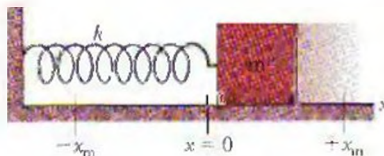


Figure 1.5 Un oscillateur harmonique linéaire. Il n'y a aucun frottement entre le bloc et la surface. À l'instar de la particule de la figure 1.2, le bloc décrit un mouvement harmonique simple après avoir été tiré vers la droite puis relâché. Sa position est alors donnée par l'équation 1.3.

Dans tout système oscillant, qu'il s'agisse de l'oscillateur linéaire de la figure d'un plongeoir ou d'une corde de violon, on trouve un élément d'élasticité et un élé d'inertie ou de masse, comme dans un oscillateur linéaire. Dans l'oscillateur linéair la figure 1.5, ces éléments se situent dans des parties distinctes du système : l'élast se trouve entièrement dans le ressort, que l'on suppose de masse négligeable, et l'ine se trouve entièrement dans le bloc, que l'on suppose rigide. Dans une corde de vio toutefois, ces deux éléments se trouvent dans la corde elle-même, comme vous le ve dans le chapitre 2.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 :** Laquelle des relations suivantes entre la composante F_x de la force exercée sur une particule et la position x de la particule implique une oscillation harmonique simple de la particule : a) $F_x = -5x$, b) $F_x = -400x^2$, c) $F_x = 10x$, d) $F_x = 3x^2$?

Exemple 1.1

Un bloc de masse $m = 680$ g est attaché à un ressort dont la constante de rappel est $k = 65$ N/m. Le bloc est tiré à une distance de $x = 11$ cm de sa position d'équilibre $x = 0$ sur une surface horizontale sans frottement, et relâché à $t = 0$.

a) Quelles sont la fréquence angulaire, la fréquence et la période du mouvement résultant ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : le système bloc-ressort forme un oscillateur linéaire, et le bloc décrit un mouvement harmonique simple. La fréquence angulaire est alors donnée par l'équation 1.12 :

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{65\ \text{N/m}}{0{,}68\ \text{kg}}} = 9{,}78\ \text{rad/s} \approx 9{,}8\ \text{rad/s}. \quad \text{(réponse)}$$

On trouve la fréquence à l'aide de l'équation 1.5, ce qui donne :

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{9{,}78\ \text{rad/s}}{2\pi\ \text{rad}} = 1{,}56\ \text{Hz} \approx 1{,}6\ \text{Hz}. \quad \text{(réponse)}$$

La période est fournie par l'équation 1.2, ce qui donne :

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{1{,}56\ \text{Hz}} = 0{,}64\ \text{s}. \quad \text{(réponse)}$$

b) Quelle est l'amplitude de l'oscillation ?

SOLUTION : Le concept clé est le suivant : en l'absence de frottement, l'énergie mécanique du système bloc-ressort est conservée. Le bloc est relâché à 11 cm de sa position d'équilibre, son énergie cinétique est nulle et l'énergie potentielle élastique du système est maximale. Donc, le bloc aura une énergie cinétique égale à zéro lorsqu'il se trouvera de nouveau à 11 cm de sa position d'équilibre, ce qui signifie qu'il ne se trouvera jamais plus loin qu'à 11 cm de cette position. Sa position maximale (son amplitude) est de 11 cm :

$$x_m = 11\ \text{cm}. \quad \text{(réponse)}$$

c) Quel est le module de la vitesse maximale v_m du bloc oscillant, et où le bloc se trouve-t-il lorsque ce module est atteint ?

SOLUTION : Le concept clé, dans le présent cas, est que le module de la vitesse maximale v_m correspond à l'amplitude ωx_m de l'équation 1.6, c'est-à-dire à

$$v_m = \omega x_m = (9{,}78\ \text{rad/s})(0{,}11\ \text{m}) = 1{,}1\ \text{m/s}. \quad \text{(réponse)}$$

Ce module de vitesse est atteint lorsque le bloc oscillant passe l'origine. Comparez les figures 1.4 a) et 1.4 b), où vous pouvez v que le module de la vitesse est maximal lorsque $x = 0$.

d) Quel est le module a_m de l'accélération maximale du bloc ?

SOLUTION : Dans ce cas, le concept clé est que le module a_m de l'accélé tion maximale correspond à l'amplitude $\omega^2 x_m$ de l'équation 1 c'est-à-dire à

$$a_m = \omega^2 x_m = (9{,}78\ \text{rad/s})^2(0{,}11\ \text{m}) = 11\ \text{m/s}^2. \quad \text{(répons}$$

Ce module de l'accélération maximale se produit lorsque le bloc atte les limites de son mouvement. À ces points, la force agissant sur bloc atteint son module maximal. Comparez les figures 1.4 a) et 1.4 où vous pouvez voir que le module de la position et le module l'accélération sont maximaux au même instant.

e) Quelle est la constante de phase ϕ de ce mouvement ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est que l'équation 1.3 donne la positic du bloc en fonction du temps. On sait qu'à $t = 0$, le bloc se trouv à $x = x_m$. En insérant ces *conditions initiales* dans l'équation 1.3 en simplifiant x_m, on obtient

$$1 = \cos\phi. \quad (1.14)$$

En prenant l'arccosinus de chaque côté, on obtient alors

$$\phi = 0\ \text{rad}. \quad \text{(réponse)}$$

(Tout angle qui est un multiple de 2π rad peut être aussi utilisé dan l'équation 1.14 ; on a choisi ici le plus petit angle.)

f) Quelle est l'équation décrivant la position $x(t)$ du bloc dans ce système bloc-ressort ?

SOLUTION : Le concept clé est que $x(t)$ est donné par l'équation 1.3 En insérant les quantités connues dans cette équation, on obtient

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi) = (0{,}11\ \text{m})\cos[(9{,}8\ \text{rad/s})t + 0] = 0{,}11\cos(9{,}8t), \quad \text{(réponse)}$$

où x est en mètres et t est en secondes.

Exemple 1.2

À $t = 0$, la position $x(0)$ du bloc dans un oscillateur linéaire comme celui de la figure 1.5 est de -8.50 cm. ($x(0)$ signifie « x à $t = 0$ »). La vitesse $v_x(0)$ du bloc est alors de $-0,920$ m/s, et son accélération $a_x(0)$ est de $+47,0$ m/s^2.

a) Quelle est la fréquence angulaire ω de ce système ?

SOLUTION : Dans ce cas, le concept clé est que, pour un bloc décrivant un mouvement harmonique simple, les équations 1.3, 1.6 et 1.7 donnent respectivement la position, la vitesse et l'accélération du bloc, et que ω se trouve dans chacune des équations. On peut insérer $t = 0$ dans chaque équation pour voir si on peut les résoudre et trouver ω. On a alors :

$$x(0) = x_m \cos \phi, \tag{1.15}$$

$$v_x(0) = -\omega x_m \sin \phi, \tag{1.16}$$

et

$$a_x(0) = -\omega^2 x_m \cos \phi. \tag{1.17}$$

Dans l'équation 1.15, ω n'apparaît pas. Dans les équations 1.16 et 1.17, on connaît les valeurs des termes à gauche, mais x_m et ϕ sont inconnus. Toutefois, si on divise l'équation 1.17 par l'équation 1.15, on élimine à la fois x_m et ϕ et on peut alors, de cette façon, trouver ω :

$$\omega = \sqrt{-\frac{a_x(0)}{x(0)}} = \sqrt{-\frac{47.0 \text{ m/s}^2}{-0,0850 \text{ m}}}$$
$$= 23.5 \text{ rad/s}. \quad \text{(réponse)}$$

b) Quelles sont la constante de phase ϕ et l'amplitude x_m ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé dans la partie a) est également pertinent ici, tout comme les équations 1.15 à 1.17. Dans le présent cas, toutefois, on connaît ω et on veut trouver les valeurs de ϕ et de x_m. Si on divise l'équation 1.16 par l'équation 1.15, on détermine que

$$\frac{v_x(0)}{x(0)} = \frac{-\omega x_m \sin \phi}{x_m \cos \phi} = -\omega \tan \phi.$$

En résolvant cette équation pour trouver $\tan \phi$, on obtient

$$\tan \phi = -\frac{v_x(0)}{\omega x(0)} = -\frac{-0.920 \text{ m/s}}{(23.5 \text{ rad/s})(-0.0850 \text{ m})} = -0.461.$$

Cette équation a deux solutions :

$$\phi = -0.432 \text{ rad} \quad \text{et} \quad \phi = \pi \text{ rad} + (-0.432 \text{ rad}) = 2.71 \text{ rad}.$$

(Normalement, seule la première solution est affichée par une calculatrice.) Pour choisir la bonne solution, on vérifie les deux solutions en les utilisant pour calculer les valeurs de l'amplitude x_m. À l'aide de l'équation 1.15, on peut déterminer que si $\phi = -0,432$ rad, alors

$$x_m = \frac{x(0)}{\cos \phi} = \frac{-0.0850 \text{ m}}{\cos(-0,432)} = -0.0936 \text{ m}.$$

De la même façon, on détermine que si $\phi = 2,71$ rad, il s'ensuit que $x_m = 0,0936$ m. Puisque l'amplitude du mouvement harmonique simple doit être une constante positive, la constante de phase et l'amplitude correctes sont ici de

$$\phi = 2.71 \text{ rad} \quad \text{et} \quad x_m = 9,36 \text{ cm}. \quad \text{(réponse)}$$

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

2e stratégie : *Reconnaître un mouvement harmonique simple (MHS)*
Dans un MHS linéaire, l'accélération a_x et la position x du système sont reliées par une équation de cette forme :

$$a_x = -(\text{constante positive})x,$$

qui indique que l'accélération est proportionnelle à la position par rapport à la position d'équilibre, mais dans la direction opposée. Lorsque vous avez trouvé une expression semblable pour un système oscillant, vous pouvez immédiatement la comparer à l'équation 1.8, vérifier que la constante positive est égale à ω^2 et obtenir rapidement une expression pour la fréquence angulaire du mouvement. À l'aide de l'équation 1.5, vous pouvez ensuite trouver la période T et la fréquence f.

Dans certains problèmes, vous aurez peut-être à dériver une expression de la composante F_x de la force résultante en fonction de la position x. Si le mouvement est un MHS linéaire, la composante F_x de la force résultante et la position sont reliées par

$$F_x = -(\text{constante positive})x,$$

ce qui indique que la composante x de la force résultante est proportionnelle à la position, mais dans la direction opposée. Une fois que vous aurez trouvé une telle expression, vous pouvez immédiatement la comparer à l'équation 1.10 et vérifier si la constante positive correspond bien à k. Si vous connaissez la masse, vous pouvez utiliser les équations 1.12, 1.13 et 1.15 pour trouver la fréquence angulaire ω, la période T et la fréquence f.

1.4 L'énergie dans le mouvement harmonique simple

Dans le chapitre 8 du volume 1, on a vu que l'énergie d'un oscillateur linéaire se convertit alternativement en énergie cinétique et en énergie potentielle, alors que la somme des deux – l'énergie mécanique E de l'oscillateur – demeure constante. On analysera maintenant cette situation d'un point de vue quantitatif.

L'énergie potentielle d'un oscillateur linéaire comme celui de la figure 1.5 est entièrement associée au ressort. Sa valeur dépend de l'étirement ou de la compression du ressort – c'est-à-dire de $x(t)$. On peut utiliser l'équation 8.11 du volume 1 et l'équation 1.3 pour trouver

$$U(t) = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \phi). \tag{1.18}$$

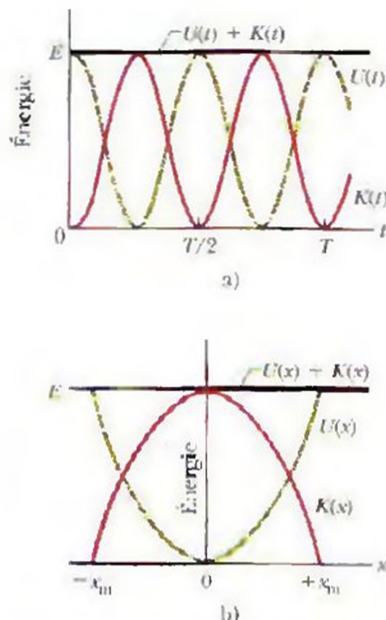


Figure 1.6 a) L'énergie potentielle $U(t)$, l'énergie cinétique $K(t)$ et l'énergie mécanique E en fonction du temps t dans un oscillateur linéaire. Notez que toutes les énergies ont une valeur positive et que l'énergie cinétique atteint sa valeur maximale deux fois au cours de chaque période. b) L'énergie potentielle $U(x)$, l'énergie cinétique $K(x)$ et l'énergie mécanique E en fonction de la position x dans un oscillateur linéaire d'amplitude x_m. Lorsque $x = 0$, l'énergie est entièrement cinétique, et lorsque $x = \pm x_m$, elle est entièrement potentielle.

Notez bien qu'une fonction exprimée par $\cos^2 A$ (comme dans le présent cas) signifi $(\cos A)^2$ et *n'est pas* identique à celle exprimée par $\cos A^2$, qui signifie $\cos (A^2)$.

L'énergie cinétique du système de la figure 1.5 est entièrement associée au bloc Sa valeur dépend de la vitesse du bloc – qui est $v_x(t)$. On peut utiliser l'équation 1. pour trouver

$$K(t) = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}m\omega^2 x_m^2 \sin^2(\omega t + \phi). \tag{1.19}$$

Si on utilise l'équation 1.12 pour substituer k/m à ω^2, on peut écrire l'équation 1.19 sou cette forme :

$$K(t) = \tfrac{1}{2}mv^2 = \tfrac{1}{2}kx_m^2 \sin^2(\omega t + \phi). \tag{1.20}$$

L'énergie mécanique correspond à l'addition des équations 1.18 et 1.20, et est

$$\begin{aligned} E &= U + K \\ &= \tfrac{1}{2}kx_m^2 \cos^2(\omega t + \phi) + \tfrac{1}{2}kx_m^2 \sin^2(\omega t + \phi) \\ &= \tfrac{1}{2}kx_m^2 [\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)]. \end{aligned}$$

Peu importe l'angle α,

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1.$$

Donc, la quantité entre parenthèses ci-dessus vaut simplement 1, et on a

$$E = U + K = \tfrac{1}{2}kx_m^2. \tag{1.21}$$

En effet, l'énergie mécanique d'un oscillateur linéaire est constante et ne dépend pas du temps. L'énergie potentielle et l'énergie cinétique d'un oscillateur linéaire sont représentées en fonction du temps t dans la figure 1.6 a), et en fonction de la position x dans la figure 1.6 b).

Vous devriez maintenant comprendre pourquoi un système oscillant comporte normalement un élément d'élasticité et un élément d'inertie : le premier renferme son énergie potentielle alors que le second renferme son énergie cinétique.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Dans la figure 1.5, lorsque le bloc est à $x = +2{,}0$ cm, il a une énergie cinétique de 3 J, et le ressort a une énergie potentielle élastique de 2 J. a) Quelle est l'énergie cinétique lorsque le bloc est à $x = 0$? Quelle est l'énergie potentielle élastique lorsque le bloc est à b) $x = -2{,}0$ cm et c) $x = -x_m$?

Exemple 1.3

a) Quelle est l'énergie mécanique E de l'oscillateur linéaire de l'exemple 1.1 ? (Initialement, la position du bloc est $x = 11$ cm et sa vitesse est $v_x = 0$. La constante de rappel est $k = 65$ N/m.)

SOLUTION : Le concept clé, dans le présent cas, est que l'énergie mécanique E (la somme de l'énergie cinétique $K = \frac{1}{2}mv^2$ du bloc et de l'énergie potentielle du ressort $U = \frac{1}{2}kx^2$) est constante dans l'ensemble du mouvement de l'oscillateur. Donc, on peut évaluer E en tout point du mouvement. Puisqu'on sait que les conditions initiales de l'oscillateur sont $x = 11$ cm et $v_x = 0$, on peut évaluer E en fonction de ces conditions.

On trouve alors que

$$\begin{aligned} E &= K + U = \tfrac{1}{2}mv^2 + \tfrac{1}{2}kx^2 = 0 + \tfrac{1}{2}(65 \text{ N/m})(0{,}11 \text{ m})^2 \\ &= 0{,}393 \text{ J} \approx 0{,}39 \text{ J}. \end{aligned} \quad \text{(réponse)}$$

b) Quelles sont l'énergie potentielle U et l'énergie cinétique K de l'oscillateur lorsque le bloc est à $x = \frac{1}{2}x_m$? Quelles sont-elles lorsque le bloc est à $x = -\frac{1}{2}x_m$?

SOLUTION : Ici, on utilise le concept clé suivant : puisqu'on connaît la position du bloc, on peut facilement trouver l'énergie potentielle du ressort à l'aide de la formule $U = \frac{1}{2}kx^2$. Dans le cas où $x = \frac{1}{2}x_m$, on a

$$U = \tfrac{1}{2}kx^2 = \tfrac{1}{2}k\left(\tfrac{1}{2}x_m\right)^2 = \left(\tfrac{1}{2}\right)\left(\tfrac{1}{4}\right)kx_m^2.$$

On peut insérer les valeurs numériques de k et x_m, ou on peut utiliser l'énergie mécanique totale, donnée dans la partie a), qui est $\frac{1}{2}kx_m^2$.

Cela permet d'écrire, à l'aide de l'équation ci-dessus,

$$U = \tfrac{1}{4}\left(\tfrac{1}{2}kx_m^2\right) = \tfrac{1}{4}E = \tfrac{1}{4}(0{,}393 \text{ J}) = 0{,}098 \text{ J}. \quad \text{(réponse)}$$

Ensuite, en utilisant le même concept clé qu'en a) ($E = K + U$), on peut écrire

$$K = E - U = 0{,}393 \text{ J} - 0{,}098 \text{ J} = 0{,}295 \text{ J}. \quad \text{(réponse)}$$

Si on reprenait ces calculs relativement à $x = -\frac{1}{2}x_m$, on arriverait aux mêmes réponses, ce qui concorderait avec la symétrie des parties gauche et droite de la figure 1.6 b).

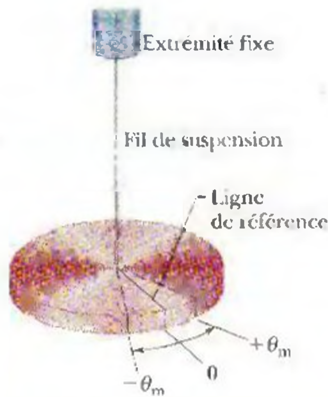


Figure 1.7 Un oscillateur harmonique simple angulaire, ou pendule de torsion, est une version angulaire de l'oscillateur harmonique simple linéaire de la figure 1.5. Le disque oscille dans un plan horizontal ; la ligne de référence oscille avec une amplitude angulaire θ_m. La torsion du fil de suspension emmagasine de l'énergie potentielle comme le ferait un ressort, et produit un moment de force de rappel.

1.5 L'oscillateur harmonique simple angulaire

La figure 1.7 représente une version angulaire d'un oscillateur harmonique simple ; l'élément d'élasticité est associé à la torsion d'un fil de suspension plutôt qu'à l'étirement ou à la compression d'un ressort, comme dans les cas précédents. Ce dispositif se nomme **pendule de torsion.**

Si on tourne le disque de la figure 1.7 en lui faisant faire une rotation ou un déplacement angulaire θ par rapport à sa position d'équilibre (où la ligne de référence est à $\theta = 0$) et qu'on le relâche, il oscillera autour de cette position et décrira un **mouvement harmonique simple angulaire.** En tournant le disque d'un angle θ dans l'une ou l'autre direction, on produit un moment de force de rappel donné par

$$\tau = -\kappa\theta. \tag{1.22}$$

Dans ce cas, κ (κ est la lettre grec *kappa*) est une constante nommée **constante de torsion,** qui dépend de la longueur, du diamètre et du matériau composant le fil de suspension.

Lorsqu'on compare l'équation 1.22 à l'équation 1.10, on peut soupçonner que la première est la forme angulaire de la loi de Hooke, et qu'on peut transformer l'équation 1.13, qui donne la période d'un MHS linéaire, en une équation donnant la période d'un MHS angulaire : on remplace la constante de rappel k de l'équation 1.13 par son équivalent, la constante de torsion κ de l'équation 1.22, et on remplace la masse m de l'équation 1.13 par *son* équivalent, le moment d'inertie I du disque oscillant. Ces substitutions mènent à

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{\kappa}} \quad \text{(le pendule de torsion),} \tag{1.23}$$

qui est l'équation exprimant la période d'un oscillateur harmonique simple angulaire, ou pendule de torsion.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

3ᵉ stratégie : *Reconnaître un MHS angulaire*
Lorsqu'un système a un mouvement harmonique simple angulaire, son accélération angulaire α et sa position angulaire θ sont reliées par une équation de la forme

$$\alpha = -(\text{constante positive})\theta.$$

Cette équation est l'équivalent angulaire de l'équation 1.8 ($a_x = -\omega^2 x$). Elle indique que l'accélération angulaire α est proportionnelle à la position angulaire θ mesurée par rapport à la position d'équilibre, mais tend à faire tourner le système dans la direction opposée au déplacement. Si vous voyez une expression de cette forme, vous pouvez conclure que la constante positive est ω^2, et vous pouvez ensuite déterminer ω, f et T.

Vous pouvez également reconnaître un MHS angulaire si vous voyez une expression qui relie le moment de force τ à la position angulaire ; cette expression doit avoir la forme de l'équation 1.22 ($\tau = -\kappa\theta$), où

$$\tau = -(\text{constante positive})\theta.$$

Cette équation est l'équivalent angulaire de l'équation 1.10 ($F_{R_x} = -kx$). Elle indique que le moment de force τ est proportionnel à la position angulaire θ mesurée par rapport à la position d'équilibre, mais tend à faire tourner le système dans la direction opposée au déplacement. Si vous voyez une expression de cette forme, vous pouvez conclure que la constante positive est la constante de torsion κ du système. Si vous connaissez le moment d'inertie I du système, vous pouvez ensuite déterminer T à l'aide de l'équation 1.23.

Exemple 1.4

La figure 1.8 a) montre une tige mince de longueur $L = 12{,}4$ cm et de masse $m = 135$ g, attachée en son point milieu à un long fil de suspension. Son MHS angulaire a une période T_a de 2,53 s. Un objet de forme irrégulière, qu'on nommera objet X, est ensuite suspendu au même fil, comme on le voit dans la figure 1.8 b), et sa période T_b est de 4,76 s. Quel est le moment d'inertie de l'objet X par rapport à son axe de suspension ?

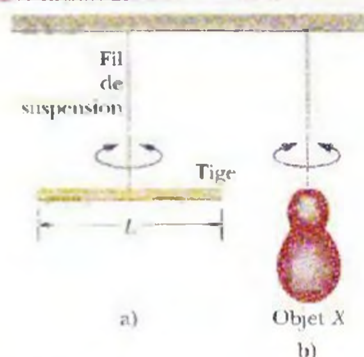


Figure 1.8 Exemple 1.4 Deux pendules de torsion : a) une tige et un fil, et b) le même fil et un objet de forme irrégulière.

SOLUTION : Dans le présent cas, le concept clé qu'on utilise est le suivant : le moment d'inertie de la tige, comme celui de l'objet X, est relié à la période mesurée par l'équation 1.23. Dans la case e) du tableau 11.2 du volume 1, le moment d'inertie d'une tige mince par rapport à un axe

perpendiculaire passant en son point milieu est donné par $\frac{1}{12}mL^2$. On a donc, dans le cas de la tige de la figure 1.8 a),

$$I_a = \frac{1}{12}mL^2 = (\tfrac{1}{12})(0{,}135\ \text{kg})(0{,}124\ \text{m})^2$$
$$= 1{,}73 \times 10^{-4}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2.$$

On écrit maintenant deux fois l'équation 1.23, une fois pour la tige et une fois pour l'objet X :

$$T_a = 2\pi\sqrt{\frac{I_a}{\kappa}} \quad \text{et} \quad T_b = 2\pi\sqrt{\frac{I_b}{\kappa}}.$$

La constante κ, qui est une propriété du fil, est la même pour les deux expressions : seuls les périodes et les moments d'inertie diffèrent.

On élève ensuite chacune de ces équations au carré, on divise la seconde par la première et on résout l'équation résultante pour trouver I_b. Le résultat est

$$I_b = I_a\frac{T_b^2}{T_a^2} = (1{,}73 \times 10^{-4}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2)\frac{(4{,}76\ \text{s})^2}{(2{,}53\ \text{s})^2}$$
$$= 6{,}12 \times 10^{-4}\ \text{kg}\cdot\text{m}^2 \qquad \text{(réponse)}$$

1.6 Les pendules

On étudiera maintenant un type d'oscillateur harmonique simple dans lequel l'élément d'élasticité est associé à la force gravitationnelle, et non aux propriétés élastiques d'un fil tordu ou d'un ressort comprimé ou étiré.

Le pendule simple

Si vous attachez une pomme à un long fil fixé à son extrémité supérieure, et que vous donnez ensuite à la pomme une légère impulsion pour générer un mouvement de balancement, vous constaterez facilement que le mouvement est périodique. S'agit-il donc d'un mouvement harmonique simple ? Si oui, quelle en est la période T ? Pour répondre à cette question, on doit examiner un **pendule simple,** qui consiste en une particule de masse m suspendue à une extrémité d'une corde non étirable de longueur L et de masse négligeable, fixée à l'autre extrémité, de la façon illustrée dans la figure 1.9 a). Le pendule peut se balancer librement dans le plan de la page, vers la gauche et la droite par rapport à une ligne verticale traversant le point de pivot du pendule.

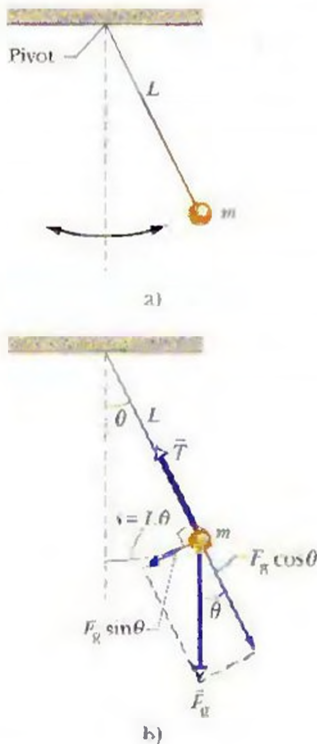


Figure 1.9 a) Un pendule simple. b) Les forces agissant sur le pendule sont la force gravitationnelle $\vec{F}_g$ et la force $\vec{T}$ exercée par la corde. La composante tangentielle $F_g \sin\theta$ de la force gravitationnelle est une force de rappel qui tend à ramener le pendule vers sa position d'équilibre.

Les forces agissant sur le pendule sont la force $\vec{T}$ de la corde et la force gravitationnelle $\vec{F}_g$, comme on le voit dans la figure 1.9 b), où la corde forme un angle θ avec la verticale. On décompose $\vec{F}_g$ en sa composante radiale $F_g \cos\theta$ et une composante $F_g \sin\theta$ qui est tangente à la trajectoire du pendule. Cette composante tangentielle produit un moment de force de rappel par rapport au pivot du pendule. Puisque ce moment de force agit toujours en sens opposé au déplacement du pendule, il tend à ramener le pendule à son point d'équilibre. Ce point se nomme la *position d'équilibre* ($\theta = 0$), puisque le pendule serait au repos à cet endroit s'il ne balançait pas.

À l'aide de l'équation 11.33 du volume 1 ($\tau = r_\perp F$), on peut écrire ce moment de force de rappel sous la forme

$$\tau = -L(F_g \sin\theta), \tag{1.24}$$

où le signe négatif indique que le moment de force s'oppose au déplacement du pendule par rapport à sa position d'équilibre, et où L est le bras de levier de la composante tangentielle de la force, $F_g \sin\theta$. En insérant l'équation 1.24 dans l'équation 11.36 du volume 1 ($\tau = I\alpha$) et en insérant ensuite mg pour exprimer le module de F_g, on obtient

$$-L(mg\sin\theta) = I\alpha, \tag{1.25}$$

où I est le moment d'inertie du pendule par rapport au pivot, et où α est son accélération angulaire autour de ce point.

On peut simplifier l'équation 1.25 si on suppose que l'angle θ est petit, et on peut alors faire l'approximation $\sin\theta \approx \theta$ (exprimé en radians). (Par exemple, si $\theta = 5{,}00° = 0{,}087\ 3$ rad, alors $\sin\theta = 0{,}087\ 2$, une différence de seulement 0,1 %). À l'aide de cette approximation, et en réarrangeant les termes, on obtient alors

$$\alpha = -\frac{mgL}{I}\theta. \tag{1.26}$$

Cette équation est l'équivalent angulaire de l'équation 1.8, qui décrit un MHS. Elle indique que l'accélération angulaire α du pendule est proportionnelle mais de signe opposé à la position angulaire θ. Donc, lorsque le pendule se déplace vers la droite comme dans la figure 1.9 a), son accélération orientée *vers la gauche* augmente jusqu'à ce qu'il s'immobilise et entreprenne son mouvement vers la gauche. Par la suite, lorsqu'il est à gauche de sa position d'équilibre, son accélération orientée vers la droite tend à le ramener vers ce côté, et ainsi de suite, alors qu'il se balance dans un MHS. Plus précisément, on peut dire que le mouvement d'un *pendule simple qui se balance en formant de petits angles* est approximativement un MHS. En d'autres termes, l'**amplitude de la position angulaire** θ_m du mouvement (l'angle maximal du balancement) doit être faible pour que son mouvement décrive approximativement un MHS.

En comparant les équations 1.26 et 1.8, on voit que la fréquence angulaire du pendule est $\omega = \sqrt{mgL/I}$. Si on insère ensuite cette expression de ω dans l'équation 1.5 ($\omega = 2\pi/T$), on voit que la période du pendule peut être écrite sous la forme

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgL}}. \tag{1.27}$$

Toute la masse d'un pendule simple est concentrée dans la masse m de la particule attachée au bout de la corde, qui est située à un rayon L du pivot. Donc, on peut utiliser l'équation 11.26 du volume 1 ($I = mr^2$) pour écrire $I = mL^2$, et exprimer ainsi le moment d'inertie du pendule. En insérant cette valeur dans l'équation 1.27, on obtient

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \text{(le pendule simple, faible amplitude),} \tag{1.28}$$

ce qui est une expression simplifiée de la période d'un pendule simple dont la position angulaire par rapport à la position d'équilibre forme de petits angles. (Dans les problèmes de ce chapitre, on supposera que les positions angulaires forment toutes de petits angles.)

Le pendule composé

Un pendule réel, habituellement nommé **pendule composé**, peut avoir une distribution de masse complexe, assez différente de celle d'un pendule simple. Un pendule composé effectue-t-il également un MHS ? Si oui, quelle en est la période ?

La figure 1.10 représente un pendule composé arbitraire, incliné d'un côté selon un angle θ. La force gravitationnelle $\vec{F}_g$ agit sur son centre de masse C, à une distance h du pivot O. Malgré leurs formes différentes, les pendules des figures 1.10 et 1.9 b) révèlent, si on les compare, une seule différence importante entre un pendule composé arbitraire et un pendule simple. Dans un pendule composé, la composante tangentielle $F_g \sin\theta$ de la force gravitationnelle (composante qui exerce une force de rappel vers la position d'équilibre du pendule) a un bras de levier h par rapport au pivot plutôt qu'une longueur L (longueur de la corde). Sous tous les autres aspects, une analyse du pendule composé serait la même que l'analyse du pendule simple, jusqu'à l'équation 1.27. Une fois de plus, on découvrirait (dans le cas d'un petit θ_m) que le mouvement est approximativement un MHS.

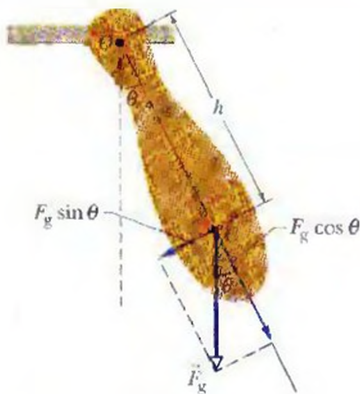


Figure 1.10 Un pendule composé. Le moment de force de rappel est $hF_g \sin\theta$. Lorsque $\theta = 0$, le centre de masse C se trouve directement sous le pivot O.

Si on remplace L par h dans l'équation 1.27, on peut écrire ainsi la période d'un pendule composé :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} \quad \text{(le pendule composé, faible amplitude).} \tag{1.29}$$

Comme dans le cas du pendule simple, I est le moment d'inertie du pendule par rapport à O. Toutefois, I n'équivaut pas simplement à mL^2 (il dépend de la forme du pendule composé), mais est encore proportionnel à m.

Un pendule composé ne balancera pas s'il pivote autour de son centre de masse. De façon formelle, cela équivaut à mettre $h = 0$ dans l'équation 1.29. Cette équation permet alors de prédire que $T \to \infty$, ce qui implique qu'un tel pendule ne complétera jamais une oscillation.

Tout pendule composé qui oscille par rapport à un pivot O donné et avec une période T correspond à un pendule simple de longueur L_0 qui a la même période T.

On peut trouver la valeur de L_0 à l'aide de l'équation 1.28. Le point du pendule composé situé à une distance L_0 du point O se nomme *centre d'oscillation* du pendule composé pour un point de suspension donné.

La mesure de g

Le pendule composé peut servir à mesurer l'accélération en chute libre g à un endroit particulier à la surface de la Terre. (Des milliers de mesures semblables ont été prises lors de prospections géophysiques.)

Pour analyser un cas particulier, on suppose que le pendule est une tige uniforme de longueur L suspendue à une de ses extrémités. Dans un tel pendule, la distance h (de l'équation 1.29) entre le pivot et le centre de masse est de $\frac{1}{2}L$. La case e) du tableau 11.2 du volume 1 indique que le moment d'inertie de ce pendule par rapport à un axe perpendiculaire passant par son centre de masse est de $\frac{1}{12}mL^2$. À l'aide du théorème des axes parallèles donné par l'équation 11.29 du volume 1 ($I = I_{CM} + Mh^2$), on peut alors déterminer que le moment d'inertie par rapport à un axe perpendiculaire passant par une extrémité de la tige est

$$I = I_{CM} + mh^2 = \tfrac{1}{12}mL^2 + m(\tfrac{1}{2}L)^2 = \tfrac{1}{3}mL^2. \tag{1.30}$$

Si on pose $h = \frac{1}{2}L$ et $I = \frac{1}{3}mL^2$ dans l'équation 1.29 et qu'on la résout pour trouver g, on obtient

$$g = \frac{8\pi^2 L}{3T^2}. \tag{1.31}$$

Donc, en mesurant L et la période T, on peut trouver la valeur de g là où se trouve le pendule. (Si une grande précision est requise, quelques mesures supplémentaires doivent être prises ; on peut, par exemple, faire balancer le pendule dans une chambre sous vide.)

Exemple 1.5

Dans la figure 1.11 a), un mètre se balance par rapport à un pivot situé à une de ses extrémités, à une distance h de son centre de masse.

a) Quelle est sa période d'oscillation T ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : le mètre n'est pas un pendule simple, puisque sa masse n'est pas concentrée dans une particule ponctuelle située à l'extrémité opposée à celle du pivot – donc, le mètre est un pendule composé. Sa période est alors donnée par l'équation 1.29, dont la résolution requiert qu'on connaisse le moment d'inertie I du mètre par rapport au pivot. On peut considérer le mètre comme une tige homogène de longueur L et de masse m. Donc, l'équation 1.30 indique que $I = \frac{1}{3}mL^2$ et que la distance h de l'équation 1.29 est $\frac{1}{2}L$. En insérant ces quantités dans l'équation 1.29, on détermine que

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgh}} = 2\pi\sqrt{\frac{\frac{1}{3}mL^2}{mg\left(\frac{1}{2}L\right)}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}} \tag{1.32}$$

$$= 2\pi\sqrt{\frac{(2)(1{,}00\text{ m})}{(3)(9{,}8\text{ m/s}^2)}} = 1{,}64\text{ s}. \qquad \text{(réponse)}$$

Notez que ce résultat ne dépend pas de la masse m du pendule.

b) Quelle est la distance L_0 entre le pivot O de la tige et son centre d'oscillation ?

SOLUTION : Dans ce cas, le concept clé est le suivant : on veut trouver la longueur L_0 du pendule simple (illustré dans la figure 1.11 b)) qui a la même période que le pendule composé (mètre) de la figure 1.11 a).

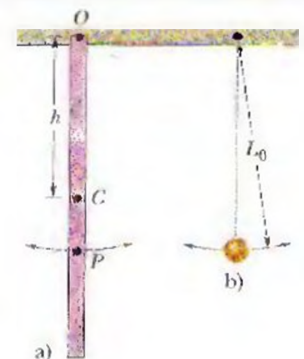


Figure 1.11 Exemple 1.5 a) Un mètre suspendu à une de ses extrémités et constituant un pendule composé b) Un pendule simple dont la longueur L_0 a été déterminée de façon à ce que les périodes des deux pendules soient égales. Le point P sur le pendule illustré en a) indique le centre d'oscillation.

En égalisant les équations 1.28 et 1.32, on obtient

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{2L}{3g}}.$$

On trouve alors

$$L_0 = \tfrac{2}{3}L = (\tfrac{2}{3})(100\text{ cm}) = 66{,}7\text{ cm}. \qquad \text{(réponse)}$$

Dans la figure 1.11 a), le point P est alors à 66,7 cm du pivot O. Donc, le point P est le centre d'oscillation de ce point de suspension donné.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 : Trois pendules composés, dont les masses sont respectivement m_0, $2m_0$ et $3m_0$, ont la même forme et la même taille et sont suspendus au même point. Classez les masses en ordre décroissant selon les périodes d'oscillation des pendules.

Exemple 1.6

Dans la figure 1.12, un manchot (apparemment doué pour les sports nautiques) plonge d'un tremplin homogène. Le tremplin est fixé à une charnière du côté gauche, et attaché à un ressort du côté droit. Il a une longueur $L = 2{,}0$ m et une masse $m = 12$ kg ; la constante de rappel k est 1 300 N/m. Lorsque le manchot plonge, il provoque une oscillation de faible amplitude dans le tremplin et le ressort. En supposant que le tremplin est suffisamment rigide pour ne pas plier, trouvez la période T des oscillations.

SOLUTION : Puisque le système comporte un ressort, on pourrait penser que les oscillations produisent un MHS, mais on évitera de faire cette hypothèse. On appliquera plutôt le concept clé suivant : si le tremplin effectue un MHS, l'accélération et la position de l'extrémité oscillante du tremplin doivent être reliées par une expression ayant la forme de l'équation 1.8 ($a = -\omega^2 x$). Si c'est le cas, on devrait pouvoir trouver ω et T, que l'on cherche à déterminer, à l'aide de cette expression. On peut vérifier la pertinence de cet énoncé en trouvant la relation entre l'accélération et la position de l'extrémité droite du tremplin.

Puisque le tremplin pivote autour de la charnière lorsque l'extrémité droite oscille, il existe un moment de force $\vec{\tau}$ par rapport à la charnière. Ce moment de force est causé par la force $\vec{F}$ exercée par le ressort sur le tremplin. Puisque $\vec{F}$ varie dans le temps, $\vec{\tau}$ doit également varier. De ce fait, on peut, pour tout instant donné, relier les modules de $\vec{\tau}$ et de $\vec{F}$ à l'aide de l'équation 11.31 du volume 1 ($\tau = rF \sin\phi$). Dans ce cas, on a

$$\tau = LF \sin 90°, \tag{1.33}$$

où L est le bras de levier du moment de force de $\vec{F}$, et où ce bras de levier et la direction de la force forment un angle de 90°. En combinant l'équation 1.33 et l'équation 11.36 du volume 1 ($\tau = I\alpha$), on a

$$LF = I\alpha, \tag{1.34}$$

où I est le moment d'inertie du tremplin par rapport à la charnière, et α est son accélération angulaire par rapport à ce point. On peut considérer le tremplin comme une tige mince qui pivote autour d'une extrémité. On déduit donc de l'équation 1.30 que le moment d'inertie I du tremplin est $\frac{1}{3}mL^2$.

On peut aussi imaginer un axe vertical x passant par l'extrémité oscillante du tremplin, la direction positive étant vers le haut. La force exercée par le ressort sur l'extrémité droite du tremplin est alors $F = -kx$, où x est la position verticale de l'extrémité droite mesurée par rapport à sa position d'équilibre.

En substituant ces expressions à I et à F dans l'équation 1.34, on obtient

$$-Lkx = \frac{mL^2\alpha}{3}. \tag{1.35}$$

On a donc une relation entre la position linéaire x (verticale) et l'accélération angulaire α (par rapport à la charnière). On peut remplacer α dans l'équation 1.35 par l'accélération (linéaire) a_x le long de l'axe des x en substituant l'équation 11.22 du volume 1 ($a_\theta = \alpha r$) à l'accélération tangentielle. Dans ce cas, l'accélération tangentielle est a_x et le rayon r est L, de sorte que $\alpha = a_x/L$. Avec cette substitution, l'équation 1.35 devient

$$-Lkx = \frac{mL^2 a_x}{3L},$$

ce qui donne

$$a_x = -\frac{3k}{m}x. \tag{1.36}$$

L'équation 1.36 a la même forme que l'équation 1.8 ($a_x = -\omega^2 x$). Donc, le tremplin produit effectivement un MHS, et la comparaison des équations 1.36 et 1.8 montre que

$$\omega^2 = \frac{3k}{m},$$

ce qui donne $\omega = \sqrt{3k/m}$. Alors, en utilisant l'équation 1.5 ($\omega = 2\pi/T$) pour trouver T, on obtient

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}} = 2\pi\sqrt{\frac{12 \text{ kg}}{3(1\,300 \text{ N/m})}} = 0{,}35 \text{ s} \quad \text{(réponse)}$$

Cela peut sembler surprenant, mais la période ne dépend pas de la longueur L du tremplin.

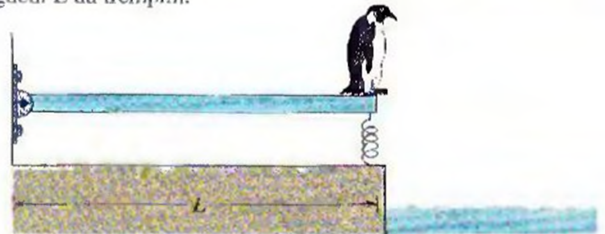


Figure 1.12 Exemple 1.6 Le plongeon du manchot fait osciller le tremplin et le ressort ; le tremplin pivote autour de la charnière située à l'extrémité gauche.

1.7 Le mouvement harmonique simple et le mouvement circulaire uniforme

En 1610, Galilée, en utilisant son nouveau télescope, découvrit les quatre lunes principales de Jupiter. Au cours de ses observations, qui s'étendirent sur des semaines, il lui sembla que chaque lune se déplaçait d'avant en arrière par rapport à la planète, dans ce qu'on appellerait aujourd'hui un mouvement harmonique simple ; le disque de la planète était le point milieu du mouvement. Le rapport des observations de Galilée, écrit de sa main, existe toujours. A. P. French, du MIT, utilisa les données de Galilée pour vérifier la position de la lune Callisto par rapport à Jupiter. Dans les résultats illustrés dans la figure 1.13, les cercles sont basés sur les observations de Galilée, et la courbe trouvée est l'ajustement optimal des données. Cette courbe rappelle grandement l'équation 1.3, qui exprime la fonction de la position dans un MHS. Le graphique permet de mesurer une période d'environ 16,8 jours.

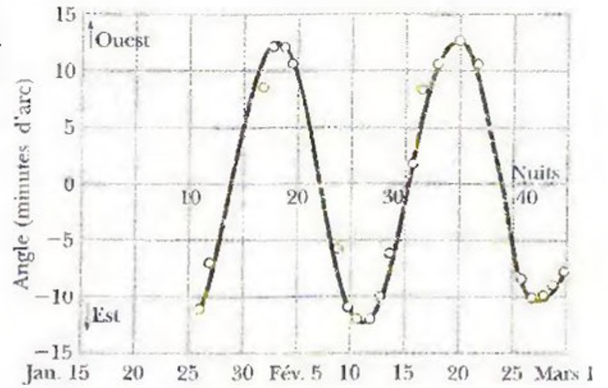
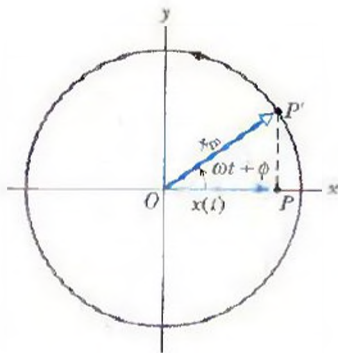


Figure 1.13 L'angle, vu de la Terre, séparant Jupiter et sa lune Callisto. Les cercles représentent les mesures prises par Galilée en 1610. La courbe est l'ajustement optimal, et suggère fortement un mouvement harmonique simple. Par rapport à la distance moyenne entre la Terre et Jupiter, 10 minutes d'arc correspondent à environ 2×10^6 km. (Adapté de A. P. French, *Newtonian Mechanics*, New York, W. W. Norton & Company, 1971, p. 288.)

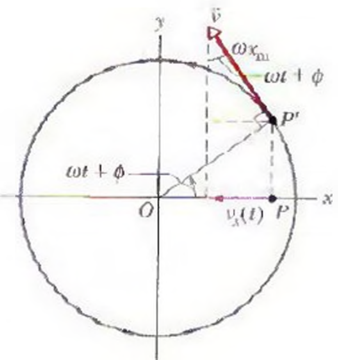
En réalité, Callisto se déplace à une vitesse de module constant sur une orbite essentiellement circulaire autour de Jupiter. Son véritable mouvement – loin d'être un mouvement harmonique simple – est un mouvement circulaire uniforme. Ce que Galilée a vu – et ce que vous pouvez voir avec une bonne paire de jumelles et un peu de patience – est la projection de ce mouvement circulaire uniforme sur une ligne dans le plan du mouvement. Les observations remarquables de Galilée mènent à la conclusion que le mouvement harmonique simple est un mouvement circulaire uniforme, vu de côté. En termes plus clairs, on pourrait dire ce qui suit.

> Un mouvement harmonique simple est une projection d'un mouvement circulaire uniforme sur le diamètre du cercle dans lequel ce mouvement se produit.



La figure 1.14 a) peut servir d'exemple. On y voit une *particule de référence P′* qui se déplace en décrivant un mouvement circulaire uniforme à une vitesse angulaire (constante) ω, sur un *cercle de référence*. Le rayon x_m du cercle est le module du vecteur position de la particule. À tout instant t, la position angulaire de la particule est $\omega t + \phi$, où ϕ est sa position angulaire à $t = 0$.

La projection de la particule P' sur l'axe des x correspond au point P, qu'on peut considérer comme une seconde particule. La projection du vecteur position de la particule P' sur l'axe des x indique l'endroit $x(t)$ où se situe P. Donc, on détermine que



$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi),$$

ce qui correspond précisément à l'équation 1.3. La conclusion précédemment émise est donc valable : si la particule de référence P' décrit un mouvement circulaire uniforme, sa particule de projection P décrit un mouvement harmonique simple le long du diamètre du cercle.

La figure 1.14 b) montre la vitesse $\vec{v}$ de la particule de référence. D'après l'équation 11.18 du volume 1 ($v = \omega r$), le module du vecteur vitesse est ωx_m ; sa projection sur l'axe des x est

$$v_x(t) = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi),$$

qui correspond exactement à l'équation 1.6. Le signe est négatif parce que la composante de la vitesse de P est orientée vers la gauche dans la figure 1.14 b), donc dans la direction négative de l'axe des x.

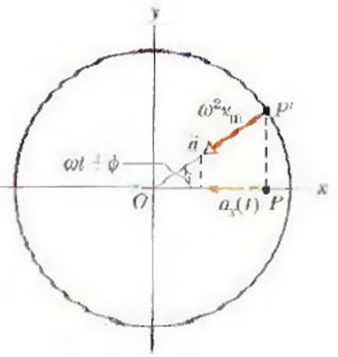


Figure 1.14 a) Une particule de référence P' décrivant un mouvement circulaire uniforme sur un cercle de référence de rayon x_m. Sa projection P sur l'axe des x produit un mouvement harmonique simple. b) La projection de la vitesse $\vec{v}$ de la particule de référence est la vitesse du MHS. c) La projection de l'accélération radiale $\vec{a}$ de la particule de référence est l'accélération du MHS.

La figure 1.14 c) illustre l'accélération $\vec{a}$ de la particule de référence. Cette accélération n'a qu'une composante radiale, car la particule décrit un mouvement circulaire uniforme. D'après l'équation 11.23 du volume 1 ($a_r = \omega^2 r$), le module de l'accélération radiale est $\omega^2 x_m$; sa projection sur l'axe des x est

$$a_x(t) = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi),$$

qui correspond exactement à l'équation 1.7. Donc, que l'on considère la position, la vitesse ou l'accélération, la projection du mouvement circulaire uniforme constitue effectivement un mouvement harmonique simple.

1.8 Le mouvement harmonique simple amorti

Un pendule placé sous l'eau n'oscillera que très brièvement, parce que l'eau exerce une force de résistance qui élimine rapidement le mouvement du pendule. Un pendule oscille mieux à l'air libre, mais le mouvement finit tout de même par s'estomper, car l'air exerce aussi une force de résistance sur le pendule (et le frottement ajoute à cette résistance) et convertit l'énergie mécanique du pendule en énergie thermique.

Lorsque l'amplitude du mouvement d'un oscillateur diminue parce qu'une force externe de résistance est exercée sur celui-ci, on dit que l'oscillateur et son mouvement sont **amortis.** L'exemple idéal de l'amortissement d'un oscillateur est présenté dans la figure 1.15, où un bloc de masse m, attaché à un ressort dont la constante de rappel est k, oscille verticalement. Une tige fixée au bloc se termine par une ailette qui est submergée dans un liquide (la tige et l'ailette ont des masses négligeables). Lorsque l'ailette se déplace verticalement, le liquide exerce une force de résistance sur elle et, par le fait même, sur l'ensemble du système oscillant. Avec le temps, l'énergie mécanique du système bloc-ressort diminue. Cette énergie mécanique est convertie en énergie thermique dans le liquide et l'ailette.

On peut supposer ici que le liquide exerce une **force d'amortissement** $\vec{F}_A$ proportionnelle à la vitesse $\vec{v}$ de l'ailette et du bloc (cette supposition est précise dans la mesure où l'ailette se déplace lentement). La composante de $\vec{F}_A$ le long de l'axe des x de la figure 1.15 est alors

$$F_{Ax} = -bv_x, \tag{1.37}$$

où b est la **constante d'amortissement** qui dépend des caractéristiques de l'ailette et du liquide, et dont l'unité SI est le kilogramme par seconde. Le signe négatif indique que la direction de $\vec{F}_A$ est opposée à la vitesse $\vec{v}$.

La force exercée sur le bloc par le ressort est $F_{Rx} = -kx$. On suppose que la force gravitationnelle sur le bloc est négligeable, comparativement à F_{Ax} et F_{Rx}. On peut alors écrire la deuxième loi de Newton décrivant les composantes le long de l'axe des x sous la forme suivante :

$$-bv_x - kx = ma_x, \tag{1.38}$$

En substituant dx/dt à v_x et d^2x/dt^2 à a_x et en réarrangeant les termes, on obtient cette équation différentielle :

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0. \tag{1.39}$$

La solution de cette équation est

$$x(t) = x_m e^{-bt/2m}\cos(\omega' t + \phi), \tag{1.40}$$

où x_m est l'amplitude et ω' est la fréquence angulaire de l'oscillateur amorti. Cette fréquence angulaire est donnée par

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}. \tag{1.41}$$

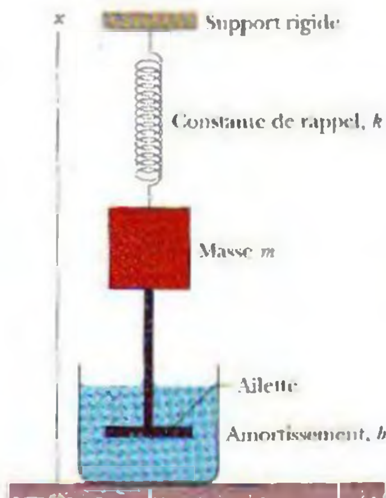


Figure 1.15 Représentation idéale d'un oscillateur harmonique simple amorti. Une ailette immergée dans un liquide exerce une force de résistance sur le bloc lorsque ce dernier oscille parallèlement à l'axe des x.

Si $b = 0$ (absence d'amortissement), l'équation 1.41 se réduit alors à l'équation 1 ($\omega = \sqrt{k/m}$) quant à la fréquence angulaire d'un oscillateur non amorti, et l'équation 1 se réduit à l'équation 1.3 quant à la position en fonction du temps d'un oscillateur r amorti. Si la constante d'amortissement est petite sans être nulle (de sorte que $b \ll \sqrt{k}$ alors $\omega' \approx \omega$.

On peut considérer l'équation 1.40 comme une fonction cosinus dont l'amplitu qui est $x_m e^{-bt/2m}$, diminue graduellement avec le temps, comme le suggère la figure 1. Dans un oscillateur non amorti, l'énergie mécanique demeure constante et est donr par l'équation 1.21 ($E = \frac{1}{2}kx_m^2$). Si l'oscillateur est amorti, l'énergie mécanique n'est p constante mais diminue avec le temps. Si l'amortissement est faible, on peut trouver E en remplaçant x_m dans l'équation 1.21 par $x_m e^{-bt/2m}$, l'amplitude des oscillations amo ties. Ainsi, on détermine que

$$E(t) \approx \tfrac{1}{2}kx_m^2 e^{-bt/m}, \qquad (1.42$$

ce qui indique qu'à l'instar de l'amplitude, l'énergie mécanique diminue de faç exponentielle avec le temps.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5 : Voici trois groupes de valeurs représentant la constante de rappel, la constante d'amortissement et la masse de l'oscillateur amorti de la figure 1.15. Classez en ordre décroissant les groupes de valeurs selon le temps que prendra l'énergie mécanique pour diminuer d'un quart de sa valeur initiale.

Groupe 1	$2k_0$	b_0	m_0
Groupe 2	k_0	$6b_0$	$4m_0$
Groupe 3	$3k_0$	$3b_0$	m_0

Exemple 1.7

Dans l'oscillateur harmonique amorti de la figure 1.15, $m = 250$ g, $k = 85$ N/m et $b = 70$ g/s.

a) Quelle est la période du mouvement ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : puisque $b \ll \sqrt{km} = 4{,}6$ kg/s, la période est approximativement celle d'un oscillateur non amorti. À l'aide de l'équation 1.13, on obtient alors

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0.25\text{ kg}}{85\text{ N/m}}} = 0.34\text{ s}. \quad \text{(réponse)}$$

b) Combien de temps faut-il pour que l'amplitude des oscillations amorties diminue jusqu'à la moitié de sa valeur initiale ?

SOLUTION : Le concept clé à utiliser dans le présent cas est celui-ci : l'amplitude à l'instant t, donnée par l'équation 1.40, est $x_m e^{-bt/2m}$. Elle a la valeur x_m à $t = 0$. Donc, on doit trouver la valeur de t correspondant à

$$x_m e^{-bt/2m} = \tfrac{1}{2}x_m.$$

En simplifiant x_m et en prenant le logarithme naturel de chaque membre de l'équation résultante, on a $\ln\frac{1}{2}$ pour le membre de droite et

$$\ln(e^{-bt/2m}) = -bt/2m$$

pour le membre de gauche. Donc,

$$t = \frac{-2m\ln\frac{1}{2}}{b} = \frac{-(2)(0.25\text{ kg})\left(\ln\frac{1}{2}\right)}{0.070\text{ kg/s}} = 5.0\text{ s}. \quad \text{(réponse)}$$

Puisque $T = 0.34$ s, la diminution de l'amplitude correspond à environ 15 périodes d'oscillation.

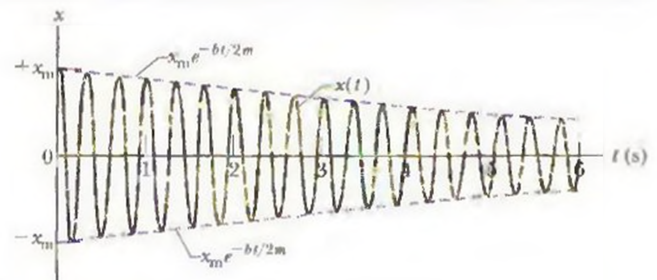


Figure 1.16 La fonction donnant la position $x(t)$ de l'oscillateur de la figure 1.15, avec les valeurs indiquées dans l'exemple 1.7. L'amplitude, qui est de $x_m e^{-bt/2m}$, diminue de façon exponentielle avec le temps.

c) Combien de temps faut-il pour que l'énergie mécanique diminue jusqu'à la moitié de sa valeur initiale ?

SOLUTION : Ici, on exploite le concept clé suivant : selon l'équation 1.42, l'énergie mécanique à l'instant t est $\frac{1}{2}kx_m^2 e^{-bt/m}$. Sa valeur est de $\frac{1}{2}kx_m^2$ à $t = 0$. Donc, on doit trouver la valeur de t correspondant à

$$\tfrac{1}{2}kx_m^2 e^{-bt/m} = \tfrac{1}{2}\left(\tfrac{1}{2}kx_m^2\right).$$

Si on divise les deux membres de cette équation par $\frac{1}{2}kx_m^2$ et qu'on la résout pour trouver t comme on l'a fait précédemment, on peut déterminer que

$$t = \frac{-m\ln\frac{1}{2}}{b} = \frac{-(0.25\text{ kg})\left(\ln\frac{1}{2}\right)}{0.070\text{ kg/s}} = 2.5\text{ s}. \quad \text{(réponse)}$$

Cela équivaut exactement à la moitié du temps calculé en b), ou à environ 7,5 périodes d'oscillation. La figure 1.16 illustre cet exemple.

1.9 Les oscillations forcées et la résonance

Une personne qui se balance sans qu'aucune autre personne ne la pousse est un exemple d'*oscillation libre*. Toutefois, si quelqu'un imprime périodiquement une poussée au balancement, ce dernier a des *oscillations forcées*, ou *dirigées*. Deux fréquences angulaires sont associées à un système produisant des oscillations forcées : 1) la fréquence angulaire *naturelle* ω du système, qui est la fréquence angulaire à laquelle il oscillerait après avoir été momentanément perturbé, et 2) la fréquence angulaire ω_e de la force d'entraînement externe causant les oscillations forcées.

On peut utiliser l'équation 1.15 pour représenter un oscillateur harmonique simple idéal, si on suppose que le support rigide peut se déplacer vers le haut et le bas à une fréquence angulaire variable ω_e. Un tel oscillateur forcé oscille à la fréquence angulaire ω_e de la force d'entraînement, et sa position $x(t)$ est donnée par

$$x(t) = x_m \cos(\omega_e t + \phi), \tag{1.43}$$

où x_m est l'amplitude des oscillations.

L'amplitude du mouvement x_m dépend d'une fonction complexe de ω_e et de ω. Le module de la vitesse maximale v_m des oscillations est plus facile à décrire : il atteint sa valeur maximale lorsque

$$\omega_e = \omega \quad \text{(la résonance)}, \tag{1.44}$$

une condition nommée **résonance**. L'équation 1.44 exprime elle aussi la condition *approximative* où l'amplitude du mouvement x_m des oscillations est maximale. Donc, si vous effectuez une poussée de balancement à sa fréquence angulaire naturelle, l'amplitude du mouvement et le module de la vitesse augmenteront pour atteindre des valeurs élevées ; il s'agit là d'une chose que les enfants apprennent rapidement à force d'essayer. Si vous effectuez une poussée à d'autres fréquences angulaires, qu'elles soient plus élevées ou plus basses, l'amplitude du mouvement et le module de la vitesse seront plus faibles.

La figure 1.17 montre comment l'amplitude du mouvement d'un oscillateur dépend de la fréquence angulaire ω_e de la force d'entraînement, en fonction de trois valeurs du coefficient d'amortissement b. Notez que, dans les trois cas, l'amplitude est maximale tout près de la valeur $\omega_e/\omega = 1$, c'est-à-dire lorsque la condition de résonance est remplie. Les courbes de la figure 1.17 montrent qu'un amortissement moindre produit un *pic de résonance* plus haut et plus étroit.

Toutes les structures mécaniques ont une ou plusieurs fréquences angulaires naturelles, et si une structure est soumise à une grande force d'entraînement externe qui correspond à une de ses fréquences angulaires, les oscillations résultantes de la structure

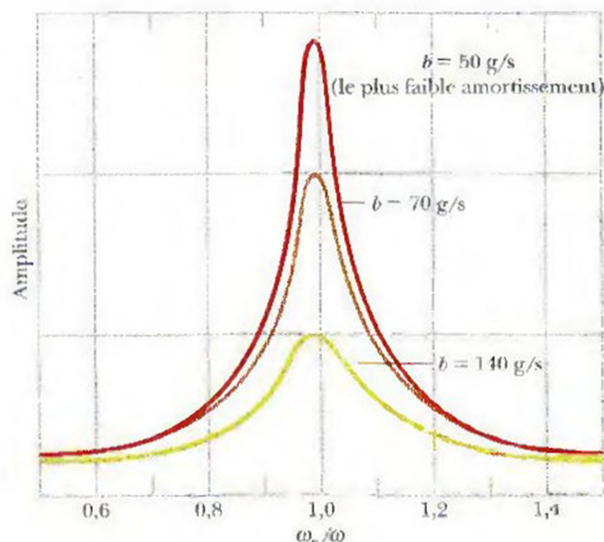


Figure 1.17 L'amplitude du mouvement x_m d'un oscillateur forcé varie lorsque la fréquence angulaire ω_e de la force exercée est modifiée. L'amplitude est maximale *approximativement* à $\omega_e/\omega = 1$, ce qui est la condition de résonance. Les courbes correspondent à trois valeurs de la constante d'amortissement b.

peuvent causer sa défaillance. Par exemple, les concepteurs d'avions doivent s'assurer qu'aucune des fréquences angulaires naturelles à laquelle une aile peut osciller ne correspond à la fréquence angulaire des moteurs durant les vols. Une aile qui vibrerait violemment lorsque le moteur atteint certaines vitesses serait évidemment très dangereuse.

Le tremblement de terre qui survint à Mexico en septembre 1985 constituait un séisme majeur (8,1 sur l'échelle de Richter), mais les ondes sismiques résultantes auraient normalement été trop faibles pour causer des dommages étendus en atteignant la ville de Mexico, située à environ 400 km de l'épicentre. Toutefois, une bonne partie de la ville a été édifiée sur un ancien lit de lac, où le sol est meuble et humide. Si l'amplitude des ondes sismiques est demeurée faible dans le sol assez stable séparant l'épicentre de Mexico, elle a, par contre, augmenté de manière significative dans le sol meuble soutenant la cité. Le module de l'accélération des ondes atteignit $0,20g$, et la fréquence angulaire était surtout concentrée autour de 3 rad/s, ce qui en étonna plus d'un. Non seulement le sol trembla-t-il fortement, mais plusieurs édifices de hauteur moyenne eurent des fréquences angulaires de résonance d'environ 3 rad/s. La plupart de ces édifices s'effondrèrent lors du tremblement de terre, alors que les édifices moins élevés (dont les fréquences angulaires de résonance étaient plus élevées) et les édifices plus hauts (dont les fréquences angulaires de résonance étaient moins élevées) résistèrent.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

La fréquence La *fréquence* f d'un mouvement périodique ou oscillatoire est le nombre d'oscillations effectué par seconde. Dans le système SI, elle est mesurée en hertz :

$$1 \text{ hertz} = 1 \text{ Hz} = 1 \text{ oscillation par seconde} = 1 \text{ s}^{-1}. \quad (1.1)$$

La période La *période* T est le temps requis pour effectuer une oscillation complète, ou **cycle**. Elle est reliée à la fréquence par

$$T = \frac{1}{f}. \quad (1.2)$$

Le mouvement harmonique simple Dans un *mouvement harmonique simple* (MHS), la position $x(t)$ d'une particule par rapport à sa position d'équilibre est décrite par l'équation

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \phi) \quad \text{(la position)}, \quad (1.3)$$

où x_m est l'**amplitude** du mouvement, la quantité $(\omega t + \phi)$ est la **phase** du mouvement et ϕ est la **constante de phase**. La **fréquence angulaire** ω est reliée à la période et à la fréquence du mouvement par

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad \text{(la fréquence angulaire)}. \quad (1.5)$$

La dérivée par rapport au temps de l'équation 1.3 mène aux équations de la vitesse et de l'accélération d'une particule en MHS en fonction du temps :

$$v_x = -\omega x_m \sin(\omega t + \phi) \quad \text{(la vitesse)} \quad (1.6)$$

et

$$a_x = -\omega^2 x_m \cos(\omega t + \phi) \quad \text{(l'accélération)}. \quad (1.7)$$

Dans l'équation 1.6, la quantité positive ωx_m est le module de **vitesse maximale** v_m du mouvement. Dans l'équation 1.7, la quantité positive $\omega^2 x_m$ est le module de l'**accélération maximale** a_m du mouvement.

L'oscillateur linéaire Une particule de masse m qui se déplace en étant soumise à une force de rappel découlant de la loi de Hooke, donnée par $F_{Rx} = -kx$, décrit un mouvement harmonique simple où

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{(la fréquence angulaire)} \quad (1.12)$$

et

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad \text{(la période)}. \quad (1.13)$$

Un tel système se nomme **oscillateur harmonique simple**, ou **oscillateur linéaire**.

L'énergie Une particule qui décrit un mouvement harmonique simple a, en tout temps, une énergie cinétique $K = \frac{1}{2}mv^2$ et une énergie potentielle $U = \frac{1}{2}kx^2$. En l'absence de frottement, l'énergie mécanique $E = K + U$ demeure constante, même si K et U varient.

Les pendules Le **pendule de torsion** de la figure 1.7, le **pendule simple** de la figure 1.9 et le **pendule composé** de la figure 1.10 sont des exemples de dispositifs effectuant un mouvement harmonique simple. En présence de petites oscillations, leurs périodes d'oscillation sont respectivement

$$T = 2\pi\sqrt{I/\kappa}, \quad (1.23)$$

$$T = 2\pi\sqrt{L/g}, \quad (1.28)$$

et

$$T = 2\pi\sqrt{I/mgh}. \quad (1.29)$$

Le mouvement harmonique simple et le mouvement circulaire uniforme Un mouvement harmonique simple est la projection d'un mouvement circulaire uniforme sur le diamètre du cercle où il se produit. La figure 1.14 montre la projection de tous les paramètres du mouvement circulaire (position, vitesse et accélération) pour donner les valeurs correspondantes du mouvement harmonique simple.

Le mouvement harmonique simple amorti Dans un système d'oscillations réel, l'énergie mécanique E diminue durant les oscillations sous l'effet de forces externes, comme une force de résistance, ce qui ralentit les oscillations et convertit l'énergie mécanique en énergie thermique. On dit alors que l'oscillateur et son mouvement sont **amortis**. Si la **force d'amortissement** est donnée par $\vec{F}_A = -b\vec{v}$, où $\vec{v}$ est la vitesse de l'oscillateur et b est une **constante d'amortissement**, la position de l'oscillateur est alors donnée par

$$x(t) = x_m e^{-bt/2m} \cos(\omega' t + \phi), \quad (1.40)$$

où ω', la fréquence angulaire de l'oscillateur amorti, est donnée par

$$\omega' = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}}. \quad (1.41)$$

Si la constante d'amortissement est petite ($b \ll \sqrt{km}$), alors $\omega' \approx \omega$, où ω est la fréquence angulaire de l'oscillateur non amorti. Lorsque b est petit, l'énergie mécanique E de l'oscillateur est donnée par

$$E(t) \approx \tfrac{1}{2} k x_m^2 e^{-bt/m}. \quad (1.42)$$

Les oscillations forcées et la résonance Si une force d'entraînement externe dont la fréquence angulaire est ω_e agit sur un système oscillant ayant une fréquence angulaire *naturelle* ω, le système oscillera à la fréquence angulaire ω_e. Le module de la vitesse v_m du système atteint une valeur maximale

$$\omega_e = \omega, \quad (1.44)$$

une condition nommée **résonance.** L'amplitude x_m du mouvement est (approximativement) maximale dans les mêmes conditions.

QUESTIONS

1. Laquelle des relations suivantes entre l'accélération a_x et la position x d'une particule correspond à un MHS : a) $a_x = 0{,}5x$, b) $a_x = 400x^2$, c) $a_x = -20x$, d) $a_x = -3x^2$?

2. Si vous deviez trouver la vitesse à t = 2 s dans un MHS où x = (2,0 m) cos(5t), feriez-vous la substitution de t avant de dériver par rapport à t, ou l'inverse ?

3. L'accélération $a_x(t)$ d'une particule en MHS est représentée dans la figure 1.18. a) Lequel des points indiqués correspond à la position de la particule quand elle est à $-x_m$? b) Au point 4, la vitesse de la particule est-elle positive, négative ou nulle ? c) Au point 5, la particule est-elle à $-x_m$, à $+x_m$, à 0, entre $-x_m$ et 0 ou entre 0 et $+x_m$?

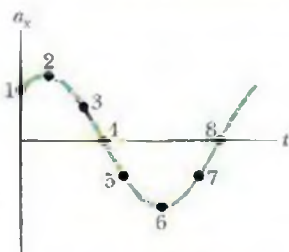


Figure 1.18 Question 3

4. Laquelle ou lesquelles des propositions suivantes correspond à ϕ dans le MHS de la figure 1.19 a) ? a) $-\pi < \phi < -\pi/2$, b) $\pi < \phi < 3\pi/2$, c) $-3\pi/2 < \phi < -\pi$?

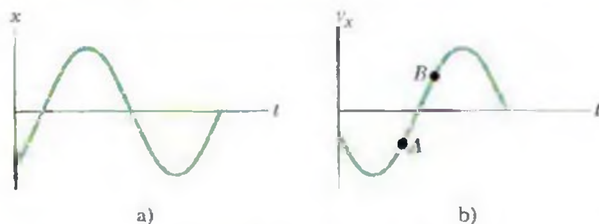


Figure 1.19 Questions 4 et 5

5. La vitesse $v_x(t)$ d'une particule en MHS est représentée à la figure 1.19 b). La particule est-elle momentanément immobile, ou se dirige-t-elle vers $-x_m$ ou vers $+x_m$: a) au point A du graphique, b) au point B du graphique ? La particule est-elle à $-x_m$, à $+x_m$, à 0, entre $-x_m$ et 0 ou entre 0 et $+x_m$ lorsque sa vitesse correspond c) au point A et d) au point B ? Le module de la vitesse de la particule augmente-t-il e) au point A et f) au point B ?

6. La figure 1.20 indique, en fonction de trois situations, les positions $x(t)$ d'une paire d'oscillateurs harmoniques simples (A et B), qui sont identiques sauf en ce qui concerne la phase. Dans chaque cas, quel déphasage (en radians et en degrés) est requis pour décaler la courbe A et la faire coïncider avec la courbe B ? Parmi les réponses possibles, choisissez le déphasage dont la valeur absolue est la plus faible.

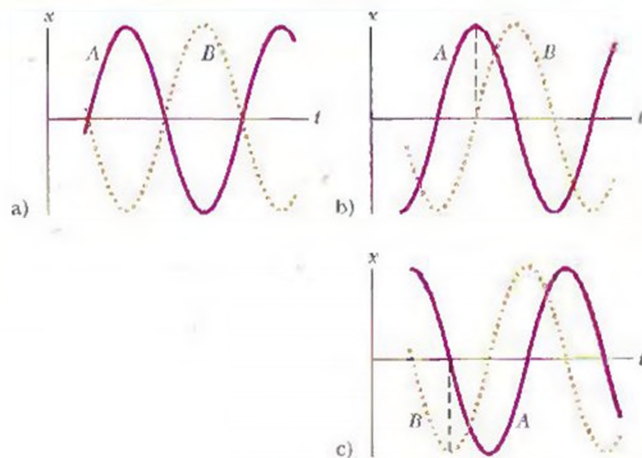


Figure 1.20 Question 6

7. Les figures 1.21 a) et b) illustrent, sous forme d'instantanés pris au même moment, les positions de quatre oscillateurs dont les masses et les constantes de rappel sont identiques. Quelle est la différence de phase entre les deux oscillateurs de a) la figure 1.21 a) ? b) entre ceux de la figure 1.21 b) ? c) Quelle est la différence de phase entre l'oscillateur rouge de la figure 1.21 a) et l'oscillateur vert de la figure 1.21 b) ?

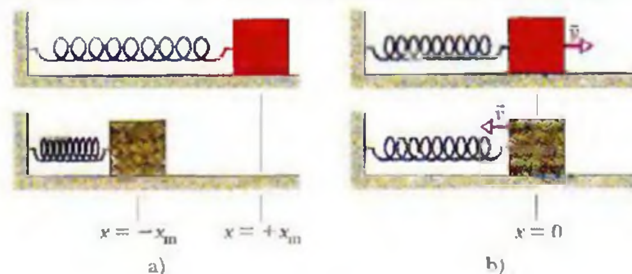


Figure 1.21 Question 7

8. a) Dans la figure 1.22 a), quelle courbe correspond à l'accélération $a_x(t)$ en fonction de la position $x(t)$ d'un oscillateur harmonique simple ? b) Dans la figure 1.22 b), quelle courbe correspond à la vitesse $v_x(t)$ en fonction de $x(t)$?

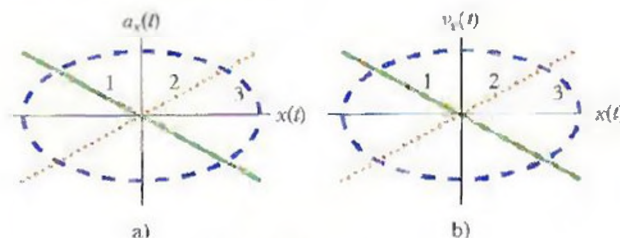


Figure 1.22 Question 8

9. Dans la figure 1.23, un bloc A de petite taille repose sur un plus gros bloc B et il y a un coefficient de frottement statique non nul entre les deux blocs. Le bloc B, qui repose sur une surface lisse, est initialement à $x = 0$, et le ressort est à sa longueur naturelle ; on tire ensuite le bloc sur une distance d vers la droite, puis on le relâche. Lorsque le système bloc-ressort entreprend un MHS d'une amplitude x_m, le bloc A est sur le point de glisser sur le bloc B. a) L'accélération du bloc A est-elle constante ou variable ? b) Le module de la force de frottement qui fait accélérer A est-il constant ou variable ? c) A devrait-il commencer à glisser à $x = 0$, ou à $x = \pm x_m$? d) Si le déplacement initial du MHS avait été plus grand que d, le glissement aurait-il alors été plus probable ou moins probable ? (Préparation en vue du problème 16)



Figure 1.23 Question 9

10. Dans la figure 1.24, un système bloc-ressort est soumis à un MHS lors de deux expériences. Dans la première, le bloc est tiré à une distance d_1 de sa position d'équilibre, puis relâché. Dans la deuxième, il est tiré à une plus grande distance, soit d_2, de sa position d'équilibre avant d'être relâché. a) L'amplitude est-elle plus grande, moins grande ou la même dans la deuxième expérience, par rapport à la première ? b) et la période ? c) la fréquence ? d) l'énergie cinétique maximale ? e) l'énergie potentielle maximale ?

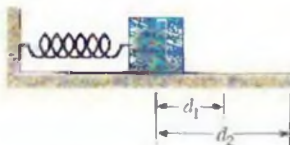


Figure 1.24 Question 10

11. La figure 1.25 présente trois pendules composés constitués de sphères uniformes identiques de même masse, solidement reliées par des tiges identiques de masse négligeable. Chaque pendule est en position verticale, et est libre de pivoter autour du point de suspension O. Classez les pendules en ordre décroissant selon leur période d'oscillation.

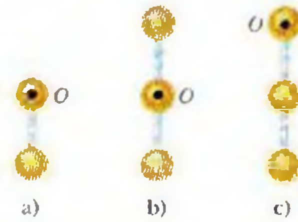


Figure 1.25 Question 11

12. (Suite de l'exercice 36 de la section « Exercices et problèmes ») Si la vitesse du projectile était plus grande, les composantes suivantes du MHS résultant auraient-elles une plus grande valeur, une valeur moindre ou la même valeur ? a) l'amplitude, b) la période, c) l'énergie potentielle maximale.

13. Vous devez construire un dispositif de transfert d'oscillations comme celui illustré dans la figure 1.26. Le dispositif consiste en deux systèmes bloc-ressort suspendus à une tige flexible. Lorsque le ressort du système 1 est étiré puis relâché, le MHS résultant du système 1 fait osciller la tige à la fréquence f_1. La tige exerce ensuite une force d'entraînement sur le système 2, avec la même fréquence f_1. Vous avez le choix entre quatre ressorts dont les constantes de rappel k sont de 1 600 N/m, 1 500 N/m, 1 400 N/m et 1 200 N/m, et entre quatre blocs dont les masses m sont de 800 kg, 500 kg, 400 kg et 200 kg. Déterminez lesquels des 4 ressorts et des 4 blocs devraient être assortis dans chacun des deux systèmes afin de maximiser l'amplitude des oscillations dans le système 2.

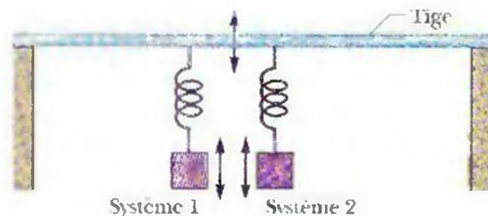


Figure 1.26 Question 13

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 1.3 La deuxième loi de Newton appliquée à un mouvement harmonique simple

1E. Un objet soumis à un mouvement harmonique simple prend 0,25 s pour se déplacer entre un point de vitesse nulle et le prochain point où la vitesse est nulle. La distance entre ces deux points est de 36 cm. Calculez a) la période, b) la fréquence et c) l'amplitude du mouvement.

2E. Un système bloc-ressort oscillant met 0,75 s avant de recommencer une nouvelle oscillation. Trouvez a) la période, b) la fréquence en hertz et c) la fréquence angulaire en radians par seconde du mouvement d'oscillation.

3E. Un oscillateur se compose d'un bloc de masse $m = 0{,}500$ kg relié à un ressort. Lorsque les oscillations ont une amplitude de 35,0 cm, l'oscillateur répète son mouvement à chaque 0,500 s. Trouvez a) la période, b) la fréquence, c) la fréquence angulaire, d) la constante de rappel, e) le module de la vitesse maximale du mouvement et f) le module de la force maximale exercée sur le bloc par le ressort.

4E. Quel est le module de l'accélération maximale d'une plateforme qui oscille avec une amplitude de 2,20 cm à une fréquence de 6,60 Hz ?

5E. Les oscillations d'un diaphragme produisent un son musical dans un haut-parleur. Si l'amplitude des oscillations est limitée à $1{,}0 \times 10^{-3}$ mm, quelles fréquences entraîneront une accélération ayant un module excédant g dans le diaphragme ?

6E. L'échelle graduée d'une balance à ressort dont la lecture va de 0 à 15,0 kg mesure 12,0 cm de longueur. Un objet suspendu à la balance oscille verticalement à une fréquence de 2,00 Hz. a) Quelle est la constante de rappel ? b) Quel est le poids de l'objet ?

7E. Une particule de masse $m = 1{,}00 \times 10^{-20}$ kg oscille en décrivant un mouvement harmonique simple dont la période est $1{,}00 \times 10^{-5}$ s et à une vitesse maximale ayant un module de $1{,}00 \times 10^{3}$ m/s. Calculez a) la fréquence angulaire et b) l'amplitude du mouvement de la particule.

8E Un petit objet d'une masse de 0,12 kg est soumis à un mouvement harmonique simple d'une amplitude de 8,5 cm et dont la période est 0,20 s. a) Quel est le module de la force maximale qui s'exerce sur lui ? b) Si les oscillations sont causées par un ressort, quelle en est la constante de rappel ?

9E La lame d'un rasoir électrique se déplace vers l'avant et l'arrière en décrivant un mouvement harmonique simple et sur une distance maximale de 2,0 mm. La fréquence du mouvement est de 120 Hz. Trouvez a) l'amplitude du mouvement, b) le module de la vitesse maximale de la lame et c) le module de l'accélération maximale de la lame.

10E Le diaphragme d'un haut-parleur oscille en décrivant un mouvement harmonique simple à une fréquence de 440 Hz et en effectuant un mouvement d'une amplitude de 0,75 mm. Quels sont a) la fréquence angulaire, b) le module de la vitesse maximale et c) le module de l'accélération maximale ?

11E Le châssis d'une automobile est monté sur quatre ressorts identiques. Dans une automobile, les ressorts sont ajustés afin que les oscillations verticales aient une fréquence de 3,00 Hz. a) Quelle est la constante de rappel de chaque ressort si la masse de l'automobile est de 1 450 kg et est également répartie entre les ressorts ? b) Quelle est la fréquence des oscillations si 5 passagers, ayant chacun une masse de 73,0 kg, se retrouvent à bord de l'automobile (nous considérons encore une fois que la masse totale est également répartie entre les ressorts) ?

12E Un objet oscille en décrivant un mouvement harmonique simple donné par l'équation

$$x(t) = (6{,}0\ \text{m}) \cos[(3\pi\ \text{rad/s})t + \pi/3\ \text{rad}].$$

À $t = 2{,}0$ s, quelles sont a) la position, b) la vitesse, c) l'accélération et d) la phase du mouvement ? Quelles sont e) la fréquence et f) la période du mouvement ?

13E Dans un moteur de locomotive, le piston de la culasse a une course (le double de l'amplitude) de 0,76 m. Si le piston effectue un mouvement harmonique simple dont la fréquence angulaire est de 180 tr/min, quel est le module de sa vitesse maximale ?

14P La figure 1.27 montre un astronaute utilisant un engin de mesure de la masse corporelle. Conçu pour les véhicules spatiaux en orbite, cet instrument permet aux astronautes de mesurer leur masse dans les conditions d'apesanteur qui existent quand ils sont en orbite autour de la Terre. Le dispositif se compose d'un siège installé sur un ressort : l'astronaute mesure sa période d'oscillation sur le siège ; il déduit la masse à l'aide de la formule décrivant la période d'un système oscillateur bloc-ressort. a) Si M est la masse de l'astronaute et m est la masse effective de la partie du dispositif qui oscille, démontrez que

$$M = (k/4\pi^2)T^2 - m,$$



Figure 1.27 Problème 14

où T est la période d'oscillation et k est la constante de rappel. b) Lors de la mission Skylab 2, la constante de rappel du dispositif était $k = 605{,}6$ N/m ; la période d'oscillation du siège non occupé était de 0,901 49 s. Calculez la masse effective du siège. c) Lorsqu'un astronaute prend place sur le siège, la période d'oscillation est de 2,088 32 s. Calculez la masse de l'astronaute.

15P Dans un port, les vagues soulèvent et abaissent la surface de l'océan d'une distance d (du plus haut au plus bas niveau) en décrivant un mouvement harmonique simple, dont la période est de 12,5 h. Combien de temps faut-il pour que l'eau baisse d'une distance $d/4$ par rapport à son plus haut niveau ?

16P Dans la figure 1.28, deux blocs ($m = 1{,}0$ kg et $M = 10$ kg) et un ressort ($k = 200$ N/m) sont disposés sur une surface horizontale sans frottement. Le coefficient de frottement statique entre les deux blocs est de 0,40. Quelle amplitude devrait avoir le mouvement harmonique simple du système bloc-ressort pour que le petit bloc soit sur le point de glisser sur le gros bloc ?



Figure 1.28 Problème 16

17P Un bloc se trouve sur une surface horizontale (une table vibrante) qui oscille d'avant en arrière en décrivant un mouvement harmonique simple et à une fréquence de 2,0 Hz. Le coefficient de frottement statique entre le bloc et la surface est de 0,50. Quelle amplitude le MHS peut-il atteindre sans que le bloc glisse sur la surface ? www

18P Un bloc repose sur un piston qui se déplace verticalement en décrivant un mouvement harmonique simple. a) Si la période du MHS est de 1,0 s, à quelle amplitude le bloc et le piston cesseront-ils d'être en contact ? b) Si le piston a une amplitude de 5 cm, quelle est la fréquence maximale qui permettra au bloc et au piston de demeurer continuellement en contact ?

19P Un oscillateur se compose d'un bloc attaché à un ressort ($k = 400$ N/m). À l'instant t, la position (mesurée à partir du point d'équilibre du système), la vitesse et l'accélération du bloc sont $x = 0{,}100$ m, $v_x = -13{,}6$ m/s et $a_x = -123$ m/s^2. Calculez a) la fréquence des oscillations, b) la masse du bloc et c) l'amplitude du mouvement. www

20P Un oscillateur linéaire se compose d'un bloc de masse $m = 2{,}00$ kg attaché à un ressort ($k = 100$ N/m). À $t = 1{,}00$ s, la position et la vitesse du bloc sont $x = 0{,}129$ m et $v_x = 3{,}415$ m/s. a) Quelle est l'amplitude des oscillations ? Quelles étaient b) la position et c) la vitesse du bloc à $t = 0$ s ?

21P Un ressort de masse négligeable est suspendu au plafond et un petit objet est attaché à son extrémité inférieure. L'objet est initialement maintenu au repos à une position y_i, de sorte que le ressort est à sa longueur naturelle. L'objet est ensuite relâché et oscille verticalement, sa position la plus basse étant 10 cm sous y_i. a) Quelle est la fréquence des oscillations ? b) Quel est le module de la vitesse de l'objet lorsqu'il se trouve à 8,0 cm sous sa position initiale ? c) Un objet de masse $m = 300$ g est attaché au premier objet, et le système oscille par la suite à la moitié de la fréquence initiale. Quelle est la masse du premier objet ? d) Par rapport à y_i, quelle est la nouvelle position d'équilibre avec les deux objets attachés au ressort ?

22P Deux particules effectuent un mouvement harmonique simple de même amplitude et de même fréquence, en suivant deux lignes parallèles rapprochées. Elles se croisent en allant dans des directions

opposées chaque fois que leur position correspond à la moitié de leur amplitude. Quelle est leur différence de phase ?

23P. Deux particules oscillent en décrivant un mouvement harmonique simple le long d'un segment d'une droite de longueur A. Les deux particules ont une période de 1,5 s, mais présentent une différence de phase de $\pi/6$ rad. a) À quelle distance sont-elles l'une de l'autre (par rapport à A) 0,500 s après que la particule en retard a atteint l'extrémité de sa trajectoire ? b) Se déplacent-elles alors dans la même direction, l'une vers l'autre, ou en s'éloignant l'une de l'autre ?

24P. Dans la figure 1.29, deux ressorts identiques dont la constante de rappel est k sont attachés à un bloc de masse m, et sont fixés à des supports. Démontrez que la fréquence des oscillations du bloc sur la surface sans frottement est

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2k}{m}}.$$

25P. Supposez que les deux ressorts de la figure 1.29 ont des constantes de rappel différentes k_1 et k_2. Démontrez que la fréquence des oscillations du bloc est alors donnée par

$$f = \sqrt{f_1^2 + f_2^2},$$

où f_1 et f_2 sont les fréquences auxquelles le bloc oscillerait s'il n'était relié qu'au ressort 1 ou au ressort 2. www



Figure 1.29 Problèmes 24 et 25

26P. Le bout d'une des pointes d'un diapason soumis à un mouvement harmonique simple d'une fréquence de 1 000 Hz a une amplitude de 0,40 mm. Trouvez a) le module de l'accélération maximale et b) le module de la vitesse maximale de la pointe du diapason. Trouvez c) le module de l'accélération et d) le module de la vitesse de la pointe du diapason lorsque la pointe est à la position $x = 0{,}20$ mm.

27P. Dans la figure 1.30, deux ressorts sont reliés bout à bout et attachés à un bloc de masse m. La surface est lisse et sans frottement. Si les deux ressorts ont une constante de rappel k, démontrez que

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{2m}}$$

donne la fréquence des oscillations du bloc.

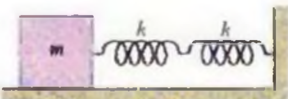


Figure 1.30 Problème 27

28P. Dans la figure 1.31, un bloc pesant 14,0 N glisse sans frottement sur une pente inclinée de 40°. Il est relié au sommet de la pente par un ressort de masse négligeable mesurant 0,450 m lorsqu'il n'est pas étiré, et dont la constante de rappel est 120 N/m. a) À quelle distance du sommet de la pente le bloc atteint-il sa position d'équilibre ?

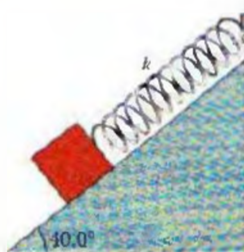


Figure 1.31 Problème 28

b) Si le bloc est tiré légèrement vers le bas à partir de sa position d'équilibre puis relâché, quelle est la période des oscillations résultantes ?

29P. Un ressort uniforme, qui a une longueur L lorsqu'il n'est pas étiré et une constante de rappel k, est coupé en deux sections de longueurs (non étirées) L_1 et L_2, où $L_1 = nL_2$. Quelles sont les constantes de rappel correspondantes a) k_1 et b) k_2 en fonction de n et k ? Si un bloc est attaché au ressort original, comme on le voit dans la figure 1.5, il oscille à la fréquence f. Si le ressort est remplacé par la section L_1 ou L_2, la fréquence correspondante est f_1 ou f_2. Trouvez c) f_1 et d) f_2 en fonction de f. www

30P. Dans la figure 1.32, trois wagons contenant 10 000 kg de charbon sont maintenus immobiles par un câble parallèle à la pente, sur une voie ferrée inclinée de 30° desservant une galerie minière. Le câble s'étire de 15 cm juste avant que l'attelage cède entre les deux derniers wagons, permettant ainsi à celui du bas de se détacher. En supposant que le câble obéit à la loi de Hooke, trouvez a) la fréquence et b) l'amplitude des oscillations résultantes dans les deux premiers wagons.



Figure 1.32 Problème 30

SECTION 1.4 L'énergie dans le mouvement harmonique simple

31E. Trouvez la valeur de l'énergie mécanique d'un système bloc-ressort ayant une constante de rappel de 1,3 N/cm et une amplitude d'oscillations de 2,4 cm.

32E. Un système oscillant bloc-ressort a une énergie mécanique de 1,00 J, une amplitude de 10,0 cm et une vitesse maximale de 1,20 m/s. Trouvez a) la constante de rappel, b) la masse du bloc et c) la fréquence des oscillations.

33E. Un objet de 5,00 kg sur une surface sans frottement est attaché à un ressort dont la constante de rappel est de 1 000 N/m. À $t = 0$, l'objet se déplace à une distance horizontale de 50,0 cm de son point d'équilibre, et a une vitesse ayant un module de 10,0 m/s en direction du point d'équilibre. a) Quelle est la fréquence du mouvement ? Quelles sont b) l'énergie potentielle initiale du système bloc-ressort, c) l'énergie cinétique initiale et d) l'amplitude des oscillations ? www

34E. Un lance-pierres (fictif) de grande taille est étiré de 1,50 m pour lancer un projectile de 130 g à une vitesse ayant un module suffisant pour qu'il échappe à l'attraction terrestre (11,2 km/s). Supposez que les bandes élastiques du lance-pierres obéissent à la loi de Hooke. a) Quelle est la constante de rappel du dispositif si toute l'énergie potentielle élastique est convertie en énergie cinétique ? b) Supposez qu'une personne peut exercer une force moyenne de 220 N. Combien de personnes faudrait-il pour étirer les bandes élastiques ?

35E. Un ressort vertical s'étire de 9,6 cm pour atteindre sa position d'équilibre lorsqu'on attache un bloc de 1,3 kg à son extrémité. a) Calculez la constante de rappel. Le bloc est ensuite déplacé de 5,0 cm vers le bas, puis relâché. Trouvez b) la période, c) la fréquence, d) l'amplitude et e) le module de la vitesse maximale du MHS résultant.

36E. Un bloc de masse M, au repos sur une table horizontale sans frottement, est attaché à un support rigide par un ressort de constante k. Un projectile de masse m et ayant une vitesse $\vec{v}$ frappe le bloc, comme cela est illustré dans la figure 1.33. Le projectile s'encastre dans le bloc. Déterminez a) le module de la vitesse du bloc immédiatement après l'impact et b) l'amplitude du mouvement harmonique simple qui en résulte.

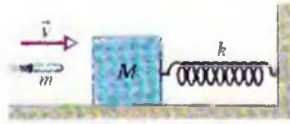


Figure 1.33 Exercice 36

37E. Dans un MHS, lorsque la position correspond à la moitié de l'amplitude x_m, quelle fraction de l'énergie mécanique totale est a) de l'énergie cinétique et b) de l'énergie potentielle ? c) À quelle position l'énergie mécanique totale du système sera-t-elle composée en parts égales d'énergie cinétique et d'énergie potentielle ?

38P. Une particule de 10 g effectue un mouvement harmonique simple ayant une amplitude de $2,0 \times 10^{-3}$ m, et une accélération maximale de module $8,0 \times 10^3$ m/s². La constante de phase est $-\pi/3$ rad. a) Écrivez l'équation exprimant la force exercée sur la particule en fonction du temps. b) Quelle est la période du mouvement ? c) Quel est le module de la vitesse maximale de la particule ? d) Quelle est l'énergie mécanique totale de cet oscillateur harmonique simple ?

39P*. Un bloc de 4,0 kg est suspendu à un ressort dont la constante de rappel est de 500 N/m. Un projectile de 50 g est lancé dans le bloc directement du dessous, à une vitesse ayant un module 150 m/s, et s'y encastre. a) Trouvez l'amplitude du mouvement harmonique simple qui résulte de l'impact. b) Quel pourcentage de l'énergie cinétique initiale du projectile est transformé en énergie mécanique de l'oscillateur harmonique ? www

SECTION 1.5 L'oscillateur harmonique simple angulaire

40E. Un disque uniforme, plat et circulaire, a une masse de 3,00 kg et un rayon de 70,0 cm. Il est dans un plan horizontal et suspendu à un fil vertical fixé à son centre. Si on impose au disque une rotation de 2,50 rad par rapport au fil, un moment de force de 0,060 0 N · m est requis pour garder cette orientation. Calculez a) le moment d'inertie du disque par rapport au fil, b) la constante de torsion et c) la fréquence angulaire de ce pendule de torsion lorsqu'on le laisse osciller.

41P. La roue de balancier d'une montre oscille avec une amplitude angulaire de π rad et une période de 0,500 s. Trouvez a) le module de la vitesse angulaire maximale de la roue, b) la vitesse angulaire de la roue lorsque sa position angulaire est de $\pi/2$ rad et c) le module de l'accélération angulaire de la roue lorsque sa position angulaire est de $\pi/4$ rad.

SECTION 1.6 Les pendules

42E. Dans la figure 1.34, un boulet de démolition de 2 500 kg se balance à l'extrémité du câble d'une grue. La section du câble qui se balance mesure 17 m. a) Trouvez la période de l'oscillation, en considérant ce système comme un pendule simple. b) La période dépend-elle de la masse du boulet ?

43E. Quelle est la longueur d'un pendule simple qui indique les secondes en complétant un balancement complet gauche-droite-gauche toutes les 2,0 s ?

44E. Une athlète assise sur un trapèze se balance de l'arrière vers l'avant en décrivant un mouvement d'une période de 8,85 s. Si elle se lève, et hausse ainsi le centre de masse du *trapèze et le sien* de 35,0 cm, quelle sera la nouvelle période du système ? Considérez *le trapèze et l'athlète* comme un pendule simple.

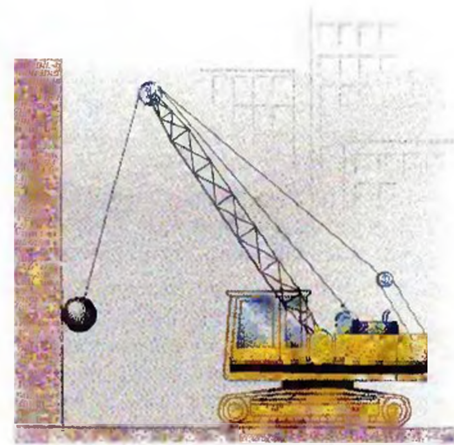


Figure 1.34 Exercice 42

45E. Un pendule composé est fait d'un mètre rigide qui pivote autour d'un petit trou percé à une distance d de la marque de 50 cm. La période d'oscillation est de 2,5 s. Trouvez d. www

46E. Dans la figure 1.35, un pendule composé est formé d'un disque rigide uniforme (de masse M et de rayon R) supporté dans un plan vertical par un pivot situé à une distance d de son centre. Ce disque est déplacé d'un petit angle, puis relâché. Trouvez l'expression de la période du mouvement harmonique simple résultant.

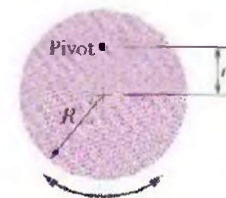


Figure 1.35 Exercice 46

47E. Un pendule se compose d'une longue tige mince homogène de longueur L et de masse m, qui pivote autour d'un point sur cette tige situé à une distance d au-dessus du centre de la tige. a) Trouvez la période de ce pendule en fonction de d, de L, de m et de g, en supposant que l'oscillation est de faible amplitude. Qu'arrive-t-il à la période b) si d diminue, c) si L augmente ou d) si m augmente ?

48E. Un disque uniforme de rayon $R = 12,5$ cm est suspendu, comme un pendule composé, par un point situé sur sa circonférence. a) Quelle est sa période ? b) À quelle distance radiale $r < R$ y a-t-il un pivot qui donnerait la même période ?

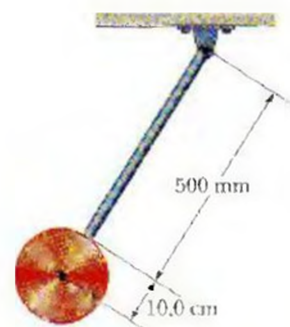


Figure 1.36 Exercice 49

49E Le pendule de la figure 1.36 se compose d'un disque uniforme d'un rayon de 10,0 cm et d'une masse de 500 g attaché à une tige uniforme dont la longueur est 500 mm et la masse est 270 g. a) Calculez le moment d'inertie du pendule par rapport au pivot. b) Quelle est la distance entre le pivot et le centre de masse du pendule ? c) Calculez la période d'oscillation.

50E a) Dans l'exemple 1.5, si le pendule composé est inversé et suspendu au point P, quelle est sa période d'oscillation ? b) La période est-elle plus grande, plus petite ou égale à la période initiale ?

51E Dans l'exemple 1.5, on a vu que le centre d'oscillation d'un pendule composé est situé à une distance $2L/3$ de son point de suspension. Démontrez que la distance entre le point de suspension et le centre d'oscillation d'un pendule composé de n'importe quelle forme est I/mh, où I et h représentent les valeurs indiquées dans l'équation 1.29, et m est la masse du pendule.

52P Un bâton de longueur L oscille comme un pendule composé, pivotant autour du point O, comme le montre la figure 1.37. a) Dérivez l'expression de la période du pendule par rapport à L et à x, qui est la distance entre le pivot et le centre de masse du pendule. b) À quelle valeur de x/L correspond la période minimale ? c) Démontrez que si $L = 1{,}00$ m et $g = 9{,}80$ m/s², cette période minimale est de 1,53 s.

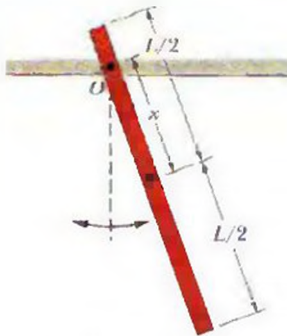


Figure 1.37 Problème 52

53P Dans la figure 1.38, une longue tige uniforme de longueur L et de masse m peut pivoter librement dans un plan horizontal, autour d'un axe vertical qui passe par son centre. Un ressort, dont la constante de rappel est k, est relié horizontalement à une extrémité de la tige et à un mur fixe. Lorsque la tige est au point d'équilibre, elle est parallèle au mur. Quelle est la période des petites oscillations qui se produisent lorsqu'on fait pivoter légèrement la tige et qu'on la relâche ? www



Figure 1.38 Problème 53

54P Un pendule composé de longueur L et de masse m est suspendu dans une automobile qui se déplace à une vitesse de module constant v en formant d'un cercle de rayon R. Si le pendule oscille faiblement dans la direction radiale autour de sa position d'équilibre, quelle est sa fréquence d'oscillation ?

55P Quelle est la fréquence d'un pendule composé d'une longueur de 2,0 m a) dans une chambre, b) dans un ascenseur dont l'accélération de 2,0 m/s² vers le haut est et c) en chute libre ?

56P Relativement à un pendule simple, trouvez l'amplitude angulaire θ_m à laquelle le moment de force de rappel requis pour un mouvement harmonique simple dévie de 1,0 % par rapport au moment de force de rappel réel du pendule. (Voir l'annexe D, « Développement des fonctions trigonométriques ».)

57P Un pendule simple de longueur R se déplace en formant un arc de cercle. a) En considérant que l'accélération radiale du pendule lorsqu'il passe par sa position d'équilibre, correspond à celle d'un mouvement circulaire uniforme (v^2/R), démontrez que la tension de la corde est de $mg(1 + \theta_m^2)$ à cette position si l'angle θ_m est de faible amplitude. (Voir « Développement des fonctions trigonométriques » dans l'annexe D.) b) Dans le cas d'autres positions du pendule la tension est-elle plus grande, plus petite ou la même ?

58P Une roue peut tourner librement autour de son essieu fixe. Un ressort est attaché à un de ses rayons à une distance r de l'essieu, comme le montre la figure 1.39. a) En considérant la roue comme un cerceau mince de masse m et de rayon R, trouvez la fréquence angulaire des faibles oscillations de ce système en fonction de m, de R, de r et de la constante de rappel k. En quoi le résultat change-t-il si b) $r = R$ et c) $r = 0$?

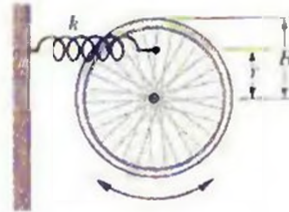


Figure 1.39 Problème 58

SECTION 1.8 Le mouvement harmonique simple amorti

59E Dans l'exemple 1.7, quel est le rapport entre l'amplitude des oscillations amorties et l'amplitude initiale, après 20 oscillations complètes ?

60E L'amplitude d'un oscillateur légèrement amorti diminue de 3 % à chaque cycle. Quelle fraction de l'énergie mécanique de l'oscillateur est perdue après chaque oscillation complète ?

61E Dans le système illustré dans la figure 1.15, le bloc a une masse de 1,50 kg et la constante de rappel est de 8,00 N/m. La force d'amortissement est donnée par $-b(dx/dt)$, où $b = 230$ g/s. Supposez que le bloc est initialement tiré vers le bas à partir de sa position d'équilibre sur une distance de 12,0 cm, puis relâché. a) Calculez le temps requis pour que l'amplitude des oscillations résultantes diminue jusqu'à un tiers de sa valeur initiale. b) Combien d'oscillations le bloc a-t-il alors complétées ?

62P Vous examinez les propriétés oscillatoires du système de suspension d'une automobile de 2 000 kg. La suspension s'affaisse de 10 cm lorsqu'elle supporte entièrement l'automobile. D'autre part, l'amplitude des oscillations diminue de 50 % durant une oscillation complète. Estimez les valeurs a) de la constante de rappel k et b) de la constante d'amortissement b dans le système amortisseur-ressort d'une roue, en supposant que chaque roue supporte 500 kg.

SECTION 1.9 Les oscillations forcées et la résonance

63E Dans l'équation 1.43, supposez que l'amplitude x_m est donnée par

$$x_m = \frac{F_m}{[m^2(\omega_e^2 - \omega^2)^2 + b^2\omega_e^2]^{1/2}},$$

où F_m est le module (constante) de la force externe exercée par le support rigide sur le ressort dans la figure 1.15. À la résonance, quels sont a) l'amplitude et b) le module de la vitesse maximale de l'objet oscillant ?

64P Une automobile de 1 000 kg transportant quatre personnes de 82 kg se déplace sur une route cahoteuse parsemée de nids de poule à tous les 4,0 m, ce qui la fait rebondir sur ses ressorts de suspension. L'automobile rebondit avec une amplitude maximale lorsque sa vitesse est de 16 km/h. Elle s'arrête et les quatre passagers en descendent. De quelle hauteur l'automobile s'élève-t-elle sur ses ressorts de suspension à la suite de cette réduction de la masse ?

2 Les ondes

Lorsqu'un insecte se déplace à quelques dizaines de centimètres du scorpion des sables, celui-ci se retourne immédiatement et bondit vers lui (pour s'en délecter). Le scorpion agit ainsi sans voir ni entendre l'insecte (il s'agit d'un animal nocturne).



Comment le scorpion peut-il localiser sa proie aussi précisément ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.

2.1 Les ondes et les particules

Pour entrer en contact avec un ami éloigné, on peut lui écrire une lettre ou lui téléphoner.

Le premier choix (la lettre) implique le concept de « particules » : un objet matériel se déplace d'un endroit à un autre, transportant de l'information et de l'énergie. Dans la plupart des chapitres précédents, il était question de particules ou de systèmes de particules.

Le second choix (l'appel téléphonique) implique le concept d'« ondes », qui fera l'objet des prochains chapitres. Dans une onde, l'information et l'énergie se déplacent d'un point à un autre sans qu'aucun objet matériel soit transmis du point de départ au point d'arrivée de l'onde. Durant votre appel téléphonique, une onde sonore transporte d'abord votre message de vos cordes vocales au combiné de l'appareil. À partir de là, une onde électromagnétique prend le relais et circule dans un fil de cuivre, dans une fibre optique ou dans l'atmosphère (et possiblement dans un système de télécommunication par satellite). À l'arrivée, une autre onde sonore intervient entre le téléphone et l'oreille de votre ami. Le message a été transmis, même si aucun objet en contact avec vous n'a atteint votre ami. Léonard de Vinci comprenait bien la nature des ondes. Il avait observé que, souvent, la vague s'éloigne du lieu de sa création, bien que l'eau ne se déplace pas, et qu'il en était de même des ondes produites par le vent dans un champ de graminées, où on voit les ondulations traverser le champ alors que les épis restent en place.

Les *particules* et les *ondes* sont les deux grands concepts de la *physique classique*, car on peut associer presque tous les phénomènes que nous pouvons observer avec nos sens à l'un ou à l'autre de ces concepts. Il y a une grande différence entre les deux concepts. Le mot *particule* suggère une infime concentration de matière capable de transmettre de l'énergie. Le mot *onde* suggère exactement l'opposé, soit une transmission d'énergie qui utilise un espace relativement grand. On laissera maintenant le concept de particules de côté afin de se concentrer sur celui des ondes.

2.2 Les types d'ondes

Il existe trois principaux types d'ondes :

1. ***Les ondes mécaniques.*** Ces ondes vous sont familières car vous les rencontrez souvent ; il s'agit, notamment, des ondulations à la surface de l'eau, des ondes sonores et des ondes sismiques. Toutes ces ondes possèdent certaines propriétés essentielles : elles obéissent aux lois de Newton et ne peuvent exister qu'en présence d'un milieu matériel comme l'eau, l'air ou les roches.
2. ***Les ondes électromagnétiques.*** Ces ondes vous sont moins familières, bien que vous les utilisiez presque constamment ; elles comprennent la lumière visible et la lumière ultraviolette, les ondes de la radio et de la télévision, les micro-ondes, les rayons X et les ondes des radars. Ces ondes n'ont pas besoin d'un milieu matériel pour se propager. Les ondes lumineuses des étoiles, par exemple, voyagent dans le vide interstellaire avant d'atteindre la Terre. Toutes les ondes électromagnétiques voyagent dans le vide à une vitesse ayant le même module c, dont la valeur est

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s} \quad \text{(le module de la vitesse de la lumière).} \tag{2.1}$$

3. ***Les ondes de matière.*** Même si on utilise couramment ces ondes dans la technologie moderne, vous les connaissez probablement fort peu. Ces ondes sont associées aux électrons, aux protons et aux autres particules fondamentales, et même aux atomes et aux molécules. Ces ondes se nomment les ondes de matière, car on croit qu'elles constituent la matière.

On traitera dans ce chapitre de sujets relatifs à tous les types d'ondes. On se servira toutefois des ondes mécaniques pour donner des exemples particuliers.

2.3 Les ondes transversales et les ondes longitudinales

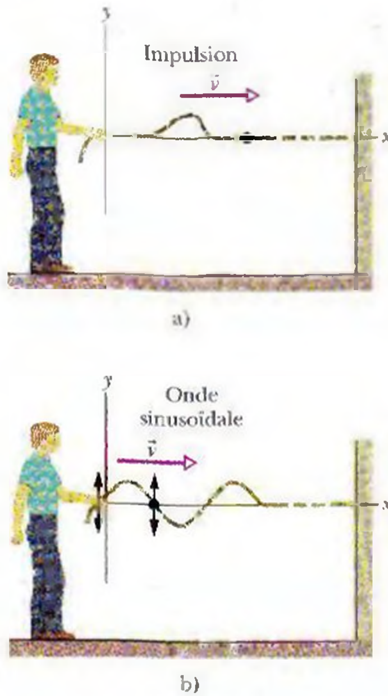


Figure 2.1 a) Une impulsion est transmise le long d'une corde tendue. Un segment de corde (marqué d'un point) se soulève et revient à sa position d'équilibre après le passage de l'impulsion. Le mouvement du segment est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde ; l'impulsion est donc une *onde transversale*.
b) Une onde sinusoïdale est transmise par la corde. Chaque segment de corde se soulève et s'abaisse plusieurs fois pendant le passage de l'onde. Il s'agit également d'une onde transversale.

Une onde qui se propage dans une corde tendue constitue le plus simple exemple d'une onde mécanique. Si vous secouez de haut en bas l'extrémité d'une corde tendue, une onde se propagera dans la corde sous la forme d'une impulsion, comme le montre la figure 2.1 a). Cette impulsion et son déplacement ne peuvent se produire que si la corde est tendue. Lorsque vous tirez l'extrémité de la corde vers le haut, le segment adjacent est soulevé sous l'effet de la tension entre les deux segments. Ce segment se soulève et commence à soulever le segment suivant, et ainsi de suite. Pendant ce temps, vous avez commencé à tirer votre extrémité de la corde vers le bas. Tandis que certains segments se soulèvent successivement, d'autres commencent à être tirés vers le bas par des segments voisins. Le résultat net est qu'une distorsion (l'impulsion) se déplace le long de la corde, à une vitesse $\vec{v}$.

Si vous déplacez votre main vers le haut et le bas en effectuant un mouvement harmonique simple continu, une onde continue se propage dans la corde à une vitesse $\vec{v}$. Puisque le mouvement de votre main est une fonction sinusoïdale par rapport au temps, l'onde a une forme sinusoïdale à tout instant donné, comme l'illustre la figure 2.1 b) : on remarque que l'onde a la forme d'une fonction sinus ou cosinus.

Dans cet exemple, on considère seulement une corde « idéale », dans laquelle aucune force (de frottement, par exemple) ne vient atténuer ou déformer l'onde pendant qu'elle se propage. De plus, on suppose que la corde a une longueur infinie afin de ne pas tenir compte de la réflexion de l'onde à l'autre extrémité.

On peut étudier les ondes de la figure 2.1 en examinant les **profils d'ondes** (les formes prises par les ondes) pendant qu'elles se propagent vers la droite. On pourrait aussi examiner le mouvement d'un élément de la corde qui oscille verticalement pendant qu'une onde le traverse. On constaterait que le déplacement de tout élément de corde oscillant est *perpendiculaire* à la direction de la propagation de l'onde, comme l'indique la figure 2.1. Il s'agit dans ce cas d'un mouvement **transversal**, et ce type d'onde se nomme alors **onde transversale.** La figure 2.2 montre comment une onde sonore peut être produite par un piston dans un long tube rempli d'air. Si vous déplacez rapidement le piston vers la droite puis vers la gauche, vous pouvez envoyer une impulsion sonore dans le tube. Le piston, en se déplaçant vers la droite, déplace les molécules d'air dans cette direction et modifie la pression d'air à cet endroit. Cette augmentation de pression pousse ensuite vers la droite les molécules d'air qui sont un peu plus loin dans le tube. Lorsque le piston se déplace vers la gauche, la pression d'air diminue devant lui. Après s'être déplacées vers la droite, les molécules les plus proches, puis celles qui sont plus éloignées, reviennent vers la gauche. Le mouvement de l'air et la variation de pression se dirigent donc vers la droite dans le tube, à la manière d'une impulsion.

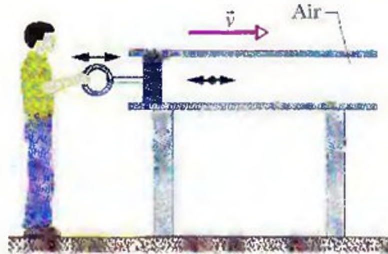


Figure 2.2 Une onde sonore est produite dans un tube rempli d'air lorsqu'on déplace un piston vers l'avant et l'arrière. Puisque les oscillations d'une molécule d'air (représentée par le point noir) sont parallèles à la direction de la propagation de l'onde, il s'agit d'une *onde longitudinale*.

Si vous poussez et tirez sur le piston en effectuant un mouvement harmonique simple, comme on le voit à la figure 2.2, une onde sinusoïdale se propage dans le tube. Comme le mouvement des molécules d'air est parallèle au déplacement de l'onde, ce mouvement est **longitudinal**, et il s'agit alors d'une **onde longitudinale.** Dans ce chapitre, on se concentrera sur les ondes transversales et, en particulier, sur les ondes qui se propagent dans une corde ; dans le chapitre 3, on étudiera les ondes longitudinales, et plus particulièrement les ondes sonores.

Les ondes transversales et longitudinales sont toutes les deux des **ondes progressives**, parce qu'elles se déplacent d'un point à un autre, comme d'une extrémité à l'autre de la corde dans la figure 2.1, ou d'une extrémité à l'autre du tube dans la figure 2.2. Notez que c'est l'onde qui se déplace à la vitesse $\vec{v}$, et non la matière (corde ou air) dans laquelle elle se propage. Cela est également vrai pour les petites vagues que l'on produit lorsque, par exemple, on jette un caillou dans un étang calme. Pour vous en convaincre, observez le mouvement d'une feuille morte déposée à la surface de l'eau : celle-ci effectuera un mouvement de haut en bas dans les vaguelettes et non le long de la surface de l'eau.

Le scorpion des sables illustré à la première page du chapitre se sert des ondes transversales et longitudinales pour localiser sa proie. Lorsqu'un insecte remue le sable, même faiblement, il transmet des impulsions à la surface du sable (voir la figure 2.3).

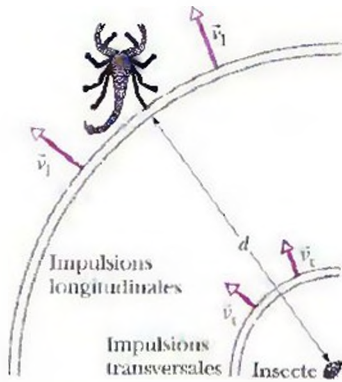


Figure 2.3 Un mouvement de l'insecte envoie des impulsions longitudinales rapides et des impulsions transversales plus lentes à la surface du sable. Le scorpion des sables intercepte d'abord les impulsions longitudinales ; dans le présent cas, c'est la patte arrière droite qui détecte en premier les impulsions.

Un groupe d'impulsions longitudinales se déplace à une vitesse dont le module est $v_l = 150$ m/s. Un autre groupe d'ondes transversales se déplace à une vitesse ayant un module $v_t = 50$ m/s.

Le scorpion, avec ses 8 pattes écartées formant un cercle d'environ 5 cm de diamètre, intercepte les impulsions longitudinales plus rapides, et détermine la direction de l'insecte ; cette direction lui est indiquée par la patte qui a été perturbée en premier par les impulsions. Le scorpion analyse ensuite l'intervalle de temps Δt entre cette première interception et l'interception des impulsions transversales plus lentes, et peut déterminer la distance d qui le sépare de l'insecte. Cette distance est donnée par

$$\Delta t = \frac{d}{v_t} - \frac{d}{v_l},$$

ce qui donne

$$d = (75 \text{ m/s})\,\Delta t.$$

Par exemple, si $\Delta t = 4{,}0$ ms, alors $d = 30$ cm, et cela indique au scorpion la position exacte de l'insecte.

2.4 La longueur d'onde et la fréquence

Pour décrire de façon complète une onde se propageant dans une corde (et le mouvement de tous les petits segments de la corde), on doit avoir une fonction qui donne la forme de l'onde. Cela signifie qu'on a besoin d'une relation de la forme $y = h(x, t)$, où on exprime y, le déplacement transversal de tout segment de corde par rapport à sa position d'équilibre, comme une fonction h du temps t et de la position x du petit segment de corde. En général, une forme sinusoïdale comme celle de l'onde de la figure 2.1 b) peut être décrite, avec h, comme une fonction sinus ou cosinus ; les deux donnent la même forme générale à l'onde. On utilisera, dans ce chapitre, la fonction sinus.

Imaginez une onde sinusoïdale comme celle de la figure 2.1 b) se propageant dans la direction positive de l'axe des x. Quand l'onde traverse les éléments successifs (soit de très courts segments) de la corde, ces éléments oscillent parallèlement à l'axe des y. On pose que la corde tendue est sur l'axe des x lorsqu'elle est en équilibre (c'est-à-dire lorsqu'il n'y a pas d'onde qui s'y propage) ; donc $y = 0$ pour tous les éléments de la corde à leur position d'équilibre. À l'instant t, le déplacement y (par rapport à la position d'équilibre) de l'élément situé à la position x est donné par

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi), \qquad (2.2)$$

où y_m, k, ω et ϕ sont des constantes ; leurs significations et la façon de déterminer leurs valeurs font l'objet des paragraphes suivants. Puisque cette équation est écrite en fonction de la position x, elle peut servir à trouver les déplacements de tous les éléments de la corde en fonction du temps t. Donc, elle peut indiquer la forme de l'onde à tout instant donné, de même que les changements de forme à mesure que l'onde se déplace dans la corde. Les noms et les descriptions des quantités de l'équation 2.2 sont indiqués à la figure 2.4.

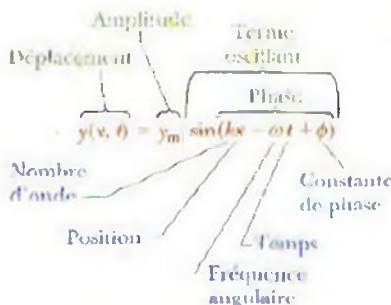


Figure 2.4 Les noms des quantités de l'équation 2.2 dans le cas d'une onde sinusoïdale transversale

Avant d'en discuter, toutefois, on doit examiner la figure 2.5, qui présente cinq « instantanés » d'une onde sinusoïdale se propageant dans la direction positive de l'axe des x. Le mouvement de l'onde est indiqué par la progression vers la droite de la petite flèche orientée vers une crête de l'onde. D'un instantané à l'autre, la petite flèche se déplace vers la droite avec la forme de l'onde, mais la corde ne se déplace que parallèlement à l'axe des y. Pour vérifier cette observation, on suit le mouvement de l'élément de corde rouge situé à $x = 0$. Dans le premier instantané (voir la figure 2.5 a)), il est à $y = 0$. Dans le deuxième, il est extrêmement bas parce qu'un creux (ou une *vallée*) de l'onde le traverse. Il passe ensuite de nouveau par $y = 0$. Dans le quatrième instantané, il est à son plus haut point parce qu'une crête (ou un *sommet*) de l'onde le traverse. Dans le dernier instantané, il se trouve de nouveau à $y = 0$ et a effectué une oscillation complète.

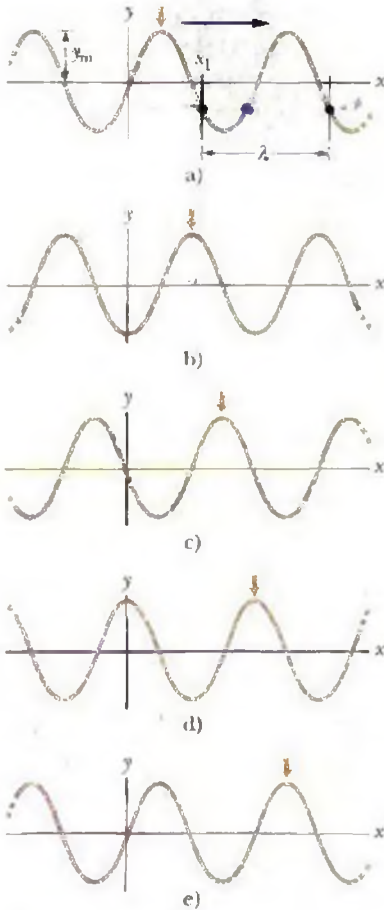


Figure 2.5 Cinq « instantanés » d'une onde sinusoïdale se déplaçant dans une corde dans la direction positive de l'axe des x. L'amplitude y_m est indiquée, de même qu'une longueur d'onde λ, mesurée à partir d'une position arbitraire x_1.

L'amplitude et la phase

L'**amplitude** y_m d'une onde, comme celle de la figure 2.5, correspond au module du déplacement maximal des éléments de la corde à partir de leurs positions d'équilibre pendant le passage de l'onde. (L'indice m signifie « maximum ».) Puisqu'il s'agit d'une amplitude, y_m est *toujours* une quantité *positive*, même lorsqu'elle est mesurée vers le bas et non vers le haut, comme l'illustre la figure 2.5 a).

La **phase** d'une onde est l'*argument* $kx - \omega t + \phi$ de la fonction sinus de l'équation 2.2. Au moment où une onde traverse un élément de corde à une position x donnée, la phase change linéairement avec le temps t. Cela signifie que la valeur du sinus change également, oscillant entre +1 et −1. Sa valeur positive extrême ($\sin(kx - \omega t + \phi) = +1$) correspond à une crête de l'onde qui traverse l'élément ; donc, la valeur maximale de y à une position x donnée est y_m. Sa valeur négative extrême ($\sin(kx - \omega t + \phi) = -1$) correspond à un creux de l'onde qui traverse l'élément ; donc, la valeur minimale de y à une position x donnée est $-y_m$. La fonction sinus d'une onde, dont la valeur de la phase varie dans le temps, correspond donc à l'oscillation d'un élément de la corde, et l'amplitude de l'onde détermine les déplacements extrêmes de l'élément.

La longueur d'onde et le nombre d'onde

La **longueur d'onde** λ est la distance (parallèlement à la direction de propagation de l'onde) entre deux éléments successifs de la corde qui se comportent de façon identique dans le temps (entre deux crêtes successives, par exemple). Une longueur d'onde λ typique est indiquée à la figure 2.5 a), qui représente un instantané d'une onde à l'instant $t = 0$. À cet instant, l'équation 2.2 donne

$$y(x, 0) = y_m \sin(kx + \phi). \tag{2.3}$$

Par définition, le déplacement y est le même pour deux éléments de la corde distants d'une longueur d'onde, soit à $x = x_1$ et à $x = x_1 + \lambda$ (voir la figure 2.5 a]). Donc, l'équation 2.3 donne

$$\begin{aligned} y_m \sin(kx_1 + \phi) &= y_m \sin[k(x_1 + \lambda) + \phi] \\ &= y_m \sin(kx_1 + k\lambda + \phi). \end{aligned} \tag{2.4}$$

Puisqu'un cycle complet d'une fonction sinus commence à se répéter lorsque sa phase (ou son argument) est augmentée de 2π rad, on doit avoir $k\lambda = 2\pi$ afin que $\sin(kx_1 + \phi)$ soit égal à $\sin(kx_1 + k\lambda + \phi)$, donc

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{(le nombre d'onde).} \tag{2.5}$$

On nomme k le **nombre d'onde** de l'onde ; en unités SI, il est exprimé en rad/m (radians par mètre). (Notez que le symbole k *ne* désigne *pas* ici la constante d'élasticité [de rappel], comme précédemment.)

On remarque que l'onde de la figure 2.5 se déplace de $\frac{1}{4}\lambda$ entre deux instantanés. Donc, au cinquième instantané, elle s'est déplacée de 1λ vers la droite.

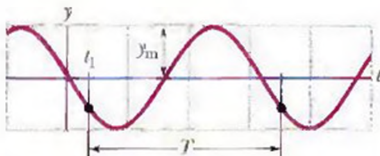


Figure 2.6 Représentation graphique du déplacement de l'élément de corde situé à $x = 0$ en fonction du temps, au moment où l'onde sinusoïdale de la figure 2.5 le traverse. L'amplitude y_m est indiquée, de même qu'une période T, mesurée à partir d'un instant donné t_1.

La période, la fréquence et la fréquence angulaire

La figure 2.6 est un graphe du déplacement y (de l'équation 2.2) en fonction du temps t à une position donnée de la corde, soit $x = 0$. Si vous observez la corde, vous verrez que l'élément de la corde à cette position se déplace verticalement en un mouvement harmonique simple donné par l'équation 2.2 avec $x = 0$:

$$\begin{aligned} y(0, t) &= y_m \sin(-\omega t + \phi) \\ &= -y_m \sin(\omega t - \phi), \end{aligned} \tag{2.6}$$

où on a utilisé le fait que $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$, où α est un angle quelconque. La figure 2.6 est un graphe de cette équation ; elle *ne* représente *pas* la forme de l'onde, mais le déplacement par rapport au temps de l'élément de corde situé à $x = 0$.

On définit la **période** d'oscillation T d'une onde comme le temps qu'il faut à tout élément de corde pour compléter une oscillation. Une période typique est indiquée dans le graphe de la figure 2.6. En appliquant l'équation 2.6 aux deux valeurs extrêmes de cet intervalle de temps, soit à $t = t_1$ et $t = t_1 + T$ (voir la figure 2.6), et sachant qu'à ces deux temps, le déplacement y est le même, on obtient

$$-y_m \sin(\omega t_1 - \phi) = -y_m \sin[\omega(t_1 + T) - \phi]$$
$$\sin(\omega t_1 - \phi) = \sin(\omega t_1 + \omega T - \phi). \qquad (2.7)$$

Puisqu'un cycle complet d'une fonction sinus commence à se répéter lorsque sa phase (ou son argument) est augmentée de 2π rad, on doit avoir $\omega T = 2\pi$, ou

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{(la fréquence angulaire).} \qquad (2.8)$$

On nomme ω la **fréquence angulaire** d'une onde ; en unités SI, elle est exprimée en rad/s (radians par seconde). Observez de nouveau les cinq instantanés de l'onde progressive dans la figure 2.5. Il s'écoule un temps $\frac{1}{4}T$ entre deux instantanés. Au cinquième instantané, chacun des éléments de la corde a donc effectué une oscillation complète.

La fréquence f d'une onde correspond à $1/T$ et est reliée à la fréquence angulaire ω par

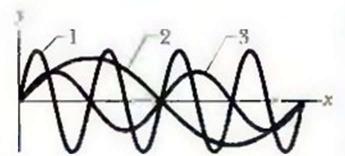
$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \text{(la fréquence).} \qquad (2.9)$$

Comme c'était le cas pour le mouvement harmonique simple, cette fréquence f désigne le nombre d'oscillations par unité de temps ; dans le cas présent, elle représente le nombre d'oscillations par unité de temps d'un élément de corde traversé par une onde. De la même façon que dans le chapitre 1, f est habituellement exprimée en hertz (Hz) ou en multiples du hertz, tels que le kilohertz (kHz).

La constante de phase

La **constante de phase** ϕ possède une signification analogue à celle du chapitre 1. Sa valeur dépend uniquement des conditions initiales. Par exemple, si on considère la forme de la corde à $t = 0$, l'équation 2.2 donne $y(x, 0) = y_m \sin(kx + \phi)$. Si la forme de la corde à cet instant est représentée par la figure 2.5 a), ϕ est nulle car la fonction sinus n'est pas déphasée (elle a la forme $y = y_m \sin(kx)$, soit $y = 0$ lorsque $x = 0$ et elle est croissante pour les faibles valeurs positives de x). Par contre, si la forme de la corde à $t = 0$ est représentée par la figure 2.5 d), on remarque, en observant l'élément de corde situé à $x = 0$, que la fonction sinus est déphasée de $+\pi/2$ ou de $-3\pi/2$ (faites la comparaison avec la figure 2.5 a)), donc $\phi = \pi/2$ ou $\phi = -3\pi/2$.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : Cette figure est une combinaison de trois instantanés, chacun représentant une onde qui se propage dans une corde. Les phases des ondes sont données par a) $2x - 4t$, b) $4x - 8t$ et c) $8x - 16t$. Jumelez chaque phase à l'onde correspondante.



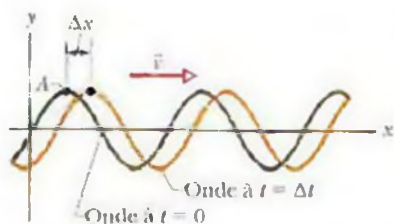


Figure 2.7 Deux instantanés de l'onde de la figure 2.5, à l'instant $t = 0$ et, ensuite, à l'instant $t = \Delta t$. Pendant que l'onde se déplace vers la droite à la vitesse $\vec{v}$, la courbe entière se déplace d'une distance Δx durant l'intervalle de temps Δt. Le point A « accompagne » l'une des crêtes de l'onde, mais les éléments de la corde ne se déplacent que verticalement.

2.5 La vitesse d'une onde sinusoïdale progressive

La figure 2.7 présente deux instantanés de l'onde de l'équation 2.2, pris à deux instants séparés par un court intervalle de temps Δt. L'onde se propage dans la direction positive de l'axe des x (vers la droite dans la figure 2.7) ; le profil entier de l'onde se déplace donc d'une distance Δx dans cette direction durant l'intervalle de temps Δt. Le rapport $\Delta x/\Delta t$ (ou, à la limite si Δt tend vers zéro, dx/dt) représente la composante x de la vitesse de l'onde v_x, qui est égale au module de la **vitesse de l'onde** v, puisque Δx et Δt sont positifs. Comment peut-on déterminer la valeur de v ?

Lorsque l'onde de la figure 2.7 se déplace, chaque point du profil de l'onde en mouvement, comme le point A indiqué sur une crête, conserve son déplacement y. (Les points sur la corde n'ont pas un déplacement y constant, contrairement aux points du *profil* de l'onde.) Puisque le point A possède un déplacement y qui est constant, la phase de l'équation 2.2 générant ce déplacement doit demeurer constante :

$$kx - \omega t + \phi = \text{une constante.} \qquad (2.10)$$

Notez que, même si cet argument (phase) est constant, x et t changent tous les deux. En fait, lorsque t augmente, x augmente également, de sorte que l'argument demeure constant. Cela confirme que l'onde se déplace dans la direction positive de l'axe des x.

Pour trouver le module de la vitesse de l'onde v, on prend la dérivée de l'équation 2.10 par rapport au temps et on obtient

$$k\frac{dx}{dt} - \omega = 0$$

ou

$$\frac{dx}{dt} = v = \frac{\omega}{k}. \qquad (2.11)$$

En utilisant l'équation 2.5 ($k = 2\pi/\lambda$) et l'équation 2.8 ($\omega = 2\pi/T$), on peut écrire le module de la vitesse de l'onde sous la forme suivante :

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad \text{(le module de la vitesse d'une onde sinusoïdale)} \qquad (2.12)$$

L'équation $v = \lambda/T$ montre que le module de la vitesse de l'onde correspond à une longueur d'onde par période ; l'onde se déplace d'une distance d'une longueur d'onde en une période d'oscillation.

L'équation 2.2 décrit une onde se propageant dans la direction positive de l'axe des x. On peut trouver l'équation d'une onde se propageant dans la direction opposée en remplaçant t par $-t$ dans l'équation 2.2. Cela correspond à la condition

$$kx + \omega t + \phi = \text{une constante,} \qquad (2.13)$$

ce qui implique (si on compare cette condition avec l'équation 2.10) que x *diminue* avec le temps. Donc, une onde voyageant dans la direction négative de l'axe des x est décrite par l'équation

$$y(x, t) = y_m \sin(kx + \omega t + \phi). \qquad (2.14)$$

Si vous analysez l'onde décrite par l'équation 2.14 comme on vient de le faire pour celle de l'équation 2.2, vous découvrirez que la composante x de sa vitesse est

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\omega}{k}. \qquad (2.15)$$

Le signe négatif (comparez avec l'équation 2.11) indique que l'onde se déplace effectivement dans la direction négative de l'axe des x, et justifie que l'on change le signe devant le facteur ωt.

Considérez maintenant une onde de forme arbitraire, donnée par

$$y(x, t) = h(kx \pm \omega t), \qquad (2.16)$$

où h représente *n'importe quelle* fonction, la fonction sinus étant une possibilité. L'analyse précédente démontre que toutes les ondes où les variables x et t sont combinées sous la forme $kx \pm \omega t$ sont des ondes progressives. De plus, toutes les ondes progressives *doivent* avoir la forme de l'équation 2.16. Donc, $y(x, t) = \sqrt{ax + bt}$ représente possiblement une onde progressive (bien que cela semble un peu bizarre, du point de vue de la physique). La fonction $y(x, t) = \sin(ax^2 - bt)$, par contre, *ne* représente *pas* une onde progressive.

Exemple 2.1

Une onde se propageant dans une corde est décrite par

$$y(x, t) = 0{,}003\,27 \sin(72{,}1x - 2{,}72t + 1{,}05), \qquad (2.17)$$

où les constantes numériques sont en unités SI (0,003 27 m, 72,1 rad/m, 2,72 rad/s et 1,05 rad).

a) Quelle est l'amplitude de cette onde ?

SOLUTION : On utilise le concept clé suivant : l'équation 2.17 a la même forme que l'équation 2.2,

$$y = y_m \sin(kx - \omega t + \phi); \qquad (2.18)$$

on a donc affaire à une onde sinusoïdale. En comparant les deux équations, on voit que l'amplitude est

$$y_m = 0{,}003\,27 \text{ m} = 3{,}27 \text{ mm}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Quelles sont la longueur d'onde, la période et la fréquence de cette onde ?

SOLUTION : En comparant les équations 2.17 et 2.18, on voit que le nombre d'onde et la fréquence angulaire sont

$$k = 72{,}1 \text{ rad/m} \quad \text{et} \quad \omega = 2{,}72 \text{ rad/s}.$$

On relie ensuite la longueur d'onde λ à k à l'aide de l'équation 2.5 :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi \text{ rad}}{72{,}1 \text{ rad/m}} = 0{,}087\,1 \text{ m} = 8{,}71 \text{ cm}. \qquad \text{(réponse)}$$

Ensuite, on relie T à ω avec l'équation 2.8 :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi \text{ rad}}{2{,}72 \text{ rad/s}} = 2{,}31 \text{ s} \qquad \text{(réponse)}$$

et on a, selon l'équation 2.9,

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2{,}31 \text{ s}} = 0{,}433 \text{ Hz}. \qquad \text{(réponse)}$$

c) Quel est le module de la vitesse de cette onde ?

SOLUTION : Le module de la vitesse de l'onde est donné par l'équation 2.12 :

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2{,}72 \text{ rad/s}}{72{,}1 \text{ rad/m}} = 0{,}037\,7 \text{ m/s} = 3{,}77 \text{ cm/s}. \qquad \text{(réponse)}$$

Dans l'équation 2.17, la phase comprend la variable de position x, ce qui indique que l'onde se déplace le long de l'axe des x. De plus, puisque l'équation d'onde est écrite dans la forme de l'équation 2.2, le signe *négatif* précédant le terme ωt indique que l'onde se déplace dans la direction *positive* de l'axe des x. (Notez que les quantités calculées en b) et en c) sont indépendantes de l'amplitude de l'onde et de la constante de phase.)

d) Quel est le déplacement y à $x = 22{,}5$ cm et $t = 18{,}9$ s ?

SOLUTION : On utilise le concept clé suivant : l'équation 2.17 donne le déplacement en fonction de la position x et du temps t. En leur substituant les valeurs données dans l'équation, on obtient

$$\begin{aligned} y &= 0{,}003\,27 \sin(72{,}1 \times 0{,}225 - 2{,}72 \times 18{,}9 + 1{,}05) \\ &= (0{,}003\,27 \text{ m}) \sin(-34{,}135\,5 \text{ rad}) \\ &= (0{,}003\,27 \text{ m})(-0{,}409\,60) \\ &= -0{,}001\,34 \text{ m} = -1{,}34 \text{ mm}. \qquad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

Le déplacement est donc négatif. (Assurez-vous de mettre votre calculatrice en mode radian avant d'évaluer le sinus.)

Exemple 2.2

Dans l'exemple 2.1 d), on a démontré qu'à $t = 18{,}9$ s, le déplacement transversal y de l'élément de la corde situé à $x = 0{,}255$ m, pour l'onde décrite par l'équation 2.17, était de $-1{,}34$ mm.

a) Quelle est v_y, la composante y de la vitesse transversale du même élément de la corde, à cet instant ? (Cette vitesse, qui est associée à l'oscillation transversale d'un *élément* de la corde, est dans la direction de l'axe des y. Ne la confondez pas avec v, le module de la vitesse constante auquel le *profil de l'onde* voyage le long de l'axe des x.)

SOLUTION : On utilise le concept clé suivant : la composante y de la vitesse transversale v_y est le taux de variation du déplacement y de l'élément. Ce déplacement est généralement donné par

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi). \qquad (2.19)$$

Pour un élément situé à une position x donnée, on trouve le taux de variation du déplacement transversal y en prenant la dérivée de l'équation 2.19 par rapport à t, tout en considérant x comme une constante. Une dérivée effectuée alors qu'une ou plusieurs variables sont considérées comme constantes se nomme une *dérivée partielle*, et elle est représentée par le symbole $\partial/\partial x$ plutôt que d/dx. On a ici

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t + \phi). \qquad (2.20)$$

Ensuite, en insérant les valeurs numériques de l'exemple 2.1, on obtient

$$\begin{aligned} v_y &= -(2{,}72 \text{ rad/s})(3{,}27 \text{ mm}) \cos(-34{,}135\,5 \text{ rad}) \\ &= 8{,}11 \text{ mm/s}. \qquad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

Donc, à $t = 18{,}9$ s, l'élément de la corde situé à $x = 22{,}5$ cm se déplace dans la direction positive de l'axe des y, et à une vitesse ayant un module de 8,11 mm/s.

b) Quelle est, au même instant, la composante y de l'accélération transversale a_y du même élément ?

SOLUTION : On utilise ici ce concept clé : la composante y de l'accélération transversale a_y est le taux de variation de la composante y de la vitesse transversale v_y de l'élément. À l'aide de l'équation 2.20, en prenant toujours x comme une constante mais en permettant à t de varier, on détermine que

$$a_y = \frac{\partial u}{\partial t} = -\omega^2 y_m \sin(kx - \omega t + \phi).$$

Puisque $y_m \sin(kx - \omega t + \phi)$ est égal au déplacement y, selon l'équation 2.19, on peut écrire que

$$a_y = -\omega^2 y.$$

On voit que la composante y de l'accélération transversale d'un élément de corde oscillant est proportionnelle à son déplacement transversal, mais de signe opposé. Cela est tout à fait cohérent avec le type de mouvement qu'effectue l'élément lui-même : il se déplace de façon transversale en un mouvement harmonique simple. En insérant les valeurs numériques, on obtient

$$\begin{aligned} a_y &= -(2{,}72 \text{ rad/s})^2 (-1{,}34 \text{ mm}) \\ &= 9{,}91 \text{ mm/s}^2. \qquad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

Donc, à t = 18,9 s, l'élément de corde situé à x = 22,5 cm s'est déplacé, de sa position d'équilibre, de 1,34 mm dans la direction négative de l'axe des y, et il a une accélération de 9,91 mm/s² dans la direction positive de l'axe des y.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : Voici les équations de trois ondes : 1) $y(x, t) = 2 \sin(4x - 2t)$; 2) $y(x, t) = \sin(3x - 4t + 2)$; 3) $y(x, t) = 2 \sin(3x - 3t - 5)$. Classez les ondes en ordre décroissant selon a) le module de leur vitesse de propagation et b) le module de leur vitesse transversale maximale.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

1re stratégie : *L'évaluation des fonctions trigonométriques avec des angles relativement grands*

Il arrive parfois, comme dans les exemples 2.1 d) et 2.2, qu'un angle beaucoup plus grand que 2π rad (ou 360°) se présente et qu'on vous demande de calculer son sinus ou son cosinus. Additionner ou soustraire un multiple entier de 2π rad à un tel angle ne change en rien

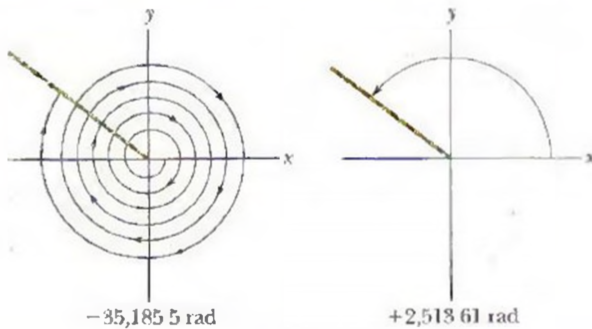


Figure 2.8 Ces deux angles sont différents, mais les valeurs de leurs fonctions trigonométriques sont toutes les mêmes.

les valeurs des fonctions trigonométriques. Par exemple, si l'angle est de −35,185 5 rad. En additionnant (6)(2π rad) à cet angle, on obtient

$$-35{,}185\,5 \text{ rad} + (6)(2\pi \text{ rad}) = 2{,}513\,61 \text{ rad},$$

soit un angle plus petit que 2π rad et dont les valeurs des fonctions trigonométriques sont les mêmes que pour l'angle de −35,185 5 rad (voir la figure 2.8). Ainsi, le sinus de 2,513 61 est 0,588, soit le même que pour −35,185 5.

Votre calculatrice effectuera elle-même la réduction de ces angles relativement grands. *Attention :* n'arrondissez pas de grands angles si vous devez prendre leur sinus ou leur cosinus. Lorsqu'on effectue les calculs en radians, par exemple, les décimales sont importantes car la calculatrice doit réduire l'angle à une valeur comprise entre 0 et 2π rad (environ 6,283 2 rad). Si, par exemple, vous arrondissiez −35,185 5 rad à −35 rad (une différence de 0,5 % qui semble raisonnable), vous changeriez le sinus de l'angle de 27 % ! De plus, si vous convertissez en radians un grand angle exprimé en degrés, assurez-vous d'utiliser un facteur de conversion exact (comme 180° = π rad), et non un facteur approximatif (comme 57,3° ≈ 1 rad).

2.6 La vitesse d'une onde dans une corde tendue

Le module de la vitesse d'une onde est relié à sa longueur d'onde et à sa fréquence par l'équation 2.12, mais *dépend également des propriétés du milieu.* Quand une onde voyage dans un milieu comme l'eau, l'air, l'acier ou une corde tendue, elle fait osciller les particules de ce milieu lors de son passage. Pour que cela puisse se produire, le milieu doit avoir à la fois une masse (présence d'une énergie cinétique) et une élasticité (présence d'une énergie potentielle). Donc, les propriétés reliées à la masse et à l'élasticité du milieu déterminent la vitesse à laquelle l'onde se propage dans ce milieu. Inversement, il devrait être possible de calculer le module la vitesse de l'onde dans un milieu en fonction de ces propriétés. C'est ce qu'on examinera maintenant, de deux façons différentes, dans le cas d'une corde tendue.

L'analyse dimensionnelle

Dans une analyse dimensionnelle, on analyse attentivement les dimensions de toutes les quantités physiques qui font partie d'une situation donnée afin de déterminer les autres quantités physiques avec lesquelles elles pourraient être reliées. Dans le présent exemple, on examine la masse et l'élasticité afin de trouver une expression pour le module de la vitesse v, qui a la dimension d'une longueur divisée par un temps, ou LT^{-1}.

Pour ce qui est de la masse, on la représentera par la masse m de la corde divisée par la longueur l de la corde. On appelle ce rapport la *masse linéique* μ (ou masse par unité de longueur) de la corde. Donc, $\mu = m/l$, sa dimension étant une masse divisée par une longueur, ML^{-1}.

Vous pouvez envoyer une onde dans une corde à condition que cette corde soit tendue, ce qui signifie qu'elle a été tendue par des forces extérieures appliquées à ses deux extrémités. La tension dans la corde τ, que l'on suppose constante puisque la masse de la corde est très faible, est égale au module de ces deux forces extérieures. Lorsqu'une onde se propage dans la corde, elle déplace des éléments de corde en causant une très

petite tension additionnelle, car on considère que la déformation de la corde n'est pas trop importante, et les sections adjacentes de la corde tirent les unes sur les autres à cause de cette tension. On peut donc associer la tension dans la corde à l'étirement (l'élasticité) de cette corde. La tension et les forces extérieures appliquées ont la dimension d'une force, c'est-à-dire MLT^{-2} (selon $\vec{F}_{rés} = m\vec{a}$).

Le but, ici, est de combiner μ (dimension ML^{-1}) et τ (dimension MLT^{-2}) en vue de générer v (dimension LT^{-1}). En jonglant avec différentes combinaisons (il faut, entre autres, diviser l'une des deux quantités par l'autre afin que M se simplifie), on obtient

$$v = C\sqrt{\frac{\tau}{\mu}}, \tag{2.21}$$

où C est une constante sans dimension qui ne peut être déterminée par une analyse dimensionnelle. Dans la deuxième approche qu'on utilisera pour déterminer le module de la vitesse de l'onde, on verra que l'équation 2.21 est en effet correcte et que $C = 1$.

La dérivation à l'aide de la deuxième loi de Newton

Au lieu de l'onde sinusoïdale de la figure 2.1 b), on considère une impulsion symétrique comme celle de la figure 2.9, qui se déplace de gauche à droite dans une corde et à une vitesse ayant un module v. Par commodité, on choisit un système de coordonnées où l'impulsion est immobile, c'est-à-dire un système de coordonnées où on se déplace avec l'impulsion, et où cette impulsion est constamment visible. Dans ce système de coordonnées, la corde de la figure 2.9 nous apparaît comme si elle se déplaçait derrière nous, de droite à gauche à une vitesse $\vec{v}$.

On considère un petit élément de corde dans cette impulsion, de longueur Δl, formant un arc de cercle de rayon R et un angle 2θ par rapport au cercle de rayon R. Puisque la masse de la corde est très faible et que l'on considère que la déformation de la corde produite par le passage de l'impulsion n'est pas trop importante, la tension dans la corde est la même partout le long de la corde. Une force, dont le module est égal à la tension dans la corde, tire de façon tangentielle sur chaque extrémité de cet élément. Les composantes horizontales de ces forces s'annulent, alors que les composantes verticales s'additionnent pour produire une force résultante $\vec{F}_{rés}$ orientée vers le centre du cercle. (On néglige le poids de l'élément de corde, qui est beaucoup plus petit que la tension dans la corde.) $\vec{F}_{rés}$ est la force de rappel agissant sur l'élément de corde et dont le module est donné par

$$F_{rés} = 2(\tau \sin\theta) \approx \tau(2\theta) = \tau\frac{\Delta l}{R} \quad \text{(le module de la force résultante)}, \tag{2.22}$$

où on a utilisé l'approximation des petits angles, $\sin\theta \approx \theta$, puisqu'on considère un très court segment de la corde. D'après l'illustration, on a également utilisé $2\theta = \Delta l/R$.

La masse de l'élément est donnée par

$$\Delta m = \mu\,\Delta l \quad \text{(la masse)}, \tag{2.23}$$

où μ est la masse linéique de la corde.

À l'instant représenté à la figure 2.9, l'élément de corde Δl se déplace sur une trajectoire en forme d'arc de cercle. Il a donc une accélération centripète orientée vers le centre de ce cercle, dont le module est donné par

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad \text{(le module de l'accélération)}. \tag{2.24}$$

Les équations 2.22, 2.23 et 2.24 comportent tous les éléments de la deuxième loi de Newton ($\vec{F}_{rés} = m\vec{a}$). Puisque les vecteurs $\vec{F}_{rés}$ et $\vec{a}_c$ ont la même orientation (vers le centre du cercle), la deuxième loi de Newton peut être récrite sous la forme $F_{rés} = ma_c$.

Si on remplace $F_{rés}$, m et a_c de la deuxième loi de Newton par les expressions des équations 2.22, 2.23 et 2.24, on obtient

$$\frac{\tau\,\Delta l}{R} = (\mu\,\Delta l)\frac{v^2}{R}.$$

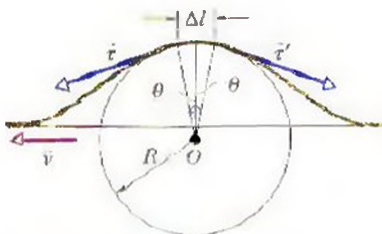


Figure 2.9 Une impulsion symétrique, dans un système de coordonnées où l'impulsion est immobile et où la corde semble se déplacer de la droite vers la gauche, à une vitesse $\vec{v}$. On détermine le module de la vitesse v en appliquant la deuxième loi de Newton à un élément de corde de longueur Δl situé sur la crête de l'impulsion.

En résolvant cette équation en fonction du module de la vitesse v, on obtient

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} \quad \text{(le module de la vitesse d'une onde dans une corde tendue),} \qquad (2.25)$$

ce qui concorde parfaitement avec l'équation 2.21, si la constante C de cette équation est égale à 1. L'équation 2.25 donne le module de la vitesse de l'impulsion de la figure 2.9, et le module de la vitesse de *toute autre* onde dans la même corde tendue.

L'équation 2.25 indique ce qui suit.

> Le module de la vitesse de propagation d'une onde dans une corde idéale tendue dépend seulement de la tension dans la corde et de la masse linéique de la corde, et non de la fréquence de l'onde.

La *fréquence* de l'onde est entièrement déterminée par ce qui génère l'onde (par exemple la personne illustrée à la figure 2.1 b]). La *longueur d'onde* est alors déterminée par l'équation 2.12, soit $\lambda = v/f$.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Vous produisez une onde dans une corde en faisant osciller une de ses extrémités. Si vous augmentez la fréquence des oscillations, a) la vitesse de l'onde et b) la longueur d'onde augmentent-elles, diminuent-elles ou restent-elles les mêmes ? Si vous augmentez plutôt la tension dans la corde, c) la vitesse de l'onde et d) la longueur d'onde augmentent-elles, diminuent-elles ou restent-elles les mêmes ?

Exemple 2.3

Dans la figure 2.10, deux cordes sont nouées et étirées entre deux supports rigides. Les cordes ont les masses linéiques $\mu_1 = 1{,}40 \times 10^{-4}$ kg/m et $\mu_2 = 2{,}80 \times 10^{-4}$ kg/m. Leurs longueurs sont $L_1 = 3{,}00$ m et $L_2 = 2{,}00$ m, et la corde 1 est soumise à une tension ayant un module de 400 N. Une impulsion est envoyée simultanément dans les deux cordes à partir des supports rigides, en direction du nœud. Quelle impulsion atteindra le nœud en premier ?

SOLUTION : Plusieurs concepts clés s'appliquent à cette situation.

1. Le temps t pris par une impulsion pour parcourir une longueur L est $t = L/v$, où v est le module de la vitesse constante de l'impulsion.
2. Le module de la vitesse d'une impulsion dans une corde tendue dépend de la tension dans la corde τ et de sa masse linéique μ, et est donné par l'équation 2.25 ($v = \sqrt{\tau/\mu}$).



Figure 2.10 Exemple 2.3 Deux cordes, de longueurs L_1 et L_2, sont attachées par un nœud et tendues entre deux supports rigides.

3. Puisque les deux cordes sont attachées ensemble, elles doivent être soumises à la même tension dans la corde ($\tau = 400$ N).

En combinant ces trois concepts, on trouve le temps qu'il faut pour que l'impulsion atteigne le nœud de la corde 1 :

$$t_1 = \frac{L_1}{v_1} = L_1\sqrt{\frac{\mu_1}{\tau}} = (3{,}00\ \text{m})\sqrt{\frac{1{,}40 \times 10^{-4}\ \text{kg/m}}{400\ \text{N}}}$$
$$= 1{,}77 \times 10^{-3}\ \text{s}.$$

De la même façon, les données pour l'impulsion de la corde 2 donnent

$$t_2 = L_2\sqrt{\frac{\mu_2}{\tau}} = 1{,}67 \times 10^{-3}\ \text{s}.$$

L'impulsion de la corde 2 atteint donc le nœud en premier.

Maintenant, considérez de nouveau le concept clé 2. La masse linéique de la corde 2 est plus grande que celle de la corde 1, de sorte que l'impulsion de la corde 2 doit être plus lente que celle de la corde 1. Auriez-vous pu deviner la réponse d'après ce seul fait ? Non, car le premier concept clé indique que la distance parcourue par une impulsion intervient également.

2.7 L'énergie et la puissance d'une onde sinusoïdale dans une corde

Quand vous produisez une onde sinusoïdale dans une corde tendue, vous fournissez de l'énergie à la corde afin que celle-ci se mette en mouvement. L'onde, en s'éloignant de vous, transporte cette énergie sous forme d'énergie cinétique et d'énergie potentielle élastique. Examinons chacune de ces formes d'énergie.

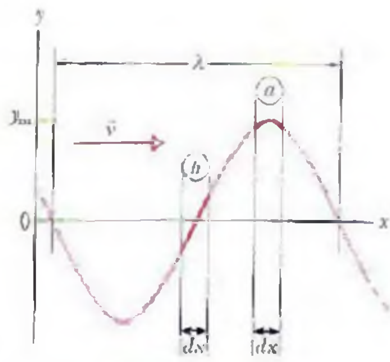


Figure 2.11 Un instantané d'une onde sinusoïdale dans une corde à $t = 0$. L'élément de corde a possède un déplacement $y = y_m$, et l'élément de corde b subit un déplacement $y = 0$. L'énergie cinétique des deux éléments dépend de leur vitesse transversale. L'énergie potentielle dépend de l'étirement de l'élément de corde lorsque l'onde le traverse.

L'énergie cinétique

Un élément de corde de masse dm, qui oscille transversalement en un mouvement harmonique simple pendant que l'onde le traverse, a une énergie cinétique associée à sa vitesse *transversale*. Lorsque l'élément est à sa position d'équilibre $y = 0$ (l'élément b de la figure 2.11), sa vitesse transversale – donc, son énergie cinétique – est maximale (la vitesse est maximale à la position d'équilibre dans un mouvement harmonique simple). Lorsque l'élément se trouve à sa position extrême $y = y_m$ (comme l'élément a), sa vitesse transversale – et son énergie cinétique – est nulle (la vitesse est nulle à $y = \pm y_m$ dans un mouvement harmonique simple).

L'énergie potentielle élastique

Pour produire une onde sinusoïdale le long d'une corde initialement droite, l'onde doit nécessairement étirer la corde. Lorsqu'un élément de corde ayant une longueur dx avant le passage de l'onde oscille transversalement, sa longueur doit augmenter et diminuer de façon périodique afin que l'élément de corde suive le profil sinusoïdal de l'onde. L'énergie potentielle élastique est associée à ces variations de longueur, comme c'est le cas pour un ressort.

Lorsque l'élément de corde est à sa position $y = y_m$ (l'élément a de la figure 2.11), sa longueur a une valeur normale et non perturbée dx, car il est approximativement parallèle à l'axe des x, et son énergie potentielle élastique est nulle. Toutefois, lorsque l'élément atteint sa position $y = 0$, il est étiré à son maximum, car son inclinaison par rapport à l'axe des x est maximale, et son énergie potentielle élastique est alors maximale.

Le transport de l'énergie

L'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique sont donc maximales lorsque l'élément de corde oscillant se trouve à $y = 0$. Dans la figure 2.11, les segments où le déplacement est maximal n'ont aucune énergie, et ceux où le déplacement est minimal ont une énergie maximale. Pendant que l'onde se propage le long de la corde, les forces de tension effectuent continuellement du travail afin que l'énergie des segments où l'énergie est présente soit transférée vers les segments où l'énergie est nulle.

Supposez que vous produisiez une onde dans une corde tendue le long d'un axe des x et que le déplacement des éléments de la corde est décrit par l'équation 2.2. Vous pouvez transmettre une onde le long de la corde en faisant osciller continuellement une de ses extrémités, comme à la figure 2.1 b). En agissant ainsi, vous fournissez continuellement de l'énergie servant à étirer et à mettre en mouvement la corde ; puisque les segments de corde oscillent perpendiculairement à l'axe des x, ils ont de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique. Lorsque l'onde se propage dans les segments initialement au repos, de l'énergie est transférée dans ces segments. On peut donc dire que l'onde *transporte* de l'énergie le long de la corde.

Le taux de transmission de l'énergie

La petite quantité d'énergie cinétique dK associée à un élément de corde de masse dm est donnée par

$$dK = \tfrac{1}{2}\, dm\, v_y^2, \qquad (2.26)$$

où v_y est la composante y de la vitesse transversale de l'élément oscillant. Pour trouver v_y, on dérive l'équation 2.2 par rapport au temps, en considérant x comme une constante :

$$v_y = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega y_m \cos(kx - \omega t + \phi). \qquad (2.27)$$

En utilisant cette relation et en remplaçant dm par $\mu\, dx$, on récrit l'équation 2.26 sous la forme

$$dK = \tfrac{1}{2}(\mu\, dx)(-\omega y_m)^2 \cos^2(kx - \omega t + \phi). \qquad (2.28)$$

En divisant l'équation 2.28 par dt, on trouve le taux de variation de l'énergie cinétique d'un élément de corde, ce qui nous donne le taux de transmission de l'énergie cinétique

transportée par l'onde. Le rapport dx/dt qui apparaît alors dans le membre droit de l'équation 2.28 est le module de la vitesse v de l'onde, et on obtient

$$\frac{dK}{dt} = \tfrac{1}{2}\mu v\omega^2 y_m^2 \cos^2(kx - \omega t + \phi). \tag{2.29}$$

Le taux *moyen* auquel l'énergie cinétique est transportée est

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{moy} = \tfrac{1}{2}\mu v\omega^2 y_m^2[\cos^2(kx - \omega t + \phi)]_{moy} = \tfrac{1}{4}\mu v\omega^2 y_m^2, \tag{2.30}$$

où on a effectué la moyenne en considérant un nombre entier de longueurs d'onde, et on a utilisé le fait que la valeur moyenne d'une fonction cosinus au carré dans un nombre entier de périodes est $\frac{1}{2}$.

L'énergie potentielle élastique est également transportée par l'onde, et ce, au même taux moyen donné par l'équation 2.30. Même si on n'en fera pas ici la démonstration, on sait que, dans un système oscillant, comme l'est un pendule ou un système bloc-ressort, l'énergie cinétique moyenne et l'énergie potentielle moyenne sont effectivement égales. La **puissance moyenne,** qui est le taux moyen de transmission de ces deux types d'énergie par l'onde, est alors

$$P_{moy} = 2\left(\frac{dK}{dt}\right)_{moy} \tag{2.31}$$

ou, encore, selon l'équation 2.30,

$$P_{moy} = \tfrac{1}{2}\mu v\omega^2 y_m^2 \quad \text{(la puissance moyenne transmise par une onde sinusoïdale).} \tag{2.32}$$

Dans cette équation, les facteurs μ et v dépendent du type de matériau dont la corde est constituée et de sa tension. Les facteurs ω et y_m dépendent du processus qui génère l'onde. Ce lien de proportionnalité entre la puissance moyenne d'une onde et le carré de son amplitude et, aussi, le carré de sa fréquence angulaire, est un résultat général qui s'applique à tous les types d'ondes.

Exemple 2.4

Une corde tendue a une masse linéique $\mu = 525$ g/m, et est soumise à une tension ayant un module $\tau = 45{,}0$ N. On lui transmet par une de ses extrémités une onde sinusoïdale de fréquence $f = 120$ Hz et d'amplitude $y_m = 8{,}3$ mm. À quel taux moyen l'onde transporte-t-elle l'énergie ?

SOLUTION : Le concept clé est que le taux moyen de transport d'énergie est la puissance moyenne P_{moy} donnée par l'équation 2.32. Toutefois, pour utiliser cette équation, on doit d'abord calculer la fréquence angulaire ω et le module de la vitesse v de l'onde. D'après l'équation 2.9,

$$\omega = 2\pi f = (2\pi)(120 \text{ Hz}) = 754 \text{ rad/s}.$$

D'après l'équation 2.25,

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{45{,}0 \text{ N}}{0{,}525 \text{ kg/m}}} = 9{,}26 \text{ m/s}.$$

L'équation 2.32 donne alors

$$P_{moy} = \tfrac{1}{2}\mu v\omega^2 y_m^2 = (\tfrac{1}{2})(0{,}525 \text{ kg/m})(9{,}26 \text{ m/s})(754 \text{ rad/s})^2(0{,}008\,3 \text{ m})^2 \approx 95 \text{ W}. \quad \text{(réponse)}$$

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 : Dans cet exemple, il est possible d'ajuster trois paramètres : la tension dans la corde, la fréquence de l'onde et l'amplitude de l'onde. Le taux moyen de transport d'énergie par l'onde augmente-t-il, diminue-t-il ou reste-t-il le même si on augmente a) la tension, b) la fréquence et c) l'amplitude ?

2.8 Le principe de superposition des ondes

Il arrive souvent que deux ou plusieurs ondes traversent simultanément la même région. Par exemple, lorsque vous assistez à un concert, les ondes sonores provenant de différents instruments atteignent simultanément vos tympans. Dans les antennes des radios et des télévisions, les électrons sont mis en mouvement par l'effet net de nombreuses ondes électromagnétiques provenant de différents centres de diffusion. L'eau d'un lac ou d'un port peut être agitée par des vagues provenant de plusieurs bateaux.

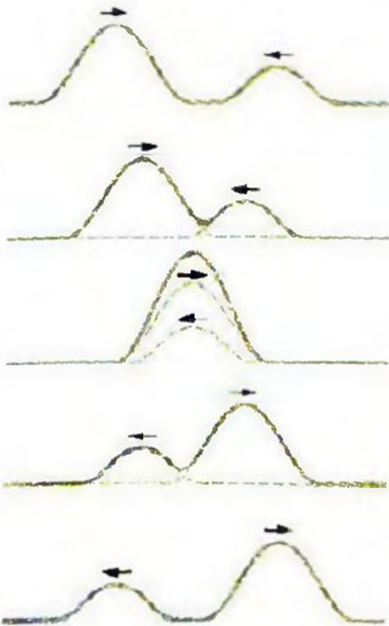


Figure 2.12 Une série d'instantanés représentant deux ondes se propageant dans des directions opposées le long d'une corde tendue. Le principe de superposition s'applique lorsque les impulsions se chevauchent.

Supposez que deux ondes se propagent simultanément le long de la même corde tendue. Soit $y_1(x, t)$ et $y_2(x, t)$, les déplacements qu'effectueraient les éléments de la corde si chaque onde se propageait séparément. Le déplacement résultant des éléments de la corde $y'(x, t)$ lorsque les ondes se chevauchent est donné par

$$y'(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t). \tag{2.33}$$

Cette somme algébrique de déplacements le long de la corde signifie que :

> des ondes qui se superposent s'additionnent algébriquement pour produire une **onde résultante** (ou **onde nette**).

Cela constitue un autre exemple du **principe de superposition,** selon lequel lorsque plusieurs effets se produisent simultanément, leur effet net est la somme des effets individuels.

La figure 2.12 présente une série d'instantanés de deux impulsions se propageant dans des directions opposées dans la même corde tendue. Lorsque les impulsions se chevauchent, l'impulsion résultante correspond à leur somme. De plus, chaque impulsion passe à travers l'autre, comme si cette dernière n'existait pas.

> Des ondes qui se chevauchent ne s'affectent pas mutuellement ; elles conservent leur forme et leur direction de propagation.

2.9 L'interférence des ondes

Supposez qu'on produit deux ondes sinusoïdales le long d'une corde tendue et que leur longueur d'onde, leur amplitude et leur direction de propagation sont les mêmes. Le principe de superposition s'applique. Quelle onde résultante y aura-t-il alors dans la corde ?

L'onde résultante dépend de la *différence de phase* entre les deux ondes ; autrement dit, de combien le profil d'une onde est déphasé par rapport à celui de l'autre. Si les ondes sont parfaitement en phase (de sorte que leurs crêtes et leurs creux coïncident), elles se combinent pour doubler le déplacement qui serait produit par une seule onde. Si elles sont parfaitement déphasées (les crêtes de l'une coïncident avec les creux de l'autre), leur combinaison provoque leur annulation, et la corde reste droite. Ce phénomène où les ondes se combinent se nomme **interférence** des ondes, puisque les ondes **interfèrent** l'une avec l'autre.

Soit une onde se propageant seule le long d'une corde tendue, donnée par

$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t), \tag{2.34}$$

et une autre onde, déphasée de ϕ par rapport à la première, donnée par

$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi). \tag{2.35}$$

Ces ondes ont la même fréquence angulaire ω (donc, la même fréquence f), le même nombre d'onde k (donc, la même longueur d'onde λ) et la même amplitude y_m. Elles se propagent toutes les deux dans la direction positive de l'axe des x, à la même vitesse, dont le module est donné par l'équation 2.25. Elles diffèrent seulement par la constante de phase ϕ. On dit que ces ondes sont *déphasées* de ϕ, ont une *différence de phase* ϕ, ou qu'une des ondes présente un *déphasage* de ϕ par rapport à l'autre.

Selon le principe de superposition (équation 2.33), l'onde résultante $y'(x, t)$ est la somme algébrique des deux ondes qui interfèrent, donc

$$\begin{aligned} y'(x, t) &= y_1(x, t) + y_2(x, t) \\ &= y_m \sin(kx - \omega t) + y_m \sin(kx - \omega t + \phi). \end{aligned} \tag{2.36}$$

Comme on l'indique dans l'annexe D, on peut récrire la somme des sinus de deux angles α et β sous la forme suivante :

$$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\left[\tfrac{1}{2}(\alpha + \beta)\right]\cos\left[\tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)\right]. \tag{2.37}$$

En appliquant cette relation à l'équation 2.36, on obtient

$$y'(x, t) = [2y_m \cos(\phi/2)] \sin(kx - \omega t + \phi/2) \qquad (2.38)$$

Déplacement

$y'(x, t) = [2y_m \cos(\phi/2)] \sin(kx - \omega t + \phi/2)$

Amplitude — Terme oscillant

Figure 2.13 L'onde résultante de l'équation 2.38, causée par l'interférence de deux ondes sinusoïdales de même amplitude, de même longueur d'onde et se propageant dans la même direction le long d'une corde tendue, est également une onde sinusoïdale comportant une amplitude et un terme oscillant.

La quantité exprimée entre les crochets est l'amplitude de l'onde résultante puisqu'elle ne contient que des constantes ; elle est indépendante de la position x de l'élément de corde et du temps t. Le terme oscillant, identifié à la figure 2.13, indique que l'onde résultante est également une onde sinusoïdale ayant la *même* longueur d'onde et la *même* fréquence que les ondes qui la constituent et se propageant dans la direction positive de l'axe des x. C'est la seule onde que vous verriez réellement sur la corde (vous *ne* verriez *pas* les deux ondes qui interfèrent, représentées par les équations 2.34 et 2.35).

Si deux ondes sinusoïdales de même amplitude et de même longueur d'onde se propagent dans la même direction le long d'une corde tendue, elles interfèrent pour produire une onde sinusoïdale résultante se propageant dans cette direction.

L'onde résultante diffère des deux ondes qui interfèrent de deux manières : 1) sa constante de phase est $\phi/2$, et 2) son amplitude y'_m est la quantité exprimée entre crochets dans l'équation 2.38 :

$$y'_m = 2y_m \cos(\phi/2) \qquad \text{(l'amplitude).} \qquad (2.39)$$

Si $\phi = 0$ rad (ou 0°), les deux ondes qui interfèrent sont en phase, comme à la figure 2.14 a). L'équation 2.38 se réduit alors à

$$y'(x, t) = 2y_m \sin(kx - \omega t) \qquad (\phi = 0). \qquad (2.40)$$

Cette onde résultante est représentée graphiquement à la figure 2.14 d). Notez que, d'après cette illustration et l'équation 2.40, l'amplitude de l'onde résultante est le double de celle de chaque onde qui la constitue. C'est la plus grande amplitude que l'onde résultante peut avoir, puisque le terme cosinus des équations 2.38 et 2.39 a sa plus grande valeur (l'unité) lorsque $\phi = 0$. On nomme **interférence constructive** l'interférence qui produit la plus grande amplitude possible.

Si $\phi = \pi$ rad (ou 180°), les ondes qui interfèrent sont parfaitement déphasées, comme le montre la figure 2.14 b). Dans ce cas, $\cos(\phi/2)$ devient $\cos(\pi/2) = 0$, et l'amplitude de l'onde résultante est nulle, comme l'indique l'équation 2.39.

On a alors, pour toutes les valeurs possibles de x et de t,

$$y'(x, t) = 0 \qquad (\phi = \pi \text{ rad}). \qquad (2.41)$$

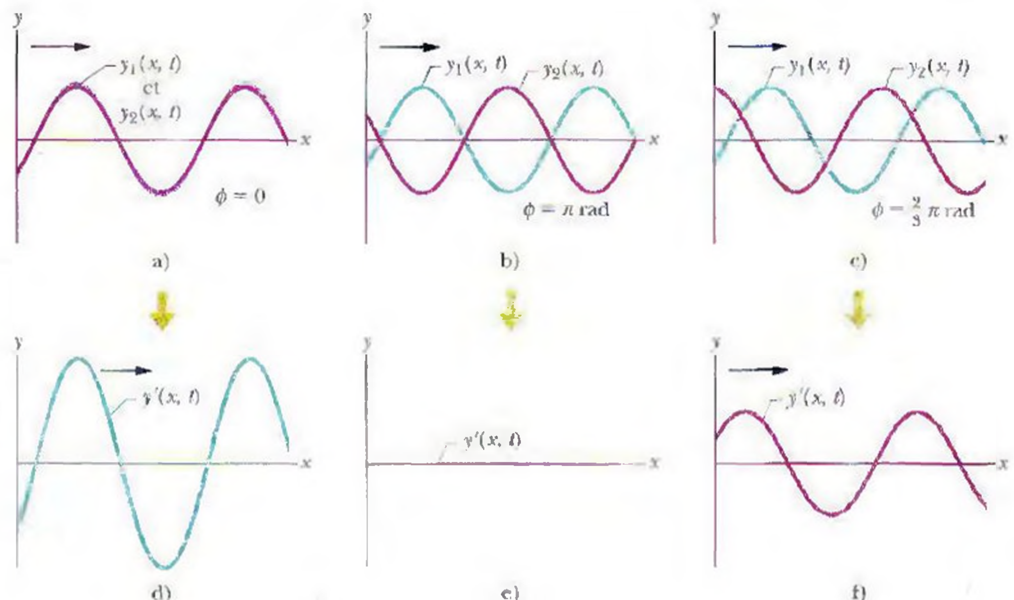


Figure 2.14 Deux ondes sinusoïdales, $y_1(x, t)$ et $y_2(x, t)$, de même amplitude et de même longueur d'onde se propagent le long d'une corde dans la direction positive de l'axe des x. Elles interfèrent pour produire une onde résultante $y'(x, t)$. L'onde résultante est celle qu'on voit réellement sur la corde. La différence de phase ϕ entre les deux ondes qui interfèrent est a) 0 rad ou 0°, b) π rad ou 180° et c) $\frac{2}{3}\pi$ rad ou 120°. Les ondes résultantes correspondantes sont représentées en d), e) et f).

TABLEAU 2.1 **Différences de phase et types d'interférences***

Différences de phase exprimées en			Amplitude de l'onde résultante	Type d'interférence
degrés	radians	longueurs d'onde		
0	0	0	$2y_m$	Constructive
120	$\frac{2}{3}\pi$	0,33	y_m	Intermédiaire
180	π	0,50	0	Destructive
240	$\frac{4}{3}\pi$	0,67	y_m	Intermédiaire
360	2π	1,00	$2y_m$	Constructive
865	15,1	2,40	$0{,}60y_m$	Intermédiaire

* La différence de phase entre deux ondes de même amplitude, de même longueur d'onde et se déplaçant dans la même direction qui, sans cette différence, seraient identiques.

L'onde résultante est représentée graphiquement à la figure 2.14 e). Même si on produit deux ondes le long de la corde, on ne voit aucun mouvement de la corde. Ce type d'interférence se nomme **interférence destructive.**

Puisqu'une onde sinusoïdale répète sa forme à tous les 2π rad, une différence de phase $\phi = 2\pi$ rad (ou 360°) correspond à un décalage entre deux ondes équivalant à une distance d'une longueur d'onde. Donc, les différences de phase peuvent être décrites sous forme de longueurs d'onde, aussi bien que sous forme d'angles. Par exemple, à la figure 2.14 b), on peut dire que les ondes sont déphasées d'une demi-longueur d'onde ($\lambda/2$). Le tableau 2.1 présente d'autres exemples de différences de phase et des interférences qu'elles produisent. Notez que, lorsqu'une interférence n'est ni constructive ni destructive, on dit qu'elle est une **interférence intermédiaire.** L'amplitude de l'onde résultante est alors intermédiaire, soit entre 0 et $2y_m$. Par exemple, d'après le tableau 2.1, si les ondes qui interfèrent ont une différence de phase de 120° ($\phi = 2\pi/3$ rad, ce qui correspond à un tiers de longueur d'onde, $\lambda/3$), l'onde résultante aura alors une amplitude de y_m, soit la même que celle des ondes qui interfèrent (voir les figures 2.14 c) et f)).

Deux ondes ayant la même longueur d'onde sont en phase si leur différence de phase est nulle ou si elle est un nombre entier quelconque de longueurs d'onde. Donc, la partie entière de toute différence de phase *exprimée en longueurs d'onde* peut être retirée. Par exemple, une différence de phase de 0,40 longueur d'onde équivaut en tous points à une différence de 2,40 longueurs d'onde, de sorte que le plus simple des deux nombres peut être utilisé dans les calculs.

Exemple 2.5

Deux ondes sinusoïdales ayant la même longueur d'onde, se propageant dans la même direction le long d'une corde tendue, interfèrent l'une avec l'autre. L'amplitude y_m de chaque onde est de 9,8 mm, et la différence de phase ϕ entre elles est de 100°.

a) Quelle est l'amplitude y'_m de l'onde résultante produite par l'interférence de ces deux ondes, et de quel type d'interférence s'agit-il ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : lorsque des ondes sinusoïdales de même longueur d'onde et de même amplitude se propagent dans *la même direction* le long d'une corde, leur interférence produit une onde sinusoïdale progressive donnée par l'équation 2.38. Donc, l'amplitude y'_m de l'onde résultante est donnée par l'équation 2.39 :

$$y'_m = 2y_m \cos(\phi/2) = (2)(9{,}8 \text{ mm}) \cos(100°/2) = 13 \text{ mm} \qquad \text{(réponse)}$$

On peut dire que cette interférence est *intermédiaire* de deux façons. D'une part, la différence de phase se situe entre 0 et 180° et, d'autre part, l'amplitude y'_m se situe entre 0 et $2y_m$ (= 19,6 mm).

b) Quelle différence de phase, en radians et en longueurs d'onde, donnera à l'onde résultante une amplitude de 4,9 mm ?

SOLUTION : On applique ici le même concept clé qu'en a), bien qu'on connaisse maintenant y'_m et qu'on cherche ϕ. D'après l'équation 2.39,

$$y'_m = 2y_m \cos(\phi/2).$$

On a maintenant

$$4{,}9 \text{ mm} = (2)(9{,}8 \text{ mm}) \cos(\phi/2),$$

ce qui donne (avec la calculatrice en mode radians)

$$\phi = 2 \cos^{-1}\left[\frac{4{,}9 \text{ mm}}{(2)(9{,}8 \text{ mm})}\right] = \pm 2{,}636 \text{ rad} \approx \pm 2{,}6 \text{ rad.} \qquad \text{(réponse)}$$

Deux réponses sont possibles, car on peut obtenir la même onde résultante avec la première onde *en avance* ou *en retard* de 2,6 rad sur la deuxième onde. Exprimée en longueurs d'onde, la différence de phase est

$$\frac{\phi}{2\pi \text{ rad/longueur d'onde}} = \frac{\pm 2{,}636 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad/longueur d'onde}} = \pm 0{,}42 \text{ longueur d'onde.} \qquad \text{(réponse)}$$

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5 :** Voici, exprimées en longueurs d'onde, quatre autres différences de phase possibles entre les deux ondes de cet exemple : 0,20, 0,45, 0,60 et 0,80. Classez-les en ordre décroissant (la plus grande valeur en premier) selon l'amplitude de l'onde résultante.

2.10 Les vecteurs de Fresnel

Un **vecteur de Fresnel** permet de faire une représentation vectorielle d'une onde dans une corde (ou de tout autre type d'onde). Un vecteur de Fresnel est, essentiellement, un vecteur dont le module est égal à l'amplitude de l'onde et dont l'orientation, par rapport à un axe horizontal, est égale à la phase de l'onde. Puisque la phase de l'onde varie dans le temps, le vecteur de Fresnel tourne par rapport à l'origine ; la vitesse angulaire du vecteur de Fresnel est égale à la fréquence angulaire ω de l'onde. On peut considérer, par exemple, l'onde

$$y_1(x, t) = y_{m1} \sin(kx - \omega t), \tag{2.42}$$

qui est représentée par le vecteur de Fresnel de la figure 2.15 a). Le module du vecteur de Fresnel correspond à l'amplitude de l'onde y_{m1} et son orientation, par rapport à l'axe horizontal, correspond à la phase de l'onde $kx - \omega t$. Le vecteur tourne dans le sens horaire à cause du signe « moins » devant le facteur ωt ; en effet, pour une valeur de x donnée, la phase, donc l'angle qu'effectue le vecteur par rapport à l'axe horizontal, diminue lorsque le temps augmente. Quand le vecteur de Fresnel tourne par rapport à l'origine à la vitesse angulaire ω, sa projection y_1 sur l'axe vertical varie de façon sinusoïdale, d'une valeur maximale y_{m1} à une valeur minimale $-y_{m1}$ en passant par zéro, pour retourner ensuite à la valeur y_{m1}. Cette variation correspond à la variation sinusoïdale du déplacement y_1 de tout point parcouru par l'onde, le long de la corde.

Lorsque deux ondes se propagent dans la même corde et dans la même direction, on peut les représenter, de même que leur onde résultante, au moyen d'un *diagramme de Fresnel*. Les vecteurs de Fresnel de la figure 2.5 b) représentent l'onde de l'équation 2.42 et une deuxième onde donnée par

$$y_2(x, t) = y_{m2} \sin(kx - \omega t + \phi). \tag{2.43}$$

Cette deuxième onde est déphasée par rapport à la première d'une constante de phase ϕ. Le vecteur de Fresnel de l'onde 2 a donc un module de y_{m2} et une orientation de $kx - \omega t + \phi$ par rapport à l'axe horizontal. L'angle entre les deux vecteurs de Fresnel $[(kx - \omega t + \phi) - (kx - \omega t)]$ correspond donc au déphasage ϕ entre les deux ondes. Puisque les vecteurs de Fresnel tournent à la même vitesse angulaire ω, l'angle entre les deux vecteurs de Fresnel est toujours ϕ. Si ϕ est une quantité *positive*, le vecteur de Fresnel de l'onde 2 est *en retard* sur celui de l'onde 1 dans leur rotation, comme l'illustre la figure 2.15 b). Si ϕ est une quantité négative, le vecteur de Fresnel de l'onde 2 est *en avance* sur le vecteur de Fresnel de l'onde 1.

Puisque les ondes y_1 et y_2 ont le même nombre d'onde k et la même fréquence angulaire ω, on sait, d'après l'équation 2.38, que leur onde résultante prend la forme

$$y'(x, t) = y'_m \sin(kx - \omega t + \beta), \tag{2.44}$$

où y'_m est l'amplitude de l'onde résultante et β est sa constante de phase. Pour trouver les valeurs de y'_m et de β, il faudrait faire la somme algébrique des deux ondes y_1 et y_2, comme on l'a fait pour obtenir l'équation 2.38.

Pour effectuer cette opération dans un diagramme de Fresnel, on fait la somme vectorielle des deux vecteurs de Fresnel à un instant arbitraire durant leur rotation, comme à la figure 2.15 c), où on a fait coïncider l'origine du vecteur de Fresnel y_{m2} avec l'extrémité du vecteur de Fresnel y_{m1}.

Le module de la somme vectorielle est égal à l'amplitude y'_m de l'équation 2.44. L'angle entre la somme vectorielle et le vecteur de Fresnel représentant y_1 est égal à la constante de phase β de l'équation 2.44.

Notez que, contrairement à la méthode utilisée dans la section 2.9 :

> On peut utiliser les vecteurs de Fresnel pour combiner des ondes, *même si leurs amplitudes sont différentes*.

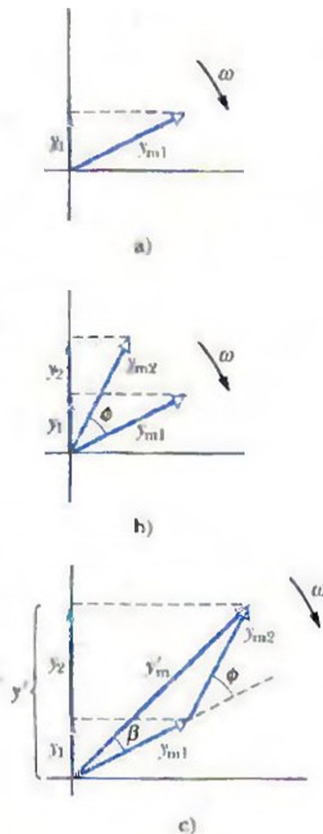


Figure 2.15 a) Un vecteur de Fresnel de module y_{m1}, tournant par rapport à l'origine à une vitesse angulaire ω, représente une onde sinusoïdale. La projection y_1 du vecteur de Fresnel sur l'axe vertical représente le déplacement d'un point traversé par l'onde. b) Un deuxième vecteur de Fresnel, de même vitesse angulaire ω mais de module y_{m2} et tournant avec un angle constant ϕ par rapport au premier vecteur de Fresnel, représente une deuxième onde déphasée de ϕ. c) L'onde résultante des deux ondes est représentée par la somme vectorielle y'_m des deux vecteurs de Fresnel. La projection y' sur l'axe vertical représente le déplacement d'un point au moment où l'onde résultante le traverse.

Exemple 2.6

Deux ondes sinusoïdales, $y_1(x, t)$ et $y_2(x, t)$, ont la même longueur d'onde et se propagent dans la même direction le long d'une corde. Leurs amplitudes sont $y_{m1} = 4,0$ mm et $y_{m2} = 3,0$ mm, et leurs constantes de phase sont respectivement 0 et $\pi/3$ rad. Déterminez l'amplitude y'_m et la constante de phase β de l'onde résultante. Écrivez l'onde résultante sous la forme de l'équation 2.44.

SOLUTION On peut appliquer le concept clé suivant : les deux ondes ont certaines propriétés en commun : puisqu'elles se propagent dans la même direction le long de la même corde, elles doivent avoir la même vitesse $\vec{v}$, dont le module est déterminé par la tension et la masse linéique de la corde, d'après l'équation 2.25. De plus, elles ont la même longueur d'onde λ, et doivent donc avoir le même nombre d'onde k ($= 2\pi/\lambda$). Enfin, avec le même nombre d'onde k et le même module de vitesse v, elles doivent avoir la même fréquence angulaire ω ($= kv$).

On peut appliquer un second concept clé : les ondes (on les nommera onde 1 et onde 2) peuvent être représentées par des vecteurs de Fresnel tournant à la même vitesse angulaire ω par rapport à l'origine. Puisque la constante de phase de l'onde 2 est *plus grande* que celle de l'onde 1 de $\pi/3$, le vecteur de Fresnel 2 doit *être en retard* de $\pi/3$ par rapport au vecteur de Fresnel 1 dans leur rotation en sens horaire, comme l'illustre la figure 2.16 a). L'onde résultante produite par l'interférence des ondes 1 et 2 peut alors être représentée par un vecteur de Fresnel qui est la somme vectorielle des vecteurs de Fresnel 1 et 2.

Pour simplifier la somme des vecteurs, on a dessiné les vecteurs de Fresnel 1 et 2 dans la figure 2.16 a) à l'instant où le vecteur de Fresnel 1 coïncide avec l'axe horizontal. On a ensuite dessiné le vecteur de Fresnel 2 (en retard) à un angle positif $\pi/3$ rad par rapport à l'axe horizontal. Dans la figure 2.16 b), on a déplacé le vecteur de Fresnel 2 par translation de façon que son origine coïncide avec l'extrémité du vecteur de Fresnel 1. On peut ensuite tracer le vecteur de Fresnel y'_m représentant l'onde résultante, de l'origine du vecteur de Fresnel 1 à l'extrémité du vecteur de Fresnel 2. La constante de phase β est l'angle qu'il forme avec le vecteur de Fresnel 1.

Pour trouver les valeurs de y'_m et de β, on peut faire la somme des vecteurs de Fresnel 1 et 2 avec une calculatrice munie de fonctions vectorielles en additionnant un vecteur ayant un module de 4,0 et un angle de 0 rad avec un vecteur ayant un module de 3,0 et un angle de $\pi/3$ rad, ou on peut additionner les vecteurs à l'aide de la méthode des composantes. Pour les composantes horizontales, on a :

$$y'_{m,h} = y_{m1} \cos 0 + y_{m2} \cos \pi/3$$
$$= 4,0 \text{ mm} + (3,0 \text{ mm}) \cos \pi/3 = 5,50 \text{ mm}.$$

D'autre part, pour les composantes verticales, on a :

$$y'_{m,v} = y_{m1} \sin 0 + y_{m2} \sin \pi/3$$
$$= 0 + (3,0 \text{ mm}) \sin \pi/3 = 2,60 \text{ mm}.$$

Donc, l'onde résultante a une amplitude de

$$y'_m = \sqrt{(5,50 \text{ mm})^2 + (2,60 \text{ mm})^2}$$
$$= 6,1 \text{ mm}. \qquad \text{(réponse)}$$

et sa constante de phase est

$$\beta = \tan^{-1} \frac{2,60 \text{ mm}}{5,50 \text{ mm}} = 0,44 \text{ rad}. \qquad \text{(réponse)}$$

D'après la figure 2.16 b), la constante de phase β est entre 0 et $\pi/2$ rad (1,57 rad). Donc, l'onde résultante est *en retard* par rapport à l'onde 1 dans leur parcours, ce retard équivalant à une constante de phase $\beta = +0,44$ rad. À l'aide de l'équation 2.44, on peut écrire l'onde résultante ainsi :

$$y'(x, t) = (6,1 \text{ mm}) \sin(kx - \omega t + 0,44 \text{ rad}). \qquad \text{(réponse)}$$

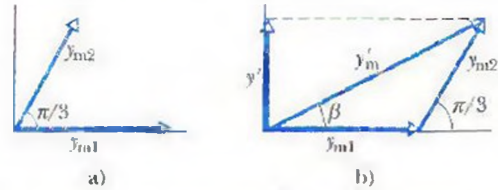


Figure 2.16 Exemple 2.6 a) Deux vecteurs de Fresnel d'amplitudes y_{m1} et y_{m2} et présentant une différence de phase de $\pi/3$ b) La somme vectorielle de ces vecteurs de Fresnel à tout instant pendant leur rotation donne l'amplitude y'_m et la constante de phase β de l'onde résultante.

2.11 Les ondes stationnaires

Dans les deux sections précédentes, on a étudié deux ondes sinusoïdales de même longueur d'onde et de même amplitude, se propageant dans *la même direction* le long d'une corde tendue. Que se produit-il si elles se propagent dans des directions opposées ? On peut encore trouver l'onde résultante en appliquant le principe de superposition.

La figure 2.17 est une représentation graphique de la situation. Elle illustre les deux ondes qui interfèrent, une se propageant vers la gauche dans la figure 2.17 a), l'autre vers la droite dans la figure 2.17 b). La figure 2.17 c) représente leur somme, obtenue en appliquant graphiquement le principe de superposition. L'onde résultante possède une caractéristique intéressante : il y a des endroits le long de la corde, nommés des **nœuds,** où la corde n'a aucun mouvement, et où les éléments de la corde ont toujours un déplacement nul, $y' = 0$. Quatre nœuds semblables sont indiqués par des points dans la figure 2.17 c). On aperçoit, à mi-chemin entre deux nœuds voisins, les **ventres,** où l'amplitude d'oscillation des éléments de la corde est maximale. Une onde comme celle de la figure 2.17 c) se nomme une **onde stationnaire,** car le profil d'onde ne se déplace ni vers la gauche ni vers la droite ; la position des nœuds et des ventres demeure inchangée.

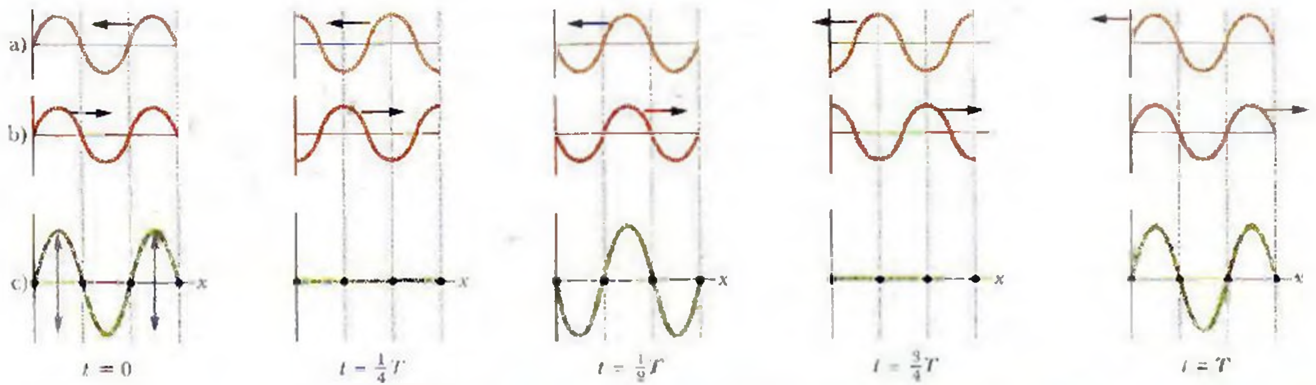


Figure 2.17 a) Cinq instantanés d'une onde se propageant vers la gauche, aux instants t indiqués sous la partie c) (T est la période d'oscillation.) b) Cinq instantanés d'une onde identique à celle de a), mais se propageant vers la droite, aux mêmes instants t c) Instantanés correspondant à la superposition des deux ondes sur la même corde. À $t = 0$, $T/2$ et T, une interférence constructive se produit à cause de l'alignement des crêtes et des creux. À $t = T/4$ et $3T/4$, une interférence destructive se produit à cause de l'alignement des crêtes avec les creux. Certains points (les nœuds, indiqués par des points) n'oscillent jamais ; certains points (les ventres) ont la plus forte oscillation.

Si deux ondes sinusoïdales de même amplitude et de même longueur d'onde se propagent dans des directions *opposées* dans un même milieu, leur interférence produit une onde stationnaire.

Afin d'analyser une onde stationnaire, on représente les deux ondes qui interfèrent avec les équations

$$y_1(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) \tag{2.45}$$

et

$$y_2(x, t) = y_m \sin(kx + \omega t). \tag{2.46}$$

Le principe de superposition donne, pour l'onde résultante,

$$y'(x, t) = y_1(x, t) + y_2(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t) + y_m \sin(kx + \omega t).$$

L'application de la relation trigonométrique de l'équation 2.37 donne

$$y'(x, t) = [2y_m \sin(kx)] \cos(\omega t), \tag{2.47}$$

qui est représenté à la figure 2.18. Cette équation ne décrit pas une onde progressive, puisqu'elle n'a pas la forme de l'équation 2.16. Elle décrit plutôt une onde stationnaire qui possède la *même* fréquence et la *même* longueur d'onde que les ondes qui la constituent.

Puisque seul le terme $\cos(\omega t)$ dépend du temps t, il représente le terme oscillant, celui qui fait osciller dans le temps un élément de corde situé à une position x donnée. La quantité indiquée entre crochets dans l'équation 2.47 peut donc être vue comme l'amplitude de l'oscillation de l'élément de corde situé à la position x. Toutefois, puisqu'une amplitude est toujours positive et que $\sin(kx)$ peut être négatif, on pose que $|2y_m \sin(kx)|$ est l'amplitude de l'oscillation à la position x.

Dans une onde sinusoïdale progressive, l'amplitude de l'oscillation est la même pour tous les éléments de la corde. Cela ne s'applique pas dans le cas d'une onde stationnaire, où l'amplitude d'oscillation *varie selon la position x*. Pour l'onde stationnaire décrite par l'équation 2.47, par exemple, l'amplitude d'oscillation est nulle pour les valeurs de kx qui donnent $\sin(kx) = 0$. Ces valeurs sont

$$kx = n\pi, \quad \text{où} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{2.48}$$

Déplacement

$$y'(x, t) = [2y_m \sin(kx)] \cos(\omega t)$$

Amplitude à la position x — Terme oscillant

Figure 2.18 L'onde résultante de l'équation 2.47 est une onde stationnaire produite par l'interférence de deux ondes sinusoïdales de même amplitude et de même longueur d'onde se propageant dans des directions opposées.

En substituant $k = 2\pi/\lambda$ dans cette équation et en la réarrangeant, on obtient

$$x = n\frac{\lambda}{2}, \quad \text{où} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(les positions des nœuds)}, \tag{2.49}$$

qui sont des positions où l'amplitude de l'onde stationnaire de l'équation 2.47 est nulle, faisant en sorte que $y' = 0$ pour tout instant t, ce qui correspond à des nœuds. Notez que

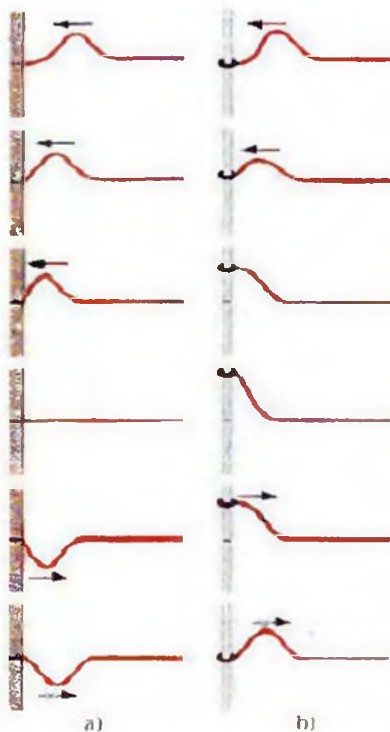


Figure 2.19 a) Une impulsion incidente partant de la droite est réfléchie à l'extrémité gauche de la corde, qui est attachée à un mur. Notez que l'impulsion réfléchie est inversée par rapport à l'impulsion incidente. b) L'extrémité gauche de la corde est attachée à un anneau qui peut glisser verticalement et sans frottement sur la tige. Notez que, dans ce cas, l'impulsion n'est pas inversée par la réflexion.

les nœuds adjacents sont distants de $\lambda/2$, soit la moitié d'une longueur d'onde.

L'amplitude de l'onde stationnaire de l'équation 2.47 a une valeur maximale de $2y_m$, qui se vérifie pour les valeurs de kx qui donnent $\sin(kx) = \pm 1$. Ces valeurs sont

$$\begin{aligned} kx &= \pm\tfrac{1}{2}\pi, \pm\tfrac{3}{2}\pi, \pm\tfrac{5}{2}\pi, \ldots \\ &= (n + \tfrac{1}{2})\pi, \quad \text{où} \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \end{aligned} \tag{2.50}$$

En substituant $k = 2\pi/\lambda$ dans l'équation 2.50 et en la réarrangeant, on obtient

$$x = \left(n + \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda}{2}, \quad \text{où} \quad n = 0, 1, 2, \ldots \quad \text{(les positions des ventres).} \tag{2.51}$$

soit les positions où l'amplitude de l'onde stationnaire de l'équation 2.47 est maximale, faisant en sorte que l'amplitude d'oscillation des éléments de corde est maximale à ces positions, ce qui correspond à des ventres. Les ventres sont distants de $\lambda/2$, et sont situés à mi-chemin entre les nœuds.

Les réflexions à une extrémité

On peut produire une onde stationnaire dans une corde tendue en laissant une onde progressive se réfléchir à l'extrémité éloignée de la corde, de façon à ce qu'elle revienne dans la direction opposée. L'onde incidente (initiale) et l'onde réfléchie (qui se propage dans la direction opposée) peuvent alors être décrites par les équations 2.45 et 2.46, et peuvent se superposer pour former une onde stationnaire.

Dans la figure 2.19, on utilise une seule impulsion pour montrer comment de telles réflexions se produisent. Dans la figure 2.19 a), la corde est fixée à son extrémité gauche. Quand l'impulsion arrive à cette extrémité, elle exerce une force vers le haut sur le support (le mur). D'après la troisième loi de Newton, le support exerce une force dans la direction opposée (vers le bas) et de même module sur la corde. Cette deuxième force génère une impulsion dans la corde, comme si on tirait la corde vers le bas, et qui se propage le long de la corde dans la direction opposée à celle de l'impulsion incidente. Dans une réflexion de ce type, que l'on nomme *réflexion dure*, il doit y avoir un nœud au support, puisque la corde y est fixée. L'impulsion incidente et l'impulsion réfléchie doivent donc produire une interférence destructive afin qu'elles s'annulent à ce point ; par conséquent, l'impulsion réfléchie doit être inversée par rapport à l'impulsion incidente.

Dans la figure 2.19 b), l'extrémité gauche de la corde est attachée à un anneau qui peut glisser sans frottement le long d'une tige. Quand l'anneau se déplace au passage de l'impulsion, il tire sur la corde, l'étire et produit une impulsion réfléchie non inversée et de même amplitude que l'impulsion initiale. Donc, dans une telle réflexion, que l'on nomme *réflexion molle*, l'impulsion incidente et l'impulsion réfléchie se renforcent mutuellement, créant un ventre à l'extrémité de la corde ; le déplacement maximal de la corde est le double de l'amplitude de l'une ou l'autre impulsion.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 6 : Deux ondes de même amplitude et de même longueur d'onde interfèrent dans trois situations différentes et produisent des ondes résultantes décrites par les équations suivantes :
1) $y'(x, t) = 4\sin(5x - 4t)$
2) $y'(x, t) = 4\sin(5x)\cos(4t)$
3) $y'(x, t) = 4\sin(5x + 4t)$.
Dans quelle situation les deux ondes qui interfèrent se propagent-elles a) dans la direction positive de l'axe des x, b) dans la direction négative de l'axe des x et c) dans des directions opposées ?

2.12 Les ondes stationnaires et la résonance

Considérez une corde, une corde de guitare par exemple, qui est tendue entre deux pinces. Supposez qu'on envoie une onde sinusoïdale progressive d'une certaine fréquence le long de la corde, vers la droite. Lorsque l'onde atteint l'extrémité droite, elle est réfléchie et retourne vers la gauche. Cette onde chevauche alors celle qui se propage toujours vers la droite. Lorsque l'onde réfléchie atteint l'extrémité gauche, elle se réfléchit de nouveau et une nouvelle onde réfléchie amorce son trajet vers la droite, chevauchant les ondes qui se propagent vers la droite et celles qui se propagent vers la gauche. En résumé, on aura bientôt de nombreuses ondes progressives qui se chevauchent et interfèrent les unes avec les autres.

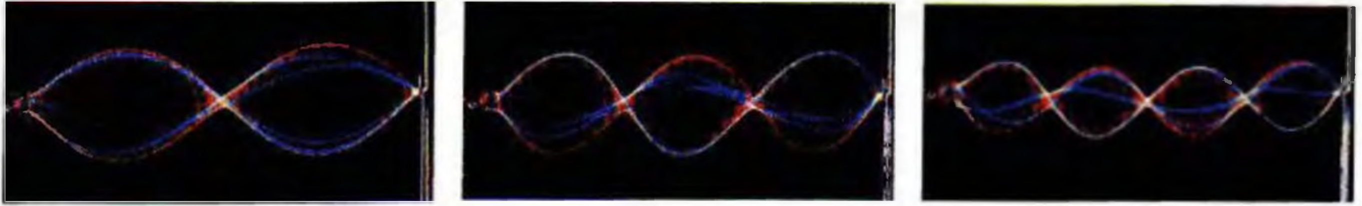


Figure 2.20 Des photographies stroboscopiques révèlent (de manière imparfaite) des profils d'ondes stationnaires sur une corde qu'une tige vibrante fait osciller à l'extrémité gauche. Ces profils s'observent à certaines fréquences d'oscillation.

À certaines fréquences, l'interférence produit une onde stationnaire comportant des nœuds et des ventres comme ceux de la figure 2.20. On dit alors que ces ondes stationnaires se produisent lorsqu'il y a **résonance,** et que la corde *résonne* à ces fréquences données, nommées **fréquences de résonance.** Si on fait osciller la corde à une fréquence autre qu'une fréquence de résonance, il n'y a pas d'onde stationnaire. L'interférence des ondes se propageant vers la droite et des ondes se propageant vers la gauche ne cause que de faibles (parfois même imperceptibles) oscillations de la corde. Il y a donc résonance seulement si l'agent extérieur, comme la tige vibrante située à gauche dans la figure 2.20, effectue un mouvement à la même fréquence que l'une des fréquences de résonance de la corde, créant ainsi dans la corde un mouvement de forte amplitude qui pourrait, éventuellement, la casser. Il n'y a pas que les cordes qui résonnent ; en fait, tout système peut résonner. Par exemple, vous voulez pousser une personne qui se balance sur une balançoire afin d'augmenter l'amplitude de son mouvement. Si la balançoire effectue un cycle par seconde (fréquence de 1 Hz), vous allez synchroniser vos poussées avec le mouvement de la balançoire, soit une poussée par seconde (fréquence de 1 Hz). Votre fréquence doit donc être la même que celle de la balançoire, qui représente l'une de ses fréquences de résonance, sinon vos poussées risquent d'être très inefficaces (même avec beaucoup d'ardeur) et l'amplitude du mouvement de la balançoire sera faible. Donc, un agent extérieur à la balançoire (la personne qui pousse), en effectuant un mouvement à la même fréquence que l'une des fréquences de résonance de la balançoire, produit une forte augmentation de l'amplitude du mouvement de la balançoire, à savoir le phénomène de résonance.

Soit une corde tendue entre deux pinces, séparées par une distance fixe L. Pour trouver l'expression des fréquences de résonance de la corde, on note qu'il doit y avoir un nœud à chacune de ses extrémités, puisque ces extrémités sont fixes et ne peuvent osciller. La situation la plus simple qui permet d'avoir des nœuds aux extrémités est celle de la figure 2.21 a), qui illustre les deux déplacements extrêmes de la corde (une ligne continue et une ligne pointillée), et que l'on nomme le premier mode. Il n'y a qu'un seul ventre, soit au centre de la corde. Notez que la moitié d'une longueur d'onde couvre la longueur L, qui est ici la longueur de la corde. Donc, dans cette situation, $\lambda/2 = L$, ce qui indique que si les ondes progressives se propageant vers la gauche et celles se propageant vers la droite produisent ce profil par leur interférence, elles doivent avoir une longueur d'onde $\lambda_1 = 2L$.

La figure 2.21 b) représente une autre situation simple, le deuxième mode, où il y a également des nœuds aux extrémités fixes. Remarquez qu'il y a un nœud au centre de la corde ; ce profil comporte donc trois nœuds et deux ventres. Pour produire un tel profil, les ondes voyageant dans les deux directions doivent avoir une longueur d'onde $\lambda_2 = L = 2L/2$. Une troisième situation, le troisième mode, est illustrée à la figure 2.21 c). Ce profil comporte quatre nœuds et trois ventres ; la longueur d'onde est $\lambda_3 = 2L/3$. On pourrait poursuivre cette démonstration en traçant les modes suivants, qui ont des profils de plus en plus complexes. Chaque nouveau mode aurait un nœud et un ventre de plus que le mode précédent et la longueur de la corde L contiendrait $\lambda/2$ de plus.

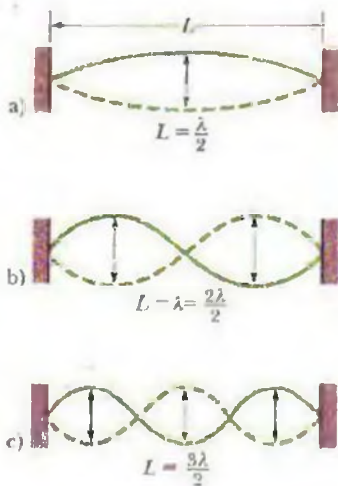


Figure 2.21 Une corde tendue entre deux pinces est soumise à des oscillations formant des profils d'ondes stationnaires. **a)** Le profil le plus simple est celui ayant un seul *ventre*. Les lignes continue et pointillée représentent les déplacements extrêmes de la corde. **b)** Le deuxième plus simple profil comporte deux ventres. **c)** Le profil suivant comporte trois ventres.

Une onde stationnaire peut donc être produite sur une corde de longueur L par une onde dont la longueur d'onde est égale à une de ces valeurs :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad \text{où} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2.52}$$

n représente donc le **mode d'oscillation.** Les fréquences de résonance correspondant à ces longueurs d'onde découlent de l'équation 2.12 :

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{2L}, \quad \text{où} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2.53}$$

v représente ici le module de la vitesse des ondes se propageant sur la corde. On appelle aussi les fréquences de résonance données par l'équation 2.53 **fréquences propres** ou **fréquences harmoniques.**

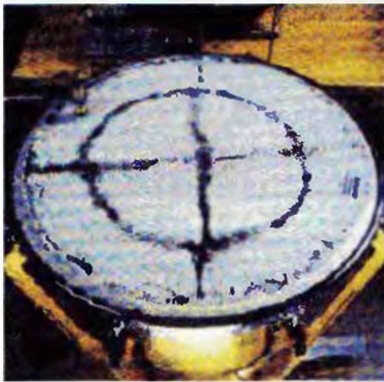


Figure 2.22 Une des nombreuses ondes stationnaires pouvant être produites sur une peau de timbale, rendue visible grâce au saupoudrage de poudre noire sur la peau. Lorsque la peau se met à osciller à une de ses fréquences de résonance sous l'effet du vibreur mécanique qu'on voit dans la partie supérieure gauche de la photo, la poudre s'accumule sur les nœuds, qui prennent la forme de cercles et de lignes droites dans cette démonstration d'oscillations bidimensionnelles.

L'équation 2.53 montre que les fréquences de résonance sont des multiples entiers de la plus basse fréquence de résonance, $f_1 = v/2L$, qui correspond à $n = 1$. À cette fréquence, le mode d'oscillation se nomme le mode *fondamental*, ou *premier harmonique*. Le *deuxième harmonique* est le mode d'oscillation où $n = 2$, le ***troisième harmonique*** est celui où $n = 3$, et ainsi de suite. Les fréquences associées à ces modes sont souvent notées f_1, f_2, f_3, etc. Ainsi, pour le énième harmonique d'une corde tendue fixée aux deux extrémités, on a $f_n = nv/2L = nf_1$. L'ensemble de tous les modes d'oscillation possibles se nomme la **série harmonique,** et n se nomme aussi le **nombre harmonique** du énième harmonique.

Le phénomène de résonance est commun à tous les systèmes oscillants, et peut se produire en deux et en trois dimensions. Par exemple, la figure 2.22 présente une onde stationnaire bidimensionnelle observée sur une peau de timbale.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 7 : Une fréquence de résonance (inférieure à 400 Hz) a été omise dans la séquence suivante : 150, 225, 300, 375 Hz. a) Quelle est la fréquence manquante ? b) Quelle est la fréquence du septième harmonique ?

Exemple 2.7

Dans la figure 2.23, une corde est attachée au point P à un vibreur produisant des ondes sinusoïdales dans la corde. La corde passe sur un support au point Q et est tendue par un bloc de masse m. La distance L entre P et Q est de 1,2 m, la masse linéique de la corde est 1,6 g/m, et la fréquence f du vibreur est à 120 Hz. Au point P, l'amplitude du mouvement est assez petite pour que ce point soit considéré comme un nœud. Il y a également un nœud au point Q.

a) Quelle masse m permettrait au vibreur de produire le quatrième harmonique sur la corde ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : la corde ne résonnera qu'à certaines fréquences, déterminées par le module de la vitesse v de l'onde et la longueur L de la corde. D'après l'équation 2.53, ces fréquences de résonance sont

$$f_n = n\frac{v}{2L}, \quad \text{où} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (2.54)$$

Pour produire le quatrième harmonique (pour lequel $n = 4$), on doit ajuster le membre droit de cette équation en mettant $n = 4$, de sorte que le membre gauche soit égal à la fréquence du vibreur (120 Hz).

Puisque L est donnée, on *ne* peut donc l'ajuster dans l'équation 2.54. Toutefois, un autre concept clé peut être utilisé : on *peut* ajuster v, car il dépend de la masse m qu'on suspend à la corde. D'après l'équation 2.25, le module de la vitesse de l'onde est donné par $v = \sqrt{\tau/\mu}$. Puisque la masse suspendue est immobile, la tension dans la corde τ doit être égale au poids mg du bloc. Donc,

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg}{\mu}} \qquad (2.55)$$



Figure 2.23 Exemple 2.7 Une corde tendue de longueur L reliée à un vibreur. À une fréquence de vibrations donnée, une onde stationnaire sera produite, à certaines valeurs de tension dans la corde.

En remplaçant v de l'équation 2.54 par son expression donnée par l'équation 2.55, en substituant n par 4 pour le quatrième harmonique et en isolant m, on obtient :

$$m = \frac{4L^2f^2\mu}{n^2g} \qquad (2.56)$$

$$= \frac{(4)(1{,}2\ \text{m})^2(120\ \text{Hz})^2(0{,}001\,6\ \text{kg/m})}{(4)^2(9{,}8\ \text{m/s}^2)}$$

$$= 0{,}846\ \text{kg} \approx 0{,}85\ \text{kg}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Quel mode d'oscillation est produit lorsque $m = 1{,}00$ kg ?

SOLUTION : Si on insère cette valeur de m dans l'équation 2.56 et qu'on résout cette équation pour trouver n, on détermine que $n = 3{,}7$. Le concept clé, dans ce cas, est que n doit être un nombre entier, et une valeur de $n = 3{,}7$ est donc impossible. Par conséquent, si $m = 1{,}00$ kg, le vibreur ne peut produire une onde stationnaire dans la corde, et toute oscillation de la corde sera faible, sinon imperceptible.

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

2e stratégie : *Les harmoniques dans une corde*
Si vous devez trouver des informations concernant un harmonique sur une corde tendue de longueur L, commencez par faire un schéma de cet harmonique (comme celui de la figure 2.21). Si on vous demande, par exemple, le cinquième harmonique, vous devrez tracer cinq ventres entre les points fixes des deux supports. Cela signifiera que cinq ventres, chacun de longueur $\lambda/2$, couvriront la longueur L de la corde. Donc, $5(\lambda/2) = L$, et $\lambda = 2L/5$. Vous pourrez ensuite utiliser l'équation 2.12 ($f = v/\lambda$) pour trouver la fréquence de cet harmonique.

Souvenez-vous que la longueur d'onde d'un harmonique n'est déterminée que par la longueur de la corde, mais que la fréquence dépend également du module de la vitesse v de l'onde, qui, elle, est déterminée par la tension et la masse linéique de la corde, à l'aide de l'équation 2.25.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Les ondes transversales et longitudinales Les ondes mécaniques ne peuvent exister sans support matériel et obéissent aux lois de Newton. Les ondes mécaniques **transversales**, comme celles qu'on trouve dans une corde tendue, sont des ondes dans lesquelles les particules du milieu oscillent perpendiculairement à la direction de propagation des ondes. Les ondes dans lesquelles les particules du milieu oscillent parallèlement à la direction de propagation des ondes sont des ondes **longitudinales.**

Les ondes sinusoïdales Une onde sinusoïdale se déplaçant dans la direction positive de l'axe des x a la forme mathématique

$$y(x, t) = y_m \sin(kx - \omega t + \phi), \tag{2.2}$$

où y_m est l'**amplitude** de l'onde, k est le **nombre d'onde,** ω est la **fréquence angulaire,** ϕ est la **constante de phase** et $kx - \omega t + \phi$ est la **phase.** La **longueur d'onde** λ est reliée à k par

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}. \tag{2.5}$$

La **période** T et la **fréquence** f de l'onde sont reliées à ω par

$$\frac{\omega}{2\pi} = f = \frac{1}{T}. \tag{2.9}$$

Enfin, le module de la **vitesse** v **de l'onde** est relié à ces paramètres par

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f. \tag{2.12}$$

L'équation d'une onde progressive Toute fonction de la forme

$$y(x, t) = h(kx \pm \omega t) \tag{2.16}$$

peut représenter une **onde progressive** dont le module de la vitesse est donné par l'équation 2.12, et dont le profil d'onde est donné par la forme mathématique de la fonction h. Si le signe devant ω est positif, l'onde se propage dans la direction négative de l'axe des x, et si le signe devant ω est négatif, l'onde se propage dans la direction positive de l'axe des x.

La vitesse d'une onde dans une corde tendue La vitesse d'une onde dans une corde tendue est déterminée par les propriétés de la corde. Dans une corde dont le module de la tension est τ et la masse linéique est μ, le module de la vitesse est

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}}. \tag{2.25}$$

La puissance La **puissance moyenne,** ou taux moyen auquel l'énergie est transmise par une onde sinusoïdale dans une corde tendue, est donnée par

$$P_{moy} = \tfrac{1}{2}\mu v \omega^2 y_m^2. \tag{2.32}$$

La superposition d'ondes Lorsque deux ou plusieurs ondes traversent le même milieu, le déplacement de toute particule du milieu est la somme des déplacements que les ondes individuelles produiraient.

L'interférence des ondes Deux ondes sinusoïdales se propageant dans la même corde produisent de l'**interférence,** en s'additionnant selon le principe de superposition. Si les deux ondes se propagent dans la même direction, ont la même amplitude y_m et la même fréquence (donc, la même longueur d'onde), mais diffèrent quant à leur phase d'une **constante de phase** ϕ, elles produisent alors une seule onde ayant cette même fréquence :

$$y'(x, t) = [2y_m \cos(\phi/2)] \sin(kx - \omega t + \tfrac{1}{2}\phi). \tag{2.38}$$

Si $\phi = 0$ (ou un multiple entier de 2π), les ondes sont parfaitement en phase et leur interférence est constructive ; si $\phi = \pi$ rad (ou un multiple entier impair de π), elles sont parfaitement déphasées et leur interférence est destructive.

Les vecteurs de Fresnel Une onde $y(x, t)$ peut être représentée par un *vecteur de Fresnel.* Un vecteur de Fresnel est un vecteur dont le module est égal à l'amplitude y_m de l'onde, et dont l'orientation, par rapport à un axe horizontal, est égale à la phase de l'onde. Il tourne par rapport à l'origine à une vitesse angulaire égale à la fréquence angulaire ω de l'onde. La projection du vecteur de Fresnel en rotation sur un axe vertical donne le déplacement y d'un point situé sur le trajet de l'onde.

Les ondes stationnaires L'interférence de deux ondes sinusoïdales de même longueur d'onde, de même amplitude et se déplaçant dans des directions opposées produit des **ondes stationnaires.** Dans une corde dont les extrémités sont fixes, l'onde stationnaire est donnée par

$$y'(x, t) = [2y_m \sin(kx)] \cos(\omega t). \tag{2.47}$$

Les ondes stationnaires sont caractérisées par des endroits qui n'effectuent aucun mouvement, les **nœuds**, et des endroits où l'amplitude du mouvement est maximale, les **ventres.**

La résonance Des ondes stationnaires peuvent être produites dans une corde par la réflexion des ondes progressives venant des extrémités de la corde. Si une extrémité est fixe, on doit y trouver un nœud. Cela limite les fréquences des ondes stationnaires dans une corde donnée. Chaque fréquence possible est une **fréquence de résonance,** et l'onde stationnaire correspondante est un **mode d'oscillation.** Dans une corde tendue de longueur L dont les extrémités sont fixes, les fréquences de résonance sont

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = n\frac{v}{2L}, \quad \text{où} \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{2.53}$$

Le mode d'oscillation correspondant à $n = 1$ se nomme le *mode fondamental,* ou *premier harmonique* ; le mode correspondant à $n = 2$ se nomme le *deuxième mode* ou *deuxième harmonique,* et ainsi de suite.

QUESTIONS

1. Quelle est la longueur d'onde de l'onde de la figure 2.24, dont chaque segment a une longueur d ?



Figure 2.24 Question 1

2. La figure 2.25 a) est un instantané d'une onde se propageant dans la direction positive de l'axe des x le long d'une corde sous tension. Quatre éléments de corde y sont indiqués par les points a, b, c et d. Déterminez, dans chaque cas, si l'élément se déplace vers le haut ou vers le bas, ou s'il est momentanément au repos. (*Indice :* visualisez le mouvement de l'onde à cet instant.)

La figure 2.25 b) illustre le déplacement d'un élément de corde situé à $x = 0$, en fonction du temps. Aux instants indiqués par les lettres, l'élément se déplace-t-il vers le haut ou vers le bas, ou est-il momentanément au repos ?

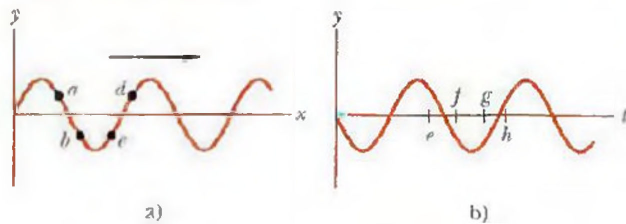


Figure 2.25 Question 2

3. La figure 2.26 est un instantané à $t = 0$ d'une onde sinusoïdale se propageant vers la droite, et où cinq points sont indiqués. Quelle est la différence de phase entre le point 1 et a) le point 2, b) le point 3, c) le point 4 et d) le point 5 ? Exprimez votre réponse en radians, puis sous forme de longueur d'onde. La figure indique que le déplacement est nul à $x = 0$. Exprimés en fonction de la période T de l'onde, à quel premier instant e) une crête et f) le prochain déplacement nul seront-ils observés à $x = 0$?

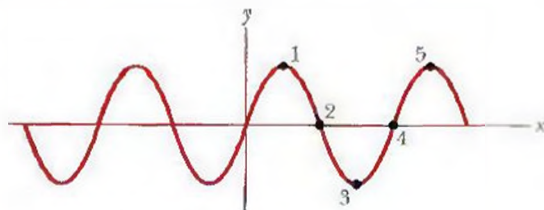


Figure 2.26 Question 3

4. Les quatre ondes suivantes sont produites dans des cordes ayant la même masse linéique (x est en mètres et t est en secondes). Classez les ondes en ordre décroissant selon a) le module de leur vitesse et b) la tension dans la corde où elles se propagent :

1) $y_1 = (3\text{ mm})\sin(x - 3t)$, 3) $y_3 = (1\text{ mm})\sin(4x - t)$,
2) $y_2 = (6\text{ mm})\sin(2x - t)$, 4) $y_4 = (2\text{ mm})\sin(x - 2t)$.

5. À la figure 2.27, l'onde 1 a une crête rectangulaire d'une hauteur de 4 unités et de largeur d, et un creux rectangulaire d'une profondeur de 2 unités et de largeur d. L'onde se propage vers la droite le long de l'axe des x. L'onde 2 a la même forme que l'onde 1, alors que les ondes 3 et 4 sont inversées par rapport à l'onde 1 (droite ↔ gauche pour l'onde 3 et haut ↔ bas pour l'onde 4). Les ondes 2, 3 et 4 se propagent vers la gauche le long de l'axe des x et traversent l'onde 1. Avec laquelle de ces trois ondes l'interférence donnera-t-elle, à un instant donné, a) le creux le plus profond, b) une ligne droite et c) une crête dont la largeur sera $2d$?

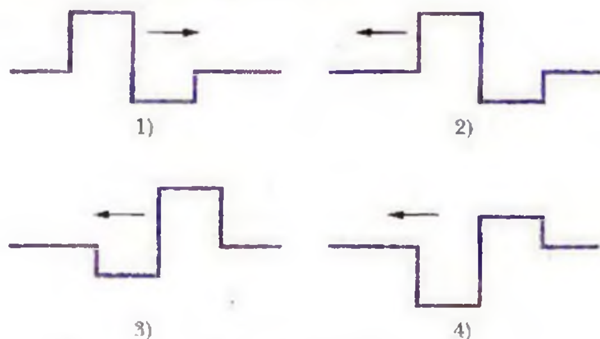


Figure 2.27 Question 5

6. Si vous produisez dans une corde deux ondes sinusoïdales de même amplitude, de même longueur d'onde et en phase, et que vous décalez ensuite l'une d'elles de 5,4 longueurs d'onde, quel type d'interférence se produira-t-il dans la corde si les ondes se propagent dans la même direction ?

7. Les amplitudes et les différences de phase (déphasages) de 4 paires d'ondes de même longueur d'onde sont a) 2 mm, 6 mm et π rad, b) 3 mm, 5 mm et π rad, c) 7 mm, 9 mm et π rad, et d) 2 mm, 2 mm et 0 rad. Les paires d'ondes se propagent toutes dans la même direction et dans la même corde. Sans calculs écrits, classez les quatre paires en ordre décroissant selon l'amplitude de leur onde résultante. (*Indice* : tracez des diagrammes de Fresnel.)

8. Si vous produisez le septième harmonique dans une corde, a) combien y a-t-il de nœuds ? b) Que trouve-t-on au centre de la corde : un nœud, un ventre ou un état intermédiaire ? Si vous produisez ensuite le sixième harmonique, c) la longueur d'onde est-elle plus longue ou plus courte que celle du septième harmonique ? d) Sa fréquence de résonance est-elle plus élevée ou plus basse ?

9. Les cordes A et B ont la même longueur et la même masse linéique, mais la corde B est soumise à une plus grande tension que la corde A. La figure 2.28 présente quatre situations, a) à d), où il y a des modes d'ondes stationnaires dans les deux cordes. Dans quelle situation est-il possible que les cordes A et B oscillent à la même fréquence ?

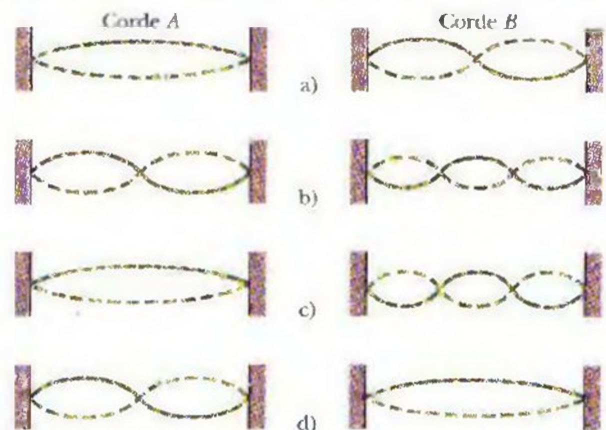


Figure 2.28 Question 9

10. a) Si une onde stationnaire se propageant dans une corde est donnée par

$$y'(x, t) = (3\text{ mm})\sin(5x)\cos(4t),$$

y a-t-il un nœud ou un ventre à $x = 0$? b) Si l'onde stationnaire est donnée par

$$y'(x, t) = (3\text{ mm})\sin(5x + \pi/2)\cos(4t),$$

y a-t-il un nœud ou un ventre à $x = 0$?

11. a) Dans la figure 2.23 de l'exemple 2.7, si on augmente graduellement la masse du bloc (la fréquence restant la même), de nouveaux modes de résonance apparaissent. Les nombres harmoniques des nouveaux modes de résonance vont-ils en augmentant ou en diminuant ? b) Le passage d'un mode de résonance à un autre est-il graduel, ou survient-il quand l'un disparaît complètement avant que le suivant n'apparaisse ?

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 2.5 La vitesse d'une onde sinusoïdale progressive

1E. Une onde a une fréquence angulaire de 110 rad/s et une longueur d'onde de 1,80 m. Calculez a) le nombre d'onde et b) le module de la vitesse de l'onde.

2E. Le module de la vitesse des ondes électromagnétiques (qui comprennent la lumière visible, les ondes radio et les rayons X) est de $3{,}0 \times 10^8$ m/s dans le vide. a) Les ondes de la lumière visible ont des longueurs d'onde allant de 400 nm dans le violet à 700 nm dans le rouge. Quelle est la gamme de fréquences de ces ondes ? b) Les fréquences des ondes courtes radio (radio FM et télévision VHF, par exemple) vont de 1,5 MHz à 300 MHz. Quelle est la gamme correspondante de longueurs d'onde ? c) Les longueurs d'onde des rayons X vont de 5,0 nm à environ $1{,}0 \times 10^{-2}$ nm. Quelle est la gamme de fréquences des rayons X ?

3E. Une onde sinusoïdale progressive se propage dans une corde. Pour un point donné, le temps qui s'écoule entre un déplacement maximal et le prochain déplacement nul est de 0,170 s. Quelles sont a) la période et b) la fréquence de cette onde ? c) La longueur d'onde est 1,40 m ; quel est le module de la vitesse de l'onde ?

4E. Écrivez l'équation d'onde d'une onde sinusoïdale se propageant dans la direction négative de l'axe des x et ayant une amplitude de 0,010 m, une fréquence de 550 Hz, une constante de phase de $\pi/4$, et une vitesse dont le module est de 330 m/s.

5E. Démontrez que

$$y = y_m \sin[k(x - vt)] \qquad y = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - ft\right)\right],$$

$$y = y_m \sin\left[\omega\left(\frac{x}{v} - t\right)\right], \qquad y = y_m \sin\left[2\pi\left(\frac{x}{\lambda} - \frac{t}{T}\right)\right]$$

sont tous équivalents à $y = y_m \sin(kx - \omega t)$.

6P. L'équation d'onde d'une onde transversale se déplaçant dans une très longue corde est $y = 6{,}00 \sin(0{,}020\,0\pi x + 4{,}00\pi t - 1{,}25\pi)$, où x et y sont exprimés en centimètres, et t est exprimé en secondes. Déterminez a) l'amplitude, b) la longueur d'onde, c) la fréquence, d) le module de la vitesse de propagation de l'onde et e) le module de la vitesse transversale maximale d'un élément de la corde. f) Quelle est la direction de la propagation de l'onde ? g) Quel est le déplacement transversal de l'élément situé à $x = 3{,}50$ cm à l'instant $t = 0{,}260$ s ?

7P. a) Écrivez une équation décrivant une onde transversale sinusoïdale se propageant dans une corde dans la direction positive de l'axe des x, et ayant une longueur d'onde de 10,0 cm, une fréquence de 400 Hz, une constante de phase de 4,00 rad et une amplitude de 2,00 cm. b) Quel est le module de la vitesse maximale d'un point donné de la corde ? c) Quel est le module de la vitesse de l'onde ?

8P. Une onde sinusoïdale transversale, dont la longueur d'onde est de 20 cm, se déplace dans une corde dans la direction positive de l'axe des x. Le déplacement transversal d'un élément de corde situé à $x = 0$, en fonction du temps, est indiqué à la figure 2.29. a) Faites un graphique du déplacement de la corde y en fonction de la position des éléments de corde x (la portion comprise entre $x = 0$ et $x = 20$ cm) à l'instant $t = 0$. b) Quel est le module de la vitesse de l'onde ? c) Écrivez l'équation de l'onde, en évaluant toutes les constantes. d) Quelle est la vitesse transversale de l'élément à $x = 0$ et à l'instant $t = 5{,}0$ s ?

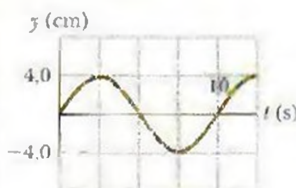


Figure 2.29 Problème 8

9P. Une onde sinusoïdale a une fréquence de 500 Hz et une vitesse ayant un module de 350 m/s. a) Quelle distance y a-t-il entre deux points sur la corde qui présentent une différence de phase de $\pi/3$ rad ? b) Quelle est la différence de phase entre deux déplacements d'un certain point s'il y a un délai de 1,00 ms entre les deux ? www

SECTION 2.6 La vitesse d'une onde dans une corde tendue

10E. La masse linéique de la plus grosse corde d'un violon est de 3,0 g/m, et celle de la plus petite corde est de 0,29 g/m. Si les deux cordes sont faites du même matériau, quel est le rapport entre le diamètre de la plus grosse corde d_1 et celui de la plus petite corde d_2, soit d_1/d_2 ?

11E. Quel est le module de la vitesse d'une onde transversale se propageant dans une corde ayant une longueur de 2,00 m et une masse de 60,0 g, et qui est soumise à une tension dont le module est de 500 N ?

12E. On double la tension d'un fil fixé à ses deux extrémités, sans modifier sensiblement la longueur du fil entre les fixations. Quel est, pour les ondes transversales circulant dans ce fil, le rapport entre le module de la nouvelle vitesse des ondes v_{nouv} et le module de la vitesse initiale v_{init}, soit v_{nouv}/v_{init} ?

13E. La masse linéique d'une corde est de $1{,}6 \times 10^{-4}$ kg/m. Une onde transversale parcourant cette corde est décrite par l'équation

$$y = (0{,}021 \text{ m}) \sin[(2{,}0 \text{ m}^{-1})x + (30 \text{ s}^{-1})t].$$

Quels sont a) le module de la vitesse de l'onde et b) la tension dans la corde ?

14E. Une onde transversale se propageant dans une corde est décrite par cette équation :

$$y = (2{,}0 \text{ mm}) \sin[(20 \text{ m}^{-1})x - (600 \text{ s}^{-1})t].$$

La corde est soumise à une tension ayant un module de 15 N. a) Quel est le module de la vitesse de l'onde ? b) Trouvez la masse linéique de cette corde, en grammes par mètre.

15P. Une corde tendue a une masse par unité de longueur de 5,00 g/cm et est soumise à une tension ayant un module de 10,0 N. Une onde sinusoïdale se propage dans cette corde dans la direction négative de l'axe des x ; cette onde a une amplitude de 0,120 mm et une fréquence de 100 Hz. Si à $t = 0$ le point de la corde situé à $x = 0$ a un déplacement de 0,100 mm et une vitesse transversale orientée vers la partie négative de l'axe des y, écrivez une équation pour décrire cette onde.

16P. Quel est le module de la vitesse maximale d'une onde transversale pouvant voyager dans un fil d'acier ? Pour des raisons de sécurité, la contrainte de traction maximale à laquelle les fils d'acier peuvent être soumis est de $7{,}0 \times 10^8$ N/m². L'acier a une masse volumique de 7 800 kg/m³. Démontrez que votre résultat ne dépend pas du diamètre du fil.

17P. Une onde sinusoïdale transversale d'amplitude y_m ayant une longueur d'onde λ se propage dans une corde tendue. a) Trouvez le rapport entre le module de la vitesse maximale d'un élément (la vitesse à laquelle un élément de corde se déplace perpendiculairement par rapport à l'onde) et le module de la vitesse de l'onde, soit v_{ym}/v. b) Si une onde d'une amplitude et d'une longueur d'onde

données est produite dans la corde, ce rapport de vitesse dépend-il du matériau constituant la corde, qui peut être, par exemple, de l'acier ou du nylon ?

18P. Une onde sinusoïdale se propage dans une corde à une vitesse ayant un module de 40 cm/s. À $x = 10$ cm, le déplacement de l'élément de la corde varie en fonction du temps selon l'équation $y = (5{,}0\text{ cm})\sin[1{,}0 - (4{,}0\text{ s}^{-1})t]$. La masse linéique de la corde est 4,0 g/cm. Quelles sont a) la fréquence et b) la longueur d'onde de l'onde ? c) Écrivez l'équation générale donnant le déplacement transversal des éléments de la corde en fonction de la position et du temps. d) Calculez la tension dans la corde.

19P. Une onde sinusoïdale transversale se propage dans une corde dans la direction négative de l'axe des x. La figure 2.30 est une représentation graphique du déplacement en fonction de la position sur la corde à l'instant $t = 0$; l'ordonnée à l'origine est de 4,0 cm. La corde est soumise à une tension dont le module est de 3,6 N et sa masse linéique est de 25 g/m. Trouvez a) l'amplitude, b) la longueur d'onde, c) le module de la vitesse et d) la période de l'onde. e) Trouvez le module de la vitesse transversale maximale d'un élément de la corde. f) Écrivez une équation décrivant l'onde progressive. www

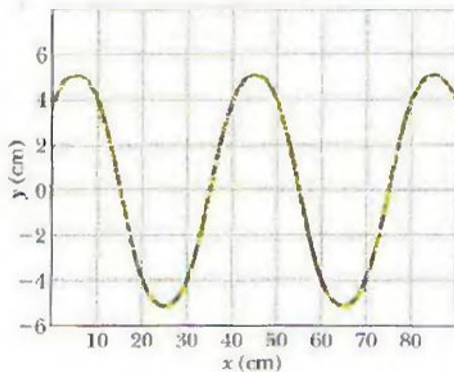


Figure 2.30 Problème 19

20P. Dans la figure 2.31 a), la corde 1 a une masse linéique de 3,00 g/m, et la corde 2 a une masse linéique de 5,00 g/m. Le bloc suspendu de masse $M = 500$ g permet aux cordes d'être tendues. Calculez le module de la vitesse d'une onde se propageant dans a) la corde 1 et b) la corde 2. (*Indice* : lorsqu'une corde est enroulée sur la moitié de la jante d'une poulie, elle tire sur la poulie avec une force résultante égale au double de la tension de la corde.) Le bloc est ensuite divisé en deux blocs (où $M_1 + M_2 = M$), et le dispositif est réarrangé comme le montre la figure 2.31 b). Déterminez c) M_1 et d) M_2 afin que les modules des vitesses des ondes se propageant dans les cordes soient égaux.

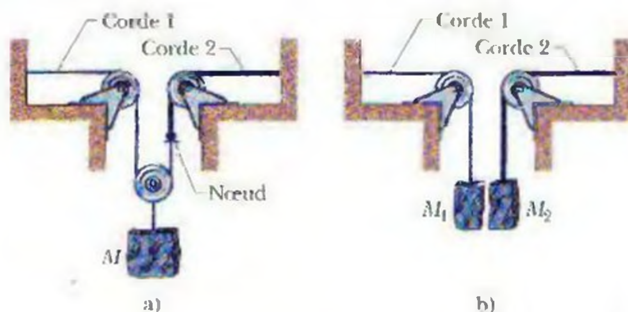


Figure 2.31 Problème 20

21P. Un fil d'une longueur de 10,0 m et d'une masse de 100 g est soumis à une tension ayant un module de 250 N. Si on transmet deux impulsions, une à chaque extrémité du fil, en laissant un intervalle de temps de 30,0 ms entre chaque impulsion, à quel endroit les impulsions se rencontreront-elles ? www

22P. La petite bande de caoutchouc utilisée à l'intérieur de certaines balles de golf et de baseball obéit à la loi de Hooke dans une gamme étendue d'étirements. Un segment de cette bande a une longueur non tendue ℓ et une masse m. Lorsqu'une force $\vec{F}$ est appliquée, la bande s'étire d'une longueur additionnelle $\Delta\ell$. a) Quel est le module de la vitesse (en fonction de m, de $\Delta\ell$ et de la constante d'élasticité k) des ondes transversales se propageant dans cette bande élastique étirée ? b) À l'aide de votre réponse fournie en a), démontrez que le temps requis par une impulsion transversale pour parcourir la longueur de la bande de caoutchouc est proportionnel à $1/\sqrt{\Delta\ell}$ si $\Delta\ell \ll \ell$ et est constant si $\Delta\ell \gg \ell$.

23P. Une corde uniforme de masse m et de longueur L est suspendue à un plafond. a) Démontrez que le module de la vitesse d'une onde transversale se propageant dans la corde dépend de la distance y à partir du bas de la corde, et est donné par $v = \sqrt{gy}$. b) Démontrez que le temps requis par une onde transversale pour parcourir la longueur de la corde est donné par $t = 2\sqrt{L/g}$. (*Attention* : la variable y spécifiée ici n'est pas le déplacement transversal des éléments de la corde.)

SECTION 2.7 L'énergie et la puissance d'une onde sinusoïdale dans une corde

24E. Une corde dans laquelle des ondes peuvent se propager a une longueur de 2,70 m et une masse de 260 g. Le module de la tension dans la corde est de 36,0 N. Quelle doit être la fréquence des ondes sinusoïdales progressives d'une amplitude de 7,70 mm pour que leur puissance moyenne soit de 85,0 W ?

25P. Une onde sinusoïdale transversale est générée à l'extrémité d'une longue corde horizontale par une tige qui oscille de bas en haut sur une distance de 1,00 cm. Le mouvement est continu et se répète avec régularité 120 fois par seconde. La corde a une masse linéique de 120 g/m et est soumise à une tension ayant un module de 90,0 N. Trouvez la valeur maximale a) du module de la vitesse transversale du point de la corde et b) de la composante transversale de la tension τ. (*Indice* : cette composante est $\tau \sin\theta$, où θ est l'angle que la corde forme avec l'horizontale. Vous devrez relier l'angle θ à dy/dx.) c) Démontrez que les deux valeurs maximales calculées ci-dessus sont atteintes au cours de phases identiques de l'onde. Quel est le déplacement transversal y de la corde durant ces phases ? d) Quel est le taux maximal de transfert d'énergie le long de la corde ? e) Quel est le déplacement transversal y lorsque ce transfert maximal se produit ? f) Quel est le taux minimal de transfert d'énergie le long de la corde ? g) Quel est le déplacement transversal y lorsque ce transfert minimal se produit ? www

SECTION 2.9 L'interférence des ondes

26E. Si deux ondes sinusoïdales progressives se propageant dans la même direction dans une corde tendue sont identiques sauf en ce qui concerne leur phase, quelle différence de phase produira une onde résultante ayant une amplitude 1,50 fois plus élevée que celle des deux ondes initiales ? Écrivez votre réponse en a) degrés, b) radians et c) longueurs d'onde.

27E. Deux ondes sinusoïdales progressives de même amplitude et de même longueur d'onde, se propageant dans la même direction dans une corde, sont déphasées de $\pi/2$ rad. Quelle est l'amplitude de l'onde résultante, par rapport à l'amplitude initiale y_m, des deux ondes qui interfèrent ?

28P. Deux ondes sinusoïdales identiques, sauf en ce qui concerne leur phase, se propagent dans la même direction dans une corde, et leur interférence produit une onde résultante donnée par

$y'(x, t) = (3{,}0\ \text{mm})\sin(20x - 4{,}0t + 0{,}820\ \text{rad})$, où x est en mètres et t est en secondes. Quelles sont a) la longueur d'onde λ des deux ondes, b) la différence de phase entre ces ondes et c) leur amplitude y_m ?

SECTION 2.10 Les vecteurs de Fresnel

29E. Déterminez l'amplitude de l'onde résultante lorsque deux ondes sinusoïdales de même fréquence et se propageant dans la même direction se superposent dans une corde, et ont des amplitudes respectives de 3,0 cm et de 4,0 cm, et des constantes de phase de 0 et de $\pi/2$ rad.

30P. Deux ondes sinusoïdales ont la même période, des amplitudes respectives de 5,0 mm et de 7,0 mm, et se propagent dans la même direction dans une corde tendue ; elles produisent une onde résultante dont l'amplitude est de 9,0 mm. L'onde qui a une amplitude de 5,0 mm possède une constante de phase de 0. Quelle est la constante de phase de l'onde dont l'amplitude est de 7,0 mm ?

31P. Trois ondes sinusoïdales de même fréquence se propagent dans une corde dans la direction positive de l'axe des x. Elles ont, respectivement, une amplitude de y_1, de $y_1/2$ et de $y_1/3$, et une constante de phase de 0, de $\pi/2$ et de π. a) Quelle est l'amplitude et b) quelle est la constante de phase de l'onde résultante ? c) Faites un graphique de l'onde résultante à $t = 0$, et expliquez son comportement lorsque t augmente. www

SECTION 2.12 Les ondes stationnaires et la résonance

32E. Une corde soumise à une tension ayant un module τ_i oscille au troisième harmonique à la fréquence f_3, et les ondes se propageant dans la corde ont une longueur d'onde λ_3. Si la tension dans la corde est augmentée à $\tau_f = 4\tau_i$ et que la corde oscille encore au troisième harmonique, quelles sont alors a) la fréquence de l'oscillation exprimée en fonction de f_3 et b) la longueur d'onde des ondes exprimée en fonction de λ_3 ?

33E. Une corde de guitare en nylon a une masse linéique de 7,20 g/m et est soumise à une tension ayant un module de 150 N. Les supports fixes de la corde sont distants de 90,0 cm. La corde oscille et produit l'onde stationnaire illustrée à la figure 2.32. Calculez a) le module de la vitesse, b) la longueur d'onde et c) la fréquence des ondes progressives dont la superposition produit cette onde stationnaire. www



Figure 2.32 Exercice 33

34E. Deux ondes sinusoïdales de même longueur d'onde et de même amplitude se propagent dans des directions opposées dans une corde, à une vitesse ayant un module de 10 cm/s. S'il s'écoule un temps de 0,50 s entre deux instants successifs où la corde est droite, quelle est la longueur d'onde des ondes ?

35E. Une corde fixée à ses deux extrémités mesure 8,40 m de longueur et a une masse de 0,120 kg. Elle oscille et est soumise à une tension ayant un module de 96,0 N. a) Quel est le module de la vitesse des ondes se propageant dans la corde ? b) Quelle est la plus grande longueur d'onde qu'une onde stationnaire peut avoir dans cette corde ? c) Déterminez la fréquence de cette onde ayant la plus grande longueur d'onde.

36E. Une corde longue de 125 cm a une masse de 2,00 g. Elle est étirée entre des supports fixes produisant une tension dans la corde de 7,00 N. a) Quel est le module de la vitesse des ondes se propageant dans cette corde ? b) Quelle est la plus basse fréquence de résonance ?

37E. Quelles sont les trois plus basses fréquences des ondes stationnaires se propageant dans un fil d'une longueur de 10,0 m et d'une masse de 100 g qui est tendu de façon à produire une tension dans le fil de 250 N ?

38E. Une corde A est tendue entre deux pinces situées à une distance L l'une de l'autre. Une corde B, qui a la même masse linéique et est soumise à la même tension que la corde A, est tendue entre deux pinces situées à une distance $4L$ l'une de l'autre. Considérez les huit premiers harmoniques de la corde B. Le cas échéant, lesquels de ces harmoniques ont une fréquence de résonance égale à une des fréquences de résonance de la corde A ?

39P. Une corde tendue entre deux supports fixes situés à 75,0 cm l'un de l'autre a des fréquences de résonance de 420 Hz et de 315 Hz, sans fréquence de résonance intermédiaire. Quels sont a) la plus basse fréquence de résonance et b) le module de la vitesse des ondes ? www

40P. Dans la figure 2.33, deux impulsions de 2,0 cm de largeur se propagent dans des directions opposées dans une corde. Le module de la vitesse v des ondes est de 2,0 m/s et il y a une distance de 6,0 cm entre les impulsions à $t = 0$. a) Faites des schémas qualitatifs de la forme de la corde aux instants $t = 5{,}0$ ms, 10 ms, 15 ms, 20 ms et 25 ms. b) Quel type d'énergie (ou forme d'énergie) les impulsions ont-elles à $t = 15$ ms ?

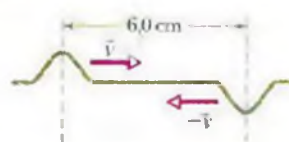


Figure 2.33 Problème 40

41P. L'équation suivante décrit l'oscillation d'une corde :

$$y' = (0{,}50\ \text{cm})\sin\left[\left(\frac{\pi}{3}\ \text{cm}^{-1}\right)x\right]\cos[(40\pi\ \text{s}^{-1})t].$$

Quels sont a) l'amplitude et b) le module de la vitesse des deux ondes dont la superposition produit cette oscillation (les ondes sont identiques, sauf en ce qui concerne leur direction) ? c) Quelle est la distance entre deux nœuds adjacents ? d) Quelle est la vitesse d'un élément de corde à la position $x = 1{,}5$ cm à $t = 9/8$ s ?

42P. Une onde stationnaire est la somme des deux ondes progressives transversales suivantes :

$$y_1 = 0{,}050\cos(\pi x - 4\pi t)$$

et

$$y_2 = 0{,}050\cos(\pi x + 4\pi t),$$

où x, y_1 et y_2 sont exprimés en mètres, et t en secondes. a) Quelle est la plus petite valeur positive de x qui correspond à un nœud ? b) Dans l'intervalle $0 \leq t \leq 0{,}50$ s, à quels instants l'élément situé à $x = 0$ aura-t-il une vitesse nulle ?

43P. Une corde de 3,0 m de longueur oscille sous l'effet d'une onde stationnaire qui comporte trois ventres d'une amplitude de 1,0 cm. Le module de la vitesse des ondes est de 100 m/s. a) Quelle en est la fréquence ? b) Écrivez les équations des deux ondes qui, en se combinant, produisent cette onde stationnaire.

44P. Lors d'une expérience sur les ondes stationnaires, une corde d'une longueur de 90 cm est attachée à la pointe d'un diapason qui oscille perpendiculairement à la corde et à une fréquence de 60 Hz. La corde a une masse de 0,044 kg. Quelle doit être la tension dans la corde (des masses sont attachées à l'autre extrémité et suspendues dans les airs) pour produire une onde stationnaire ayant quatre ventres ?

45P. Une oscillation de 600 Hz provenant d'un diapason produit des ondes stationnaires dans une corde fixée à ses deux extrémités. Le module de la vitesse des ondes se propageant dans la corde est de 400 m/s. L'onde stationnaire a quatre ventres et une amplitude de 2,0 mm. a) Quelle est la longueur de la corde ? b) Écrivez une équation décrivant le déplacement de la corde en fonction de la position et du temps.

46P. Une corde, soumise à une tension ayant un module de 200 N et fixée à ses deux extrémités, oscille au deuxième harmonique. Le déplacement de la corde est donné par

$$y = (0{,}10\ \text{m}) \sin(\pi x/2) \sin(12\pi t),$$

où $x = 0$ à une extrémité de la corde et est exprimé en mètres, alors que t est exprimé en secondes. Quelles sont a) la longueur de la corde, b) le module de la vitesse des ondes dans la corde et c) la masse de la corde ? d) Si la corde oscille au troisième harmonique, quelle sera la période d'oscillation ?

47P. À une extrémité d'une très longue corde, un générateur produit une onde donnée par

$$y = (6{,}0\ \text{cm}) \cos\left[\frac{\pi}{2}\,[(2{,}0\ \text{rad/m})x - (8{,}0\ \text{rad/s})t]\right],$$

alors qu'à l'autre extrémité de la corde, un autre générateur produit l'onde

$$y = (6{,}0\ \text{cm}) \cos\left[\frac{\pi}{2}\,[(2{,}0\ \text{rad/m})x + (8{,}0\ \text{rad/s})t]\right].$$

Calculez a) la fréquence, b) la longueur d'onde et c) le module de la vitesse de chaque onde. À quelles valeurs de x sont situés d) les nœuds et e) les ventres ?

48P. Une onde stationnaire se propageant dans une corde est décrite par

$$y(x, t) = 0{,}040 \sin(5\pi x) \cos(40\pi t),$$

où x et y sont exprimés en mètres, et t en secondes. a) Déterminez la position de tous les nœuds lorsque $0 \le x \le 0{,}40$ m. b) Quelle est la période du mouvement oscillant de n'importe quel point, à l'exception des nœuds, sur la corde ? Quels sont c) le module de la vitesse et d) l'amplitude des deux ondes progressives dont l'interférence produit cette onde ? e) Lorsque $0 \le t \le 0{,}050$ s, à quels instants tous les points de la corde auront-ils une vitesse transversale nulle ?

49P. Démontrez que l'énergie cinétique maximale contenue entre deux nœuds adjacents d'une onde stationnaire produite par deux ondes progressives de même amplitude est $2\pi^2\mu y_m^2 f v$. www

50P. Soit une onde stationnaire produite dans une longue corde ; elle possède un ventre à $x = 0$, et un nœud à $x = 0{,}10$ m. Il n'y a aucun ventre ou nœud entre $x = 0$ et $x = 0{,}10$ m. Le déplacement $y(t)$ de l'élément de corde situé à $x = 0$ est illustré à la figure 2.34. À $t = 0{,}50$ s, quels sont les déplacements des éléments de corde situé à a) $x = 0{,}20$ m et b) $x = 0{,}30$ m ? Quelle est la composante v de la vitesse transversale de l'élément de corde situé à $x = 0{,}20$ m à l'instant c) $t = 0{,}50$ s et d) $t = 1{,}0$ s ? e) Faites le schéma de l'onde stationnaire à $t = 0{,}50$ s entre les limites $x = 0$ et $x = 0{,}40$ m.

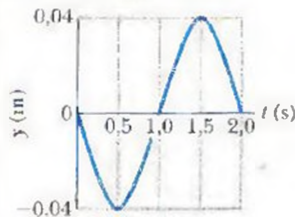


Figure 2.34 Problème 50

51P. Dans la figure 2.35, un fil d'aluminium, de longueur $L_1 = 60{,}0$ cm et ayant une section transversale de $1{,}00 \times 10^{-2}$ cm² et une masse volumique de 2,60 g/cm³, est joint à un fil d'acier d'une masse volumique de 7,80 g/cm³ qui a la même section transversale. Le fil composé, qui supporte un bloc de masse $m = 10{,}0$ kg, est placé de façon à ce que la distance L_2 entre le joint et la poulie de support soit de 86,6 cm. Des ondes transversales sont produites dans le fil sous l'effet du mouvement d'une source externe de fréquence variable ; un nœud est situé à la poulie. a) Trouvez la plus basse fréquence d'excitation à laquelle l'onde stationnaire résultante a un nœud qui coïncide avec la jonction des fils. b) Combien de nœuds y a-t-il à cette fréquence ?

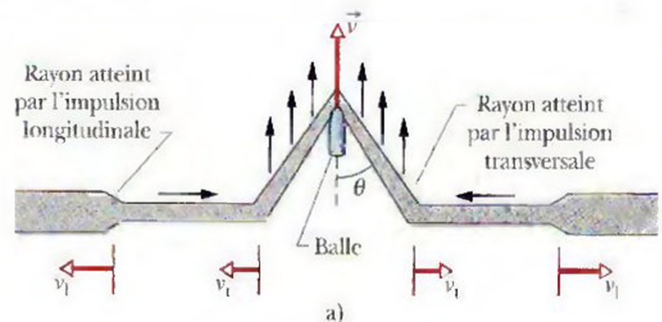


Figure 2.35 Problème 51

Problème supplémentaire

52P. *Une veste pare-balles.* Lorsqu'un projectile qui voyage à haute vitesse, comme une balle ou un éclat de bombe, frappe une veste pare-balles de modèle récent, le tissu de la veste stoppe le projectile et empêche sa pénétration par une diffusion rapide de son énergie sur une grande surface. Cette diffusion s'effectue au moyen d'impulsions longitudinales et transversales qui se déplacent de façon *radiale* à partir du point d'impact, où le projectile produit un creux de forme conique dans la trame du tissu. L'impulsion longitudinale, qui se propage dans les fibres du tissu à une vitesse ayant un module v_l vers le creux, provoque un étirement et un amincissement des fibres, et le tissu s'étire d'une façon radiale vers l'intérieur du creux. Une fibre radiale de ce type est illustrée dans la figure 2.36 a). Une partie de l'énergie du projectile sert à ce mouvement et à cet étirement. L'onde transversale, se déplaçant à une plus petite vitesse v_t, est produite par la formation du creux conique. Comme le projectile augmente la profondeur du creux, il en augmente aussi le rayon, ce qui force les fibres à se déplacer dans la même direction que le projectile (perpendiculairement à la direction de l'impulsion transversale). Le reste de l'énergie du projectile sert à ce mouvement. L'énergie résiduelle qui n'est pas utilisée pour produire des déformations permanentes dans les fibres devient de la chaleur.

La figure 2.36 b) est un graphe du module de la vitesse v en fonction du temps t dans le cas d'une balle de masse $m = 10{,}2$ g tirée à bout portant dans la veste à l'aide d'un revolver Spécial .38. Ici, $v_l = 2\,000$ m/s, et supposez que le creux conique a un demi-angle θ de 60°. À la suite de l'impact, quel est le rayon de a) la zone étirée et b) du creux (si on suppose que la personne qui porte la veste est immobile) ?



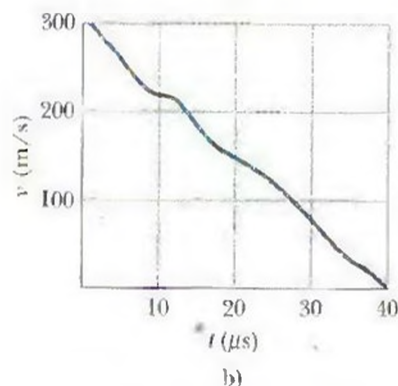


Figure 2.36 Problème 52

3 Les ondes sonores

Cette chauve-souris peut non seulement détecter un papillon nocturne dans l'obscurité totale, mais elle peut aussi déterminer sa vitesse relative avant de foncer sur lui.

Comment le système de détection de la chauve-souris fonctionne-t-il, et comment un papillon peut-il neutraliser ce système, ou le rendre moins efficace ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.





Figure 3.1 Une échographie d'un fœtus qui suce son pouce : l'image est produite par des ultrasons (dont la fréquence se situe au-delà de votre limite d'audibilité).

3.1 Les ondes sonores

Comme on l'a vu dans le chapitre 2, les ondes mécaniques ont besoin d'un support matériel, d'un milieu, pour exister. Il y a deux types d'ondes mécaniques : les *ondes transversales*, dont les oscillations du milieu sont perpendiculaires à la direction de la propagation de l'onde, et les *ondes longitudinales*, dont les oscillations du milieu sont parallèles à la direction de la propagation de l'onde.

Les **ondes sonores** sont des ondes mécaniques longitudinales. Les équipes de prospection utilisent ces ondes pour sonder la croûte terrestre à la recherche de pétrole. Les navires utilisent des systèmes de repérage par le son (sonar) pour détecter des obstacles sous-marins. Les équipages des sous-marins utilisent des ondes sonores pour traquer les autres bâtiments, principalement en écoutant les bruits caractéristiques produits par leurs systèmes de propulsion. La figure 3.1 présente une échographie, où l'on voit une image numérisée de la tête et du bras d'un fœtus, qui constitue un exemple de l'utilisation des ondes sonores dans l'étude des tissus délicats du corps humain. Dans ce chapitre, on mettra l'accent sur les ondes sonores audibles qui se propagent dans l'air.

La figure 3.2 illustre différents concepts qu'on utilisera ici. Le point S représente une très petite source sonore, que l'on nomme *source ponctuelle*, qui émet des ondes sonores dans toutes les directions. Les *fronts d'onde* et les *rayons* indiquent la direction de la propagation et de la diffusion des ondes sonores. Les **fronts d'onde** sont des surfaces où les oscillations de l'air produites par l'onde sonore sont identiques (même amplitude et même phase) ; dans un dessin bidimensionnel, ces surfaces sont représentées par des cercles complets ou partiels ayant pour centre la source ponctuelle. Les **rayons** sont des lignes perpendiculaires aux fronts d'onde qui indiquent la direction de propagation de ces fronts d'onde. Les petites flèches doubles superposées sur les rayons de la figure 3.2 indiquent que les oscillations longitudinales de l'air sont parallèles aux rayons, donc parallèles à la direction de propagation de l'onde.

Comme on le voit à la figure 3.2, les fronts d'onde sont sphériques dans une région rapprochée d'une source ponctuelle et se déploient en trois dimensions ; on dit que les ondes sont *sphériques* à de tels endroits relativement près de la source. À mesure que les fronts d'onde s'éloignent de la source et que leur rayon augmente, leur courbure diminue. À un point éloigné de la source, les fronts d'onde sont approximativement plats (ou bidimensionnels) ; on dit alors que les ondes sont *planes*.

3.2 La vitesse du son

La vitesse de toute onde mécanique, qu'elle soit transversale ou longitudinale, dépend à la fois d'une propriété d'inertie (emmagasiner de l'énergie cinétique) et d'une propriété d'élasticité (emmagasiner de l'énergie potentielle) du milieu. On peut donc généraliser l'équation 2.25, qui donne le module de la vitesse d'une onde transversale le long d'une corde tendue, en écrivant

$$v = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}} = \sqrt{\frac{\text{propriété d'élasticité}}{\text{propriété d'inertie}}}, \qquad (3.1)$$

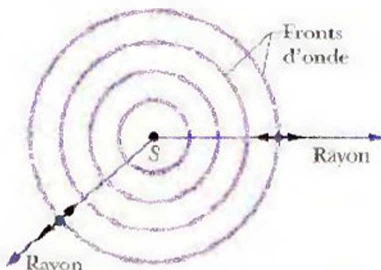


Figure 3.2 Une onde sonore se propage à partir d'une source ponctuelle S dans un milieu tridimensionnel. Les fronts d'onde forment des sphères centrées sur S ; les rayons ont une direction radiale par rapport à S. Les petites flèches doubles indiquent que les éléments du milieu oscillent parallèlement à la direction des rayons.

où (pour les ondes transversales) τ est la tension dans la corde et μ est sa masse linéique. Dans le cas d'une onde longitudinale se propageant dans l'air, on peut s'attendre à ce que la propriété d'inertie correspondant à μ soit la masse volumique ρ de l'air. Mais qu'en est-il de la propriété d'élasticité ?

Dans une corde tendue, une énergie potentielle est associée à l'étirement périodique des éléments de corde parcourus par une onde. Lorsqu'une onde sonore se propage dans l'air, une énergie potentielle est associée aux compressions et aux raréfactions périodiques des petits éléments du volume d'air. La propriété qui détermine la variation de volume d'un élément du milieu lorsque la pression p ($p = F/A$, module de la force appliquée par unité de surface) y est modifiée est le **module de compressibilité** B. Celui-ci a été défini à la section 13.6 du volume 1 par (voir l'équation 13.27) :

$$B = -\frac{\Delta p}{\Delta V/V} \quad \text{(la définition du module de compressibilité)}, \qquad (3.2)$$

TABLEAU 3.1 Le module de la vitesse du son*

Milieu	Vitesse (m/s)
Gaz	
Air (0 °C)	331
Air (20 °C)	343
Hélium	965
Hydrogène	1 284
Liquides	
Eau (0 °C)	1 402
Eau (20 °C)	1 482
Eau de mer**	1 522
Solides	
Aluminium	6 420
Acier	5 941
Granite	6 000

* À 0 °C et à une pression de 1 atm, sauf indication contraire.

** À 20 °C et avec une salinité de 3,5 %.

où $\Delta V/V$ est la variation relative du volume produite par une fluctuation de pression Δp. L'unité SI de la pression est le newton par mètre carré (N/m^2), que l'on nomme *pascal* (Pa). D'après l'équation 3.2, on voit que l'unité de B est également le pascal. Les signes de Δp et de ΔV sont toujours opposés : quand on augmente la pression sur un élément (Δp est positive), son volume diminue (ΔV est négative). On met un signe négatif dans l'équation 3.2 de sorte que B est toujours une quantité positive. En substituant ensuite B à τ et ρ à μ dans l'équation 3.1, on a

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad \text{(le module de la vitesse du son),} \tag{3.3}$$

qui est le module de la vitesse du son dans un milieu dont le module de compressibilité est B et la masse volumique est ρ. C'est effectivement l'équation obtenue par une preuve plus formelle, présentée à la fin de cette section. Le tableau 3.1 indique le module de la vitesse du son dans différents milieux.

La masse volumique de l'eau est presque 1 000 fois plus grande que celle de l'air. Si c'était le seul facteur important, on devrait s'attendre, d'après l'équation 3.3, à ce que la vitesse du son dans l'eau soit considérablement réduite par rapport à sa vitesse dans l'air. Pourtant, le tableau 3.1 montre le contraire. On en déduit (encore d'après l'équation 3.3) que le module de compressibilité de l'eau doit être au moins 1 000 fois plus grand que celui de l'air. C'est effectivement le cas. L'eau est beaucoup plus incompressible que l'air, ce qui est une autre façon de dire (voir l'équation 3.2) que son module de compressibilité est beaucoup plus grand. En effet, pour un même volume V d'air et d'eau soumis à la même variation de pression Δp, la variation de volume ΔV de l'eau est beaucoup plus faible que celle de l'air.

Preuve formelle de l'équation 3.3

On prouvera maintenant l'équation 3.3 en utilisant les lois de Newton. Soit une impulsion où l'air est comprimé, et qui se propage (*de la droite vers la gauche*) dans l'air à la vitesse $-\vec{v}$ dans un long tube, comme celui de la figure 2.2. On suit l'impulsion à cette vitesse, de sorte que l'impulsion semble immobile dans ce référentiel. La figure 3.3 a) représente la situation telle qu'elle apparaît dans ce référentiel. L'impulsion est immobile, et l'air passe à travers elle à la vitesse $+\vec{v}$, *de la gauche vers la droite*.

On pose que la pression de l'air non perturbé est p, et que la pression dans l'impulsion est $p + \Delta p$, où Δp est positive à cause de la compression. On établit, à la figure 3.3, un axe des x positifs orienté vers la droite. Considérez un élément d'air d'épaisseur Δx et de surface A se déplaçant vers l'impulsion à la vitesse $\vec{v}$. Lorsque cet élément d'air traverse l'impulsion, sa face avant rencontre une région où la pression est plus grande, ce qui le ralentit ; la composante x de sa vitesse devient $v_x + \Delta v_x$, où Δv_x est négative. Ce ralentissement est complet lorsque la face arrière atteint l'impulsion, ce qui demande un intervalle de temps

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v_x}. \tag{3.4}$$

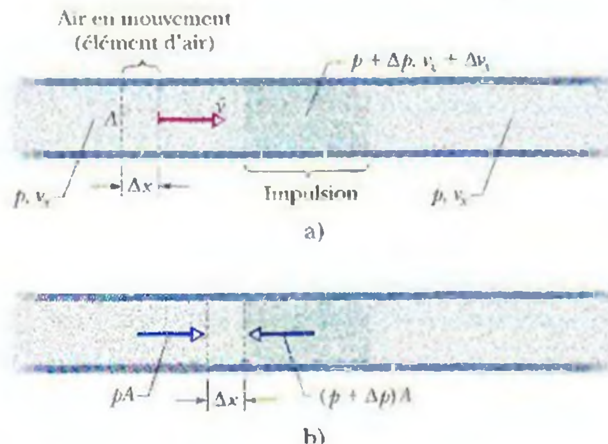


Figure 3.3 Une impulsion de compression est transmise dans un long tube rempli d'air. Dans le référentiel de cette illustration, l'impulsion est au repos et l'air se déplace de la gauche vers la droite. a) Un élément d'air d'épaisseur Δx se déplace vers l'impulsion à la vitesse $\vec{v}$. b) La face avant de l'élément d'air atteint l'impulsion. Les forces (accompagnées de leur module) agissant sur les faces avant et arrière (sous l'effet de la pression de l'air) sont indiquées.

On peut appliquer la deuxième loi de Newton ($\vec{F}_{rés} = m\vec{a}$) à l'élément d'air. Durant l'intervalle de temps Δt, une force moyenne, dont la composante x est pA, s'exerce vers la droite sur la face arrière de l'élément, et une force moyenne, ayant une composante x de $-(p + \Delta p)A$, s'exerce vers la gauche sur sa face avant (figure 3.3 b). La composante x de la force moyenne résultante sur l'élément durant l'intervalle Δt est donc

$$\begin{aligned} F_{rés,x} &= pA - (p + \Delta p)A \\ &= -\Delta p\, A \quad \text{(la composante } x \text{ de la force résultante).} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Le signe négatif indique que la force résultante sur l'élément d'air est orientée vers la gauche dans la figure 3.3 b). Le volume de l'élément est $A(\Delta x)$, et, à l'aide de l'équation 3.4, on peut écrire sa masse sous la forme

$$\Delta m = \rho A(\Delta x) = \rho A v_x(\Delta t) \quad \text{(la masse).} \tag{3.6}$$

La composante x de l'accélération moyenne de l'élément d'air durant Δt est

$$a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} \quad \text{(la composante } x \text{ de l'accélération).} \tag{3.7}$$

Selon la deuxième loi de Newton exprimée en fonction des composantes x ($F_{rés,x} = ma_x$), on a, à l'aide des équation 3.5, 3.6 et 3.7,

$$-\Delta p\,(A) = \rho A v_x(\Delta t)\left(\frac{\Delta v_x}{\Delta t}\right),$$

qu'on peut écrire sous la forme

$$\rho v_x^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v_x / v_x}. \tag{3.8}$$

L'air qui occupe un volume $V = Av_x(\Delta t)$ à l'extérieur de l'impulsion est comprimé d'une quantité $\Delta V = A(\Delta v_x)(\Delta t)$ lorsqu'il pénètre l'impulsion. Donc,

$$\frac{\Delta V}{V} = \frac{A(\Delta v_x)(\Delta t)}{Av_x(\Delta t)} = \frac{\Delta v_x}{v_x}. \tag{3.9}$$

En insérant l'équation 3.9 puis l'équation 3.2 dans l'équation 3.8, on obtient

$$\rho v_x^2 = -\frac{\Delta p}{\Delta v_x / v_x} = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} = B.$$

En isolant v_x, qui est égal à v, on obtient l'équation 3.3, qui donne le module de la vitesse de l'élément d'air vers la droite dans la figure 3.3, donc le module de la vitesse de l'impulsion vers la gauche.

Exemple 3.1

Afin de déterminer l'origine d'une source sonore, votre cerveau analyse le délai Δt entre l'arrivée du son à l'oreille la plus rapprochée de la source et l'arrivée du même son à l'autre oreille. Supposez que la distance vous séparant de la source est telle qu'un de ses fronts d'onde est approximativement plan lorsqu'il vous atteint, et posez que D est la distance entre vos oreilles.

a) Trouvez l'expression du délai Δt exprimée en fonction de D et de la direction θ de la source par rapport à un axe dirigé vers l'avant de la personne.

SOLUTION : La situation est représentée (vue en plongée) à la figure 3.4, où les fronts d'onde s'approchent de vous depuis la source située devant vous et à votre droite. Le concept clé, dans ce cas, est celui selon lequel le délai Δt est causé par la distance d que chaque front d'onde doit parcourir pour atteindre votre oreille gauche après avoir atteint votre oreille droite. D'après la figure 3.4, on détermine que

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{D \sin\theta}{v}, \quad \text{(réponse)} \tag{3.10}$$

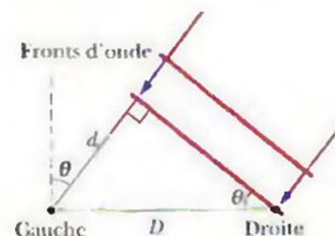


Figure 3.4 Exemple 3.1 Un front d'onde parcourt une distance d (= $D \sin\theta$) supplémentaire pour atteindre l'oreille gauche après avoir atteint l'oreille droite.

où v est le module de la vitesse du son dans l'air. En se basant sur toute une vie d'expériences, votre cerveau fait la corrélation entre toute valeur de Δt (de zéro à la valeur maximale) et une valeur de θ (de zéro à 90°) pour déterminer la direction de la source sonore.

b) Supposez que vous êtes dans l'eau à 20 °C lorsqu'un front d'onde provenant directement de la droite vous atteint. En vous basant

sur l'indication du temps de délai, quelle direction θ la source semble-t-elle former par rapport à un axe dirigé en avant de vous ?

SOLUTION : Dans ce cas, le concept clé à appliquer est celui selon lequel la vitesse du son dans l'air $\vec{v}$ est maintenant la vitesse du son dans l'eau $\vec{v}_e$. On substitue donc v_e à v et 90° à θ dans l'équation 3.10, ce qui donne

$$\Delta t_e = \frac{D \sin 90°}{v_e} = \frac{D}{v_e}. \tag{3.11}$$

Puisque la valeur de v_e est environ quatre fois supérieure à celle de v, la valeur du délai Δt_e est environ le quart de celle du délai maximal dans l'air. En se basant sur son vécu, votre cerveau analysera le délai dans l'eau comme s'il se produisait dans l'air. La source sonore semble donc être à un angle θ plus petit que 90°. Pour trouver cet angle apparent, on substitue le délai D/v_e de l'équation 3.11 à Δt de l'équation 3.10, et on obtient

$$\frac{D}{v_e} = \frac{D \sin \theta}{v}. \tag{3.12}$$

Ensuite, afin de trouver θ, on insère v = 343 m/s et v_e = 1 482 m/s (d'après le tableau 3.1) dans l'équation 3.12, et on détermine que

$$\sin \theta = \frac{v}{v_e} = \frac{343 \text{ m/s}}{1\,482 \text{ m/s}} = 0{,}231,$$

donc, $\theta = 13{,}4°$. (réponse)

3.3 Les ondes sonores progressives

On peut maintenant examiner les déplacements et les variations de pression associés à une onde sonore sinusoïdale se propageant dans l'air. La figure 3.5 a) représente une onde se déplaçant vers la droite dans un long tube rempli d'air. Rappelez-vous, comme on l'a vu dans le chapitre 2, qu'on peut produire une onde semblable à l'aide d'un piston effectuant un mouvement harmonique simple, situé à l'extrémité gauche du tube (voir la figure 2.2). Le déplacement du piston vers la droite déplace et comprime l'élément de volume d'air devant lui, produisant une région près du piston où la pression est légèrement plus élevée ; on appelle cette région une **zone de compression.** Le déplacement du piston vers la gauche permet à cet élément d'air de revenir vers la gauche et entraîne une diminution de pression, créant ainsi une région où la pression est légèrement plus faible que l'on nomme **zone de raréfaction.** Chaque élément d'air pousse successivement sur l'élément suivant, déplaçant ainsi les zones de compression et de raréfaction le long du tube. Le mouvement d'oscillation (droite-gauche) de l'air et les variations de pression se déplacent donc dans le tube, produisant une onde sonore.

Considérez un mince élément de volume d'air d'une épaisseur Δx, situé à la position x dans le tube. Lorsque l'onde le traverse, l'élément d'air oscille de droite à gauche en un mouvement harmonique simple autour de sa position d'équilibre (figure 3.5 b). Les oscillations de chaque élément d'air causées par le passage de l'onde sonore sont donc comparables à celles d'un élément de corde causées par une onde transversale, sauf que l'élément d'air oscille *longitudinalement* et non *transversalement*. Puisque les éléments de corde oscillent parallèlement à l'axe des y, on écrit leurs déplacements sous la forme $y(x, t)$. De la même façon, puisque les éléments d'air oscillent parallèlement à l'axe des x, on pourrait écrire leurs déplacements sous la forme $x(x, t)$. Afin d'éviter toute confusion dans la notation, puisqu'il y a deux variables x dont la signification diffère, on utilisera plutôt la forme $s(x, t)$. La variable s représente donc le déplacement d'un élément de volume d'air par rapport à sa position d'équilibre x à l'instant t.

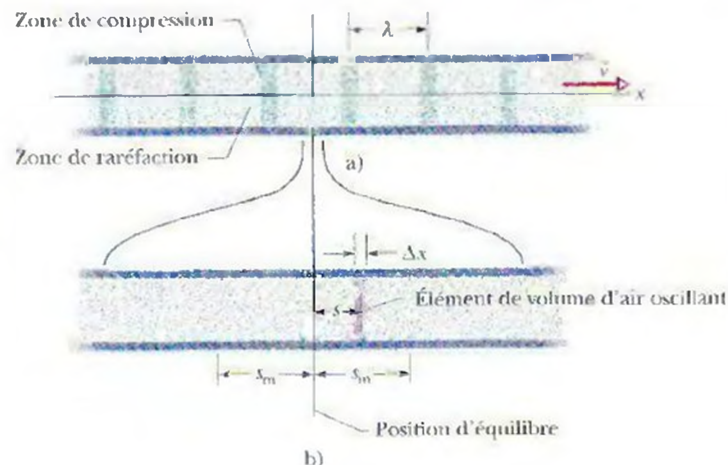


Figure 3.5 a) Une onde sonore qui se propage à la vitesse $\vec{v}$ dans un long tube rempli d'air forme un motif périodique de zones de compression et de zones de raréfaction de l'air. L'onde est représentée à un instant arbitraire. b) Une vue agrandie horizontalement d'une petite section du tube. Lors du passage de l'onde, un élément de volume d'air d'épaisseur Δx oscille de droite à gauche en un mouvement harmonique simple autour de sa position d'équilibre. À l'instant illustré en b), l'élément se trouve déplacé d'une distance s à la droite de sa position d'équilibre. La grandeur maximale de son déplacement, vers la droite ou vers la gauche, est s_m.

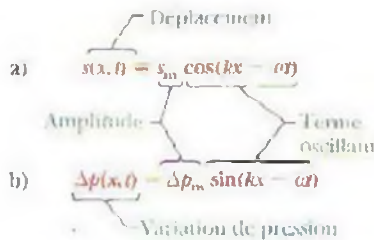


Figure 3.6 a) La fonction déplacement et b) la fonction de variation de pression d'une onde sonore comportent une amplitude et un terme oscillant.

On peut utiliser une fonction sinus ou cosinus pour exprimer mathématiquement $s(x, t)$, puisqu'elles peuvent décrire des déplacements qui varient de façon sinusoïdale en fonction de x et de t. Dans ce chapitre, on utilisera une fonction cosinus, en écrivant

$$s(x, t) = s_m \cos(kx - \omega t). \tag{3.13}$$

La figure 3.6 a) représente les principales parties de cette équation, où s_m est l'**amplitude de déplacement** – c'est-à-dire la grandeur maximale du déplacement de l'élément d'air d'un côté ou de l'autre de sa position d'équilibre (voir la figure 3.5 b). Le nombre d'onde k, la fréquence angulaire ω, la fréquence f, la longueur d'onde λ, le module de la vitesse v et la période T d'une onde sonore (longitudinale) sont définis et reliés exactement de la même façon que dans le cas d'une onde transversale, sauf que λ est ici la distance (parallèle à la direction de propagation de l'onde) à laquelle le motif des zones de compression et de raréfaction causé par l'onde commence à se répéter (voir la figure 3.5 a). (On suppose que s_m est beaucoup plus petite que λ.)

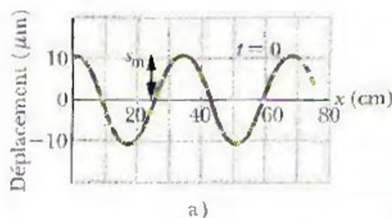
Quand l'onde se déplace, la pression de l'air à toute position x dans la figure 3.5 a) varie de façon sinusoïdale, comme on le démontrera à la fin de cette section. Pour décrire cette variation, on écrit

$$\Delta p(x, t) = \Delta p_m \sin(kx - \omega t). \tag{3.14}$$

La figure 3.6 b) représente les principales parties de cette équation. Dans l'équation 3.14, une valeur négative de Δp correspond à une raréfaction de l'air, et une valeur positive correspond à une compression. Ici, Δp_m est l'**amplitude de pression,** qui est la grandeur de l'augmentation ou de la diminution maximale de pression causée par l'onde ; Δp_m (de l'ordre de 1 Pa) est normalement beaucoup plus petite que la pression d'équilibre p, observée lorsqu'il n'y a pas d'onde (la pression atmosphérique est d'environ 10^5 Pa). Comme on le démontrera, l'amplitude de pression Δp_m est reliée à l'amplitude de déplacement s_m de l'équation 3.13 par

$$\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m. \tag{3.15}$$

La figure 3.7 représente graphiquement les équations 3.13 et 3.14 à $t = 0$; avec le temps, les deux courbes se déplacent vers la droite le long des axes horizontaux. Notez que le déplacement et la variation de pression sont déphasés de $\pi/2$ rad (ou 90°). Ainsi, la variation de pression Δp en tout point le long de l'onde est nulle lorsque la grandeur du déplacement est maximale.



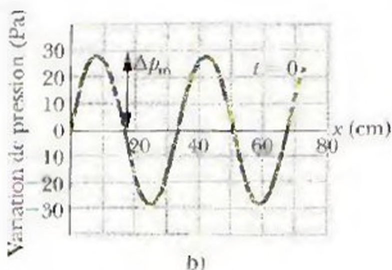


Figure 3.7 a) Le graphique de la fonction déplacement à $t = 0$ (équation 3.13). b) Le graphique équivalent de la fonction de variation de pression (équation 3.14). Les deux graphiques illustrent une onde sonore de 1 000 Hz dont l'amplitude de pression correspond au seuil de la douleur (voir l'exemple 3.2).

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 :** Lorsque l'élément de volume d'air oscillant de la figure 3.5 b) se déplace vers la droite à partir du point de déplacement zéro, la pression dans l'élément est-elle à sa valeur d'équilibre, commence-t-elle à augmenter ou commence-t-elle à diminuer ?

La preuve des équations 3.14 et 3.15

La figure 3.5 b) montre un élément de volume d'air oscillant de section transversale A et d'une épaisseur Δx, et dont le centre est déplacé d'une distance s par rapport à sa position d'équilibre.

D'après l'équation 3.2, on peut écrire la variation de pression dans l'élément déplacé sous la forme

$$\Delta p = -B\frac{\Delta V}{V}. \tag{3.16}$$

La quantité V dans l'équation 3.16 est le volume de l'élément, donné par

$$V = A\,\Delta x. \tag{3.17}$$

La quantité ΔV de l'équation 3.16 est la variation de volume qui se produit lorsque l'élément est déplacé. Cette variation se produit parce que les déplacements des deux faces

de l'élément d'air ne sont pas tout à fait les mêmes, et diffèrent d'une quantité Δs. On peut donc écrire sous cette forme la variation de volume :

$$\Delta V = A\,\Delta s. \tag{3.18}$$

En insérant les équations 3.17 et 3.18 dans l'équation 3.16, on obtient, à la limite lorsque l'épaisseur de l'élément Δx tend vers zéro :

$$\Delta p = -B\frac{\Delta s}{\Delta x} = -B\frac{\partial s}{\partial x}. \tag{3.19}$$

Le symbole ∂ indique que la dérivée dans l'équation 3.19 est une *dérivée partielle*, qui montre comment s varie avec x lorsque le temps t est constant. D'après l'équation 3.13, on a alors, en considérant t comme une constante,

$$\frac{\partial s}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}[s_m \cos(kx - \omega t)] = -ks_m \sin(kx - \omega t).$$

En substituant cette quantité à la dérivée partielle de l'équation 3.19, on obtient

$$\Delta p = Bks_m \sin(kx - \omega t).$$

Si on pose que $\Delta p_m = Bks_m$, cela nous donne l'équation 3.14, que l'on cherchait à démontrer.

En utilisant l'équation 3.3, on peut maintenant écrire :

$$\Delta p_m = (Bk)s_m = (v^2\rho k)s_m.$$

Si on remplace k par ω/v (selon l'équation 2.12), dans cette dernière équation, on obtient l'équation 3.15 que l'on voulait démontrer.

Exemple 3.2

L'amplitude de pression maximale Δp_m que l'oreille humaine peut tolérer dans les ondes sonores est d'environ 28 Pa (ce qui est beaucoup moins que la pression normale de l'air, qui est d'environ 10^5 Pa). Quelle est l'amplitude de déplacement s_m d'un tel son émis dans l'air dont la masse volumique est $\rho = 1{,}21$ kg/m³, à une fréquence de 1 000 Hz, et à une vitesse ayant un module de 343 m/s ?

SOLUTION : On utilise le concept clé suivant : l'amplitude de déplacement s_m d'une onde sonore est reliée à l'amplitude de pression Δp_m de l'onde, d'après l'équation 3.15. En résolvant cette équation pour trouver s_m, on obtient

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{v\rho\omega} = \frac{\Delta p_m}{v\rho(2\pi f)}.$$

En insérant les données connues, on a

$$s_m = \frac{28\text{ Pa}}{(343\text{ m/s})(1{,}21\text{ kg/m}^3)(2\pi)(1\,000\text{ Hz})}$$
$$= 1{,}1 \times 10^{-5}\text{ m} = 11\ \mu\text{m}. \quad \text{(réponse)}$$

Cela représente environ le septième de l'épaisseur de cette page. Donc, l'amplitude de déplacement du son, incluant le son le plus fort que l'oreille puisse tolérer, est très petite.

L'amplitude de pression Δp_m du plus *faible* son détectable à 1 000 Hz est $2{,}8 \times 10^{-5}$ Pa. En procédant comme on vient de le faire, on obtient $s_m = 1{,}1 \times 10^{-11}$ m, ou 11 pm, ce qui équivaut à environ le dixième du rayon d'un atome moyen. On peut en déduire que l'oreille est effectivement un détecteur très sensible aux ondes sonores.

3.4 L'interférence des ondes sonores

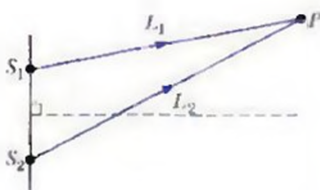


Figure 3.8 Deux sources ponctuelles, S_1 et S_2, émettent des ondes sonores sphériques en phase. Les rayons, L_1 et L_2, indiquent les parcours qu'effectuent les ondes passant par le point P.

À l'instar des ondes transversales, les ondes sonores peuvent produire des interférences. On peut considérer, par exemple, l'interférence entre deux ondes sonores identiques se propageant dans la même direction. La figure 3.8 illustre de quelle façon on peut créer une telle situation : deux sources ponctuelles, S_1 et S_2, émettent des ondes sonores qui sont en phase et qui ont la même longueur d'onde λ. On dit que les sources ponctuelles sont elles-mêmes en phase, c'est-à-dire que les zones de compression et de raréfaction (que l'on peut représenter par des fronts d'onde) sont émises par ces sources simultanément. On s'intéresse aux ondes qui se propagent en passant par le point P dans la figure 3.8. On suppose que la distance entre les sources ponctuelles et le point P est plus grande que la distance entre les deux sources, ce qui permet de dire que les ondes se propagent approximativement dans la même direction au point P.

Si les ondes suivaient des parcours de longueurs identiques pour atteindre le point P, elles seraient en phase parvenues à ce point. Et comme c'est le cas pour les ondes

transversales, cela signifierait qu'elles produiraient alors une interférence constructive. Toutefois, dans la figure 3.8, le parcours L_2 effectué par l'onde émise par S_2 est plus long que le parcours L_1 effectué par l'onde provenant de S_1. Cette différence dans la longueur des parcours signifie que les ondes ne sont peut-être pas en phase au point P. En d'autres mots, leur différence de phase, ϕ, à P dépend de la **différence de parcours** $\Delta L = L_2 - L_1$.

Pour relier la différence de phase ϕ à la différence de parcours ΔL, on se rappelle qu'une différence de phase de 2π rad correspond à une longueur d'onde, comme on l'a vu à la section 2.9. Si $\phi = 2\pi$ rad, cela implique que $\Delta L = \lambda$; on peut donc écrire le rapport suivant (règle de trois) :

$$\frac{\phi}{2\pi} = \frac{\Delta L}{\lambda}, \qquad (3.20)$$

d'où

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi. \qquad (3.21)$$

Une interférence constructive se produit lorsque $\phi = 0, 2\pi$, ou tout multiple entier positif ou négatif de 2π. Cette condition peut s'écrire sous la forme

$$\phi = m(2\pi), \quad \text{où } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(l'interférence constructive).} \qquad (3.22)$$

Si on remplace la valeur de ϕ dans l'équation 3.22 par celle de l'équation 3.21, on obtient $\Delta L/\lambda = m$; la condition pour l'obtention d'une interférence constructive est donc :

$$\Delta L = m\lambda, \quad \text{où } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(l'interférence constructive)} \qquad (3.23)$$

Si la valeur de m est négative, cela indique que L_1 est plus grand que L_2, ce qui est plausible. Le point P de la figure 3.8 serait alors situé sous la droite horizontale (en pointillé dans la figure), équidistante par rapport aux sources.

Par exemple, si la différence de parcours $\Delta L = L_2 - L_1$ est égale à 2λ, alors $\Delta L = 2\lambda = m\lambda$, et les ondes produisent une interférence constructive au point P. L'interférence est constructive parce que l'onde de S_2 au point P est déphasée de 2λ par rapport à l'onde de S_1, de sorte que les deux ondes sont *en phase* à P.

Une interférence destructive se produit lorsque ϕ est un multiple impair positif ou négatif de π, ce qui peut s'écrire ainsi :

$$\phi = (2m + 1)\pi, \quad \text{où } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(l'interférence destructive).} \qquad (3.24)$$

Si on remplace la valeur de ϕ dans l'équation 3.24 par celle de l'équation 3.21, on obtient $\Delta L/\lambda = (m + \frac{1}{2})$, et la condition pour l'obtention d'une interférence destructive est donc :

$$\Delta L = (m + \tfrac{1}{2})\lambda, \quad \text{où } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(l'interférence destructive).} \qquad (3.25)$$

Par exemple, si la différence de parcours $\Delta L = L_2 - L_1$ de la figure 3.8 est égale à $2{,}5\lambda$, alors $\Delta L = 2{,}5\lambda = (2 + \frac{1}{2})\lambda = (m + \frac{1}{2})\lambda$, et les ondes produisent une interférence destructive au point P. L'interférence est destructive parce que l'onde de S_2 au point P est déphasée de 2,5 longueurs d'onde par rapport à l'onde de S_1, de sorte que les deux ondes sont *en opposition de phase* à P.

Bien sûr, deux ondes peuvent produire une interférence intermédiaire lorsque, par exemple, $\Delta L = 1{,}2\lambda$. Cela se rapprocherait davantage d'une interférence constructive ($\Delta L = 1{,}0\lambda$) que d'une interférence destructive ($\Delta L = 1{,}5\lambda$).

Exemple 3.3

Dans la figure 3.9 a), deux sources ponctuelles, S_1 et S_2, sont en phase et séparées par une distance $D = 1{,}5\lambda$; elles émettent des ondes sonores identiques de longueur d'onde λ.

a) On considère le point P_1 situé sur la droite passant perpendiculairement au centre du segment de droite reliant les deux sources. La distance de P_1, par rapport aux sources, est plus grande que D. Quelle est la différence de parcours entre les ondes émises par S_1 et par S_2 qui se rendent au point P_1 ? Quel type d'interférence se produit à P_1 ?

SOLUTION : On utilise ici le concept clé suivant : puisque les ondes parcourent des distances identiques pour atteindre P_1, L_1 est égal à L_2 et leur différence de parcours $L_2 - L_1$ est

$$\Delta L = 0. \qquad \text{(réponse)}$$

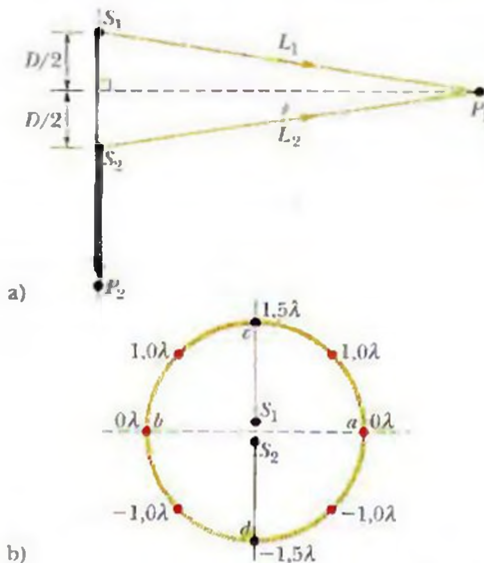


Figure 3.9 Exemple 3.3 a) Deux sources ponctuelles, S_1 et S_2, séparées par une distance D émettent en phase des ondes sonores sphériques. Les ondes parcourent des distances égales pour atteindre le point P_1. Le point P_2 est situé sur le prolongement de la ligne traversant S_1 et S_2. b) La différence de parcours (exprimée sous forme de longueurs d'onde) entre les ondes émanant de S_1 et de S_2 pour huit points situés sur un cercle entourant les sources.

D'après l'équation 3.23, cela signifie que les ondes produisent une interférence constructive au point P_1.

b) Quelle est la différence de parcours, et quel type d'interférence se produit au point P_2 dans la figure 3.9 a) ?

SOLUTION : Le concept clé ici est que l'onde émise par S_1 parcourt une distance supplémentaire D (= 1,5λ) pour atteindre P_2. La différence de parcours, si on considère que $\Delta L = L_2 - L_1$, est donc

$$\Delta L = -1{,}5\lambda. \qquad \text{(réponse)}$$

D'après l'équation 3.25, cela signifie que les ondes sont en opposition de phase à P_2, et produisent à cet endroit une interférence destructive.

c) La figure 3.9 b) représente un cercle dont le rayon est beaucoup plus grand que D, centré par rapport au point mitoyen entre les sources S_1 et S_2. Quel est le nombre de points N sur ce cercle où l'interférence est constructive ?

SOLUTION : Imaginez qu'à partir du point a, identifié sur la figure, on se déplace en sens horaire sur le cercle jusqu'au point d. Appliquez alors ce concept clé : à mesure qu'on se déplace vers le point d, la différence de parcours ΔL devient de plus en plus négative, ce qui fait changer le type d'interférence. On a vu dans la partie a) que la différence de parcours est $\Delta L = 0\lambda$ au point a. On sait aussi, d'après la partie b), que $\Delta L = -1{,}5\lambda$ au point d. Il doit donc y avoir un point entre a et d sur le cercle où $\Delta L = -1{,}0\lambda$, tel que cela est indiqué dans la figure 3.9 b). D'après l'équation 3.23, une interférence constructive se produit à ce point. De plus, il ne peut y avoir d'autre point entre les points a et d où une interférence constructive se produit, puisqu'il n'y a pas d'autre nombre entier négatif entre 0 et −1,5.

La symétrie, un autre concept clé, peut aussi vous aider à localiser les autres points d'interférence constructive dans le reste du cercle. Par rapport à la ligne cd, la symétrie vous donne le point b où $\Delta L = 0\lambda$. De plus, il y a trois autres points où $\Delta L = \pm 1{,}0\lambda$. Au total, on a donc

$$N = 6. \qquad \text{(réponse)}$$

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2** : Dans l'exemple précédent, si la distance D entre les sources S_1 et S_2 était égale à 4,0λ, quelle serait la différence de parcours et quel type d'interférence aurait-on a) au point P_1 et b) au point P_2 ?



Le son peut faire osciller les parois d'un verre. Si le son produit une onde stationnaire dans le verre et qu'il atteint une assez grande intensité, le verre éclatera.

3.5 L'intensité sonore et le niveau sonore

Si vous avez déjà essayé de dormir alors que votre voisin faisait jouer de la musique à un volume élevé, vous savez très bien que le son comporte autre chose qu'une fréquence, une longueur d'onde et une vitesse. Il comporte également une intensité. **L'intensité I** d'une onde sonore sur une surface est le taux moyen par unité de surface de l'énergie de l'onde passant à travers la surface. On peut l'écrire sous la forme

$$I = \frac{P}{A}, \qquad (3.26)$$

où A est l'aire de la surface qui intercepte le son et P est le taux d'énergie (la puissance) de l'onde sonore passant à travers A. L'unité SI de l'intensité I est le W/m^2. Comme on le verra dans la preuve à la fin de cette section, l'intensité I est reliée à l'amplitude de déplacement s_m de l'onde sonore par

$$I = \tfrac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2. \qquad (3.27)$$

La variation de l'intensité avec la distance

La variation en fonction de la distance de l'intensité d'une source sonore est parfois complexe. Certaines sources (des haut-parleurs, par exemple) peuvent transmettre le son dans certaines directions seulement, et le milieu ambiant produit habituellement

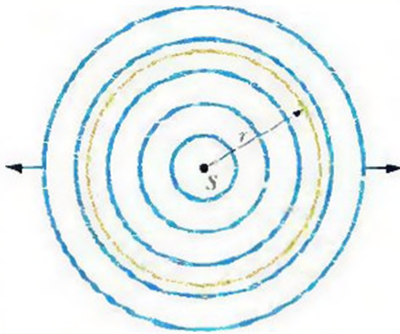


Figure 3.10 Une source ponctuelle S émet des ondes sonores de façon uniforme dans toutes les directions. Les ondes sonores passent à travers une sphère imaginaire de rayon r, centrée par rapport à S.

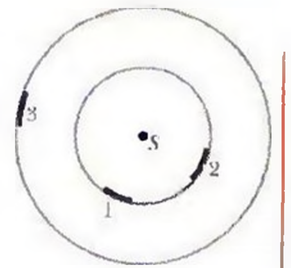
des échos (ondes sonores réfléchies) qui chevauchent les ondes sonores directes. Dans certaines situations, on peut toutefois ignorer les échos et supposer que la source sonore est une source ponctuelle qui émet le son de façon *isotrope*, c'est-à-dire de façon uniforme dans toutes les directions. La figure 3.10 illustre des fronts d'onde qui s'éloignent d'une telle source ponctuelle isotrope S à un instant donné.

Supposez que l'énergie mécanique des ondes sonores est conservée pendant que les ondes se dispersent à partir de cette source. Imaginez maintenant une sphère de rayon r centrée par rapport à la source, comme à la figure 3.10. Toute l'énergie émise par la source doit traverser la surface de la sphère. Le taux d'énergie des ondes sonores passant à travers la surface de la sphère doit être égal au taux d'émission de l'énergie par la source (c'est-à-dire la puissance P_s de la source). D'après l'équation 3.26, l'intensité I à la surface de la sphère doit alors être de

$$I = \frac{P_s}{4\pi r^2} \quad \text{(une source isotrope)}, \tag{3.28}$$

où $4\pi r^2$ est l'aire de la sphère. L'équation 3.28 indique que l'intensité du son provenant d'une source ponctuelle isotrope diminue selon le carré de la distance r à la source ponctuelle.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : L'illustration ci-contre montre trois petites plaques, 1, 2 et 3, situées sur la surface de deux sphères imaginaires ; ces sphères sont centrées par rapport à une source ponctuelle S qui émet un son de façon isotrope. Les taux d'énergie des ondes sonores passant à travers les trois plaques sont égaux. Classez les plaques en ordre décroissant selon a) l'intensité du son sur chacune d'elles et b) leur aire.



L'échelle des décibels

Dans l'exemple 3.2, vous avez vu que l'amplitude de déplacement dans l'oreille humaine variait, approximativement, de 10^{-5} m, pour les sons se situant au seuil de la douleur, à 10^{-11} m, pour les plus faibles sons détectés, soit un rapport de 10^6. Par l'équation 3.27, on voit que l'intensité d'un son varie selon le *carré* de son amplitude, ce qui fait que le rapport d'intensité entre ces deux valeurs extrêmes du système auditif humain est de 10^{12}. L'être humain peut entendre une gamme très étendue d'intensités.

Pour traiter une gamme de valeurs aussi étendue, on utilise les logarithmes. Considérez la relation

$$y = \log(x),$$

où x et y sont des variables. En se servant d'une propriété des logarithmes, on peut démontrer que si on *multiplie* x par 10, y augmente de 1. En effet, on peut récrire $y' = \log(10x)$ sous la forme

$$y' = \log(10x) = \log(10) + \log(x) = 1 + y.$$

De la même façon, si on multiplie x par 10^{12}, y augmente seulement de 12.

Donc, au lieu de parler de l'intensité I d'une onde sonore, il est plus indiqué de parler de son **niveau sonore** β, qu'on définit ainsi :

$$\beta = (10\ \text{dB}) \log \frac{I}{I_0}. \tag{3.29}$$

Dans cette équation, dB est l'abréviation de **décibel**, l'unité associée au niveau sonore, un nom qui a été choisi pour rendre hommage à Alexander Graham Bell. Dans l'équation 3.29, I_0 est une référence standard d'intensité qui est égale à 10^{-12} W/m^2, qu'on a choisie parce qu'elle se rapproche de la limite inférieure de l'intensité sonore qui peut être perçue chez l'humain. On appelle I_0 le **seuil d'audibilité**. Pour $I = I_0$, l'équation 3.29 donne $\beta = 10 \log(1) = 0$, de sorte que le seuil d'audibilité correspond à zéro décibel. β augmente ensuite de 10 dB chaque fois que l'intensité du son augmente d'un facteur

TABLEAU 3.2 Quelques niveaux sonores (dB)

Seuil d'audibilité	0
Bruissement de feuilles	10
Conversation	60
Concert rock	110
Seuil de la douleur	120
Réacteur d'avion (à 20 m)	130

de 10. Ainsi, $\beta = 40$ dB correspond à une intensité de 10^4 fois le seuil d'audibilité. Le tableau 3.2 présente les niveaux sonores de quelques environnements.

La preuve de l'équation 3.27

Considérez, dans la figure 3.5 a), un mince élément de volume d'air d'une épaisseur dx, d'aire A et de masse dm, qui oscille vers l'avant et l'arrière lorsque l'onde sonore de l'équation 3.13 le traverse. L'énergie cinétique dK de l'élément de volume d'air est

$$dK = \tfrac{1}{2} dm\, v_s^2. \tag{3.30}$$

Ici, v_s n'est pas le module de la vitesse de l'onde, mais bien celui de l'élément oscillant. En dérivant l'équation 3.13 par rapport au temps, on obtient la composante $v_{s,x}$:

$$v_{s,x} = \frac{\partial s}{\partial t} = \omega s_m \sin(kx - \omega t).$$

Puisque l'élément d'air effectue un mouvement en une dimension, le long de l'axe des x, v_s^2 est égal à $v_{s,x}^2$. En utilisant ce résultat et en remplaçant dm par $\rho A\, dx$, on peut récrire l'équation 3.30 sous la forme

$$dK = \tfrac{1}{2}(\rho A\, dx)(\omega s_m)^2 \sin^2(kx - \omega t). \tag{3.31}$$

En divisant l'équation 3.31 par dt, on détermine le taux auquel l'énergie cinétique est transportée avec l'onde. Comme on l'a vu dans le chapitre 2, en ce qui a trait aux ondes transversales, dx/dt est la composante x de la vitesse de l'onde qui, ici, est égale au module de la vitesse de l'onde v ; on a donc

$$\frac{dK}{dt} = \tfrac{1}{2}\rho A v \omega^2 s_m^2 \sin^2(kx - \omega t). \tag{3.32}$$

Le taux *moyen* auquel l'énergie cinétique est transportée est

$$\left(\frac{dK}{dt}\right)_{\text{moy}} = \tfrac{1}{2}\rho A v \omega^2 s_m^2 [\sin^2(kx - \omega t)]_{\text{moy}}$$
$$= \tfrac{1}{4}\rho A v \omega^2 s_m^2. \tag{3.33}$$

Pour obtenir cette dernière équation, on a tenu compte du fait que la valeur moyenne d'une fonction sinus (ou cosinus) au carré lors d'une période complète est $\tfrac{1}{2}$.

On suppose que l'énergie *potentielle* est transportée avec l'onde à ce même taux moyen. L'intensité I de l'onde, qui est le taux moyen par unité de surface des deux types d'énergie de l'onde passant à travers une surface, est alors, d'après l'équation **3.33**,

$$I = \frac{2(dK/dt)_{\text{moy}}}{A} = \tfrac{1}{2}\rho v \omega^2 s_m^2,$$

ce qui correspond à l'équation 3.27, que l'on voulait démontrer.

Exemple 3.4

Une étincelle électrique se déplace le long d'une ligne droite de longueur $L = 10$ m en émettant du son. Dans une telle situation, on peut considérer que la source sonore est une source linéaire, de longueur L, qui émet une impulsion sonore et dont les fronts d'onde sont des surfaces cylindriques ayant la source comme axe de symétrie. La puissance de l'émission est $P_s = 1{,}6 \times 10^4$ W.

a) Quelle est l'intensité I du son lorsqu'il atteint une distance $r = 12$ m de la source ?

SOLUTION : Imaginez un cylindre de rayon $r = 12$ m et de longueur $L = 10$ m (ouvert aux deux extrémités), centré par rapport à la source sonore linéaire, comme à la figure 3.11. Le **concept clé** est celui-ci : l'intensité I sur la surface cylindrique est le rapport P/A entre le taux P auquel l'énergie sonore traverse la surface et l'aire de la surface A. Suivant un autre **concept clé**, on suppose que le principe de conservation de l'énergie s'applique à l'énergie sonore. Cela signifie que le taux P

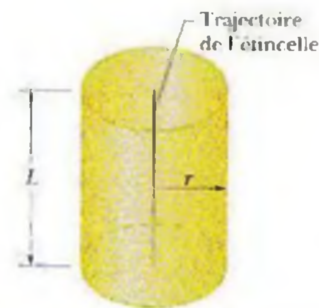


Figure 3.11 Exemple 3.4 Une étincelle se déplaçant le long d'une ligne droite de longueur L émet des ondes sonores. On considère la trajectoire de l'étincelle comme une source linéaire, de longueur L, émettant une impulsion sonore. Les ondes traversent un cylindre imaginaire de rayon r et de longueur L centré par rapport à la source.

auquel l'énergie passe à travers le cylindre doit être égal au taux P_s auquel l'énergie est émise par la source. En combinant ces idées et en notant que l'aire de la surface cylindrique est $A = 2\pi rL$, on a

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{2\pi rL}. \tag{3.34}$$

Cela indique que l'intensité du son provenant d'une source linéaire diminue avec la distance r (et non selon le carré de la distance r, comme dans le cas d'une source ponctuelle). En insérant les données connues, on détermine que

$$I = \frac{1{,}6 \times 10^4\ \text{W}}{2\pi(12\ \text{m})(10\ \text{m})} = 21{,}2\ \text{W/m}^2 \approx 21\ \text{W/m}^2. \quad \text{(réponse)}$$

b) À quel taux P_d l'énergie sonore est-elle interceptée par un détecteur acoustique d'aire $A_d = 2{,}0\ \text{cm}^2$ orienté vers la source sonore et situé à une distance $r = 12$ m de la source ?

SOLUTION : Si on applique le premier concept clé utilisé en a), on sait que l'intensité du son au détecteur équivaut au rapport entre le taux d'énergie sonore P_d passant à travers la surface du détecteur et l'aire du détecteur A_d :

$$I = \frac{P_d}{A_d}. \tag{3.35}$$

On peut supposer que le détecteur repose sur la surface cylindrique de a) puisque sa surface est faible par rapport à celle du cylindre. L'intensité du son à la surface du détecteur est l'intensité I (= 21,2 W/m²) à la surface du cylindre. En isolant P_d dans l'équation 3.35, on obtient

$$P_d = (21{,}2\ \text{W/m}^2)(2{,}0 \times 10^{-4}\ \text{m}^2) = 4{,}2\ \text{mW}. \quad \text{(réponse)}$$

Exemple 3.5

En 1976, le groupe rock The Who a établi le record du plus haut niveau sonore jamais atteint dans un concert ; le niveau sonore à 46 m en face des haut-parleurs était de $\beta_2 = 120$ dB. Quel est le rapport de l'intensité I_2 du groupe à cet endroit sur l'intensité I_1 d'un marteau-piqueur produisant un niveau sonore $\beta_1 = 92{,}0$ dB ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est que pour le groupe The Who comme pour le marteau-piqueur, le niveau sonore β est relié à l'intensité par la définition du niveau sonore que donne l'équation 3.29. Pour The Who, on a

$$\beta_2 = (10\ \text{dB}) \log \frac{I_2}{I_0},$$

et, pour le marteau-piqueur, on a

$$\beta_1 = (10\ \text{dB}) \log \frac{I_1}{I_0}.$$

La différence entre les niveaux sonores est

$$\beta_2 - \beta_1 = (10\ \text{dB}) \left(\log \frac{I_2}{I_0} - \log \frac{I_1}{I_0} \right). \tag{3.36}$$

En utilisant l'identité

$$\log \frac{a}{b} - \log \frac{c}{d} = \log \frac{ad}{bc},$$

on peut récrire l'équation 3.36 sous la forme

$$\beta_2 - \beta_1 = (10\ \text{dB}) \log \frac{I_2}{I_1}. \tag{3.37}$$

En réarrangeant les termes et en insérant les niveaux sonores connus, on obtient

$$\log \frac{I_2}{I_1} = \frac{\beta_2 - \beta_1}{10\ \text{dB}} = \frac{120\ \text{dB} - 92{,}0\ \text{dB}}{10\ \text{dB}} = 2{,}80.$$

En prenant le logarithme inverse des membres gauche et droit de cette équation (la fonction antilogarithme est 10^x), on trouve

$$\frac{I_2}{I_1} = 10^{2{,}8} = 631. \quad \text{(réponse)}$$

Effectivement, The Who jouait *très* fort.

Une exposition temporaire à des intensités sonores comme celles d'un marteau-piqueur ou du concert de 1976 du groupe The Who produit une réduction temporaire des capacités auditives. Une exposition prolongée ou répétée peut résulter en une réduction permanente des capacités auditives (voir la figure 3.12). La perte de l'ouïe est un risque évident pour la personne qui, par exemple, écoute continuellement de la musique ***heavy metal*** à un volume élevé, particulièrement si elle utilise des écouteurs.

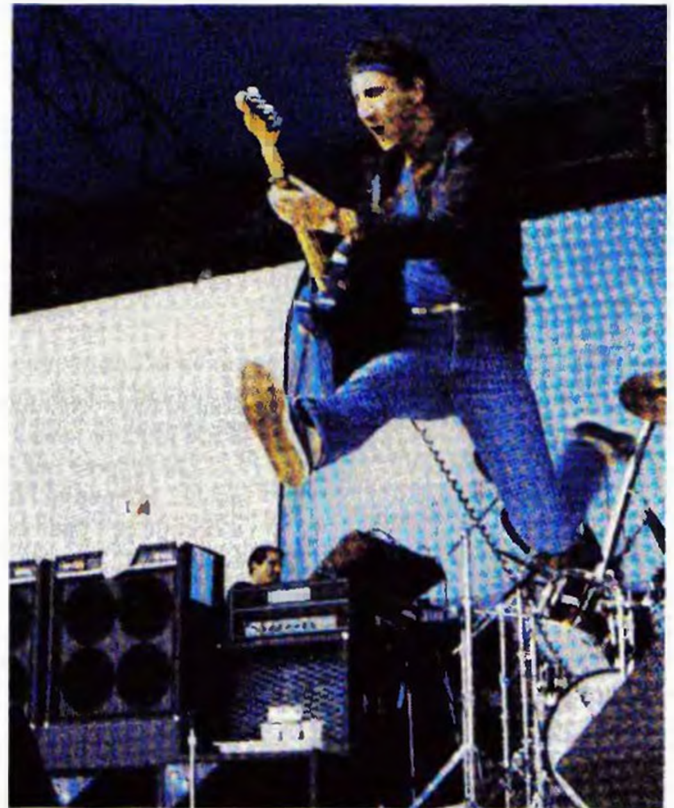


Figure 3.12 Exemple 3.5 Pete Townshend, du groupe The Who, jouant devant un ensemble de haut-parleurs. Il a subi une réduction permanente de ses capacités auditives, causée par son exposition à des sons de haute intensité, pas tellement durant ses performances sur scène que lorsqu'il portait des écouteurs dans les studios d'enregistrement et à la maison.



Figure 3.13 Des oscillations se produisent dans la colonne d'air d'un *fujara* lorsqu'on joue de cet instrument traditionnel slovaque.

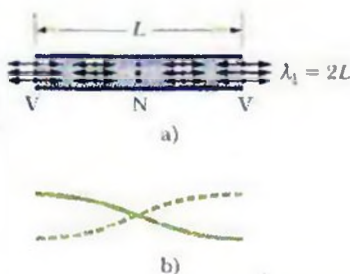


Figure 3.14 a) L'onde stationnaire la plus simple qui peut être générée par des ondes sonores (longitudinales), dans un tuyau dont les deux extrémités sont ouvertes, comporte un ventre (V) à chaque extrémité et un nœud (N) au milieu. Les déplacements longitudinaux des éléments d'air représentés par les flèches doubles sont considérablement exagérés dans l'illustration. b) On représente cette onde sonore stationnaire longitudinale sous la forme d'une onde transversale stationnaire comme dans une corde.

3.6 Les ondes stationnaires dans les colonnes d'air

Des sons musicaux peuvent être produits en faisant osciller des cordes (guitare, piano, violon), des membranes (timbale, caisse claire), des colonnes d'air (flûte, hautbois, orgue, *fujara* de la figure 3.13), des blocs de bois ou des barres d'acier (marimba, xylophone, vibraphone) et de nombreux autres objets. La plupart des instruments ne comportent pas qu'une simple partie oscillante. Dans un violon, par exemple, les cordes et le corps de l'instrument participent ensemble à la production de musique.

Dans le chapitre 2, on a vu que des ondes stationnaires pouvaient être produites dans une corde tendue et fixée à ses deux extrémités. Elles se produisent parce que les ondes circulant dans la corde sont réfléchies dans la corde à chaque extrémité. Si les ondes ont une longueur d'onde convenablement assortie à la longueur de la corde, la superposition des ondes se propageant dans des directions opposées produit sur la corde un profil d'onde stationnaire (ou mode d'oscillation). La longueur d'onde doit alors correspondre à une ***fréquence de résonance*** de la corde. L'avantage des ondes stationnaires est que la corde oscille alors avec une amplitude forte et soutenue, qui pousse l'air environnant vers l'avant et l'arrière et génère ainsi une onde sonore audible qui a la même fréquence que les oscillations de la corde. Cette production de son prend toute son importance pour un guitariste, par exemple.

On peut produire des ondes sonores stationnaires de la même façon dans un tube rempli d'air. Les ondes sonores qui se propagent dans l'air du tube sont réfléchies à chaque extrémité et retournent en sens inverse dans le tube. (La réflexion se produit même lorsqu'une extrémité est ouverte, mais elle n'est pas aussi complète qu'avec une extrémité fermée.) Si la longueur d'onde des ondes sonores est assortie à la longueur du tube, la superposition des ondes circulant dans des directions opposées dans le tube produit une onde stationnaire. La longueur d'onde des ondes sonores doit alors correspondre à une fréquence de résonance du tube. L'avantage d'une telle onde stationnaire est que l'air dans le tube oscille alors avec une amplitude forte et soutenue, et émet à toute extrémité ouverte une onde sonore qui a la même fréquence que les oscillations dans le tube. Pour un flûtiste, par exemple, cette émission sonore revêt une grande importance.

Les différents modes d'onde stationnaire dans un tube présentent de nombreux autres aspects semblables à ceux des ondes stationnaires dans une corde : à l'extrémité fermée d'un tube comme à l'extrémité fixe d'une corde, il doit y avoir un nœud (l'air *ne peut* osciller longitudinalement, parallèlement au tube, à cause de la paroi), et à l'extrémité ouverte d'un tube comme à l'extrémité d'une corde attachée à un anneau coulissant librement, comme dans la figure 2.19 b), il doit y avoir un ventre (l'air est libre d'osciller). (En réalité, le ventre à l'extrémité ouverte d'un tube se situe un peu en dehors de cette extrémité, mais on ne se souciera pas de ce détail ici.)

La figure 3.14 a) présente les déplacements longitudinaux (fortement exagérés) des éléments d'air pour l'onde stationnaire la plus simple pouvant être produite dans un tube dont les deux extrémités sont ouvertes. Comme il se doit, il y a un ventre à chaque extrémité ouverte. Il y a également un nœud au milieu du tube. Une façon plus facile de représenter cette onde sonore stationnaire longitudinale est illustrée à la figure 3.14 b), où elle est dessinée sous la forme d'une onde transversale stationnaire comme dans une corde.

L'onde stationnaire de la figure 3.14 a) représente le premier mode ; on le nomme le ***mode fondamental*** ou le ***premier harmonique***. Pour le produire, les ondes sonores dans un tube de longueur L doivent avoir une longueur d'onde donnée par $L = \lambda_1/2$, de sorte que $\lambda_1 = 2L$. De nombreux autres modes d'oscillation dans un tube aux extrémités ouvertes sont présentés à la figure 3.15 a) sous la forme d'ondes transversales comme dans une corde. Le ***deuxième harmonique*** ou ***deuxième mode*** doit avoir une longueur d'onde $\lambda_2 = L = 2L/2$, le ***troisième harmonique*** ou ***troisième mode*** doit avoir une longueur d'onde $\lambda_3 = 2L/3$, et ainsi de suite.

De façon plus générale, une onde stationnaire peut donc être produite dans un tuyau de longueur L aux deux extrémités ouvertes si la longueur d'onde de l'onde sonore correspond à l'une des valeurs suivantes :

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad \text{où } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{3.38}$$

et où n représente le ***mode d'oscillation***. Les fréquences de résonance dans un tuyau dont les deux extrémités sont ouvertes sont données par

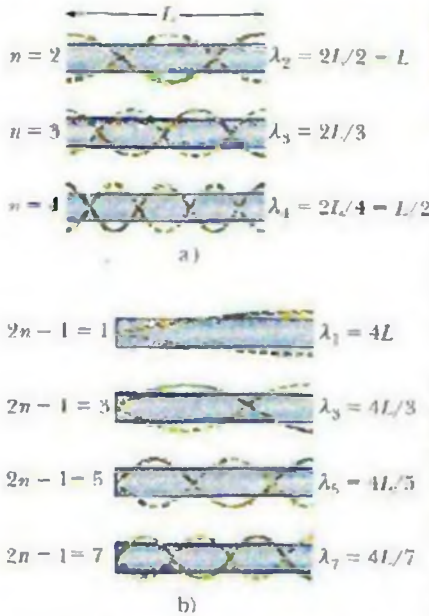


Figure 3.15 Des profils d'ondes stationnaires transversales comme dans une corde sont superposés sur des tuyaux pour illustrer leurs différents modes d'oscillation.
a) Dans les tuyaux dont les *deux* extrémités sont ouvertes, tous les harmoniques peuvent être produits.
b) Lorsqu'une seule extrémité est ouverte, seuls les harmoniques impairs peuvent être produits.

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L}, \quad \text{où } n = 1, 2, 3, \ldots \quad \text{(un tuyau, deux extrémités ouvertes)}. \qquad (3.39)$$

et où v est le module de la vitesse du son.

L'équation 3.39 montre que les fréquences de résonance sont des multiples entiers de $v/(2L)$, qui correspond à la *fréquence fondamentale* f_1 (la plus basse fréquence de résonance obtenue lorsque $n = 1$), c'est-à-dire que $f_n = nv/2L = nf_1$. Puisque la *série harmonique* (l'ensemble de tous les modes d'oscillation possibles) d'un tuyau ouvert aux deux extrémités contient tous les multiples entiers de f_1, tous les harmoniques (f_1, f_2, f_3, etc.) peuvent exister; donc, n représente également le *nombre harmonique* du énième harmonique.

La figure 3.15 b) montre (sous forme d'ondes transversales dans une corde) certains modes d'ondes sonores stationnaires pouvant être produits dans un tuyau à une seule extrémité ouverte. Comme il se doit, il y a un ventre à l'extrémité ouverte et un nœud à l'extrémité fermée. Pour l'onde stationnaire la plus simple, le premier mode, les ondes sonores ont une longueur d'onde donnée par $L = \lambda_1/4$, de sorte que $\lambda_1 = 4L$. Dans le deuxième mode, la longueur d'onde est donnée par $L = 3\lambda_3/4$, de sorte que $\lambda_3 = 4L/3$, et ainsi de suite.

De façon plus générale, une onde stationnaire peut donc être produite dans un tuyau de longueur L dont une seule extrémité est ouverte si la longueur d'onde de l'onde sonore correspond à l'une des valeurs suivantes :

$$\lambda_{2n-1} = \frac{4L}{2n-1}, \quad \text{où } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (3.40)$$

Comme pour toutes les autres situations, n représente le *mode d'oscillation*. Les fréquences de résonance sont alors données par

$$f_{2n-1} = \frac{v}{\lambda_{2n-1}} = \frac{(2n-1)v}{4L}, \quad \text{où } n = 1, 2, 3, \ldots \quad \text{(un tuyau, une extrémité ouverte)}. \qquad (3.41)$$

L'équation 3.41 montre que les fréquences de résonance sont des multiples *impairs* de $v/(4L)$, qui correspond à la fréquence fondamentale f_1, c'est-à-dire que $f_{2n-1} = (2n-1)f_1$. Puisque la série harmonique d'un tuyau ouvert à une extrémité contient seulement les multiples impairs de f_1, *seuls les harmoniques impairs* (f_1, f_3, f_5, etc.) *peuvent exister*; donc, $2n-1$ représente le *nombre harmonique* du énième harmonique alors que n représente le mode d'oscillation. Par exemple, le troisième mode $n = 3$ correspond au cinquième harmonique $2n-1 = 5$. Le deuxième harmonique ne peut pas être produit dans un tuyau semblable, mais on peut produire tous les modes. Notez également que, dans un tel tuyau, le terme « troisième harmonique » désigne le rang $2n-1$ de l'harmonique, et non le troisième harmonique possible.

La longueur d'un instrument de musique reflète la gamme de fréquences pour laquelle il a été conçu ; ainsi, une petite longueur implique de hautes fréquences. La figure 3.16



Figure 3.16 Les familles des saxophones et des violons, qui illustrent la relation entre la longueur d'un instrument et sa gamme de fréquences. La gamme de fréquences de chaque instrument est indiquée par une bande horizontale verte que l'on peut comparer à la gamme de fréquences d'un clavier de piano ; la fréquence augmente en allant vers la droite.

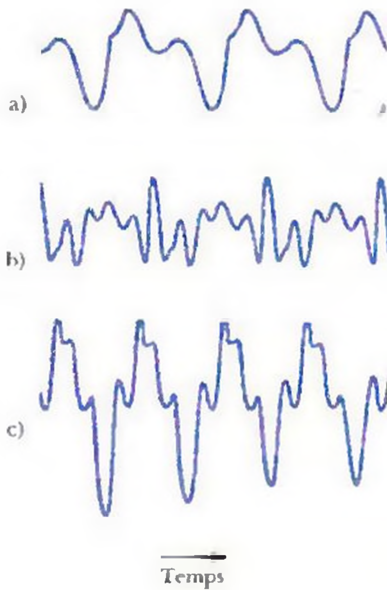


Figure 3.17 Des ondes sonores produites par a) une flûte, b) un hautbois et c) un saxophone lorsqu'ils jouent tous la même note, c'est-à-dire lorsqu'ils émettent la même fréquence fondamentale.

en donne un exemple en présentant la famille des saxophones et celle des violons, avec leur gamme respective de fréquences par rapport à un clavier de piano. Notez que les plus basses et les plus hautes fréquences de chaque instrument chevauchent celles de l'instrument voisin.

Dans tout système oscillant qui donne naissance à un son musical, qu'il s'agisse d'une corde de violon ou d'un tuyau d'orgue, le mode fondamental est habituellement produit en même temps que un ou plusieurs harmoniques supérieurs. Vous les entendez simultanément, c'est-à-dire qu'ils se superposent et forment une onde résultante. Lorsque la même note est jouée par différents instruments, ces derniers produisent la même fréquence fondamentale, mais avec des intensités différentes pour les harmoniques supérieurs. Par exemple, le quatrième harmonique du *do* central peut être joué relativement fort par un instrument, et faiblement ou pas du tout par un autre instrument. Puisque différents instruments produisent des ondes résultantes différentes, vous les percevez différemment même s'ils jouent la même note, ce qui produit le *timbre* des instruments de musique. Ce serait le cas des trois ondes résultantes illustrées à la figure 3.17, qui ont été produites par différents instruments jouant la même note.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 :** Un tube A de longueur L et un tube B de longueur $2L$ ont leurs deux extrémités ouvertes. Quel harmonique du tube B a la même fréquence que le mode fondamental du tube A ?

Exemple 3.6

Le faible bruit de fond d'une chambre fait résonner au mode fondamental un tube de carton de longueur $L = 67{,}0$ cm, ouvert aux deux extrémités. Le module de la vitesse du son dans l'air du tube est de 343 m/s.

a) Quelle fréquence entendez-vous dans le tube ?

SOLUTION : Le concept clé qui s'applique est celui-ci : lorsque les deux extrémités du tube sont ouvertes, l'onde stationnaire est symétrique, elle a un ventre à chaque extrémité du tube. La représentation de cette onde sonore stationnaire sous la forme d'une onde transversale stationnaire dans une corde est illustrée à la figure 3.14 b). La fréquence fondamentale est donnée par l'équation 3.39, avec $n = 1$:

$$f_n = \frac{nv}{2L} = \frac{(1)(343\ \text{m/s})}{(2)(0{,}670\ \text{m})} = 256\ \text{Hz}. \qquad \text{(réponse)}$$

Si le bruit de fond produit des harmoniques supérieurs, comme le deuxième harmonique, vous devriez également entendre les fréquences qui sont des multiples *entiers* de 256 Hz.

b) Si vous collez votre oreille contre une extrémité du tube, quelle fréquence fondamentale entendrez-vous dans le tube ?

SOLUTION : On applique maintenant le concept clé suivant : si votre oreille obture une extrémité du tube, il y a encore un ventre à l'extrémité ouverte, mais on trouve maintenant un nœud à l'autre extrémité (celle qui est obturée par votre oreille). La représentation de l'onde stationnaire est celle du haut de la figure 3.15 b). La fréquence fondamentale est donnée par l'équation 3.41, avec $n = 1$:

$$f_{2n-1} = \frac{(2n-1)v}{4L} = \frac{(1)(343\ \text{m/s})}{(4)(0{,}670\ \text{m})} = 128\ \text{Hz}. \qquad \text{(réponse)}$$

Si les bruits de fond produisent d'autres harmoniques, ils seront des multiples *impairs* de 128 Hz. Cela signifie que la fréquence de 256 Hz (un multiple pair) ne pourra être produite.

3.7 Les battements

Si des gens écoutent, à quelques minutes d'intervalle, deux sons dont les fréquences sont, par exemple, de 552 Hz et de 564 Hz, la plupart d'entre eux ne pourront les distinguer l'un de l'autre. Toutefois, si les sons atteignent leurs oreilles en même temps, le son qu'ils entendront aura une fréquence de 558 Hz, soit la *moyenne* des fréquences des deux sons qui se superposent. Ils remarqueront également une variation frappante dans l'intensité de ce son, qui augmentera et diminuera suivant de lents **battements** qui se répéteront à une fréquence de 12 Hz, soit la *différence* entre les fréquences des deux ondes sonores superposées. La figure 3.18 illustre ce phénomène de battements.

Soit deux ondes sonores se propageant dans la même direction et atteignant un détecteur, qui pourrait être une oreille, situé à $x = 0$. On suppose que les ondes possèdent la même amplitude et des fréquences f_1 et f_2 voisines, c'est-à-dire que la différence des fréquences est inférieure à quelques dizaines de hertz. Pour chaque onde sonore, on peut donc réécrire l'équation 3.13 représentant le déplacement en fonction du temps produit par une onde sonore de la façon suivante :

$$s_1 = s_m \cos(\omega_1 t) \quad \text{et} \quad s_2 = s_m \cos(\omega_2 t). \qquad (3.42)$$

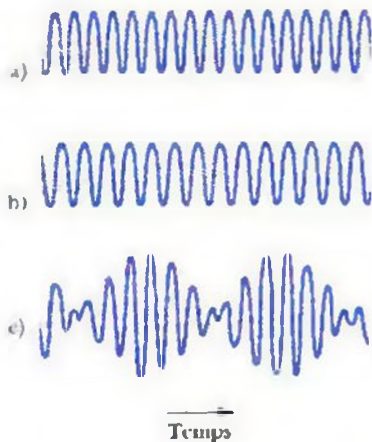


Figure 3.18 a), b) Les déplacements longitudinaux d'un petit volume d'air produit par deux ondes sonores émises séparément. Les fréquences des ondes sont presque les mêmes. c) Le déplacement résultant de l'élément d'air lorsque les deux ondes sont perçues simultanément, qui correspond à la superposition des graphiques a) et b).

Selon le principe de superposition, le déplacement résultant est

$$s = s_1 + s_2 = s_m\,[\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)].$$

En utilisant l'identité trigonométrique (voir l'annexe D),

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left[\tfrac{1}{2}(\alpha - \beta)\right]\cos\left[\tfrac{1}{2}(\alpha + \beta)\right];$$

on peut donc écrire le déplacement résultant sous la forme

$$s = 2s_m\cos\left[\tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2)t\right]\cos\left[\tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)t\right]. \qquad (3.43)$$

Si on pose que

$$\omega' = \tfrac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \quad \text{et} \quad \omega = \tfrac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2), \qquad (3.44)$$

on peut alors écrire l'équation 3.43 comme suit :

$$s(t) = [2s_m\cos(\omega' t)]\cos(\omega t). \qquad (3.45)$$

Puisque f_1 et f_2 sont des fréquences voisines, les fréquences angulaires ω_1 et ω_2 des ondes qui se superposent sont presque les mêmes, ce qui signifie que $\omega \gg \omega'$ (selon l'équation 3.44). La fréquence angulaire de l'onde sonore perçue est ω, car ω' correspond, en général, à une fréquence trop faible pour être perçue comme un son par la plupart des détecteurs. Selon l'équation 3.44, et en remplaçant ω par $2\pi f$, la *fréquence perçue f* par le détecteur est donnée par $f = (f_1 + f_2)/2$, ce qui correspond à la moyenne des fréquences des ondes sonores qui se superposent. On peut donc voir l'équation 3.45 comme une fonction cosinus dont la fréquence angulaire est ω et dont l'amplitude (qui n'est pas constante mais varie avec la fréquence angulaire ω') est la quantité entre crochets.

La variation de l'amplitude de l'onde sonore résultante en fonction de $\cos(\omega' t)$ produit une variation d'intensité sonore que l'on nomme battements. L'intensité varie de façon périodique dans le temps : elle est maximale à tous les temps t dont $\cos(\omega' t) = \pm 1$ et nulle pour tout temps t satisfaisant la condition $\cos(\omega' t) = 0$. Une intensité sonore maximale se produit chaque fois que $\cos(\omega' t)$ a la valeur $+1$ ou -1 dans l'équation 3.45, ce qui se produit deux fois dans une période de la fonction cosinus. Puisque $\cos(\omega' t)$ a une fréquence angulaire ω', la fréquence angulaire ω_{bat} à laquelle les battements se produisent est $\omega_{bat} = 2\omega'$. En utilisant l'équation 3.44, on peut ensuite écrire

$$\omega_{bat} = 2\omega' = (2)(\tfrac{1}{2})(\omega_1 - \omega_2) = \omega_1 - \omega_2.$$

Puisque $\omega = 2\pi f$, on obtient la fréquence de battements

$$f_{bat} = |f_1 - f_2| \quad \text{(la fréquence de battements).} \qquad (3.46)$$

Les musiciens utilisent le phénomène de battements pour accorder leurs instruments. Si on accorde un instrument à l'aide de l'émission d'une fréquence standard f_1 (le *la* majeur du hautbois, par exemple) et qu'on ajuste la fréquence de l'instrument f_2 jusqu'à ce que les battements disparaissent ($f_{bat} = 0$), selon l'équation 3.46, l'instrument sera alors accordé avec ce standard. À Vienne, capitale musicale, le *la* de concert (fréquence de 440 Hz) est disponible par téléphone, pour le bénéfice des nombreux musiciens professionnels et amateurs de cette ville.

Exemple 3.7

Vous voulez accorder la note *la* de votre piano à sa fréquence exacte de 220 Hz. Vous avez à votre disposition un diapason dont la fréquence est 440 Hz. Comment allez-vous procéder ?

SOLUTION : On devra employer ces deux concepts clés : 1) Les deux fréquences sont trop éloignées pour produire des battements ; 2) toutefois, la corde de piano oscillera non seulement à son mode fondamental (à 220 Hz, si elle est bien accordée), mais aussi à son deuxième harmonique (à 440 Hz). Donc, si la corde est quelque peu désaccordée, la fréquence de son deuxième harmonique produira des battements avec la fréquence de 440 Hz du diapason. Pour ajuster cette corde, il vous suffira d'écouter ces battements et de tendre ou de détendre la corde de manière à diminuer la fréquence de battements, jusqu'à ce qu'elle disparaisse.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5 : Dans l'exemple précédent, vous tendez la corde et la fréquence de battements augmente de 6 Hz. Devriez-vous continuer à tendre la corde ou devriez-vous la détendre pour qu'elle soit bien accordée ?

3.8 L'effet Doppler

Une voiture de police est stationnée en bordure de l'autoroute, et sa sirène de 1 000 Hz fonctionne. Si vous êtes également stationné sur le bord de l'autoroute, vous entendrez cette même fréquence. Par contre, s'il y a un mouvement relatif entre vous et la voiture de police, que vous vous en rapprochiez ou que vous vous en éloigniez, vous entendrez une fréquence différente. Par exemple, si vous conduisez en vous *rapprochant* de la voiture de police à 120 km/h, vous entendrez une fréquence *plus élevée* (1 097 Hz, soit une augmentation de 97 Hz). Si vous vous *éloignez* de la voiture de police également à 120 km/h, vous entendrez une fréquence *plus basse* (903 Hz, soit une diminution de 97 Hz).

Ces variations de fréquence reliées au mouvement relatif sont des exemples de l'**effet Doppler.** Cet effet a été démontré (sans être complètement vérifié) en 1842 par le physicien autrichien Johann Christian Doppler. Il a été vérifié expérimentalement en 1845 par Buys Ballot en Hollande, « à l'aide d'une locomotive tirant un wagon découvert sur lequel prenaient place plusieurs trompettistes ».

L'effet Doppler s'applique non seulement aux ondes sonores, mais aussi aux ondes électromagnétiques, qui incluent les micro-ondes, les ondes radio et la lumière visible. Dans ce chapitre, on ne traitera toutefois que des ondes sonores, en prenant comme référentiel (système de coordonnées) le support matériel dans lequel ces ondes se propagent, c'est-à-dire l'air. Cela signifie qu'on mesurera la vitesse d'une source S, émettant des ondes sonores, et celle d'un détecteur D, recevant ces mêmes ondes, *par rapport au support matériel* des ondes sonores. (Sauf indication contraire, l'air est immobile par rapport au sol (pas de vents), et les vitesses peuvent également être mesurées par rapport au sol.) On supposera que S et D se déplacent soit en se rapprochant directement, soit en s'éloignant l'un de l'autre, à des vitesses inférieures à la vitesse du son.

Si le détecteur, la source ou les deux se déplacent, la fréquence f émise et la fréquence f' détectée sont reliées par

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} \quad \text{(l'effet Doppler, cas général),} \tag{3.47}$$

où v est le module de la vitesse du son dans l'air, v_D est le module de la vitesse du détecteur mesurée par rapport à l'air, et v_S est le module la vitesse de la source par rapport à l'air. La règle suivante détermine les choix des signes.

➤ Lorsque le mouvement du détecteur s'effectue en s'approchant de la source que l'on suppose immobile (ou que le mouvement de la source s'effectue en s'approchant du détecteur que l'on suppose immobile), le signe devant le module de sa vitesse doit avoir pour effet de faire augmenter la fréquence détectée. Lorsque le mouvement du détecteur s'effectue en s'éloignant de la source que l'on suppose immobile (ou que le mouvement de la source s'effectue en s'éloignant du détecteur que l'on suppose immobile), le signe devant le module de sa vitesse doit avoir pour effet de faire diminuer la fréquence détectée.

Pour résumer ce point, on peut dire qu'un *rapprochement* implique une *augmentation* de la fréquence, et qu'un *éloignement* implique une *diminution* de la fréquence.

Voici quelques exemples de l'application de cette règle. Si le détecteur se déplace en s'approchant de la source que l'on suppose immobile, même si elle est, dans la réalité, en mouvement par rapport à l'air, on utilise le signe positif dans le numérateur de l'équation 3.47 de manière à faire augmenter la fréquence. S'il s'en éloigne, on utilise le signe négatif dans le numérateur de manière à la faire diminuer, peu importe le mouvement qu'effectue la source. S'il est immobile par rapport à l'air, on substitue 0 à v_D.

On démontrera à présent les équations de l'effet Doppler dans les deux situations qui suivent, et l'équation 3.47 dans une situation qu'on peut qualifier de générale.

1. Lorsque le détecteur se déplace par rapport à l'air alors que la source est immobile, le mouvement change la fréquence à laquelle le détecteur intercepte les fronts d'onde, donc la fréquence de l'onde sonore.
2. Lorsque la source se déplace par rapport à l'air et que le détecteur est immobile, le mouvement change la longueur d'onde de l'onde sonore, donc la fréquence détectée (rappelez-vous que la fréquence est reliée à la longueur d'onde).

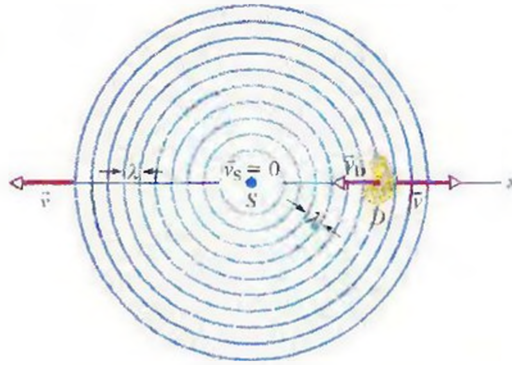


Figure 3.19 Une source sonore immobile S émet des fronts d'onde sphériques, distants entre eux d'une longueur d'onde, qui se propagent à la vitesse du son $\vec{v}$. Un détecteur de son D, représenté par une oreille, se déplace avec une vitesse $\vec{v}_D$ en s'approchant de la source. Le détecteur capte une plus haute fréquence à cause de son mouvement relatif.

Détecteur en mouvement et source immobile

Dans la figure 3.19, un détecteur D (représenté par une oreille) se déplace à la vitesse $\vec{v}_D$ vers une source immobile qui émet des fronts d'onde sphériques, de longueur d'onde λ et de fréquence f, se propageant dans l'air à la vitesse du son $\vec{v}$. Les fronts d'onde représentés sont séparés par une distance d'une longueur d'onde. La fréquence captée par le détecteur D est le taux auquel D intercepte les fronts d'onde (ou les longueurs d'onde individuelles). Si D était immobile, ce taux serait f, mais puisque D se déplace en allant à la rencontre des fronts d'onde, le taux d'interception est plus grand, et la fréquence détectée f' est donc plus grande que f.

Considérez maintenant la situation où D est immobile (figure 3.20). En un temps t, les fronts d'onde se déplacent vers la droite d'une distance vt. Le nombre de longueurs d'onde compris dans cette distance vt est le nombre de longueurs d'onde interceptées par D en un temps t, et ce nombre est vt/λ. Le taux auquel D intercepte les longueurs d'onde, qui est la fréquence détectée f par D, est

$$f = \frac{vt/\lambda}{t} = \frac{v}{\lambda}. \qquad (3.48)$$

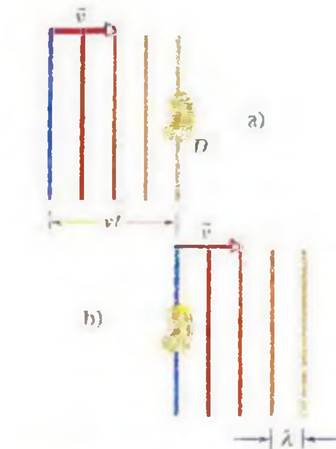


Figure 3.20 Les fronts d'onde de la figure 3.19, qu'on suppose plans, a) atteignent et b) dépassent un détecteur immobile D : ils se déplacent d'une distance vt vers la droite en un temps t.

Dans cette situation où D est immobile, il n'y a pas d'effet Doppler : la fréquence détectée par D est la fréquence émise par S.

Examinez maintenant la situation où D se déplace dans la direction opposée à celle des fronts d'onde (figure 3.21). En un temps t, les fronts d'onde se déplacent d'une distance vt vers la droite, comme précédemment, mais D se déplace maintenant d'une distance $v_D t$ vers la gauche. Donc, durant ce temps t, la distance parcourue par les fronts d'onde par rapport à D est $vt + v_D t$. Le nombre de longueurs d'onde comprises dans cette distance relative $vt + v_D t$ est le nombre de longueurs d'onde interceptées par D en un temps t, et est $(vt + v_D t)/\lambda$. Le *taux* auquel D intercepte les longueurs d'onde dans cette situation est la fréquence f', donnée par

$$f' = \frac{(vt + v_D t)/\lambda}{t} = \frac{v + v_D}{\lambda}. \qquad (3.49)$$

D'après l'équation 3.48, on a $\lambda = v/f$. L'équation 3.49 devient alors

$$f' = \frac{v + v_D}{v/f} = f\,\frac{v + v_D}{v}. \qquad (3.50)$$

Notez que, dans l'équation 3.50, f' doit être plus grande que f, sauf si $v_D = 0$ (détecteur immobile).

De la même façon, on peut trouver la fréquence détectée par D lorsque D s'éloigne de la source. Dans cette situation, les fronts d'onde parcourent une distance $vt - v_D t$ par rapport à D en un temps t, et f' est donnée par

$$f' = f\,\frac{v - v_D}{v}. \qquad (3.51)$$

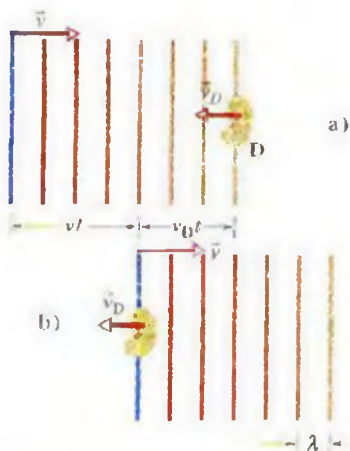


Figure 3.21 Les fronts d'onde a) atteignent et b) dépassent le détecteur D, qui se déplace dans la direction opposée à la leur. En un temps t, les fronts d'onde se déplacent d'une distance vt vers la droite alors que D se déplace d'une distance $v_D t$ vers la gauche.

Dans l'équation 3.51, f' doit être plus petite que f, sauf si $v_D = 0$.

On peut résumer les équations 3.50 et 3.51 ainsi :

$$f' = f\,\frac{v \pm v_D}{v} \quad \text{(un détecteur en mouvement, une source immobile).} \qquad (3.52)$$

Source en mouvement et détecteur immobile

Supposez maintenant que le détecteur D est immobile par rapport à l'air, et que la source S se déplace vers D à la vitesse $\vec{v}_S$ (figure 3.22). Le mouvement de S modifie la longueur d'onde des ondes sonores qu'elle émet et, par le fait même, la fréquence détectée par D.

Pour observer ce changement, on sait que T (= $1/f$) est le temps qui s'écoule entre les émissions de deux fronts d'onde successifs, FO_1 et FO_2. Durant T, le front d'onde FO_1 parcourt une distance vT et la source parcourt une distance $v_S T$. Après un temps T, le front d'onde FO_2 est émis. Dans la direction du déplacement de S, la distance entre FO_1 et FO_2, qui est la longueur d'onde λ' des ondes se propageant dans cette direction, est $vT - v_S T$. Si D détecte ces ondes, il détecte la fréquence f' donnée par

$$f' = \frac{v}{\lambda'} = \frac{v}{vT - v_S T} = \frac{v}{v/f - v_S/f} = f\frac{v}{v - v_S}. \tag{3.53}$$

Notez que f' doit être plus grande que f, sauf si $v_S = 0$.

Dans la direction opposée à celle prise par S, la longueur d'onde λ' des ondes est $vT + v_S T$. Si D détecte ces ondes, il détecte la fréquence f' donnée par

$$f' = f\frac{v}{v + v_S}. \tag{3.54}$$

Ici, f' doit être plus petite que f, sauf si $v_S = 0$.

On peut résumer les équations 3.53 et 3.54 ainsi :

$$f' = f\frac{v}{v \pm v_S} \quad \text{(une source en mouvement, un détecteur immobile).} \tag{3.55}$$

L'équation générale de l'effet Doppler

On peut maintenant dériver l'équation générale de l'effet Doppler en remplaçant f dans l'équation 3.55 (la fréquence associée au déplacement de la source) par f' de l'équation 3.52 (la fréquence associée au déplacement du détecteur). Le résultat est l'équation 3.47, exprimant l'effet Doppler lorsque la source S et le détecteur D sont en mouvement.

Cette équation générale s'applique non seulement lorsque le détecteur et la source sont tous les deux en mouvement par rapport à l'air, mais également dans les deux situations spécifiques que l'on vient d'étudier. Dans la situation où le détecteur est en mouvement alors que la source est immobile, la substitution de $v_S = 0$ dans l'équation 3.47 donne l'équation 3.52, qu'on vient de trouver. Dans la situation où la source est en mouvement alors que le détecteur est immobile, la substitution de $v_D = 0$ dans l'équation 3.47 donne l'équation 3.55, qu'on vient également de trouver. Donc, l'équation 3.47 est l'équation à retenir.

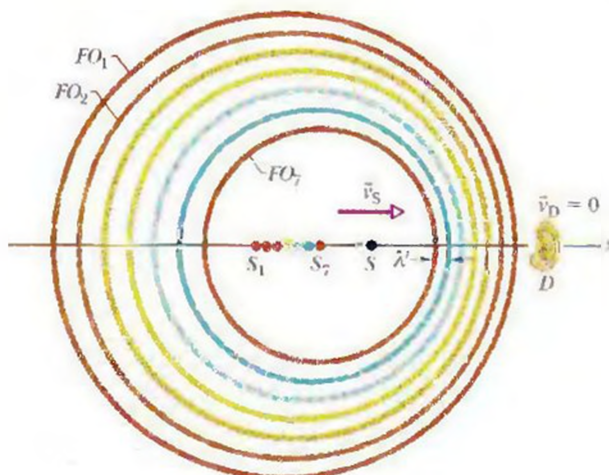


Figure 3.22 Un détecteur D est immobile et une source S se déplace vers lui à la vitesse $\vec{v}_S$. Le front d'onde FO_1 a été émis lorsque la source était à S_1, et le front d'onde FO_7, lorsqu'elle était à S_7. Au moment de la détection, la source est à S. Le détecteur capte une fréquence plus élevée parce que la source en mouvement, en s'approchant de ses propres fronts d'onde, émet une longueur d'onde réduite λ' dans la direction de son déplacement.

La navigation des chauves-souris

Les chauves-souris règlent leur navigation et leur chasse en émettant des ultrasons et en détectant ensuite leurs réflexions. On appelle *ultrasons* des ondes sonores qui ont des fréquences qui excèdent la fréquence maximale, d'environ 20 kHz, audible chez l'humain. Ainsi, une chauve-souris émet des ultrasons à 83 kHz, soit bien au-delà de la limite supérieure de 20 kHz de l'audibilité humaine.

Après avoir été émis par les narines de la chauve-souris, le son peut être réfléchi (sous forme d'écho) par un papillon de nuit et retourner aux oreilles de la chauve-souris. Les mouvements de la chauve-souris et du papillon par rapport à l'air font varier de quelques kilohertz la fréquence entendue par la chauve-souris, par rapport à la fréquence qu'elle a émise. La chauve-souris traduit automatiquement cette différence en une vitesse relative entre elle et le papillon, et peut ainsi se diriger droit sur lui.

Certains papillons évitent d'être capturés en s'éloignant de l'endroit d'où viennent les ondes ultrasoniques. Ce choix de trajectoire de vol réduit la différence de fréquence entre les émissions de la chauve-souris et celles qu'elle entend, et elle peut alors ne pas remarquer l'écho. Le papillon peut aussi éviter la capture en produisant une crépitation sonore afin de produire ses propres ultrasons, ce qui « brouille » le système de détection et peut confondre la chauve-souris. (Chose surprenante, les papillons et les chauves-souris font tout cela sans jamais avoir étudié la physique.)

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 6 :** On a illustré ci-contre six situations indiquant l'orientation de la vitesse d'une source sonore et celle d'un détecteur, par rapport à l'air immobile. Dans chacune des situations, la fréquence détectée est-elle plus élevée ou moins élevée que la fréquence émise, ou est-il impossible de le déterminer sans avoir plus d'information sur les vitesses réelles ?

	Source	Détecteur
a)	→	• Immobile
b)	←	• Immobile
c)	→	→
d)	←	←
e)	→	←
f)	←	→

Exemple 3.8

Une fusée est projetée à une vitesse de 242 m/s directement vers un poteau immobile (par rapport à l'air immobile) et émet des ondes sonores à une fréquence $f = 1\,250$ Hz.

a) Quelle fréquence f' est mesurée par un détecteur attaché au poteau ?

SOLUTION : On peut trouver f' à l'aide de l'équation 3.47 relative à l'effet Doppler général. Le concept clé est celui-ci : puisque la source sonore (la fusée) se déplace dans l'air *en s'approchant* du détecteur immobile attaché au poteau, on doit utiliser le signe devant v_S qui aura pour effet d'*augmenter* la fréquence du son. Donc, dans l'équation 3.47, on utilise le signe négatif dans le dénominateur. On substitue ensuite 0 au module de la vitesse du détecteur v_D, 242 m/s au module de la vitesse de la source v_S, 343 m/s au module de la vitesse du son v (d'après le tableau 3.1) et 1 250 Hz à la fréquence émise f. On trouve alors

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} = (1\,250\text{ Hz})\,\frac{343\text{ m/s} \pm 0}{343\text{ m/s} - 242\text{ m/s}}$$
$$= 4\,245\text{ Hz} \approx 4{,}25\text{ kHz}. \qquad \text{(réponse)}$$

ce qui est effectivement une fréquence plus élevée que la fréquence émise.

b) Certaines ondes sonores qui atteignent le poteau sont réfléchies vers la fusée sous forme d'échos. Quelle fréquence f'' un détecteur fixé sur la fusée détecterait-il dans l'écho ?

SOLUTION : On utilise d'abord deux concepts clés.

1. Le poteau est maintenant la source du son (étant la source de l'écho), et la fusée est maintenant le détecteur (puisqu'elle détecte l'écho).
2. La fréquence du son émis par la source (le poteau) est égale à f', la fréquence du son intercepté et réfléchi par le poteau.

On peut récrire l'équation 3.47, sous forme de fréquence f' de la source et de fréquence f'' détectée, ainsi :

$$f'' = f'\,\frac{v \pm v_D}{v \pm v_S}. \qquad (3.56)$$

On fait maintenant intervenir un troisième concept clé. Puisque le détecteur (fixé à la fusée) se déplace dans l'air *en s'approchant* de la source immobile, on doit utiliser le signe devant v_D qui a pour effet d'*augmenter* la fréquence du son. On utilise donc le signe positif dans le numérateur de l'équation 3.56. Ensuite, on insère $v_D = 242$ m/s, $v_S = 0$, $v = 343$ m/s et $f' = 4\,245$ Hz. On trouve ainsi

$$f'' = (4\,245\text{ Hz})\,\frac{343\text{ m/s} + 242\text{ m/s}}{343\text{ m/s} - 0}$$
$$= 7\,240\text{ Hz} \approx 7{,}24\text{ kHz}. \qquad \text{(réponse)}$$

ce qui est effectivement une fréquence plus élevée que la fréquence du son réfléchi par le poteau.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 7 :** Dans l'exemple précédent, si un vent met l'air en mouvement vers le poteau à une vitesse ayant un module de 20 m/s, a) quelle valeur devra-t-on utiliser pour décrire le module de la vitesse de la source v_S dans la solution de la partie a) ? b) Quelle valeur devra-t-on utiliser pour décrire le module de la vitesse du détecteur v_D dans la solution de la partie b) ?

3.9 Les vitesses supersoniques et les ondes de choc

Si une source est en mouvement vers un détecteur immobile à une vitesse égale à la vitesse du son, donc si $v_S = v$, les équations 3.47 et 3.55 permettent de prédire que la fréquence détectée f' sera infiniment grande. Cela signifie que la source se déplace si vite qu'elle a la même vitesse que ses propres fronts d'onde sphériques, comme l'illustre la figure 3.23 a). Qu'arrive-t-il lorsque la vitesse de la source *excède* la vitesse du son ?

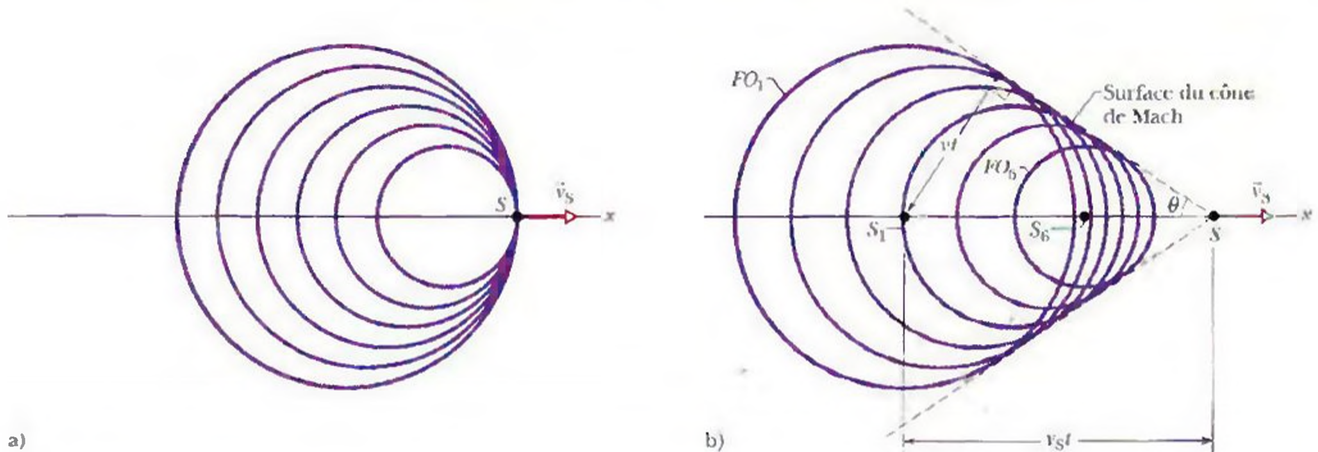


Figure 3.23 a) Une source sonore S se déplace à la vitesse $\vec{v}_S$, égale à la vitesse du son, donc aussi rapide que les fronts d'onde qu'elle génère. b) Une source S se déplace à la vitesse $\vec{v}_S$, supérieure à la vitesse du son, donc plus rapidement que ses propres fronts d'onde. À la position S_1, la source génère le front d'onde FO_1, et à la position S_6, elle génère le front d'onde FO_6. Tous les fronts d'onde sphériques se propagent à la vitesse du son dont le module est v et se regroupent à la surface d'un cône nommé cône de Mach, formant une onde de choc. La surface du cône a un demi-angle θ et est tangente à tous les fronts d'onde.

Dans le cas de telles **vitesses supersoniques,** les équations 3.47 et 3.55 ne s'appliquent plus : autrement, elles donnent une valeur de f' négative, ce qui physiquement n'a pas de sens. La figure 3.23 b) illustre les fronts d'onde sphériques issus de la source alors qu'elle se trouvait à différentes positions. Dans cette illustration, le rayon de tout front d'onde est vt, où v est le module de la vitesse du son et t est le temps écoulé depuis l'émission de ce front d'onde par la source. Notez que tous les fronts d'onde sont derrière la source S ($v_S > v$) et se regroupent en formant une espèce d'enveloppe en forme de V, comme le montre le dessin en deux dimensions de la figure 3.23 b). En réalité, les fronts d'onde se déploient en trois dimensions, et leur regroupement forme un cône qu'on nomme *cône de Mach*. On dit qu'il y a une **onde de choc** à la surface de ce cône parce que le regroupement des fronts d'onde cause une augmentation et une chute rapides de la pression de l'air au moment où sa surface traverse un point quelconque. Dans la figure 3.23 b), on voit que le demi-angle θ du cône, nommé *demi-angle du cône de Mach*, est donné par

$$\sin\theta = \frac{vt}{v_S t} = \frac{v}{v_S} \quad \text{(le demi-angle du cône de Mach)}. \tag{3.57}$$

Le rapport v_S/v se nomme le *nombre de Mach*. Si on vous dit qu'un avion a volé à la vitesse Mach 2,3, cela signifie que sa vitesse correspondait à 2,3 fois la vitesse du son dans l'air où il volait. L'onde de choc générée par un avion (figure 3.24) ou des projectiles supersoniques produit un son nommé *bang supersonique*, causé par une augmentation subite de la pression de l'air, suivie d'une diminution de pression aussi subite et d'un retour à la normale. Une partie du son entendu lorsqu'un projectile est tiré est le bang supersonique produit par le projectile. Un bang supersonique peut aussi être entendu en faisant claquer rapidement un long fouet : quand le fouet atteint la fin de son mouvement, son extrémité se déplace plus vite que le son et produit un petit bang supersonique, le *claquement* du fouet.



Figure 3.24 Ondes de choc produites par les ailes d'un avion militaire à réaction FA 18. Elles sont rendues visibles par la diminution subite de la pression de l'air, qui cause la condensation des molécules d'eau, produisant ainsi un brouillard.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Les ondes sonores Les ondes sonores sont des ondes mécaniques longitudinales qui peuvent se propager dans les solides, les liquides et les gaz. Le module de la vitesse v d'une onde sonore dans un milieu ayant un **module de compressibilité** B et une masse volumique ρ est

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} \quad \text{(le module de la vitesse du son).} \qquad (3.3)$$

Dans l'air à 20 °C, le module de la vitesse du son est de 343 m/s.

Une onde sonore cause un déplacement longitudinal s d'un élément de masse dans le milieu ; ce déplacement est donné par l'équation

$$s = s_m \cos(kx - \omega t), \qquad (3.13)$$

où s_m est l'**amplitude de déplacement** (la grandeur maximale du déplacement) par rapport à l'équilibre, $k = 2\pi/\lambda$ et $\omega = 2\pi f$, λ et f étant la longueur d'onde et la fréquence de l'onde sonore. L'onde sonore cause également une variation de pression Δp du milieu, par rapport à la pression d'équilibre :

$$\Delta p = \Delta p_m \sin(kx - \omega t), \qquad (3.14)$$

où l'**amplitude de pression** est

$$\Delta p_m = (v\rho\omega)s_m. \qquad (3.15)$$

L'interférence L'interférence de deux ondes sonores ayant des longueurs d'onde identiques qui traversent le même point dépend de la différence de phase ϕ entre elles à ce point. Si les ondes sonores ont été émises en phase et se propagent approximativement dans la même direction, ϕ est donné par

$$\phi = \frac{\Delta L}{\lambda} 2\pi, \qquad (3.21)$$

où ΔL est la différence entre la longueur de leurs parcours (la différence dans les distances parcourues par les ondes pour atteindre le point commun). Une *interférence constructive* se produit lorsque ϕ est un multiple entier de 2π :

$$\phi = m(2\pi), \quad \text{où } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (3.22)$$

et, de façon équivalente, lorsque ΔL est reliée à la longueur d'onde λ par

$$\Delta L = m\lambda, \quad \text{où } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (3.23)$$

Une *interférence destructive* se produit lorsque ϕ est un multiple impair de π :

$$\phi = (2m + 1)\pi, \quad \text{où } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (3.24)$$

et, de façon équivalente, lorsque ΔL est reliée à λ par

$$\Delta L = (m + \tfrac{1}{2})\lambda, \quad \text{où } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (3.25)$$

L'intensité sonore L'**intensité** I d'une onde sonore sur une surface est le taux moyen par unité de surface auquel l'énergie de l'onde passe à travers la surface :

$$I = \frac{P}{A}, \qquad (3.26)$$

où A est l'aire de la surface qui intercepte le son et P est le taux d'énergie (la puissance) de l'onde sonore passant à travers A. L'intensité I est reliée à l'amplitude de déplacement s_m de l'onde sonore par

$$I = \tfrac{1}{2}\rho v\omega^2 s_m^2. \qquad (3.27)$$

L'intensité à une distance r d'une source sonore ponctuelle ayant une puissance P_S est donnée par

$$I = \frac{P_S}{4\pi r^2}. \qquad (3.28)$$

Le niveau sonore en décibels Le **niveau sonore** β en *décibels* (dB) se définit ainsi :

$$\beta = (10 \text{ dB}) \log \frac{I}{I_0}, \qquad (3.29)$$

où I_0 ($= 10^{-12}$ W/m^2, ce qui est le seuil d'audibilité) est le niveau d'intensité de référence auquel toutes les intensités sont comparées. Pour chaque *facteur* de 10 d'augmentation dans l'intensité ($I_2 = I_1 \times 10$), on *ajoute* 10 dB au niveau sonore ($\beta_2 = \beta_1 + 10$).

Les ondes stationnaires dans un tuyau Des ondes sonores stationnaires peuvent être produites dans un tuyau. Un tuyau ouvert à ses deux extrémités résonnera aux fréquences

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{nv}{2L}, \quad \text{où } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (3.39)$$

où v est le module de la vitesse du son dans l'air du tuyau. Dans un tuyau dont une extrémité est ouverte et l'autre fermée, les fréquences de résonance sont

$$f_{2n-1} = \frac{v}{\lambda_{2n-1}} = \frac{(2n-1)v}{4L}, \quad \text{où } n = 1, 2, 3, \ldots \qquad (3.41)$$

Les battements Des **battements** se produisent lorsque deux ondes ayant des fréquences légèrement différentes, f_1 et f_2, sont détectées simultanément. La fréquence des battements est

$$f_{\text{bat}} = |f_1 - f_2|. \qquad (3.46)$$

L'effet Doppler L'**effet Doppler** est un changement observé dans la fréquence d'une onde lorsque la source et/ou le détecteur se déplacent par rapport au milieu dans lequel l'onde se propage (l'air, par exemple). Pour le son, la fréquence observée f' relativement à la fréquence de la source f est donnée par

$$f' = f\frac{v \pm v_D}{v \pm v_S} \quad \text{(l'effet Doppler, cas général),} \qquad (3.47)$$

où v_D est le module de la vitesse du détecteur par rapport au milieu, v_S est le module de la vitesse de la source par rapport au milieu et v est le module de la vitesse du son dans le milieu. Le signe devant v_D (v_S) est choisi de manière à faire *augmenter* f' lorsque le mouvement du détecteur (de la source) s'effectue en s'approchant de la source (du détecteur) que l'on suppose immobile, et à faire *diminuer* f' lorsque le mouvement du détecteur (de la source) s'effectue en s'éloignant de la source (du détecteur) que l'on suppose immobile.

L'onde de choc Si la vitesse d'une source par rapport au milieu excède la vitesse du son dans ce milieu, l'équation 3.47 de l'effet Doppler ne s'applique plus. Dans un tel cas, des ondes de choc se produisent. Le demi-angle θ du cône de Mach est donné par

$$\sin\theta = \frac{v}{v_S} \quad \text{(le demi-angle du cône de Mach).} \qquad (3.57)$$

QUESTIONS

1. La figure 3.25 présente les parcours de deux impulsions sonores émises en même temps et devant franchir la même distance dans l'air. La seule différence entre les deux parcours est qu'il y a une région d'air chaud (faible masse volumique) dans le parcours 2. Quelle impulsion franchira le plus rapidement cette distance ?



Figure 3.25 Question 1

2. Une onde sonore qui a une longueur d'onde λ et une amplitude de déplacement s_m entre dans un passage (un tuyau, l'ouverture d'une oreille, etc.). Lorsqu'un petit dispositif installé dans le passage détecte cette onde, il émet une autre onde sonore (que l'on nomme *antison*) capable d'annuler la première onde, de sorte que rien n'est entendu à l'extrémité éloignée du passage. Pour qu'une telle annulation soit possible, quelles doivent être a) la direction de propagation, b) la longueur d'onde et c) l'amplitude de déplacement de la deuxième onde ? d) Quelle doit être la différence de phase entre les deux ondes ? (On utilise des dispositifs semblables pour éliminer les sons indésirables dans un milieu bruyant.)

3. La figure 3.26 présente deux sources ponctuelles, S_1 et S_2, qui sont en phase et qui émettent des ondes sonores identiques dont la longueur d'onde est de 2,0 m. Exprimée en fonction de la longueur d'onde, quelle est la différence de parcours entre les ondes qui atteignent le point P a) si $L_1 = 38$ m et $L_2 = 34$ m, et b) si $L_1 = 39$ m et $L_2 = 36$ m ? c) Si on suppose que la distance entre les sources est beaucoup plus petite que L_1 et L_2, quel type d'interférence se produit à P dans les situations décrites en a) et en b) ?



Figure 3.26 Question 3

4. Dans la figure 3.27, des ondes sonores de longueur d'onde λ sont émises par une source ponctuelle S. En suivant le parcours 1, elles se dirigent directement vers un détecteur D ; en suivant le parcours 2, elles sont réfléchies par un panneau avant d'atteindre le détecteur. Le panneau est d'abord très rapproché du parcours 1, et les ondes qui atteignent D en suivant les deux parcours sont presque en phase. Puis, on éloigne le panneau du parcours 1, comme illustré, jusqu'à ce que les ondes soient complètement déphasées en atteignant D. Quelle est alors la différence de parcours $\Delta L = L_2 - L_1$ entre les ondes du parcours 1 et celles du parcours 2 ?



Figure 3.27 Question 4

5. La figure 3.28 présente deux sources ponctuelles, S_1 et S_2. Les sources sont en phase, émettent des ondes sonores identiques ayant une longueur d'onde λ, et le point P se trouve à égale distance des sources. Par la suite, S_2 est éloignée de P d'une distance égale à $\lambda/4$. Au point P, les ondes sont-elles alors en phase, sont-elles en opposition de phase ou ont-elles une différence de phase intermédiaire a) si S_1 est déplacée vers le point P d'une distance égale à $\lambda/4$ et b) si S_1 est éloignée du point P d'une distance égale à $3\lambda/4$?

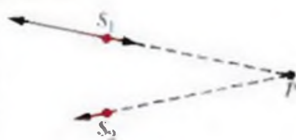


Figure 3.28 Question 5

6. Dans la figure 3.9 a) de l'exemple 3.3, les ondes qui atteignent le point P_1 sur la droite passant perpendiculairement au centre du segment de droite reliant les deux sources sont en phase ; ce qui revient à dire que les ondes provenant de S_1 et de S_2 tendent toujours à déplacer un élément d'air dans la même direction au point P_1. On suppose que l'intersection de cette droite perpendiculaire et de la ligne allant de S_1 à S_2 est le point P_3. a) Les ondes qui atteignent P_3 sont-elles en phase, sont-elles en opposition de phase ou ont-elles une différence de phase intermédiaire ? b) Quelle est la réponse si on augmente de $1{,}7\lambda$ la distance entre les deux sources ?

7. Dans un tuyau, une onde stationnaire a cinq nœuds et cinq ventres. a) Combien d'extrémités ouvertes le tuyau a-t-il ? b) Quel est le nombre harmonique de l'onde résultante ?

8. On produit le sixième harmonique dans un tuyau. a) Combien d'extrémités ouvertes le tuyau a-t-il (il en a au moins une) ? b) Y a-t-il un nœud, un ventre ou un état intermédiaire au milieu du tuyau ?

9. a) Pendant la répétition d'un orchestre, la respiration des musiciens fait augmenter la température de l'air (et diminuer la masse volumique de l'air) dans les instruments à vent. Les fréquences de résonance de ces instruments augmentent-elles ou diminuent-elles ? b) Lorsque la coulisse d'un trombone est poussée vers l'avant, les fréquences de résonance de l'instrument augmentent-elles ou diminuent-elles ?

10. Voici quatre des six fréquences harmoniques inférieures à 1 000 Hz que l'on trouve dans un tuyau : 300 Hz, 600 Hz, 750 Hz et 900 Hz. Quelles sont les deux fréquences manquantes ?

11. Le tuyau A a une longueur L et une extrémité ouverte. Le tuyau B a une longueur $2L$ et deux extrémités ouvertes. Quels harmoniques du tuyau B présentent une fréquence correspondant à une fréquence harmonique du tuyau A ?

12. La figure 3.29 montre une corde tendue de longueur L, de même que les tuyaux a, b, c et d, dont les longueurs respectives sont L, $2L$, $L/2$ et $L/2$. La tension dans la corde est ajustée jusqu'à ce que le module de la vitesse des ondes qui la parcourent soit égal au module de la vitesse des ondes sonores dans l'air. On produit ensuite le mode fondamental d'oscillation dans la corde. Dans quel(s) tuyau(x) le son produit par la corde produira-t-il une résonance, et quel mode d'oscillation y observera-t-on ?

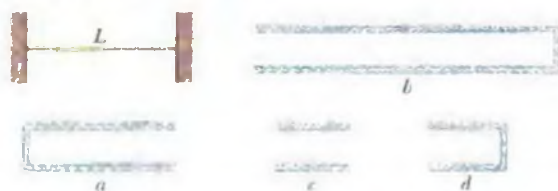


Figure 3.29 Question 12

13. Un de vos amis prend place, successivement, dans trois manèges rapides où il effectue un mouvement circulaire uniforme, tout en tenant une source sonore qui émet de façon isotrope à une certaine fréquence. Vous restez éloigné de chacun des manèges. La fréquence que vous entendez, provenant de chacun des manèges où prend place votre ami, varie en fonction de la rotation des manèges. Les variations de fréquence des trois manèges sont représentées par les trois courbes de la figure 3.30. Classez les courbes en ordre décroissant selon a) le module de la vitesse v de la source sonore, b) les vitesses angulaires ω des manèges et c) les rayons r des manèges.

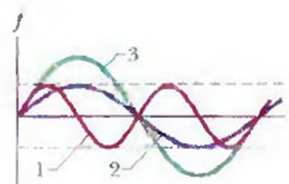


Figure 3.30 Question 13

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous :
www.dlcmcgrawhill.ca/physique

Sauf indication contraire, utilisez ces valeurs dans les exercices et problèmes :

module de la vitesse du son dans l'air = 343 m/s ;

et masse volumique de l'air = 1,21 kg/m^3.

SECTION 3.2 La vitesse du son

1E Concevez une règle vous permettant de calculer la distance en kilomètres d'un éclair en comptant les secondes écoulées entre l'instant où vous voyez l'éclair et l'instant où vous entendez le tonnerre. Supposez que le son voyage en ligne droite.

2E Vous assistez à un concert en plein air et vous vous trouvez à 300 m des haut-parleurs. Le concert est également diffusé en direct par satellite (à la vitesse de la lumière, soit à $3,00 \times 10^8$ m/s). Un auditeur capte l'émission du concert à 5 000 km de distance. Qui est le premier à entendre la musique, vous ou l'auditeur éloigné ? Quel est le délai entre les deux écoutes ?

3E À un match de football au stade Percival-Molson de l'Université McGill, deux spectateurs voient, et entendent un instant plus tard, le ballon botté sur le terrain. Le délai entre les deux perceptions (visuelle et auditive) est de 0,23 s pour un des spectateurs, et de 0,12 s pour l'autre. Les lignes de vue des deux spectateurs se croisent à un angle de 90°. a) À quelle distance chacun des spectateurs se trouve-t-il du joueur ? b) Quelle distance y a-t-il entre les deux spectateurs ?

4E Une colonne de soldats qui marchent à un rythme de 120 pas à la minute garde la cadence en suivant le battement d'un tambour à l'avant de la colonne. On observe que les soldats à l'arrière de la colonne posent le pied gauche lorsque le batteur pose le pied droit. Quelle est la longueur approximative de la colonne ?

5P Des tremblements de terre génèrent des ondes sonores à l'intérieur de la Terre. Contrairement à un gaz, la Terre peut être parcourue à la fois par des ondes sonores transversales (S) et longitudinales (P). Généralement, le module de la vitesse des ondes S est d'environ 4,5 km/s, et celui des ondes P est d'environ 8,0 km/s. Un sismographe enregistre les ondes P et S causées par un tremblement de terre. Les premières ondes P arrivent 3,0 min avant les premières ondes S (figure 3.31). Si on suppose que les ondes se propagent en ligne droite, à quelle distance du sismographe le tremblement de terre se produit-il ? www

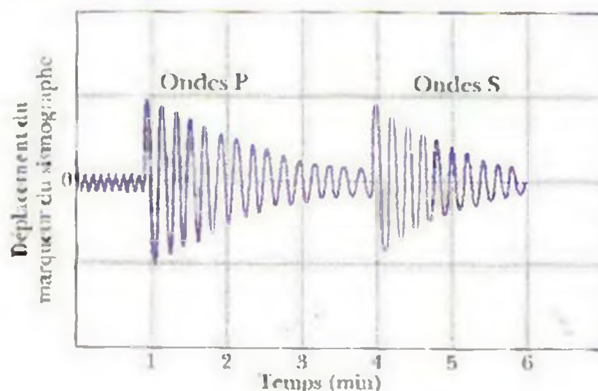


Figure 3.31 Problème 5

6P Dans un certain métal, le module de la vitesse du son est V. On donne un coup à une extrémité d'un tuyau fait de ce métal et ayant une longueur L. Une personne à l'autre extrémité entend deux sons, un de l'onde qui se propage dans le tuyau et l'autre de l'onde qui se propage dans l'air. a) Si le module de la vitesse du son dans l'air est v, quel intervalle de temps t s'écoule entre l'arrivée des deux sons ? b) Supposez que $t = 1,00$ s et que ce métal est de l'acier. Trouvez la longueur L.

7P On laisse tomber une pierre dans un puits. On entend le son de la pierre qui frappe l'eau 3,00 s plus tard. Quelle est la profondeur du puits ?

SECTION 3.3 Les ondes sonores progressives

8E La gamme de fréquences audibles chez l'humain qui n'éprouve pas de problème d'audition va d'environ 20 Hz à 20 kHz. Quelle est la gamme de longueurs d'onde associée à ces ondes sonores audibles ?

9E Des ultrasons ayant une fréquence de 4,50 MHz sont utilisés pour examiner les tumeurs dans les tissus humains. a) Quelle est la longueur d'onde de ces ondes sonores dans l'air ? b) Si le module de la vitesse du son est de 1 500 m/s dans les tissus humains, quelle en est la longueur d'onde ?

10P a) Une source d'oscillations est attachée à un très long ressort et lui transmet une onde longitudinale sinusoïdale progressive. La source a une fréquence de 25 Hz, et il y a toujours une distance de 24 cm entre les points successifs d'expansion maximale dans le ressort. Trouvez le module de la vitesse de l'onde. b) Écrivez l'équation de l'onde si la grandeur maximale du déplacement longitudinal d'un élément de ressort est de 0,30 cm et que l'onde se propage dans la direction négative de l'axe des x. Mettez $x = 0$ à la source, et supposez que le déplacement est nul à cet endroit à $t = 0$.

11P La variation de pression produite par une onde sonore qui se propage dans un certain milieu est donnée par l'équation

$$\Delta p = (1,50 \text{ Pa}) \sin[(0,900 \text{ m}^{-1})\pi x - (315 \text{ s}^{-1})\pi t].$$

Trouvez a) l'amplitude de pression, b) la fréquence, c) la longueur d'onde et d) le module de la vitesse de l'onde.

SECTION 3.4 L'interférence des ondes sonores

12P Deux sources ponctuelles séparées par une distance $D = 2,0\lambda$ émettent des ondes sonores d'amplitude et de longueur d'onde λ identiques. Les sources sont en phase. a) Combien y a-t-il de points où le son est maximal (présentant une interférence constructive) le long d'un grand cercle entourant les sources et qui est centré par rapport au point mitoyen entre les sources ? b) Combien y a-t-il de points où le son est minimal (présentant une interférence destructive) le long de ce grand cercle entourant les sources ?

13P Dans la figure 3.32, deux haut-parleurs distants de 2,00 m sont en phase. Supposez que le son provenant des haut-parleurs a approximativement la même amplitude à l'endroit où se trouve un auditeur, qui est en face d'un des haut-parleurs, à 3,75 m. a) À quelles fréquences audibles (entre 20 Hz et 20 kHz) l'auditeur entend-il un son minimal ? b) À quelles fréquences le son est-il maximal ? www



Figure 3.32 Problème 13

14P. Deux ondes sonores provenant de deux sources différentes et ayant la même fréquence de 540 Hz se propagent dans la même direction à 330 m/s. Les sources sont en phase. Quelle est la différence de phase entre les ondes à un point situé à 4,40 m d'une source et à 4,00 m de l'autre ?

15P. Deux haut-parleurs sont distancés de 3,35 m sur une scène extérieure. Un auditeur se trouve à 18,3 m de l'un et à 19,5 m de l'autre. Pendant les tests de son, un générateur de signal alimente les deux haut-parleurs en phase avec la même amplitude et la même fréquence. La fréquence du signal se situe dans la plage audible (entre 20 Hz et 20 kHz). a) Quelles sont les trois plus basses fréquences auxquelles l'auditeur entendra un son minimal ? b) Quelles sont les trois plus basses fréquences auxquelles l'auditeur entendra un son maximal ? www

16P. Dans la figure 3.33, un son d'une longueur d'onde de 40,0 cm se propage vers la droite à partir d'une source, dans un tube composé d'une section droite et d'un demi-cercle. Une partie de l'onde sonore se propage dans le demi-cercle et rejoint ensuite le reste de l'onde, qui se propage dans la section droite. Cette superposition des ondes sonores effectuant différents parcours produit de l'interférence. Quel est le plus petit rayon r qui produira un son minimal au détecteur ?



Figure 3.33 Problème 16

SECTION 3.5 L'intensité sonore et le niveau sonore

17E. Une source isotrope émet des ondes sonores. À 2,50 m de la source, l'intensité des ondes est de $1{,}91 \times 10^{-4}$ W/m². En supposant que l'énergie des ondes est conservée, déterminez la puissance de la source.

18E. Une source ponctuelle isotrope de 1,0 W émet des ondes sonores. En supposant que l'énergie des ondes est conservée, trouvez l'intensité a) à 1,0 m de la source et b) à 2,5 m de la source.

19E. Une onde sonore a une fréquence de 300 Hz et une intensité de 1,00 μW/m². Quelle est l'amplitude des oscillations de l'air causées par cette onde ?

20E. Deux sons présentent une différence de niveau sonore de 1,00 dB. Quel est le rapport de la plus grande sur la plus petite intensité ?

21E. On augmente de 30 dB le niveau sonore d'une source. Par quel facteur a) son intensité sonore et b) son amplitude de pression sont-elles augmentées ?

22E. La source d'une onde sonore a une puissance de 1,00 μW. S'il s'agit d'une source ponctuelle, a) quelle est l'intensité de l'onde à 3,00 m de distance ? b) Quel est le niveau sonore en décibels à cette distance ?

23E. a) Si deux ondes sonores, l'une se propageant dans l'air et l'autre dans l'eau, ont la même intensité, quel est le rapport de l'amplitude de pression de l'onde se déplaçant dans l'eau sur celle se propageant dans l'air ? Les masses volumiques de l'eau et de l'air, à une température de 20 °C, sont de $0{,}998 \times 10^3$ kg/m³ et 1,21 kg/m³ respectivement. b) Si les amplitudes de pression étaient égales, quel serait le rapport (eau/air) entre les intensités des ondes ?

24P. Un train de marchandises bruyant circulant sur une voie ferrée droite émet une onde sonore dont les fronts d'onde sont cylindriques. On suppose que l'absorption de l'énergie sonore par l'air est négligeable. Comment l'amplitude s_m de l'onde varie-t-elle en fonction de la distance r par rapport au train mesurée perpendiculairement à celui-ci ?

25P. a) Démontrez que l'intensité I d'une onde est le produit de l'énergie de l'onde par unité de volume, u, avec le module de sa vitesse, v. b) Les ondes radio se propagent à une vitesse ayant un module de $3{,}00 \times 10^8$ m/s. Déterminez u pour une onde radio située à 480 km d'une source de 50 000 W, en supposant que les fronts d'onde sont sphériques.

26P. Trouvez les rapports (du plus grand sur le plus petit) a) entre les intensités, b) entre les amplitudes de pression et c) entre les amplitudes de déplacement, générés par deux sons dont les niveaux sonores présentent une différence de 37 dB.

27P. Une onde sonore se propage uniformément dans toutes les directions à partir d'une source ponctuelle. a) Démontrez l'expression suivante du déplacement s du milieu dans lequel l'onde se propage en fonction de la distance r de la source :

$$s = \frac{b}{r} \sin (kr - vt),$$

où b est une constante. Analysez la situation en considérant, plus particulièrement, la direction de propagation et l'intensité de l'onde. b) Quelle est la dimension de la constante b ? www

28P. Une source ponctuelle isotrope émet un son de 30,0 W. Un petit microphone intercepte le son sur une surface perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde de 0,750 cm², à 200 m de la source. Calculez a) l'intensité du son à cet endroit et b) la puissance sonore interceptée par le microphone.

29P*. La figure 3.34 montre un interféromètre acoustique rempli d'air, qui sert à démontrer l'interférence des ondes sonores. S est une source sonore constituée d'un diaphragme oscillant ; D est un détecteur de son (une oreille ou un microphone, par exemple). Le parcours SBD a une longueur variable, alors que le parcours SAD est constant. À D, l'onde sonore qui suit le parcours SBD interfère avec celle qui suit le parcours SAD. Lors d'une démonstration, l'intensité sonore à D a une valeur minimale de 100 unités à une position donnée de la section coulissante, et cette valeur augmente continuellement jusqu'à une valeur maximale de 900 unités lorsque la section est déplacée de 1,65 cm. Trouvez a) la fréquence du son émis par la source et b) le rapport entre l'amplitude de déplacement de l'onde du parcours SAD à D et celle de l'onde du parcours SBD. c) Comment ces ondes peuvent-elles avoir des amplitudes de déplacement différentes si elles sont émises par la même source ?

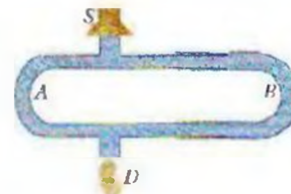


Figure 3.34 Problème 29

SECTION 3.6 Les ondes stationnaires dans les colonnes d'air

30E. Une corde de violon, d'une longueur de 15,0 cm et fixée à ses deux extrémités, oscille à son mode fondamental. Les ondes sur la corde ont une vitesse ayant un module de 250 m/s, et le son a une vitesse dans l'air dont le module est de 348 m/s. Quelles sont a) la fréquence et b) la longueur d'onde de l'onde sonore émise ?

31E. Le tuyau *la* (A) d'un orgue, dont les deux extrémités sont ouvertes, a une fréquence fondamentale de 300 Hz. Le troisième harmonique du tuyau *si* (B), alors qu'une seule de ses extrémités est ouverte, a la même fréquence que le deuxième harmonique du tuyau A. Quelle est la longueur a) du tuyau A ? b) du tuyau B ?

32E. Un tube de verre vertical a une longueur de 1,00 m et son niveau d'eau peut être ajusté à n'importe quelle hauteur. Un diapason vibrant à 686 Hz est tenu directement au-dessus de l'ouverture du tube afin de produire une onde sonore stationnaire dans la partie du tube qui est remplie d'air. (Cette portion du tube, remplie d'air, agit

comme un tube dont une extrémité serait ouverte et l'autre fermée.) À quelles hauteurs du niveau d'eau y a-t-il une résonance ?

33E. a) Trouvez le module de la vitesse des ondes dans une corde de violon dont la masse est de 800 mg et la longueur de 22,0 cm, si la fréquence fondamentale est de 920 Hz. b) Quelle est la tension dans la corde ? Au mode fondamental, quelle est la longueur d'onde c) des ondes dans la corde et d) des ondes sonores émises par la corde ? www

34P. Une corde de violon a une longueur de 30 cm entre ses extrémités fixes et une masse de 2,0 g. La corde « libre » (sans doigt appliqué) émet la note *la* (440 Hz). a) Pour jouer la note *do* (523 Hz), où doit-on appliquer un doigt sur la corde ? b) Quel est le rapport entre la longueur d'onde requise dans les ondes de la corde pour jouer un *la* sur celle requise pour jouer un *do* ? c) Quel est le rapport entre la longueur d'onde de l'onde sonore du *la* sur celle du *do*?

35P. Dans la figure 3.35, la source *S* est un petit haut-parleur alimenté par un oscillateur et un amplificateur audio, et dont la fréquence ne peut être ajustée qu'entre 1 000 Hz et 2 000 Hz. Le tube *D*, fabriqué à partir d'une feuille métallique, agit comme un détecteur. Il a une longueur de 45,7 cm et est ouvert aux deux extrémités. a) Si le module de la vitesse du son dans l'air est de 344 m/s à la température ambiante, à quelles fréquences y aura-t-il une résonance dans le tube lorsqu'on fera varier de 1 000 Hz à 2 000 Hz la fréquence émise par le haut-parleur ? b) Faites un croquis (dans le style de la figure 3.14 b) de l'onde stationnaire correspondant à chaque fréquence de résonance. www



Figure 3.35 Problème 35

36P. Une corde de violoncelle a une longueur L, pour laquelle la fréquence fondamentale est f. a) De quelle longueur l la corde doit-elle être écourtée, en la touchant du doigt, pour que la fréquence fondamentale devienne rf ? b) Quelle est la valeur de l si $L = 0{,}80$ m et $r = 1{,}2$? c) Dans le cas où $r = 1{,}2$, quel est le rapport entre la longueur d'onde de la nouvelle onde sonore émise par la corde sur celle de l'onde sonore émise avant qu'on ne touche à la corde ?

37P. Il y a de l'eau dans le fond d'un puits dont les parois sont verticales et qui résonne à 7,00 Hz, mais non à des fréquences plus basses. (La portion du puits où il y a de l'air agit comme un tuyau ayant une extrémité fermée et l'autre ouverte.) L'air dans le puits a une masse volumique de 1,10 kg/m³ et un module de compressibilité de $1{,}33 \times 10^5$ Pa. À quelle profondeur du puits se trouve la surface de l'eau ?

38P. Un tube d'une longueur de 1,20 m est fermé à une extrémité. Un fil tendu est placé près de l'extrémité ouverte. Le fil mesure 0,330 m de longueur et a une masse de 9,60 g. Il est fixé à ses deux extrémités et oscille dans son mode fondamental. Par résonance, il fait osciller la colonne d'air dans le tube à la fréquence fondamentale de cette colonne. Trouvez a) cette fréquence et b) la tension dans le fil.

39P. La période d'une étoile qui émet des pulsations variables peut être estimée si on suppose que les couches de l'étoile, en effectuant des oscillations longitudinales *radiales*, produisent une onde stationnaire dans le mode fondamental ; en d'autres mots, le rayon de l'étoile varie périodiquement avec le temps, et cette étoile présente un ventre de déplacement à sa surface. a) Diriez-vous qu'au centre de l'étoile il y a un nœud ou un ventre de déplacement ? b) Par analogie avec un tuyau dont une des extrémités est ouverte, démontrez que la période de pulsation T est donnée par

$$T = \frac{4R}{v},$$

où R est le rayon de l'étoile à l'équilibre et v est le module de la vitesse moyenne du son dans la matière de l'étoile. c) Les étoiles de type naine blanche sont composées d'une matière dont le module de compressibilité est $1{,}33 \times 10^{22}$ Pa et la masse volumique de $1{,}0 \times 10^{10}$ kg/m³. Elles ont un rayon correspondant à $9{,}0 \times 10^{-3}$ fois le rayon du Soleil. Quelle est la période de pulsation approximative d'une naine blanche ?

40P. Le tuyau *A*, ouvert aux deux extrémités et d'une longueur de 1,2 m, oscille à sa troisième plus basse fréquence harmonique. Il est rempli d'air, où le module de la vitesse du son est de 343 m/s. Le tuyau *B*, fermé à une seule extrémité, oscille à sa deuxième plus basse fréquence harmonique. Les tuyaux *A* et *B* oscillent dans ces modes à la même fréquence. a) Si on pose un axe des x à l'intérieur du tuyau *A*, avec $x = 0$ à une extrémité, où les nœuds de déplacement sont-ils situés sur l'axe ? b) Quelle est la longueur du tuyau *B* ? c) Quelle est la plus basse fréquence harmonique du tuyau *A* ?

41P. Une corde de violon d'une longueur de 30,0 cm et d'une masse linéique de 0,650 g/m est placée près d'un haut-parleur alimenté par un oscillateur audio de fréquence variable. On constate que la corde oscille seulement aux fréquences de 880 Hz et de 1 320 Hz, en faisant varier la fréquence de l'oscillateur de 500 Hz à 1 500 Hz. Quelle est la tension dans la corde ?

SECTION 3.7 Les battements

42E. La corde du *la* d'un violon est un peu trop serrée. On entend quatre battements par seconde lorsqu'on fait résonner la corde en même temps qu'un diapason qui oscille précisément à la note *la* (440 Hz). Quelle est la période d'oscillation de la corde de violon ?

43E. Un diapason dont la fréquence est inconnue produit trois battements par seconde quand il oscille en même temps qu'un autre diapason dont la fréquence est de 384 Hz. La fréquence de battements diminue lorsqu'on met un petit morceau de cire sur la pointe du premier diapason, diminuant ainsi sa fréquence fondamentale. Quelle est la fréquence de ce diapason ?

44P. Vous avez cinq diapasons qui oscillent à des fréquences rapprochées quoique toutes différentes. Quels sont a) le nombre maximum et b) le nombre minimum de fréquences de battements différentes que vous pouvez produire en faisant osciller deux diapasons à la fois, dépendamment de la différence entre les fréquences des diapasons utilisés ?

45P. Deux cordes de piano identiques ont une fréquence fondamentale de 600 Hz lorsqu'elles ont la même tension. Quelle augmentation relative de la tension dans une des cordes ($\Delta\tau/\tau$) aura pour effet de produire 6 battements/s en faisant osciller les deux cordes simultanément ?

SECTION 3.8 L'effet Doppler

46E. L'agent de police *B* est à la poursuite du conducteur *A* sur un segment droit d'autoroute. Les deux circulent à une vitesse ayant un module de 160 km/h. L'agent de police *B*, ne pouvant rattraper le contrevenant, actionne sa sirène. Posez que le module de la vitesse du son dans l'air est de 343 m/s et que la fréquence de la source est de 500 Hz. Quelle est la variation de fréquence causée par l'effet Doppler dans la fréquence entendue par le conducteur *A* ?

47E. À quelle fréquence sera entendu le vrombissement de 16,0 kHz des turbines d'un avion à réaction qui vole à une vitesse ayant un module de 200 m/s par le pilote d'un autre avion qui essaie de dépasser le premier avec une vitesse dont le module est de 250 m/s ?

48E. Une ambulance dont la sirène émet un son à 1 600 Hz dépasse un cycliste qui circule à une vitesse ayant un module de 2,44 m/s. Après avoir été dépassé, le cycliste entend une fréquence de 1 590 Hz. Quel est le module de la vitesse de l'ambulance ?

49P. Un sifflement d'une fréquence de 540 Hz se déplace à une vitesse angulaire de 15,0 rad/s dans un mouvement circulaire uniforme dont le rayon est de 60,0 cm. Quelles sont a) la plus basse et b) la plus haute fréquence entendues par une personne éloignée et immobile par rapport au centre du cercle ? www

50P. Un détecteur de mouvement immobile émet des ondes sonores à une fréquence de 0,150 MHz en direction d'un camion qui approche à une vitesse ayant un module de 45,0 m/s. Quelle est la fréquence des ondes réfléchies par le camion captées par le détecteur ?

51P. Un sous-marin français et un sous-marin américain se dirigent l'un vers l'autre lors de manœuvres dans le nord de l'océan Atlantique, où l'eau est immobile (figure 3.36). Le module de la vitesse du sous-marin français est de 50,0 km/h, et celui du sous-marin américain est de 70,0 km/h. Le sous-marin français envoie un signal sonar (onde sonore sous-marine) à 1 000 Hz. Les ondes se propagent dans l'eau à une vitesse ayant un module de 5 470 km/h. a) Quelle est la fréquence du signal détecté par le sous-marin américain ? b) Quelle fréquence est détectée par le sous-marin français dans le signal réfléchi par le sous-marin américain ?



Figure 3.36 Problème 51

52P. Une source sonore A et une surface de réflexion B se déplacent directement l'une vers l'autre. Par rapport à l'air, le module de la vitesse de la source A est de 29,9 m/s, celui de la surface B est de 65,8 m/s, et considérez que le module de la vitesse du son est de 329 m/s. La source émet des ondes à une fréquence de 1,20 kHz, tel qu'elle est mesurée dans le référentiel de la source. Dans le référentiel du réflecteur, quelles sont a) la fréquence et b) la longueur d'onde des ondes sonores détectées ? Dans le référentiel de la source, quelles sont c) la fréquence et d) la longueur d'onde des ondes sonores réfléchies vers la source ?

53P. Un système d'alarme sonore se compose d'une source qui émet des ondes à 28,0 kHz. Quelle est la fréquence de battements entre les ondes émises et les ondes réfléchies par un cambrioleur qui marche à une vitesse moyenne de 0,950 m/s en s'éloignant de l'alarme ? www

54P. Une chauve-souris virevolte dans un sous-sol et règle sa navigation en émettant des ultrasons. Supposez que la fréquence des émissions sonores de la chauve-souris est de 39,0 kHz. Lors d'un mouvement rapide vers la surface plane d'un mur, la chauve-souris se déplace à 0,025 fois la vitesse du son dans l'air. Quelle fréquence perçoit-elle dans les ultrasons réfléchis par le mur ?

55P. Une fillette est assise près de la fenêtre ouverte d'un train qui se dirige vers l'est à une vitesse dont le module est de 10,00 m/s. Son oncle se tient près de la voie ferrée et regarde le train s'éloigner. Le sifflet de la locomotive émet un son à une fréquence de 500,0 Hz, et il n'y a aucun vent. a) Quelle fréquence l'oncle entend-il ? b) Quelle fréquence la fillette entend-elle ? Un vent provenant de l'est se lève et souffle à 10,00 m/s. c) Quelle fréquence l'oncle entend-il maintenant ? d) Quelle fréquence la fillette entend-elle maintenant ? www

56P. Une sirène de 2 000 Hz et un agent de la paix sont immobiles par rapport au sol. Quelle fréquence l'agent entend-il si le vent souffle à 12,0 m/s a) de la source sonore vers l'agent et b) dans la direction opposée ?

57P. Deux trains se dirigent l'un vers l'autre à 30,5 m/s par rapport au sol. Le train A émet un sifflement à 500 Hz. a) S'il n'y a aucun vent, quelle fréquence est entendue dans le train B ? b) Quelle fréquence est entendue dans le train B si le vent souffle à 30,5 m/s du train B vers le train A ? c) Quelle fréquence est entendue si la direction du vent est inversée ?

Section 3.9 Les vitesses supersoniques et les ondes de choc

58E. Un projectile est tiré à une vitesse ayant un module de 685 m/s. Trouvez l'angle formé par l'onde de choc et la trajectoire du projectile.

59P. Un avion à réaction passe au-dessus de vous à une altitude de 5 000 m et à une vitesse de Mach de 1,5. a) Trouvez l'angle du cône de Mach. b) Combien de temps après que l'avion soit passé au-dessus de votre tête l'onde de choc vous atteint-elle ? Le module de la vitesse du son est de 331 m/s.

60P. Un avion vole à 1,25 fois la vitesse du son. Son bang supersonique atteint un homme au sol une minute après qu'il soit passé au-dessus de lui. Quelle est l'altitude de l'avion ? Le module de la vitesse du son est de 330 m/s.

4 La réflexion et la réfraction de la lumière

Quand une comète suit une trajectoire autour du Soleil, la glace s'évapore à sa surface et laisse derrière elle un nuage de poussière et de particules chargées. Le « vent solaire », qui est lui-même chargé électriquement, force les particules chargées à prendre la forme d'une « queue » rectiligne, orientée de façon radiale dans la direction opposée au Soleil. Toutefois, la poussière n'est pas affectée par le vent solaire et devrait normalement continuer sa course en suivant l'orbite de la comète.

Pourquoi, alors, la queue inférieure formée par la majeure partie de la poussière est-elle courbée dans cette photographie ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.



4.1 Le spectre électromagnétique

La principale réussite de James Clerk Maxwell fut de démontrer qu'un rayon de lumière est une onde progressive composée d'un champ électrique et d'un champ magnétique – une **onde électromagnétique** – et que l'optique, l'étude de la lumière visible, constitue une branche de l'électromagnétisme. Dans ce chapitre, on abordera ces deux sujets : on conclura d'abord l'étude, débutée au volume 2, des phénomènes strictement électriques et magnétiques, et on posera ensuite les fondements de l'optique géométrique.

À l'époque de Maxwell (le milieu du XIXe siècle), les seules ondes électromagnétiques connues étaient la lumière visible, le rayonnement infrarouge et le rayonnement ultraviolet. Toutefois, Heinrich Hertz, stimulé par les recherches de Maxwell, découvrit ce qu'on appelle maintenant les ondes radio, et fit la preuve expérimentale qu'elles se déplaçaient à la même vitesse que la lumière visible.

Comme l'illustre la figure 4.1, on connaît maintenant un large spectre (ou gamme) d'ondes électromagnétiques, qu'un écrivain imaginatif a nommé « l'arc-en-ciel de Maxwell ». Essayez de vous représenter jusqu'à quel point vous êtes entouré d'ondes électromagnétiques appartenant à ce spectre. Le Soleil, dont le rayonnement a déterminé l'environnement auquel l'être humain s'est adapté et où il a évolué en tant qu'espèce, en constitue la principale source. Vous êtes également submergé par les signaux de télévision et de radio. Les micro-ondes des systèmes de radar et de transmissions téléphoniques peuvent aussi vous atteindre. Les ampoules électriques, les moteurs des automobiles dégageant de la chaleur, les équipements utilisant des rayons X, les enseignes lumineuses et les matériaux radioactifs enfouis produisent également des ondes électromagnétiques. S'ajoute à cela, venant du ciel, le rayonnement émis par les étoiles et d'autres corps célestes de notre Galaxie, sinon d'autres galaxies. Les ondes électromagnétiques voyagent aussi dans la direction opposée. Depuis 1950, environ, des signaux de télévision sont transmis de la Terre et envoient des nouvelles des humains (incluant les épisodes de *Star Trek*, quoique très faiblement) aux éventuels habitants d'autres planètes assez évoluées en orbite autour des quelque 400 étoiles les plus rapprochées.

Dans l'échelle de longueurs d'onde de la figure 4.1 (et dans l'échelle de fréquences correspondante), chaque division représente un changement de longueur d'onde selon un facteur de 10. Cette échelle ne se termine pas aux extrémités représentées. Remarquez le facteur énorme, plus de 10^{24}, entre les plus longues longueurs d'onde représentées (10^8 m, ce qui est de l'ordre de la distance Terre-Lune) et les plus courtes (10^{-16} m, ce qui est dix fois plus petit que le rayon d'un proton).

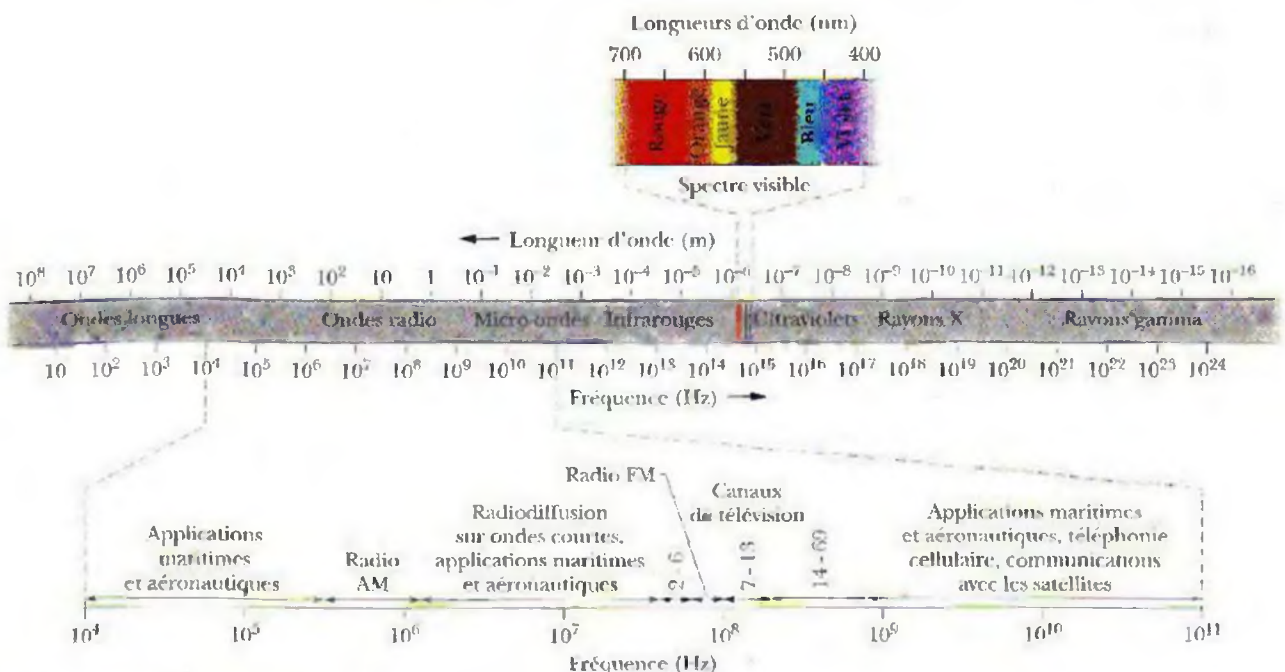


Figure 4.1 Le spectre électromagnétique

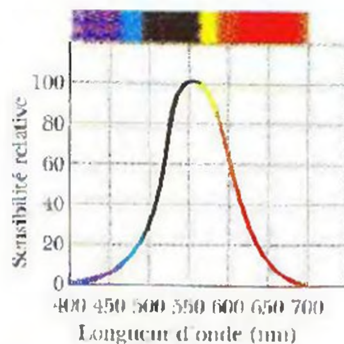


Figure 4.2 La sensibilité relative de l'œil humain aux ondes électromagnétiques en fonction de la longueur d'onde. Cette région du spectre électromagnétique se nomme la *lumière visible*.

Certaines régions du spectre électromagnétique de la figure 4.1, comme celles des *rayons X* et des *ondes radio*, ont des appellations qui vous sont familières. Ces appellations décrivent sommairement des plages de longueurs d'onde fréquemment utilisées par certaines sources et certains détecteurs d'ondes électromagnétiques. Notez que ces régions n'ont pas, en général, de limites bien définies. D'autres régions de la figure 4.1, comme celles où l'on indique les signaux de télévision et de radio AM, représentent des plages spécifiques de longueurs d'onde réservées à certaines utilisations commerciales ou autres, et définies par la loi. Il n'y a pas d'espace libre dans le spectre électromagnétique, et toutes les ondes électromagnétiques, peu importe où elles se situent dans le spectre, se propagent *dans le vide* à une vitesse ayant le même module c.

La région visible du spectre présente évidemment un intérêt particulier dans le cadre de ce volume. La figure 4.2 illustre la sensibilité relative de l'œil humain aux différentes longueurs d'onde de la lumière. Le maximum de sensibilité se situe à environ 555 nm ; il produit la sensation visuelle que l'on appelle jaune-vert.

Les limites du spectre visible ne sont pas clairement définies, car la courbe de sensibilité de l'œil tend vers zéro de manière asymptotique en présence de longues longueurs d'onde comme en présence de courtes longueurs d'onde. Si on fixe de façon arbitraire les limites des longueurs d'onde qui peuvent être perçues par un œil selon le critère voulant que la sensibilité est réduite à 1 % de sa valeur maximale, ces limites sont environ à 430 nm et à 690 nm ; toutefois, l'œil peut détecter des ondes électromagnétiques au-delà de ces limites si elles sont assez intenses.

4.2 L'aspect qualitatif des ondes électromagnétiques progressives

Certaines ondes électromagnétiques, dont les rayons X, les rayons gamma et la lumière visible, *rayonnent* (sont émises) à partir de sources dont la taille est d'ordre atomique ou nucléaire, et où les lois de la physique quantique s'appliquent. On traitera ici de la façon dont les autres ondes électromagnétiques sont générées. Pour simplifier les choses, on se limitera à la région du spectre (longueur d'onde $\lambda \approx 1$ m) où la source de *rayonnement* est à la fois macroscopique et de dimension appréciable.

La figure 4.3 illustre de façon simplifiée la génération de telles ondes. Au cœur du système se trouve un *oscillateur LC*, qui a une fréquence angulaire ω ($= 1/\sqrt{LC}$). À cette fréquence, les charges et les courants varient de façon sinusoïdale dans ce circuit, comme c'est illustré dans la figure 12.1 du volume 2. Une source externe, une génératrice de courant alternatif, par exemple, doit être incluse pour fournir l'énergie qui compense à la fois les pertes thermiques dans le circuit et l'énergie émise dans le rayonnement de l'onde électromagnétique.

L'oscillateur LC de la figure 4.3 est relié par un transformateur et une ligne de transmission à une *antenne*, qui est formée, essentiellement, de deux minces tiges conductrices et rigides. Dans cette connexion, le courant variable sinusoïdal de l'oscillateur produit une oscillation sinusoïdale le long des tiges de l'antenne, à la fréquence angulaire ω de l'oscillateur LC.

Le courant dans les tiges, associé à ce mouvement de charge, varie aussi de façon sinusoïdale à une fréquence angulaire ω. L'antenne agit comme un dipôle électrique dont le moment dipolaire varie de manière sinusoïdale, le long de l'antenne.

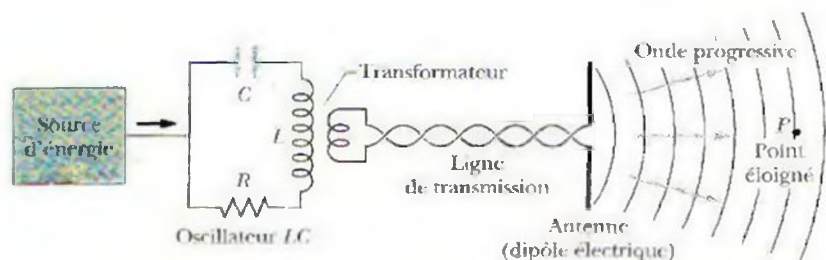


Figure 4.3 Un dispositif permettant de générer une onde électromagnétique dans la plage des ondes courtes radio du spectre : un oscillateur LC produit un courant sinusoïdal dans l'antenne, qui génère l'onde. P est un point éloigné où un détecteur peut enregistrer l'onde qui le traverse.

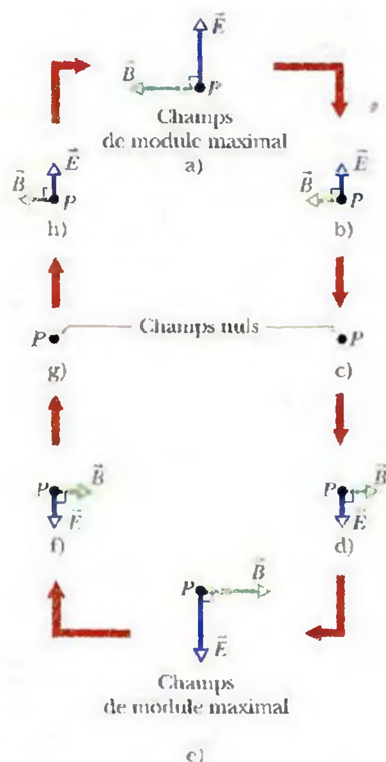


Figure 4.4 a) à h) La variation du champ électrique $\vec{E}$ et du champ magnétique $\vec{B}$ à un point éloigné P de la figure 4.3, alors qu'une longueur d'onde de l'onde électromagnétique traverse ce point. Dans ce schéma, l'onde se dirige directement en sortant de la page. Les deux champs varient de façon sinusoïdale. Notez qu'ils sont toujours perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde et l'un par rapport à l'autre.

Comme le moment dipolaire varie, le champ électrique produit par le dipôle varie également. De plus, comme le courant varie, le champ magnétique produit par ce courant varie également. Toutefois, les variations dans les champs électrique et magnétique ne se produisent pas partout de façon instantanée ; ces variations s'éloignent plutôt de l'antenne à la vitesse de la lumière. Ces champs variables forment une onde électromagnétique qui se propage en s'éloignant de l'antenne à une vitesse dont le module est c. La fréquence angulaire de cette onde est ω, la même que celle de l'oscillateur LC.

La figure 4.4 montre de quelle façon le champ électrique $\vec{E}$ et le champ magnétique $\vec{B}$ varient dans le temps lorsqu'une longueur d'onde complète (un cycle complet) franchit le point éloigné P de la figure 4.3 ; dans chaque partie de la figure 4.4, l'onde se dirige directement en sortant de la page. (On choisit un point suffisamment distant pour que la courbure des ondes illustrées à la figure 4.3 soit assez petite pour être négligée. Relativement à de tels points, on parle d'une *onde plane*, ce qui simplifie grandement l'étude de l'onde.) Notez les nombreuses caractéristiques illustrées dans la figure 4.4 ; on trouve toujours ces caractéristiques clés, peu importe la façon dont l'onde a été produite :

1. Les champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ sont toujours perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde. Il s'agit donc d'une *onde transversale*, le type d'onde qu'on a étudié dans le chapitre 2.
2. Le champ électrique est toujours perpendiculaire au champ magnétique.
3. Le produit vectoriel $\vec{E} \times \vec{B}$ donne toujours la direction de propagation de l'onde.
4. Les champs varient toujours de façon sinusoïdale, comme les ondes transversales étudiées dans le chapitre 2. De plus, les champs varient avec la même fréquence et sont *en phase* l'un avec l'autre.

Si l'on tient compte de ces caractéristiques, on peut supposer que l'onde électromagnétique se déplace vers le point P dans la direction positive de l'axe des x, que le champ électrique de la figure 4.4 oscille parallèlement à l'axe des y, et que le champ magnétique oscille donc parallèlement à l'axe des z (en utilisant bien sûr un système de coordonnées droit). On peut alors décrire les champs magnétique et électrique comme des fonctions sinusoïdales de la position x (le long de la direction de propagation de l'onde) et du temps t :

$$E = E_m \sin(kx - \omega t), \tag{4.1}$$

$$B = B_m \sin(kx - \omega t), \tag{4.2}$$

où E_m et B_m sont les amplitudes des champs et, comme on l'a vu dans le chapitre 2, ω et k sont respectivement la fréquence angulaire et le nombre d'onde de l'onde. Ces équations montrent que non seulement les deux champs forment l'onde électromagnétique, mais que chacun forme « sa propre onde ». L'équation 4.1 donne la *composante électrique* de l'onde électromagnétique, et l'équation 4.2 en donne la *composante magnétique*. Comme on le verra bientôt, *ces deux composantes de l'onde ne peuvent exister de façon indépendante*.

Grâce à l'équation 2.12, on sait que le module de la vitesse de l'onde est ω/k. Toutefois, puisqu'il s'agit d'une onde électromagnétique, le module de sa vitesse (dans le vide) est donné par le symbole c plutôt que par v. On verra dans la prochaine section que c a la valeur

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad \text{(le module de la vitesse d'une onde électromagnétique dans le vide).} \tag{4.3}$$

ce qui équivaut à environ $3{,}00 \times 10^8$ m/s. En d'autres mots :

Toutes les ondes électromagnétiques, incluant la lumière visible, ont une vitesse dans le vide ayant le même module c.

Vous verrez également que le module de la vitesse d'une onde électromagnétique c et les amplitudes des champs électrique et magnétique sont reliés par

$$\frac{E_m}{B_m} = c \quad \text{(le rapport des amplitudes).} \tag{4.4}$$

Si on divise l'équation 4.1 par l'équation 4.2 et qu'on insère le résultat dans l'équation 4.4, on découvre que les composantes des champs, à tout instant et en tout point, sont reliées par

$$\frac{E}{B} = c \qquad \text{(le rapport des composantes).} \tag{4.5}$$

On peut représenter l'onde électromagnétique par un *rayon* (une ligne indiquant la direction de propagation de l'onde) ou par des fronts d'onde (surfaces imaginaires où le champ électrique de l'onde est partout le même), ou les deux à la fois, comme on le voit dans la figure 4.5 a). Entre les deux fronts d'onde illustrés dans la figure 4.5 a), il y a une distance d'une longueur d'onde λ ($= 2\pi/k$). (Les ondes qui se propagent approximativement dans la même direction forment un *faisceau*, semblable à un rayon laser, qui peut aussi être représenté par un rayon.)

On peut aussi représenter un « instantané » de l'onde, comme à la figure 4.5 b), où les vecteurs des champs électrique et magnétique sont illustrés à un instant précis. Les courbes reliant les extrémités des vecteurs représentent les oscillations sinusoïdales données par les équations 4.1 et 4.2 ; les composantes $\vec{E}$ et $\vec{B}$ de l'onde sont en phase, perpendiculaires l'une par rapport à l'autre, et perpendiculaires à la direction de propagation de l'onde.

L'interprétation de la figure 4.5 b) est plus difficile. Des dessins similaires d'une onde transversale dans une corde tendue, dont on a discuté dans le chapitre 2, représentaient les déplacements de sections de la corde, au moment où l'onde les traversait (*quelque chose se déplaçait vraiment*). La figure 4.5 b) est plus abstraite. À l'instant illustré, les champs électrique et magnétique ont chacun un certain module et une certaine direction (mais toujours perpendiculaire à l'axe des x) à chaque point situé sur l'axe des x. Puisqu'on choisit de représenter ces quantités vectorielles par une paire de flèches à chaque point x, on doit donc tracer des flèches de différentes longueurs aux différents points, qui s'éloignent toutes de l'axe des x, comme les épines sur une tige de rose. Toutefois, les flèches représentent seulement les valeurs des champs aux points situés sur l'axe des x. Ni les flèches ni les courbes sinusoïdales ne représentent un mouvement transversal de quoi que ce soit, et les flèches ne relient pas les points sur l'axe des x à d'autres points situés hors de l'axe.

Les dessins semblables au dessin utilisé à la figure 4.5 vous aident à visualiser une situation réellement très complexe. On considère d'abord le champ magnétique ; puisqu'il varie de façon sinusoïdale, il induit (d'après la loi de l'induction de Faraday) un champ électrique perpendiculaire qui varie également de façon sinusoïdale. Toutefois, puisque ce champ électrique a une variation sinusoïdale, il induit (d'après la loi de l'induction de Maxwell) un champ magnétique perpendiculaire qui varie également de façon sinusoïdale. Et ainsi de suite. Les deux champs se créent mutuellement et continuellement par induction, et les variations sinusoïdales résultantes des champs se propagent comme une onde – l'onde électromagnétique. Sans ce résultat stupéfiant, on ne pourrait rien voir ; en fait, puisqu'on a besoin des ondes électromagnétiques du Soleil pour maintenir la température de la Terre, on ne pourrait simplement pas exister sans ce résultat.

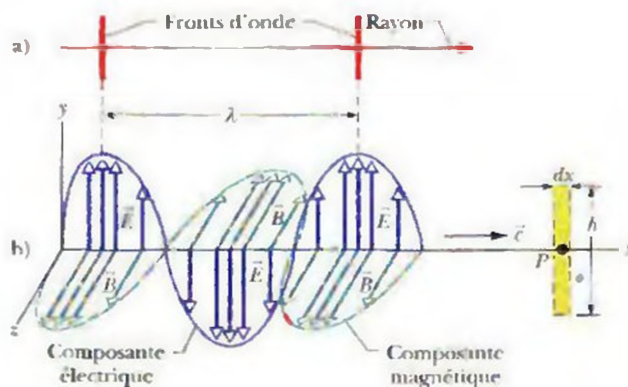


Figure 4.5 a) Une onde électromagnétique représentée par un rayon et deux fronts d'onde : les fronts d'onde sont distants d'une longueur d'onde λ. b) La même onde représentée par un « instantané » de ses champs électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{B}$ à différents points sur l'axe des x, le long duquel l'onde se propage à une vitesse $\vec{c}$. Lorsque l'onde traverse le point P, les champs varient comme c'est illustré dans la figure 4.4. La composante électrique de l'onde est uniquement constituée par les champs électriques ; la composante magnétique est uniquement constituée par les champs magnétiques. Le rectangle pointillé au point P est utilisé dans la figure 4.6.

Une onde très étrange

Les ondes dont on a discuté dans les chapitres 2 et 3 ont besoin d'un *milieu* (d'un support matériel) dans lequel, ou le long duquel, elles peuvent se propager. On a étudié des ondes se propageant dans une corde, dans la terre et dans l'air. Toutefois, une onde électromagnétique (on emploiera aussi les termes *onde lumineuse* ou *lumière*) présente une différence étrange par rapport à ces ondes, dans ce sens qu'elle n'a besoin d'aucun milieu pour se propager. Elle peut effectivement se propager dans un milieu comme l'air ou le verre, mais elle peut également le faire dans le vide de l'espace qui sépare la Terre d'une étoile.

À la suite de la reconnaissance de la théorie de la relativité restreinte, bien après la publication des travaux d'Einstein, en 1905, la communauté scientifique a dû admettre que la vitesse des ondes lumineuses avait une propriété très spéciale. En effet, la lumière possède la même vitesse, peu importe le référentiel à partir duquel elle est mesurée. Si vous envoyez un faisceau de lumière le long d'un axe et demandez à plusieurs observateurs de mesurer sa vitesse alors qu'ils se déplacent eux-mêmes à différentes vitesses le long de cet axe, soit dans la direction de la lumière, soit dans la direction opposée, ils mesureront tous la *même vitesse*. Ce résultat est surprenant et très différent de ce qu'on aurait obtenu si ces observateurs avaient mesuré la vitesse de tout autre type d'onde ; dans le cas des autres ondes, la vitesse relative des observateurs aurait affecté leurs mesures.

Le mètre est maintenant défini en fonction du module de la vitesse de la lumière (ou de toute onde électromagnétique) dans le vide qui possède la *valeur exacte* de

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s},$$

qu'on peut utiliser comme un étalon standard. En fait, si vous mesurez le temps que prend une impulsion lumineuse pour se rendre d'un point à un autre, vous ne mesurez pas réellement le module de la vitesse de la lumière, mais plutôt la distance entre ces deux points.

4.3 L'aspect quantitatif des ondes électromagnétiques progressives

On démontrera maintenant les équations 4.3 et 4.4 et, ce qui est plus important, on explorera l'induction mutuelle des champs électrique et magnétique permettant de produire la lumière.

L'équation 4.4 et le champ électrique induit

Le rectangle en pointillé dans le plan xy de la figure 4.6 possède les dimensions dx et h, et il est fixé au point P sur l'axe des x (on le voit à la droite de la figure 4.5 b). Lorsque l'onde électromagnétique traverse ce rectangle vers la droite, le flux magnétique Φ_B passant à travers le rectangle change et, selon la loi de l'induction de Faraday, des champs électriques induits apparaissent dans toute la région du rectangle. On pose que $\vec{E}$ et $\vec{E} + d\vec{E}$ sont les champs induits le long des deux grands côtés du rectangle. Ces champs électriques induits sont en fait la composante électrique de l'onde électromagnétique.

Considérez ces champs à l'instant où la composante magnétique de l'onde traversant le rectangle est représentée par la petite section marquée en rouge dans la figure 4.5 b). À cet instant précis, le champ magnétique traversant le rectangle est orienté dans la direction positive de l'axe des z, et son module diminue (le module était plus grand juste avant l'arrivée de la section rouge). Puisque le champ magnétique diminue, le flux magnétique Φ_B traversant le rectangle diminue également. D'après la loi de Faraday, des champs électriques induits s'opposent à cette variation de flux, ce qui produit un champ magnétique $\vec{B}$ dans la direction positive de l'axe des z.

Selon la loi de Lenz, cela signifie que si on se représente les bordures du rectangle comme une boucle conductrice, un courant induit dans le sens antihoraire devrait y apparaître. Il n'y a évidemment pas de boucle conductrice ; mais cette analyse démontre que si les vecteurs du champ électrique induit $\vec{E}$ et $\vec{E} + d\vec{E}$ sont orientés de la façon illustrée dans la figure 4.6, le module de $\vec{E} + d\vec{E}$ doit être plus grand que celui de $\vec{E}$. S'il n'en était pas ainsi, le champ électrique induit ne pourrait pas produire un courant en sens antihoraire autour du rectangle.

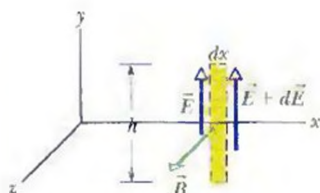


Figure 4.6 Quand l'onde électromagnétique se propage vers la droite en dépassant le point P de la figure 4.5, la variation sinusoïdale par rapport au temps du champ magnétique $\vec{B}$, dans un rectangle centré par rapport au point P, induit des champs électriques le long du rectangle. À l'instant représenté, le module de $\vec{B}$ diminue, et le module du champ électrique induit est donc plus grand sur le côté droit que sur le côté gauche du rectangle.

On peut maintenant appliquer la loi de l'induction de Faraday,

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}, \tag{4.6}$$

dans le sens antihoraire sur le périmètre du rectangle de la figure 4.6. Il n'y a aucune contribution à l'intégrale pour les deux sections du rectangle parallèles à l'axe des x, parce que $\vec{E}$ et $d\vec{s}$ sont toujours perpendiculaires. L'intégrale a alors la valeur

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = (E + dE)h - Eh = h\, dE. \tag{4.7}$$

Le flux Φ_B traversant ce rectangle est

$$\Phi_B = (B)(h\, dx), \tag{4.8}$$

où B est le module du champ moyen $\vec{B}$ dans le rectangle, et $h\, dx$ est l'aire du rectangle. En dérivant l'équation 4.8 par rapport à t, on obtient

$$\frac{d\Phi_B}{dt} = h\, dx\, \frac{dB}{dt}. \tag{4.9}$$

Si on insère les équations 4.7 et 4.9 dans l'équation 4.6, on détermine que

$$h\, dE = -h\, dx\, \frac{dB}{dt}$$

ou

$$\frac{dE}{dx} = -\frac{dB}{dt}. \tag{4.10}$$

En réalité, B et E sont tous les deux des fonctions de *deux* variables, x et t, comme l'impliquent les équations 4.1 et 4.2. Toutefois, en évaluant dE/dx, on doit supposer que t est constant, puisque la figure 4.6 représente un « instantané ». De plus, en évaluant dB/dt, on doit supposer que x est constant, puisqu'on évalue la variation de B par rapport au temps à un endroit particulier, soit le point P de la figure 4.5 b). Dans ces circonstances, les dérivées sont des *dérivées partielles*, et l'équation 4.10 doit prendre la forme

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -\frac{\partial B}{\partial t}. \tag{4.11}$$

Le signe négatif dans cette équation est nécessaire puisque E augmente avec x dans le rectangle de la figure 4.6, mais B dans ce même rectangle diminue avec t.

D'après l'équation 4.1, on a

$$\frac{\partial E}{\partial x} = kE_m \cos(kx - \omega t)$$

et, d'après l'équation 4.2, on a

$$\frac{\partial B}{\partial t} = -\omega B_m \cos(kx - \omega t).$$

L'équation 4.11 devient alors

$$kE_m \cos(kx - \omega t) = \omega B_m \cos(kx - \omega t). \tag{4.12}$$

Le rapport ω/k d'une onde progressive correspond au module de sa vitesse, que l'on a désigné par c. L'équation 4.12 devient donc

$$\frac{E_m}{B_m} = c \quad \text{(le rapport des amplitudes)}, \tag{4.13}$$

ce qui correspond à l'équation 4.4.

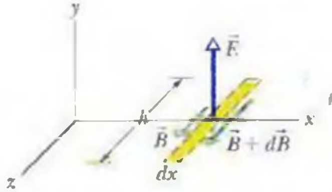


Figure 4.7 La variation sinusoïdale par rapport au temps du champ électrique $\vec{E}$, dans un rectangle centré par rapport au point P de la figure 4.5, induit des champs magnétiques le long du rectangle. À l'instant représenté, le même que celui de la figure 4.6, le module de $\vec{E}$ diminue, et le module du champ magnétique induit est donc plus grand sur le côté droit que sur le côté gauche du rectangle.

L'équation 4.3 et le champ magnétique induit

La figure 4.7 illustre un autre rectangle en pointillé centré au point P de la figure 4.5 ; cependant, celui-ci se trouve dans le plan xz. Lorsque l'onde électromagnétique se déplace vers la droite en traversant ce nouveau rectangle, le flux électrique Φ_E traversant le rectangle change et, selon la loi de l'induction de Maxwell, des champs magnétiques induits apparaissent dans toute la région du rectangle. Ces champs magnétiques induits sont, en fait, la composante magnétique de l'onde électromagnétique.

On peut voir, grâce à la figure 4.5, qu'à l'instant choisi pour le champ magnétique de la figure 4.6, le champ électrique traversant le rectangle de la figure 4.7 est orienté de la façon qui est illustrée. Rappelez-vous qu'à l'instant choisi, le champ magnétique de la figure 4.6 diminue. Puisque les deux champs sont en phase, le champ électrique de la figure 4.7 doit également diminuer, tout comme le flux électrique Φ_E qui traverse le rectangle. En appliquant le raisonnement qu'on a tenu dans le cas de la figure 4.6, on voit que le flux variable Φ_E induira un champ magnétique, et que si les vecteurs $\vec{B}$ et $\vec{B} + d\vec{B}$ sont orientés tel qu'on le voit dans la figure 4.7, $\vec{B} + d\vec{B}$ doit avoir un plus grand module que $\vec{B}$.

On applique ici la loi de l'induction de Maxwell,

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}, \tag{4.14}$$

en procédant dans le sens antihoraire sur le périmètre du rectangle en pointillé de la figure 4.7. Seuls les grands côtés du rectangle contribuent à l'intégrale, dont la valeur est

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = -(B + dB)h + Bh = -h\, dB. \tag{4.15}$$

Le flux Φ_E traversant le rectangle est

$$\Phi_E = (E)(h\, dx), \tag{4.16}$$

où E est le module du champ moyen $\vec{E}$ dans le rectangle. En dérivant l'équation 4.16 par rapport à t, on obtient

$$\frac{d\Phi_E}{dt} = h\, dx \frac{dE}{dt}.$$

Si on insère ce résultat et l'équation 4.15 dans l'équation 4.14, on détermine que

$$-h\, dB = \mu_0 \varepsilon_0 \left(h\, dx \frac{dE}{dt} \right).$$

On peut remplacer les dérivées par des dérivées partielles, comme on l'a fait auparavant pour l'équation 4.10, en utilisant des arguments équivalents,

$$-\frac{\partial B}{\partial x} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t}. \tag{4.17}$$

Ici encore, le signe négatif dans cette équation est nécessaire car, même si B augmente avec x dans le rectangle centré au point P de la figure 4.7, E dans ce rectangle diminue avec t.

En évaluant l'équation 4.17 à l'aide des équations 4.1 et 4.2, on obtient

$$-kB_m \cos(kx - \omega t) = -\mu_0 \varepsilon_0 \omega E_m \cos(kx - \omega t),$$

que l'on peut écrire sous la forme

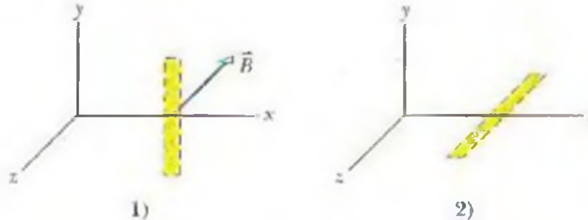
$$\frac{E_m}{B_m} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0 (\omega/k)} = \frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0 c}.$$

En combinant ce résultat avec l'équation 4.13, on obtient finalement

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \quad \text{(le module de la vitesse d'une onde électromagnétique dans le vide),} \tag{4.18}$$

ce qui correspond exactement à l'équation 4.3.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : Le champ magnétique $\vec{B}$ traversant le rectangle de la figure 4.6 est représenté ici à un instant différent, dans la partie 1 de l'illustration ; $\vec{B}$ est orienté dans le plan xz, parallèle à l'axe des z et son module augmente. a) Complétez la partie 1 en dessinant les champs électriques induits ; illustrez les directions et les modules des champs relatifs aux deux côtés du rectangle parallèles à l'axe des y (comme dans la figure 4.6). b) Pour le même instant, complétez la partie 2 de l'illustration en traçant le vecteur champ électrique de l'onde électromagnétique. Illustrez également les champs magnétiques induits, en indiquant les directions et les modules relatifs aux deux côtés du rectangle parallèles à l'axe des z (comme dans la figure 4.7).



4.4 Le transport de l'énergie et le vecteur de Poynting

Toutes les personnes qui prennent des bains de soleil savent qu'une onde électromagnétique peut transporter de l'énergie et la transférer à un objet sur lequel elle se pose. Le taux de transfert d'énergie par unité de surface dans une telle onde est décrit par un vecteur $\vec{S}$, que l'on nomme **vecteur de Poynting**, en l'honneur du physicien John Henry Poynting (1852-1914), qui fut le premier à signaler ses propriétés. On définit $\vec{S}$ ainsi :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B} \quad \text{(le vecteur de Poynting).} \tag{4.19}$$

Son module S est relié au taux auquel l'énergie, transportée par une onde à un instant (inst) donné, passe à travers une surface unitaire perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde :

$$S = \left(\frac{\text{énergie/temps}}{\text{aire}}\right)_{\text{inst}} = \left(\frac{\text{puissance}}{\text{aire}}\right)_{\text{inst}}. \tag{4.20}$$

On peut conclure que l'unité SI de $\vec{S}$ est le watt par mètre carré (W/m²).

➤ À n'importe quel point, la direction du vecteur de Poynting $\vec{S}$ d'une onde électromagnétique donne la direction de propagation de l'onde, et la direction du transport d'énergie à ce point.

Puisque, dans une onde électromagnétique, $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont perpendiculaires, le module de $\vec{E} \times \vec{B}$ est EB. Le module de $\vec{S}$ est donc

$$S = \frac{1}{\mu_0}EB, \tag{4.21}$$

où S, E et B sont des valeurs instantanées. Les valeurs E et B sont tellement liées l'une à l'autre que l'on peut n'en considérer qu'une ; on choisit E surtout parce que la plupart des instruments servant à détecter les ondes électromagnétiques sont sensibles à la composante électrique de l'onde plutôt qu'à sa composante magnétique. En utilisant le fait que $B = E/c$ selon l'équation 4.5, on peut récrire l'équation 4.21 sous la forme suivante :

$$S = \frac{1}{c\mu_0}E^2 \quad \text{(le taux de transfert d'énergie instantané).} \tag{4.22}$$

En insérant $E = E_m \sin(kx - \omega t)$ dans l'équation 4.22, on pourrait obtenir une équation du taux de transport d'énergie en fonction du temps. Dans la pratique, en général, on mesure plutôt le taux moyen de transport d'énergie dans le temps ; on doit

donc trouver la valeur moyenne de S dans un intervalle de temps suffisamment long, qu'on écrit S_{moy} et qu'on nomme **intensité** I de l'onde. D'après l'équation 4.20, l'intensité I est donc

$$I = S_{moy} = \left(\frac{\text{énergie/temps}}{\text{aire}}\right)_{moy} = \left(\frac{\text{puissance}}{\text{aire}}\right)_{moy}. \quad (4.23)$$

À l'aide de l'équation 4.22, on détermine que

$$I = S_{moy} = \frac{1}{c\mu_0}[E^2]_{moy} = \frac{1}{c\mu_0}[E_m^2 \sin^2(kx - \omega t)]_{moy}. \quad (4.24)$$

Dans un cycle complet, la valeur moyenne de $\sin^2 \theta$, relativement à tout argument θ, est de $\frac{1}{2}$ (voir la figure 12.14 du volume 2). De plus, on définit comme suit une nouvelle quantité E_{eff}, la *valeur efficace du champ électrique* :

$$E_{eff} = \frac{E_m}{\sqrt{2}}. \quad (4.25)$$

On peut alors récrire l'équation 4.24 sous la forme

$$I = \frac{1}{c\mu_0} E_{eff}^2. \quad (4.26)$$

Puisque $E = cB$ et que c est un nombre très grand, on pourrait conclure que l'énergie associée au champ électrique est beaucoup plus grande que celle associée au champ magnétique. Cette conclusion est incorrecte : les deux énergies sont parfaitement égales. Pour le démontrer, on procédera d'abord avec l'équation 5.23 du volume 2, qui donne la densité d'énergie u_E $(= \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2)$ dans un champ électrique, en substituant cB à E ; on peut alors écrire

$$u_E = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 (cB)^2.$$

Si on substitue maintenant l'équation 4.3 à c, on obtient

$$u_E = \tfrac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{1}{\mu_0\varepsilon_0} B^2 = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

L'équation 10.57 du volume 2 indique que $B^2/2\mu_0$ est la densité d'énergie u_B d'un champ magnétique $\vec{B}$, et on voit alors qu'en tout point d'une onde électromagnétique, $u_E = u_B$.

La variation de l'intensité en fonction de la distance

L'intensité d'un rayonnement électromagnétique varie souvent de façon complexe lorsqu'on s'éloigne de la source de rayonnement, spécialement lorsque la source (un projecteur dans une soirée de gala, par exemple) émet le rayonnement dans une direction particulière. Dans certaines situations, cependant, on peut supposer que la source est une *source ponctuelle* qui émet la lumière de façon *isotrope*, c'est-à-dire avec une intensité égale dans toutes les directions. Une section transversale des fronts d'onde sphériques qui se propagent à un instant donné à partir d'une telle source ponctuelle et isotrope S est illustrée à la figure 4.8.

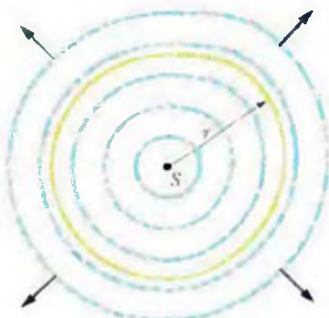


Figure 4.8 Une source ponctuelle S émet des ondes électromagnétiques uniformément dans toutes les directions. Les fronts d'onde sphériques traversent une sphère imaginaire de rayon r, centrée par rapport à S.

Supposez que l'énergie des ondes est conservée en se propageant à partir de la source. Imaginez aussi une sphère de rayon r, centrée par rapport à la source, comme dans la figure 4.8. Toute l'énergie émise par la source doit traverser la sphère. Donc, le taux d'énergie de rayonnement passant à travers la surface de la sphère doit être égal au taux auquel l'énergie est émise par la source, c'est-à-dire à la puissance P_S de la source. L'intensité I à la surface de la sphère doit alors être

$$I = \frac{P_S}{4\pi r^2}, \quad (4.27)$$

où $4\pi r^2$ est l'aire de la sphère. L'équation 4.27 indique que l'intensité du rayonnement électromagnétique d'une source ponctuelle isotrope diminue en fonction du carré de la distance r de la source.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : Le schéma ci-contre montre le champ électrique d'une onde électromagnétique à un certain point et à un certain instant. L'onde transporte de l'énergie dans la direction négative de l'axe des z. Quelle est la direction du champ magnétique de l'onde à ce point et à cet instant ?



Exemple 4.1

Un observateur se trouve à une distance de 1,8 m d'une source lumineuse ponctuelle et isotrope, dont la puissance P_S est de 250 W. Calculez la valeur efficace des champs électrique et magnétique produits par la source, à la position de l'observateur.

SOLUTION : Les deux premiers concepts clés sont les suivants :

1. La valeur efficace du champ électrique E_{eff} de la lumière est reliée à l'intensité I de la lumière par l'équation 4.26 ($I = E_{eff}^2/c\mu_0$).
2. Puisque la source est une source ponctuelle qui émet la lumière avec une intensité égale dans toutes les directions, l'intensité I à toute distance r de la source est reliée à la puissance de la source P_S par l'équation 4.27 ($I = P_S/4\pi r^2$).

En combinant ces deux concepts, on obtient

$$I = \frac{P_S}{4\pi r^2} = \frac{E_{eff}^2}{c\mu_0},$$

ce qui donne

$$E_{eff} = \sqrt{\frac{P_S c\mu_0}{4\pi r^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{(250\ \text{W})(3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})(4\pi \times 10^{-7}\ \text{H/m})}{(4\pi)(1{,}8\ \text{m})^2}}$$

$$= 48{,}1\ \text{V/m} \approx 48\ \text{V/m}. \qquad \text{(réponse)}$$

Le troisième concept clé est celui-ci : les modules des champs électrique et magnétique d'une onde électromagnétique, à tout instant et en tout point de l'onde, sont reliés par le module de la vitesse de la lumière c, selon l'équation 4.5 ($E/B = c$). Donc, les valeurs efficaces de ces champs sont aussi reliées par l'équation 4.5, et on peut écrire :

$$B_{eff} = \frac{E_{eff}}{c} = \frac{48{,}1\ \text{V/m}}{3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s}}$$

$$= 1{,}6 \times 10^{-7}\ \text{T}. \qquad \text{(réponse)}$$

Notez que E_{eff} (= 48 V/m) peut être mesurée à l'aide d'appareils standard utilisés en laboratoire, tandis que B_{eff} (= $1{,}6 \times 10^{-7}$ T) représente une très petite valeur. Cette différence permet d'expliquer pourquoi la plupart des instruments utilisés dans la détection et la mesure des ondes électromagnétiques sont conçus en fonction de la composante électrique de l'onde. On ne peut dire, toutefois, que la composante électrique d'une onde électromagnétique est « plus grande » que sa composante magnétique. On ne peut comparer des quantités qui possèdent des dimensions différentes. Comme on l'a vu, les composantes électrique et magnétique sont égales du point de vue de leur propagation dans le vide, et leurs énergies moyennes, qui *peuvent* être comparées, sont exactement égales.

4.5 La pression de radiation

Les ondes électromagnétiques ont une quantité de mouvement et de l'énergie. Cela signifie que vous pouvez exercer une pression, une **pression de radiation,** sur un objet en dirigeant de la lumière vers lui. Toutefois, cette pression est très petite puisque, par exemple, vous ne ressentez rien lorsqu'une personne utilise un flash pour vous photographier.

Pour trouver l'expression de la pression, on peut diriger le faisceau d'un rayonnement électromagnétique, de la lumière, par exemple, sur un objet pendant un intervalle de temps Δt. On suppose ici que l'objet est libre de bouger et que le rayonnement est *entièrement absorbé* (capté) par l'objet. Cela signifie que, durant l'intervalle Δt, l'objet acquiert une quantité d'énergie ΔU provenant du rayonnement. Maxwell a démontré que l'objet acquiert également une quantité de mouvement. La variation du module de la quantité de mouvement de l'objet Δp est reliée à la variation de l'énergie ΔU par

$$\Delta p = \frac{\Delta U}{c} \quad \text{(l'absorption totale)}, \qquad (4.28)$$

où c est le module de la vitesse de la lumière. La quantité de mouvement de l'objet a la même direction que celle du rayon *incident* absorbé par l'objet.

Au lieu d'être absorbé, le rayonnement peut être *réfléchi* par l'objet ; le rayonnement est alors renvoyé dans une autre direction en rebondissant sur l'objet. Si le rayonnement est *entièrement réfléchi* le long de sa trajectoire initiale, la variation du module de la quantité de mouvement de l'objet est le double de celle donnée précédemment, ou

$$\Delta p = \frac{2\,\Delta U}{c} \quad \text{(la réflexion totale le long de la trajectoire initiale)}. \qquad (4.29)$$

De la même façon, un objet acquerra deux fois plus de quantité de mouvement si une balle de tennis parfaitement élastique rebondit sur lui plutôt qu'une balle sans aucune élasticité (une boule de pâte humide, par exemple), les deux ayant, par ailleurs, la même masse et la même vitesse. Si le rayonnement incident est partiellement absorbé et partiellement réfléchi, la variation du module de la quantité de mouvement de l'objet se situera entre $\Delta U/c$ et $2\ \Delta U/c$.

À l'aide de la deuxième loi de Newton, on sait qu'un changement dans le module de la quantité de mouvement est relié au module de la force moyenne par

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}. \tag{4.30}$$

Pour trouver une expression du module de la force moyenne exercée par le rayonnement en fonction de l'intensité I du rayonnement, on peut supposer qu'une surface plane d'aire A, perpendiculaire à la direction de propagation du rayonnement, intercepte le rayonnement. Dans un intervalle de temps Δt, l'énergie interceptée par la surface d'aire A est

$$\Delta U = IA\ \Delta t. \tag{4.31}$$

Si l'énergie est entièrement absorbée, l'équation 4.28 indique alors que $\Delta p = IA\ \Delta t/c$ et, d'après l'équation 4.30, le module de la force moyenne exercée sur la surface d'aire A est

$$F = \frac{IA}{c} \quad \text{(l'absorption totale).} \tag{4.32}$$

De la même façon, si le rayonnement est entièrement réfléchi le long de sa trajectoire initiale, l'équation 4.29 indique que $\Delta p = 2IA\ \Delta t/c$, et, d'après l'équation 4.30,

$$F = \frac{2IA}{c} \quad \text{(la réflexion totale le long de la trajectoire initiale).} \tag{4.33}$$

Si le rayonnement est partiellement absorbé et partiellement réfléchi, le module de la force moyenne sur la surface d'aire A se situera entre les valeurs de IA/c et $2IA/c$.

Le module de la force moyenne du rayonnement par unité de surface sur un objet constitue la pression de radiation p_r. On peut la trouver dans les situations décrites par les équations 4.32 et 4.33 en divisant les deux membres de chaque équation par A. On obtient ainsi

$$p_r = \frac{I}{c} \quad \text{(l'absorption totale)} \tag{4.34}$$

et

$$p_r = \frac{2I}{c} \quad \text{(la réflexion totale le long de la trajectoire initiale)} \tag{4.35}$$

Veillez à ne pas confondre le symbole p_r, qui désigne la pression de radiation, avec le symbole p, qui désigne le module de la quantité de mouvement. L'unité SI de la pression de radiation est le newton par mètre carré (N/m^2), qu'on nomme pascal (Pa).

Le développement de la technologie des lasers a permis aux chercheurs d'atteindre des pressions de radiation beaucoup plus élevées que celle du flash d'un appareil photo, par exemple. Cela s'explique par le fait que le faisceau lumineux d'un laser, contrairement au faisceau lumineux émis par le filament d'une lampe, peut être concentré en un mince faisceau de quelques longueurs d'onde de diamètre seulement. Cela permet de transmettre de grandes quantités d'énergie aux petits objets soumis à ce rayonnement.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Une lumière d'intensité uniforme brille perpendiculairement à une surface parfaitement absorbante, l'éclairant pleinement. Si on diminue l'aire de la surface, est-ce que a) la pression de radiation et b) le module de la force moyenne du rayonnement sur la surface augmentent, diminuent ou demeurent les mêmes ?

Exemple 4.2

La poussière produite par une comète ne suit pas la trajectoire orbitale de la comète, parce que la pression de radiation de la lumière solaire la pousse de façon radiale dans la direction opposée au Soleil. Supposez qu'une particule de poussière sphérique possède un rayon R et une masse volumique $\rho = 3{,}5 \times 10^3$ kg/m³, et absorbe entièrement la lumière du soleil qu'elle intercepte. Sachant que la puissance émise par le Soleil est de $3{,}9 \times 10^{26}$ W, pour quelle valeur de R la force gravitationnelle du Soleil $\vec{F}_g$ exercée sur la particule équilibre-t-elle la force de radiation $\vec{F}_r$ exercée sur elle par la lumière solaire ?

SOLUTION : On peut supposer ici que le Soleil est assez éloigné de la particule pour agir comme une source lumineuse ponctuelle et isotrope. Comme on sait que la pression de radiation pousse la particule de façon radiale dans la direction opposée au Soleil, la force de radiation $\vec{F}_r$ exercée sur la particule doit être orientée de façon radiale dans la direction opposée au centre du Soleil. En même temps, la force gravitationnelle $\vec{F}_g$ exercée sur la particule est orientée de façon radiale *vers* le centre du Soleil. Puisque $\vec{F}_r$ doit équilibrer $\vec{F}_g$, les modules de ces forces doivent être égaux, d'où :

$$F_r = F_g. \tag{4.36}$$

On peut ici considérer ces forces séparément.

Force de radiation : Pour évaluer le membre de gauche de l'équation 4.36, on utilise les trois concepts clés suivants.

1. Puisque la particule est parfaitement absorbante, le module de la force de radiation F_r peut être trouvé en fonction de l'intensité I de la lumière du soleil à l'endroit où se situe la particule, et de l'aire A de la section transversale de la particule, à l'aide de l'équation 4.32 ($F = IA/c$).
2. Comme on suppose que le Soleil est une source lumineuse ponctuelle et isotrope, on peut utiliser l'équation 4.27 ($I = P_S/4\pi r^2$) pour relier la puissance P_S du Soleil à l'intensité I de la lumière solaire, relativement à une distance r du Soleil.
3. Puisque la particule est sphérique, sa section transversale est un disque d'aire $A = \pi R^2$ (et non la moitié de sa surface sphérique).

En combinant ces trois concepts, on obtient

$$F_r = \frac{IA}{c} = \frac{P_S \pi R^2}{4\pi r^2 c} = \frac{P_S R^2}{4r^2 c}. \tag{4.37}$$

Force gravitationnelle : Le concept clé ici est la loi de la gravitation de Newton (équation 14.1 du volume 1), qui donne le module de la force gravitationnelle sur la particule :

$$F_g = \frac{GM_S m}{r^2}, \tag{4.38}$$

où M_S est la masse du Soleil et m est la masse de la particule. On relie ensuite la masse de la particule à sa masse volumique ρ et à son volume V ($= \frac{4}{3}\pi R^3$, pour une sphère) par

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3}.$$

En isolant m et en insérant le résultat dans l'équation 4.38, on obtient

$$F_g = \frac{GM_S\rho\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right)}{r^2}. \tag{4.39}$$

En insérant ensuite les équations 4.37 et 4.39 dans l'équation 4.36, et en isolant R, on obtient

$$R = \frac{3P_S}{16\pi c\rho GM_S}.$$

En utilisant la valeur donnée de ρ, celle de G (annexe B) et celle de M_S (annexe C), on peut évaluer le dénominateur :

$$\begin{aligned}&(16\pi)(3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})(3{,}5 \times 10^3\ \text{kg/m}^3)\\ &\times (6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2)(1{,}99 \times 10^{30}\ \text{kg})\\ &= 7{,}0 \times 10^{33}\ \text{N/s}.\end{aligned}$$

En utilisant la valeur de P_S donnée, on a alors

$$R = \frac{(3)(3{,}9 \times 10^{26}\ \text{W})}{7{,}0 \times 10^{33}\ \text{N/s}} = 1{,}7 \times 10^{-7}\ \text{m}. \qquad \text{(réponse)}$$

Notez que ce résultat ne dépend pas de la distance r entre la particule et le Soleil.

Les particules de poussière dont le rayon est $R \approx 1{,}7 \times 10^{-7}$ m suivent une trajectoire approximativement rectiligne, comme la particule qui a été libérée lorsque la comète était à la position 1 dans la figure 4.9, et qui se déplace, par la suite, suivant la trajectoire b tangente à l'orbite de la comète. Quand les valeurs de R sont plus grandes, une comparaison entre les équations 4.37 et 4.39 démontre que, puisque F_g varie en fonction de R^3 et que F_r varie selon R^2, le module de la force gravitationnelle F_g surpasse le module de la force de radiation F_r. Donc, de telles particules suivent une trajectoire incurvée vers le Soleil, comme la trajectoire c de la figure 4.9. De la même façon, dans le cas des valeurs de R plus petites, c'est la force de radiation qui domine, et la poussière suit une trajectoire incurvée dans la direction opposée au Soleil, comme la trajectoire a. L'ensemble de ces particules de poussière forme la queue de poussière de la comète.

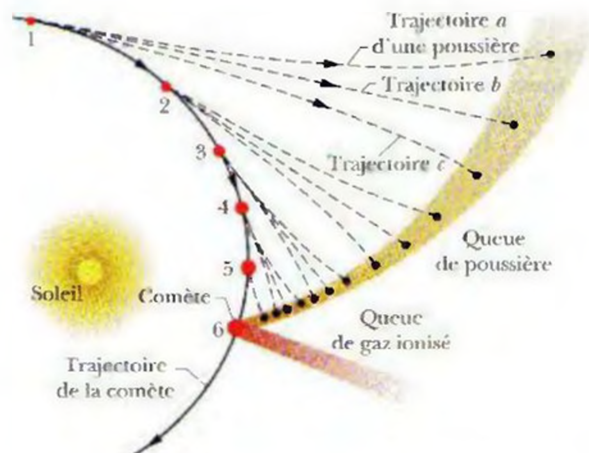
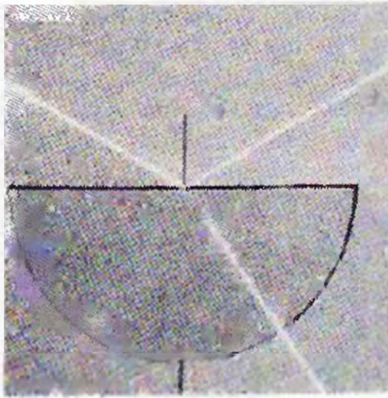
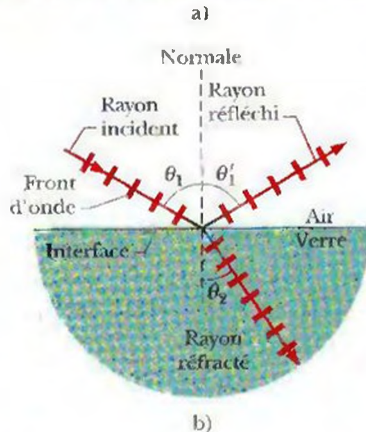


Figure 4.9 Exemple 4.2 Une comète est à la position 6. La poussière qu'elle a produite à ses cinq positions précédentes a été poussée de façon radiale par la pression de radiation de la lumière du soleil. Cette poussée produite par la radiation dévie les particules de poussière de la trajectoire de la comète suivant les différentes trajectoires illustrées en pointillé, formant ainsi la queue de poussière incurvée de la comète.



a)



b)

Figure 4.10 a) Une photographie montrant la réflexion et la réfraction d'un rayon lumineux incident, sur une surface de verre plane. (Une portion du rayon réfracté dans le verre n'apparaît pas clairement dans la photographie.) Le rayon est perpendiculaire à la surface courbée du bas de la photographie ; la réfraction ne dévie donc pas le rayon à cet endroit. b) Une représentation de a) en utilisant des rayons lumineux. Les angles d'incidence (θ_1), de réflexion (θ_1') et de réfraction (θ_2) sont indiqués.

4.6 La réflexion et la réfraction

Les ombres bien définies des objets produites par la lumière solaire par temps clair et le faisceau lumineux d'un projecteur de films sont des situations, parmi de nombreuses autres, où les ondes lumineuses possèdent des trajectoires approximativement rectilignes. Dans ces situations, on représente les ondes lumineuses sous forme de rayons lumineux. Un **rayon lumineux** est une droite fléchée tracée dans la direction de propagation de l'onde lumineuse ; elle équivaut à un faisceau lumineux dont le diamètre est extrêmement petit. Les rayons lumineux d'une onde sont donc des droites perpendiculaires aux fronts d'onde. L'étude des propriétés des ondes lumineuses qui tient compte de cette approximation se nomme l'**optique géométrique.** Dans le reste de ce chapitre et dans le chapitre 5, on traitera de l'optique géométrique de la lumière visible.

La photographie de la figure 4.10 a) montre un autre exemple d'ondes lumineuses se propageant en suivant des trajectoires approximativement rectilignes. Le rayon à gauche dans la photo est un mince faisceau de lumière, le faisceau *incident,* provenant d'en haut. Il se propage dans l'air vers le bas, suivant un certain angle, et rencontre une surface plane de verre. Une partie de la lumière est **réfléchie** par la surface, formant le rayon en haut à droite ; la lumière se propage vers le haut comme si le rayon initial avait rebondi sur cette surface, comme une balle de tennis. Le reste de la lumière traverse la surface, se propage dans le verre vers le bas, et forme le rayon en bas à droite. Puisque la lumière peut voyager dans un verre de ce type, on dit que ce verre est *transparent,* ce qui signifie qu'on peut voir à travers. (Dans ce chapitre, on limitera l'étude aux matériaux transparents.)

La transmission de la lumière à travers une surface (ou une *interface*) qui sépare deux milieux se nomme **réfraction**, et on dit alors que la lumière est *réfractée*. À moins qu'un rayon de lumière incident ne soit perpendiculaire à une surface, la réfraction par une surface change généralement la direction de propagation de la lumière. C'est pourquoi on dit que le rayon est « dévié » par la réfraction. Notez, dans la figure 4.10 a), que la déviation se produit seulement à la surface ; à l'intérieur du verre, la lumière se propage en ligne droite. Les rayons lumineux se propagent en ligne droite dans un milieu homogène.

Dans la figure 4.10 b), les rayons lumineux de la photographie sont représentés (de même que les fronts d'onde) par un *rayon incident,* un *rayon réfléchi* et un *rayon réfracté*. Chaque rayon possède une orientation par rapport à une droite, nommée la **normale,** qui est perpendiculaire à la surface et qui passe par le point où le rayon incident rencontre la surface. Dans la figure 4.10 b), l'**angle d'incidence** est θ_1, l'**angle de réflexion** est θ_1' et l'**angle de réfraction** est θ_2, *tous ces angles étant mesurés par rapport à la normale,* comme c'est illustré. Le plan contenant le rayon incident et la normale est le *plan d'incidence* ; il correspond au plan de la page dans la figure 4.10 b).

L'expérimentation montre que la réflexion et la réfraction respectent deux lois.

Loi de la réflexion : le rayon réfléchi est réfléchi dans le plan d'incidence et l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence. Dans la figure 4.10 b), cela signifie que

$$\theta_1' = \theta_1 \quad \text{(la loi de la réflexion).} \tag{4.40}$$

(On laissera maintenant tomber le symbole prime dans la notation de l'angle de réflexion.)

Loi de la réfraction : le rayon réfracté est réfracté dans le plan d'incidence et l'angle de réfraction θ_2 est relié à l'angle d'incidence θ_1 par

$$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 \quad \text{(la loi de la réfraction).} \tag{4.41}$$

Chacun des symboles n_1 et n_2 est une constante sans dimension, nommée indice de réfraction, qui est associée au milieu impliqué dans la réfraction. On démontrera cette équation, nommée loi de Snell-Descartes, dans le chapitre 6. Comme on le verra par la suite, l'**indice de réfraction** d'un milieu est égal à c/v, où v est le module de la vitesse de la lumière dans ce milieu et c, celui de sa vitesse dans le vide.

Le tableau 4.1 donne les indices de réfraction du vide et de quelques substances communes. Dans le vide, n est exactement égal à 1 ($n_{\text{vide}} = c/v = c/c$) ; dans l'air, la vitesse

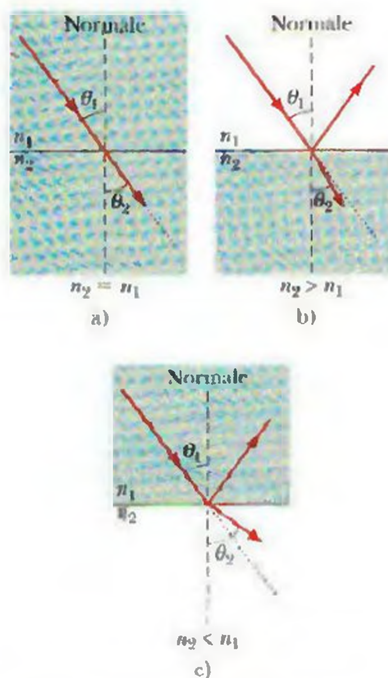


Figure 4.11 Un rayon lumineux se propageant initialement dans un milieu dont l'indice de réfraction est n_1 rencontre une interface plane. Une partie de ce rayon est réfractée dans un milieu dont l'indice de réfraction est n_2. a) Le rayon n'est pas dévié lorsque $n_2 = n_1$; la lumière réfractée se propage alors dans la *même direction* que le rayon incident (ligne pointillée). Le rayon est dévié en b), vers la normale puisque $n_2 > n_1$, et en c), en s'éloignant de la normale puisque $n_2 < n_1$.

de la lumière est légèrement inférieure à celle dans le vide ; n a donc une valeur près de 1,00 (une approximation que l'on utilisera souvent). Aucune substance n'a un indice de réfraction inférieur à 1, car, selon la définition de n, cela impliquerait que $v > c$, ce qui est physiquement impossible. La vitesse de la lumière dans un milieu ne peut être plus grande que celle qu'elle possède dans le vide.

On peut réarranger ainsi l'équation 4.41 :

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 \tag{4.42}$$

afin de comparer l'angle de réfraction θ_2 avec l'angle d'incidence θ_1. On peut alors voir que la valeur de θ_2 dépend des valeurs relatives de n_1 et n_2. En fait, on peut tirer de cette équation les trois résultats suivants.

1. Si n_2 est égal à n_1, θ_2 est alors égal à θ_1. Dans ce cas, la réfraction ne dévie pas le rayon lumineux, qui continue dans la *même direction* que le rayon incident, comme on le voit dans la figure 4.11 a). De plus, il n'y a pas de réflexion.
2. Si n_2 est plus grand que n_1, θ_2 est alors plus petit que θ_1. Dans ce cas, la réfraction dévie le rayon lumineux en le *rapprochant* de la normale, comme on le voit dans la figure 4.11 b).
3. Si n_2 est plus petit que n_1, θ_2 est alors plus grand que θ_1. Dans ce cas, la réfraction dévie le rayon lumineux en l'*éloignant* de la normale, comme on le voit dans la figure 4.11 c).

La réfraction *ne peut* faire dévier un rayon au point où le rayon réfracté serait du même côté de la normale que le rayon incident.

La dispersion chromatique

L'indice de réfraction n dans tout milieu, autre que le vide, dépend de la longueur d'onde de la lumière. Cette dépendance entre n et la longueur d'onde implique que, lorsqu'un faisceau lumineux se compose de rayons de différentes longueurs d'onde, les rayons seront réfractés à différents angles par une surface (conséquemment à la loi de la réfraction) ; la lumière sera ainsi *dispersée* par la réfraction. Cette dispersion de la lumière se nomme **dispersion chromatique**, où « chromatique » réfère aux couleurs associées aux longueurs d'onde individuelles. Les réfractions des figures 4.10 et 4.11 ne représentent pas une dispersion chromatique, parce que les faisceaux lumineux sont *monochromatiques* (d'une seule longueur d'onde ou couleur).

TABLEAU 4.1 Quelques indices de réfraction*

Milieu	Indice	Milieu	Indice
Vide	Exactement 1	Verre crown typique	1,52
Air (TPN)**	1,000 29	Chlorure de sodium (sel)	1,54
Eau (20 °C)	1,33	Polystyrène	1,55
Acétone	1,36	Disulfure de carbone	1,63
Alcool éthylique (éthanol)	1,36	Verre flint lourd	1,65
Solution sucrée (30 %)	1,38	Saphir	1,77
Quartz fondu (SiO_2)	1,46	Verre flint très lourd	1,89
Solution sucrée (80 %)	1,49	Diamant	2,42

* Données pour une longueur d'onde de 589 nm (raie jaune d'une lampe au sodium).

** TPN signifie « température et pression normales » (0 °C et 1 atm).

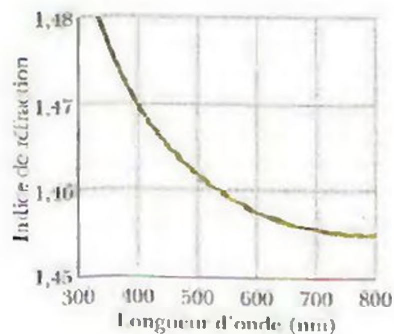


Figure 4.12 L'indice de réfraction du quartz fondu en fonction de la longueur d'onde. Le graphique indique qu'un faisceau de lumière de petite longueur d'onde, pour lequel l'indice de réfraction est plus élevé, est davantage dévié en entrant ou en sortant du quartz qu'un rayon de lumière ayant une grande longueur d'onde, l'autre milieu étant l'air.

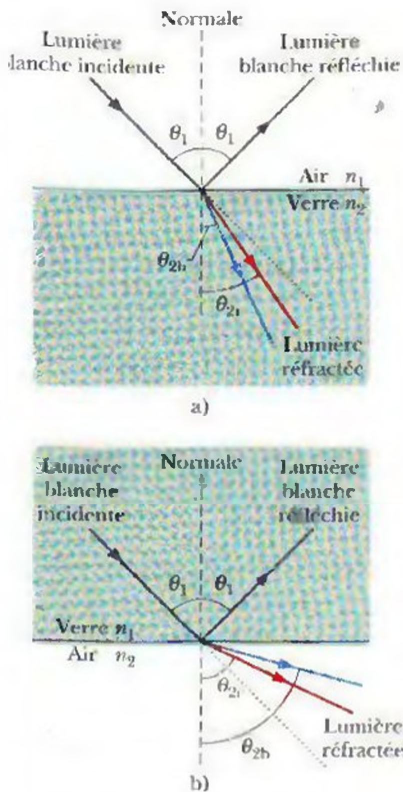


Figure 4.13 Dispersion chromatique de la lumière blanche. La composante bleue est davantage déviée que la composante rouge. a) En passant de l'air au verre, la composante bleue a le plus petit angle de réfraction. b) En passant du verre à l'air, la composante bleue a le plus grand angle de réfraction.

En général, pour la lumière visible, l'indice de réfraction d'un milieu donné est *plus grand* pour les petites longueurs d'onde (correspondant à une lumière bleue) que pour les grandes longueurs d'onde (lumière rouge). La figure 4.12 montre comment l'indice de réfraction du quartz fondu (verre de silice) dépend de la longueur d'onde de la lumière. Une telle dépendance signifie que, lorsqu'un faisceau comportant des ondes lumineuses bleue et rouge est réfracté par une surface, en passant de l'air au quartz ou vice versa, la *composante* bleue (le rayon correspondant à l'onde lumineuse bleue) est davantage déviée (réfractée) que la composante rouge.

Un faisceau de *lumière blanche* possède toutes (ou presque toutes) les composantes (les couleurs) du spectre visible, et à des intensités approximativement égales. Lorsque vous apercevez un tel faisceau, vous percevez le blanc plutôt que les couleurs individuelles. Dans la figure 4.13 a), un faisceau de lumière blanche dans l'air rencontre une surface de verre. (Puisque les pages de ce livre sont blanches, on représente un faisceau de lumière blanche par un rayon gris, et un rayon de lumière monochromatique est généralement représenté par un rayon rouge.) Dans la lumière réfractée de la figure 4.13 a), seules les composantes rouge et bleue sont illustrées. Puisque la composante bleue est davantage déviée que la rouge, l'angle de réfraction θ_{2b} de la composante bleue est *plus petit* que l'angle de réfraction θ_{2r} de la composante rouge. (Rappelez-vous que les angles sont mesurés par rapport à la normale.) Dans la figure 4.13 b), un faisceau de lumière blanche se propageant dans le verre rencontre une interface verre-air. De nouveau, la composante bleue est davantage déviée que la composante rouge, mais, maintenant, θ_{2b} est *plus grand* que θ_{2r}.

Pour accentuer la séparation des couleurs, on peut utiliser un prisme de verre ayant une section transversale triangulaire, comme dans la figure 4.14 a). La dispersion par la première surface (à gauche dans la figure) est alors accentuée par celle de la seconde surface.

L'arc-en-ciel constitue l'exemple le plus charmant de la dispersion chromatique. Quand la lumière blanche du soleil est interceptée par une goutte de pluie, une partie de la lumière est réfractée à la première surface de la goutte que rencontre la lumière, puis elle est réfléchie par la seconde surface de la goutte, et finalement, elle est de nouveau réfractée à la première surface vers l'extérieur de la goutte (voir la figure 4.15). Comme dans un prisme, la première réfraction sépare la lumière du soleil en ses composantes, et la seconde réfraction accentue la séparation.

L'arc-en-ciel que vous voyez est produit par de la lumière réfractée par un grand nombre de gouttes; la lumière rouge vient des gouttes formant un angle par rapport au sol plus grand que celui des autres gouttes dans le ciel, la couleur bleue vient des gouttes formant un angle plus petit par rapport au sol, et les couleurs intermédiaires viennent des gouttes formant des angles intermédiaires. Toutes les gouttes qui vous envoient les différentes couleurs forment un angle d'environ 42° par rapport à une droite passant par vous et le Soleil. Si la pluie se prolonge et est très éclairée par le Soleil, vous verrez un arc circulaire contenant plusieurs couleurs, rouge au-dessus et bleu dans le bas. L'arc-en-ciel que vous voyez vous est exclusif, car tout autre observateur intercepte la lumière provenant d'autres gouttes.

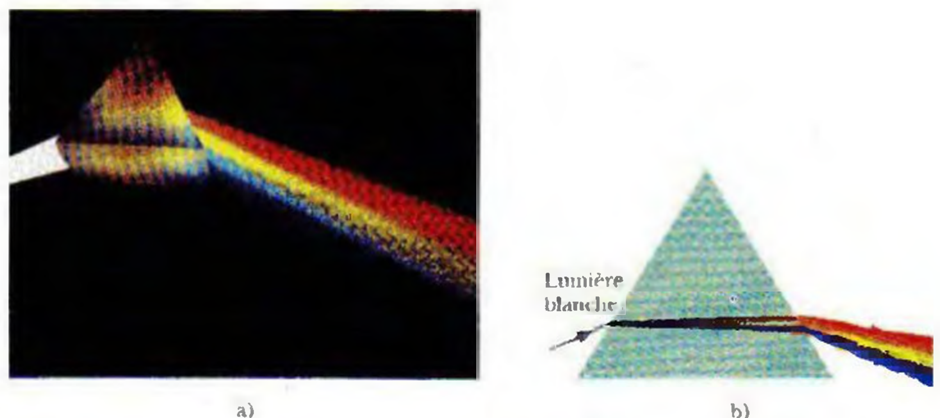
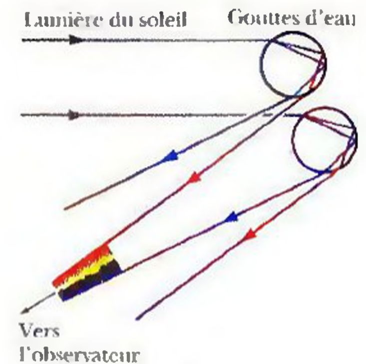


Figure 4.14 a) Un prisme triangulaire sépare la lumière blanche en ses composantes (couleurs). b) La dispersion chromatique se produit à la première surface et est accentuée à la seconde surface.

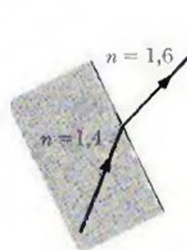




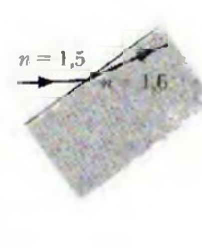
a) b)

Figure 4.15 a) Un arc-en-ciel est toujours un arc circulaire centré sur la droite passant par vous et le Soleil.
b) La séparation des couleurs qui se produit lorsque la lumière du soleil est réfractée en entrant et en sortant des gouttes de pluie produit un arc-en-ciel. La figure représente une situation où le Soleil est à l'horizon (les rayons du soleil sont alors horizontaux). Les parcours des rayons rouges et des rayons bleus réfractés par deux gouttes sont illustrés. De nombreuses autres gouttes contribuent aussi à la formation de rayons rouges et de rayons bleus, et de rayons des autres couleurs intermédiaires du spectre visible.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 : Lequel de ces trois dessins (le cas échéant) représente une réfraction physiquement possible ?







a) b) c)

Exemple 4.3

a) Dans la figure 4.16 a), un rayon lumineux monochromatique est réfléchi et réfracté au point A, à l'interface entre le matériau 1, dont l'indice de réfraction est $n_1 = 1{,}33$, et le matériau 2, dont l'indice de réfraction est $n_2 = 1{,}77$. Le rayon incident forme un angle de 50° avec l'interface. Quel est l'angle de réflexion au point A ? Quel est l'angle de réfraction au même endroit ?

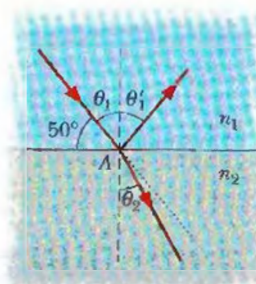
SOLUTION : Le concept clé est le suivant : dans toute réflexion, l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence. De plus, les deux angles sont mesurés entre le rayon lumineux et la normale à l'interface passant par le point de réflexion. Dans la figure 4.16 a), la normale au point A est la ligne pointillée traversant le point. Notez que l'angle d'incidence θ_1 n'est pas l'angle donné de 50°, mais vaut plutôt $90° - 50° = 40°$. L'angle de réflexion est donc

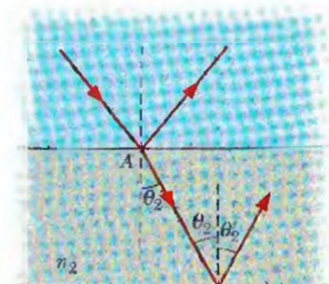
$$\theta_1' = \theta_1 = 40°. \qquad \text{(réponse)}$$

La lumière qui passe du matériau 1 au matériau 2 subit une réfraction au point A, à l'interface entre les deux matériaux. Le concept clé est que, dans toute réfraction, on peut relier l'angle d'incidence, l'angle de réfraction et les indices de réfraction des deux matériaux à l'aide de l'équation 4.41 :

$$n_2 \sin \theta_2 = n_1 \sin \theta_1. \qquad (4.43)$$

Rappelons qu'on mesure les angles entre les rayons lumineux et la normale passant par le point de réfraction. Donc, dans la figure 4.16 a), l'angle de réfraction est l'angle θ_2.





a) b)

Figure 4.16 Exemple 4.3 a) La lumière est réfléchie et réfractée au point A, à l'interface entre les matériaux 1 et 2. b) La lumière qui traverse le matériau 2 est réfléchie et réfractée au point B, à l'interface entre les matériaux 2 et 3 (air).

En résolvant l'équation 4.43 pour trouver θ_2, on obtient

$$\theta_2 = \sin^{-1}\left(\frac{n_1}{n_2}\sin\theta_1\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}33}{1{,}77}\sin 40°\right)$$
$$= 28{,}88° \approx 29°. \qquad \text{(réponse)}$$

Ce résultat signifie que le rayon est dévié en s'approchant de la normale (il formait un angle de 40° et en forme maintenant un de 29°). Cela s'explique par le fait que la lumière qui passe à travers l'interface entre dans un matériau dont l'indice de réfraction est plus élevé.

b) La lumière qui entre dans le matériau 2 au point *A* atteint ensuite le point *B*, à l'interface entre le matériau 2 et le matériau 3, qui est de l'air, comme l'illustre la figure 4.16 b). L'interface au point *B* est parallèle à celui au point *A*. À *B*, une partie de la lumière est réfléchie et le reste entre dans l'air. Quel est l'angle de réflexion ? Quel est l'angle de réfraction dans l'air ?

SOLUTION : On doit d'abord relier un des angles au point *B* à un angle connu au point *A*. Puisque l'interface au point *B* est parallèle à celui au point *A*, l'angle d'incidence à *B* doit être égal à l'angle de réfraction θ_2, comme l'illustre la figure 4.16 b). Quant à la réflexion, on utilise le même concept clé que dans la partie a) : la loi de la réflexion. Donc, l'angle de réflexion à *B* est

$$\theta_2' = \theta_2 = 28{,}88° \approx 29°. \qquad \text{(réponse)}$$

Ensuite, la lumière qui passe du matériau 2 à l'air subit une réfraction au point *B*, avec un angle de réfraction θ_3. Donc, le concept clé consiste encore ici à appliquer la loi de la réfraction, mais cette fois en écrivant l'équation 4.43 sous la forme

$$n_3 \sin\theta_3 = n_2 \sin\theta_2 .$$

En résolvant cette équation pour trouver θ_3, on obtient

$$\theta_3 = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_3}\sin\theta_2\right) = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}77}{1{,}00}\sin 28{,}88°\right)$$

$$= 58{,}75° \approx 59°. \qquad \text{(réponse)}$$

Ce résultat signifie que le rayon est dévié en s'éloignant de la normale (il formait un angle de 29° et en forme maintenant un de 59°). Cela s'explique par le fait que la lumière qui passe à travers l'interface entre dans un matériau dont l'indice de réfraction est moins élevé.

4.7 La réflexion totale interne

La figure 4.17 représente des rayons lumineux monochromatiques, émis par une source ponctuelle *S* dans le verre, qui rencontrent une interface verre-air. Dans le cas du rayon *a*, qui est perpendiculaire à l'interface, une partie de la lumière est réfléchie à l'interface, et le reste se propage dans l'air sans changer de direction.

Dans le cas des rayons *b* à *e*, dont les angles d'incidence à l'interface sont progressivement plus grands, il y a également réflexion et réfraction à l'interface. Puisque les rayons lumineux entrent dans un milieu dont l'indice de réfraction est plus petit, l'angle de réfraction est plus grand que l'angle d'incidence. Lorsque l'angle d'incidence augmente, l'angle de réfraction augmente également ; pour ce qui est du rayon *e*, il est de 90°, ce qui signifie que le rayon réfracté pointe directement le long de l'interface. L'angle d'incidence qui produit cette situation se nomme l'**angle critique** θ_c. Quand les angles d'incidence sont plus grands que θ_c, comme dans le cas des rayons *f* et *g*, il n'y a pas de rayon réfracté et *toute* la lumière est réfléchie ; cet effet se nomme la **réflexion totale interne.**

Pour trouver θ_c, on utilise l'équation 4.41 ; on associe arbitrairement l'indice 1 au milieu où les rayons incidents se propagent et l'indice 2 à l'autre milieu, celui où les rayons réfractés, s'il y en a, se propagent. On substitue ensuite θ_c à θ_1 et 90° à θ_2, et on trouve

$$n_1 \sin\theta_c = n_2 \sin 90°,$$

ce qui donne

$$\theta_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} \quad \text{(l'angle critique).} \qquad (4.44)$$

Puisque le sinus d'un angle ne peut pas être plus grand que 1, n_2 ne peut pas excéder n_1 dans cette équation. Cette restriction vous indique que la réflexion totale interne à une interface *ne* peut *pas* se produire lorsque la lumière incidente est dans le milieu ayant le plus petit indice de réfraction. Si la source *S* était dans l'air dans la figure 4.17,

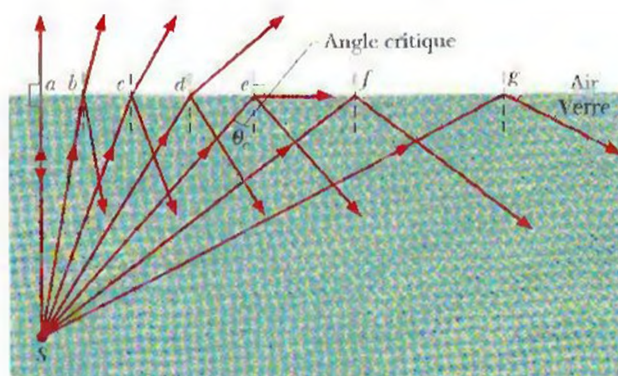


Figure 4.17 Une réflexion totale interne de la lumière provenant d'une source ponctuelle *S* dans le verre se produit à tous les angles d'incidence plus grands que l'angle critique θ_c. À l'angle critique, le rayon réfracté pointe le long de l'interface air-verre.

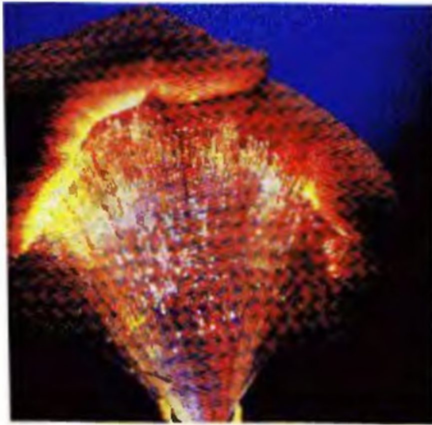


Figure 4.18 La lumière entrant à une extrémité d'une fibre optique comme celles illustrées ici est transmise à l'extrémité opposée avec peu de perte de lumière le long de la fibre.

tous ses rayons incidents à l'interface air-verre (incluant f et g) seraient à la fois réfléchis *et* réfractés à l'interface.

La réflexion totale interne a de nombreuses applications dans le domaine de la technologie médicale. Par exemple, un médecin peut rechercher un ulcère dans l'estomac d'un patient en insérant deux minces faisceaux de *fibres optiques* dans la gorge du patient (voir la figure 4.18). La lumière introduite à l'extrémité extérieure d'un des faisceaux subit des réflexions totales internes répétées dans les fibres de sorte que, même si les fibres suivent un parcours sinueux, la majeure partie de la lumière parvient à l'autre extrémité et éclaire l'intérieur de l'estomac. Une partie de la lumière réfléchie de l'intérieur revient ensuite de la même façon dans le second faisceau, et elle est détectée et convertie en image sur l'écran d'un moniteur que le médecin peut voir. Les fibres optiques sont généralement faites de verre ou de plastique et ont des diamètres variant de quelques micromètres à 50 μm.

Exemple 4.4

La figure 4.19 présente un prisme triangulaire de verre dans l'air. Un rayon incident i entre dans le verre perpendiculairement à un côté et est totalement réfléchi à l'interface verre-air adjacente à celle que traverse le rayon incident, comme le montre l'illustration. Si θ_1 vaut 45°, que pouvez-vous dire sur l'indice de réfraction n du verre ?

SOLUTION : Le premier concept clé est le suivant : puisque le rayon lumineux est complètement réfléchi à l'interface, l'angle critique θ_c à cette interface doit être plus petit que l'angle d'incidence de 45°. Le deuxième concept clé est qu'on peut relier l'indice de réfraction n du verre à θ_c à l'aide de la loi de la réfraction, qui mène à l'équation 4.44. En insérant $n_2 = 1$ (pour l'air) et $n_1 = n$ (pour le verre) dans l'équation, on obtient

$$\theta_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} = \sin^{-1}\frac{1}{n}.$$

Puisque θ_c doit être plus petit que l'angle d'incidence de 45°, on a

$$\sin^{-1}\frac{1}{n} < 45°,$$

ce qui donne

$$\frac{1}{n} < \sin 45°$$

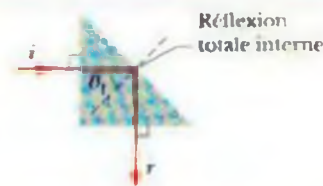


Figure 4.19 Exemple 4.4 Le rayon incident i subit une réflexion totale interne à l'interface verre-air et devient le rayon réfléchi r.

ou

$$n > \frac{1}{\sin 45°} = 1{,}4. \qquad \text{(réponse)}$$

L'indice de réfraction du verre doit être plus grand que 1,4, sinon il n'y aurait pas de réflexion totale interne pour le rayon incident illustré ici. Remarquez que, dans cette situation, le prisme a fait dévier le rayon lumineux incident de 90°. On utilise des prismes semblables dans certains instruments d'optique comme les jumelles.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5 : Supposez que, dans l'exemple 4.4, le prisme a un indice de réfraction $n = 1{,}4$. Aura-t-on encore une réflexion totale interne de la lumière si le rayon incident reste horizontal mais que le prisme est tourné a) de 10° en sens horaire ou b) de 10° en sens antihoraire dans la figure 4.19 ?

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Les ondes électromagnétiques Une onde électromagnétique se compose de champs électrique et magnétique oscillants. Les différentes fréquences possibles des ondes électromagnétiques forment un *spectre*, dont la lumière visible couvre seulement une petite partie. Une onde électromagnétique se propageant dans la direction positive de l'axe des x a un champ électrique $\vec{E}$ et un champ magnétique $\vec{B}$ dont les composantes sont des fonctions de x et de t :

$$E = E_m \sin(kx - \omega t)$$

et

$$B = B_m \sin(kx - \omega t), \qquad (4.1, 4.2)$$

où E_m et B_m sont les amplitudes de $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Le champ électrique induit le champ magnétique, et vice versa. Le module de la vitesse de toute onde électromagnétique dans le vide est c, que l'on peut écrire sous la forme

$$c = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}}, \qquad (4.5, 4.3)$$

où E et B sont les valeurs des composantes des champs prises au même instant et au même endroit.

Le transport de l'énergie Le flux par unité de surface auquel l'énergie est transmise par une onde électromagnétique est donné par le vecteur de Poynting :

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0}\vec{E} \times \vec{B}. \qquad (4.19)$$

La direction de $\vec{S}$ (qui est aussi la direction de propagation de l'onde) est perpendiculaire aux directions de $\vec{E}$ et de $\vec{B}$. Le module du taux moyen par unité de surface auquel l'énergie est transmise est S_{moy}, que l'on nomme l'*intensité I* de l'onde :

$$I = \frac{1}{c\mu_0} E_{eff}^2, \tag{4.26}$$

où $E_{eff} = E_m/\sqrt{2}$. Une *source ponctuelle* d'ondes électromagnétiques émet les ondes de façon *isotrope*, c'est-à-dire avec la même intensité dans toutes les directions. L'intensité des ondes à une distance r d'une source ponctuelle de puissance P_S est

$$I = \frac{P_S}{4\pi r^2}. \tag{4.27}$$

La pression de radiation Lorsqu'une surface intercepte un rayonnement électromagnétique, une force et une pression s'exercent sur elle. Si le rayonnement est totalement absorbé par la surface, le module de la force moyenne est

$$F = \frac{IA}{c} \quad \text{(l'absorption totale)}, \tag{4.32}$$

où I est l'intensité du rayonnement et A est l'aire de la surface perpendiculaire à la direction de propagation du rayonnement. Si le rayonnement est totalement réfléchi le long de la trajectoire initiale, le module de la force moyenne est

$$F = \frac{2IA}{c} \quad \text{(la réflexion totale le long de la trajectoire initiale)}. \tag{4.33}$$

La pression de radiation p_r est le module de la force moyenne par unité de surface :

$$p_r = \frac{I}{c} \quad \text{(l'absorption totale)} \tag{4.34}$$

et

$$p_r = \frac{2I}{c} \quad \text{(la réflexion totale le long de la trajectoire initiale)}. \tag{4.35}$$

L'optique géométrique L'*optique géométrique* est l'étude de la lumière où les ondes lumineuses peuvent être représentées par des rayons lumineux.

La réflexion et la réfraction Généralement, lorsqu'un rayon lumineux rencontre une interface entre deux milieux transparents, un rayon **réfléchi** et un rayon **réfracté** apparaissent. Les deux rayons sont dans le plan d'incidence défini par le rayon incident et la normale. L'**angle de réflexion** est égal à l'angle d'incidence, et l'**angle de réfraction** est relié à l'angle d'incidence par

$$n_2 \sin\theta_2 = n_1 \sin\theta_1 \quad \text{(la loi de la réfraction)}, \tag{4.41}$$

où n_1 et n_2 sont les indices de réfraction des milieux dans lesquels les rayons incidents et réfractés se propagent.

La réflexion totale interne Une onde lumineuse qui rencontre une interface où l'indice de réfraction du milieu dans lequel se propagent les rayons réfractés, s'il y en a, est le plus faible subira une **réflexion totale interne** si l'angle d'incidence est plus grand qu'un **angle critique** θ_c, où

$$\theta_c = \sin^{-1}\frac{n_2}{n_1} \quad \text{(l'angle critique)}. \tag{4.44}$$

QUESTIONS

1. Si le champ magnétique d'une onde lumineuse oscille parallèlement à un axe des y et est donné par $B_y = B_m \sin(kz - \omega t)$, a) dans quelle direction l'onde se propage-t-elle et b) parallèlement à quel axe le champ électrique associé oscille-t-il ?

2. La figure 4.20 montre le champ électrique et le champ magnétique d'une onde électromagnétique à un instant donné. L'onde se propage-t-elle en entrant ou en sortant de la page ?



Figure 4.20 Question 2

3. La figure 4.21 présente les réflexions multiples d'un rayon lumineux dans des corridors de verre dont les murs sont soit parallèles, soit perpendiculaires les uns par rapport aux autres. Si l'angle d'incidence au point a est de 30°, quels sont les angles de réflexion du rayon lumineux aux points b, c, d, e et f ?

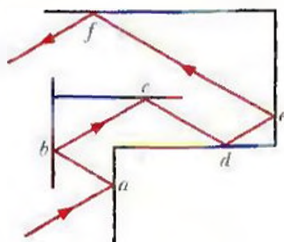


Figure 4.21 Question 3

4. La figure 4.22 illustre des rayons lumineux monochromatiques traversant trois substances, a, b et c. Classez ces substances en ordre décroissant selon leur indice de réfraction.

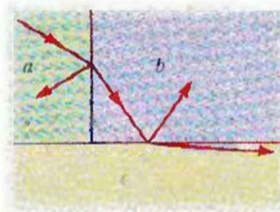


Figure 4.22 Question 4

5. Dans la figure 4.23, la lumière se propage, à partir du matériau a, à travers trois couches d'autres matériaux dont les surfaces sont parallèles, puis dans une autre couche du matériau a. Les réfractions (mais non les réflexions associées) aux surfaces sont illustrées. Classez les matériaux en ordre décroissant selon leur indice de réfraction.

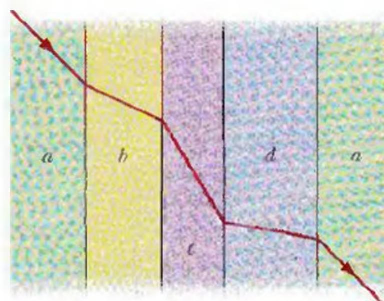


Figure 4.23 Question 5

6. Chaque situation de la figure 4.24 représente un rayon lumineux qui est réfracté à l'interface entre deux matériaux. Le rayon incident (en gris dans la figure) se compose de lumière rouge et de lumière bleue. L'indice de réfraction approximatif pour la lumière visible relativement à chaque matériau est indiqué. Laquelle des trois situations représente une réfraction physiquement possible ?

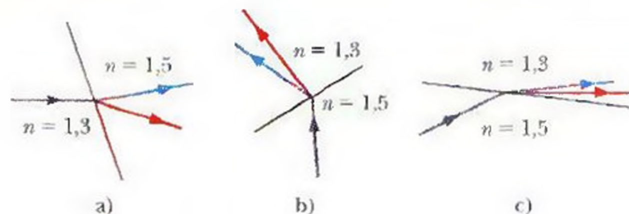


Figure 4.24 Question 6

7. a) La figure 4.25 a) représente un rayon lumineux du soleil qui passe tout juste au-dessus d'un bâton vertical dans une piscine remplie d'eau. Ce rayon se termine-t-il dans la région du point a ou dans celle du point b ? b) Quelle composante de la lumière, entre la bleue et la rouge, finit le plus près du bâton ? c) La figure 4.25 b) représente un objet plat (une lame de rasoir, par exemple) qui flotte dans l'eau stagnante et est éclairé verticalement. La force gravitationnelle exercée sur l'objet et la cohésion de l'eau produisent la courbure illustrée à la surface de l'eau. Dans quelle région (a, b ou c) se trouve le bord de l'ombre de l'objet ? (À la droite de l'ombre, de nombreux rayons lumineux du soleil sont concentrés et produisent une région spécialement brillante, que l'on dit *caustique*.)

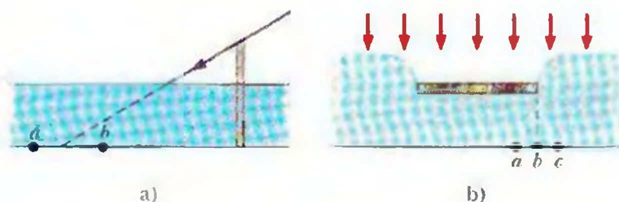


Figure 4.25 Question 7

8. La figure 4.15 représente certains rayons lumineux du soleil produisant un *arc-en-ciel primaire* (qui implique une réflexion à l'intérieur de chaque goutte d'eau). Un *arc-en-ciel secondaire*, plus pâle et moins fréquent (qui implique deux réflexions à l'intérieur de chaque goutte d'eau), formé par les rayons qui sortent des gouttes d'eau, comme le montre la figure 4.26 (sans indication de couleurs), peut apparaître au-dessus d'un arc-en-ciel primaire. Lequel des rayons a et b correspond à la lumière rouge ?



Figure 4.26 Question 8

9. La figure 4.27 représente quatre longues couches horizontales de différents matériaux, avec de l'air au-dessus et en dessous. L'indice de réfraction de chaque matériau est donné. Des rayons lumineux atteignent les extrémités gauches de chaque couche, comme il est illustré. Dans quelle couche (indiquez l'indice de réfraction) est-il possible que la lumière soit totalement retenue de sorte que, après de nombreuses réflexions, toute la lumière atteigne l'extrémité droite de la couche ?

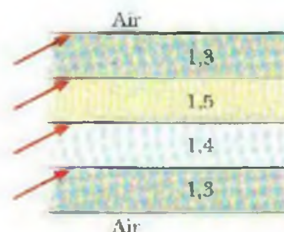


Figure 4.27 Question 9

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 4.1 Le spectre électromagnétique

1E. a) Combien de temps faut-il à un signal radio pour franchir une distance de 150 km entre un émetteur et une antenne de réception ? b) La pleine lune est visible grâce à la réflexion de la lumière du soleil. Combien de temps s'écoule-t-il entre l'instant où la lumière quitte le Soleil et celui où vos yeux l'interceptent ? La distance entre la Terre et la Lune est de $3,8 \times 10^5$ km, et celle entre la Terre et le Soleil est de $1,5 \times 10^8$ km. c) Quelle est la durée du trajet aller-retour de la lumière entre la Terre et un engin spatial en orbite autour de Saturne, qui est à $1,3 \times 10^9$ km de la Terre ? d) La nébuleuse du Crabe, qui est environ à 6 500 années-lumière (al) de la Terre, semble être le résultat de l'explosion d'une supernova observée par des astronomes chinois en l'an 1054. En quelle année (approximativement) l'explosion s'est-elle réellement produite ?

2E. Le projet Seafarer consistait en un audacieux programme visant à construire une énorme antenne souterraine sur un site ayant une surface d'environ 10 000 km². Elle avait pour fonction de transmettre des signaux aux sous-marins en profonde immersion. Si la longueur d'onde dans l'air était de $1,0 \times 10^4$ rayons de la Terre, quelle était a) la fréquence et b) la période du rayonnement émis ? Habituellement, les rayonnements électromagnétiques ne pénètrent pas facilement des conducteurs tels que l'eau de mer.

3E. a) À quelles longueurs d'onde l'œil d'un observateur moyen a-t-il la moitié de sa sensibilité maximale ? b) Quelles sont la longueur d'onde, la fréquence et la période de la lumière à laquelle l'œil est le plus sensible ?

4E. Un laser à hélium-néon émet une lumière rouge dans une très mince plage de longueurs d'onde centrée à 632,8 nm et couvrant une « largeur de bande », exprimée en longueurs d'onde, de 0,010 0 nm. Quelle est la « largeur de bande » exprimée en fréquences correspondant à cette émission ?

5P. Une méthode utilisée pour mesurer le module de la vitesse de la lumière, basée sur les observations de Ole Römer en 1676, consistait à observer les durées apparentes des révolutions d'une des lunes de Jupiter. La période exacte de révolution est de 42,5 h. a) Puisque la vitesse de la lumière est finie, dites qualitativement de quelle façon

la durée apparente d'une révolution devrait changer lorsque la Terre se déplace sur son orbite du point x au point y, dans la figure 4.28. b) Quelles observations doivent être faites afin de calculer le module de la vitesse de la lumière ? Négligez le mouvement orbital de Jupiter. La figure 4.28 n'est pas à l'échelle.

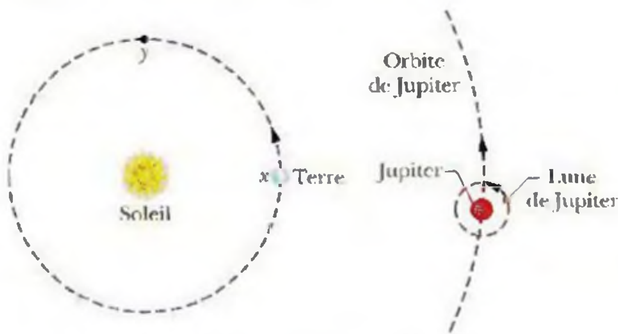


Figure 4.28 Problème 5

SECTION 4.2 L'aspect qualitatif des ondes électromagnétiques progressives

6E. Quelle est la longueur d'onde de l'onde électromagnétique émise par le système antenne-oscillateur de la figure 4.3, si $L = 0{,}253\ \mu$H et $C = 25{,}0$ pF ?

7E. Quelle inductance doit être reliée à un condensateur de 17 pF dans un oscillateur pouvant générer des ondes électromagnétiques de 550 nm (donc visibles) ? Commentez votre réponse.

SECTION 4.3 L'aspect quantitatif des ondes électromagnétiques progressives

8E. Une onde électromagnétique plane a un champ électrique maximal ayant un module de $3{,}20 \times 10^{-4}$ V/m. Trouvez le module de son champ magnétique maximal.

9E. Le champ électrique d'une onde électromagnétique plane est donné par $E_x = 0$; $E_y = 0$; $E_z = 2{,}0 \cos[\pi \times 10^{15}(t - x/c)]$, où $c = 3{,}00 \times 10^8$ m/s et où toutes les quantités sont en unités SI. L'onde se propage dans la direction positive de l'axe des x. Écrivez les expressions des composantes x, y et z du champ magnétique de l'onde. www

SECTION 4.4 Le transport de l'énergie et le vecteur de Poynting

10E. Démontrez, en trouvant la direction du vecteur de Poynting, qu'en tout point des figures 4.4 à 4.7 les directions du champ électrique et du champ magnétique sont cohérentes en tout temps par rapport aux directions de propagation de l'onde données.

11E. Certains lasers au verre-néodyme peuvent fournir 100 TW de puissance en 1,0 ns, produisant ainsi une très courte impulsion ayant une longueur d'onde de 0,26 μm. Quelle quantité d'énergie y a-t-il dans cette impulsion ? www

12E. L'étoile la plus rapprochée de la Terre, Proxima du Centaure, est distante de 4,3 a l. Il semblerait que des signaux de télévision de notre planète aient pu atteindre cette étoile, et être captés par d'éventuels habitants d'une planète hypothétique en orbite autour de l'étoile. Si l'on suppose qu'une station de télévision sur Terre a une puissance de 1,0 MW, quelle serait l'intensité de ce signal sur Proxima du Centaure ?

13E. Le rayonnement émis par un laser se disperse en prenant la forme d'un cône étroit dont la section transversale est circulaire. L'angle θ du cône (voir la figure 4.29) est l'angle de dispersion du faisceau. Un laser à l'argon, rayonnant à 514,5 nm, est dirigé vers la Lune dans le cadre d'une expérience scientifique. Si le rayon présente un angle de dispersion de 0,880 μrad, quelle est l'aire de la surface de la Lune éclairée par le rayon ?



Figure 4.29 Exercice 13

14E. Quelle est l'intensité d'une onde électromagnétique plane si B_m vaut $1{,}0 \times 10^{-4}$ T ?

15E. Dans une onde radio plane, l'amplitude de la composante du champ électrique est de 5,00 V/m. Calculez a) l'amplitude de la composante du champ magnétique et b) l'intensité de l'onde.

16P. La lumière du soleil a une intensité de 1,40 kW/m², juste à l'extérieur de l'atmosphère terrestre. Calculez E_m et B_m relativement à la lumière du soleil à cet endroit, en supposant qu'il s'agit d'une onde plane.

17P. À une distance de 10 m d'une source lumineuse ponctuelle isotrope, le module du champ électrique maximal est de 2,0 V/m. Quels sont a) le module du champ magnétique maximal et b) l'intensité moyenne de la lumière à cet endroit ? c) Quelle est la puissance de la source ? www

18P. Frank D. Drake, inspecteur dans le programme SETI (Search for Extra-Terrestrial Intelligence, ou programme de recherche d'intelligences extraterrestres), a un jour déclaré que le grand radiotélescope d'Arecibo (voir la figure 4.30), à Porto Rico, « pouvait détecter un signal qui a, sur toute la surface de la Terre, une puissance de seulement un picowatt ». a) Quelle est la puissance que l'antenne d'Arecibo recevrait d'un tel signal ? Le diamètre de l'antenne est de 300 m. b) Quelle serait la puissance d'une source qui pourrait émettre un tel signal du centre de notre Galaxie ? Le centre de la Galaxie se trouve à $2{,}2 \times 10^4$ a l de la Terre. Supposez que la source est isotrope.

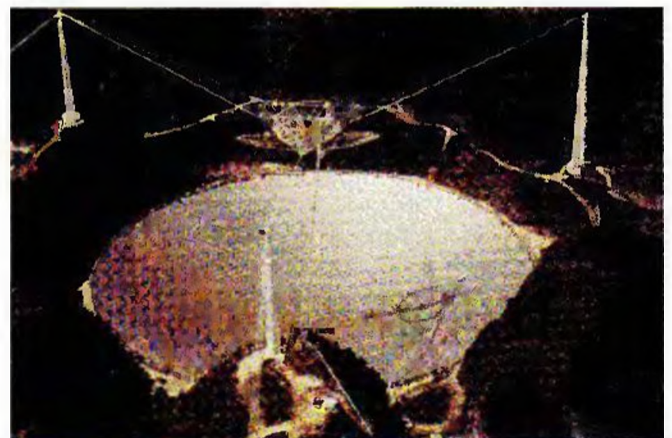


Figure 4.30 Problème 18 Le radiotélescope d'Arecibo

19P. Un avion qui vole à une distance de 10 km d'un émetteur radio reçoit un signal d'une intensité de 10 μW/m². Calculez a) l'amplitude du champ électrique produit par ce signal à l'endroit où se trouve l'avion, b) l'amplitude du champ magnétique au même endroit et c) la puissance totale de l'émetteur, en supposant qu'il émet de façon isotrope. www

SECTION 4.5 La pression de radiation

20E. Un morceau de carton noir parfaitement absorbant et ayant une surface d'aire $A = 2{,}0$ cm² intercepte une lumière d'une intensité de 10 W/m² émise par un éclairage de caméra. Quelle pression de radiation est produite par la lumière sur le carton ?

21E Des lasers de grande puissance sont utilisés pour comprimer un plasma (un gaz de particules chargées) par pression de radiation. Un laser générant des impulsions d'une puissance de $1,5 \times 10^3$ MW est focalisé sur 1,0 mm² de plasma à haute densité électronique. Trouvez la pression exercée sur le plasma si ce dernier réfléchit toute la lumière directement le long de sa trajectoire initiale.

22E Le rayonnement du soleil qui atteint la Terre (juste à l'extérieur de l'atmosphère) a une intensité de 1,4 kW/m². a) En supposant que la Terre (et son atmosphère) se comporte comme un disque plat perpendiculaire aux rayons du soleil et que toute l'énergie incidente est absorbée, calculez le module de la force exercée sur la Terre par la pression de radiation. b) Comparez cette force à celle exercée par l'attraction gravitationnelle du Soleil.

23E Quelle est la pression de radiation à 1,5 m de distance d'une ampoule électrique de 500 W ? Supposez que la surface sur laquelle s'exerce la pression faisant face à l'ampoule est parfaitement absorbante et que l'ampoule émet son rayonnement de façon isotrope. www

24P Un laser à hélium-néon, du type des lasers qu'on trouve souvent dans les laboratoires de physique, a une puissance de rayonnement de 5,00 mW et une longueur d'onde de 633 nm. Le rayon est focalisé par une lentille afin de produire un point lumineux dont le diamètre est approximativement égal à 2 longueurs d'onde. Calculez a) l'intensité du rayon laser focalisé, b) la pression de radiation exercée sur une sphère parfaitement absorbante dont le diamètre est égal à celui du point lumineux, c) le module de la force exercée par le rayonnement sur cette sphère et d) le module de l'accélération produite par le rayonnement. Supposez que la sphère a une masse volumique de $5,00 \times 10^3$ kg/m³.

25P Une onde électromagnétique plane, dont la longueur d'onde est de 3,0 m, se propage dans le vide dans la direction de l'axe des x positifs, et son champ électrique $\vec{E}$ d'une amplitude de 300 V/m est orienté le long de l'axe des y. a) Quelle est la fréquence f de l'onde ? b) Quelles sont la direction et l'amplitude du champ magnétique associé à l'onde ? c) Quelles sont les valeurs de k et de ω si $E = E_m \sin(kx - \omega t)$? d) Quelle est l'intensité de cette onde ? e) Si l'onde rencontre une feuille parfaitement absorbante ayant une surface de 2,0 m², à quel taux la quantité de mouvement est-elle transmise à la feuille et quelle est la pression de radiation exercée sur la feuille ? www

26P Dans la figure 4.31, un rayon laser d'une puissance de 4,60 W et d'un diamètre de 2,60 mm est dirigé vers le haut sur la base circulaire d'un cylindre parfaitement réfléchissant (d'un diamètre d < 2,60 mm), qui lévite grâce à la pression de radiation du rayon laser. La masse volumique du cylindre est de 1,20 g/cm³. Quelle est la hauteur H du cylindre ?

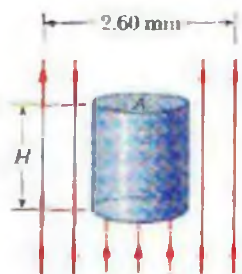


Figure 4.31 Problème 26

27P Prouvez que, dans le cas d'une onde électromagnétique plane atteignant perpendiculairement une surface plane, la pression de radiation sur la surface est égale à la densité d'énergie de radiation près de la surface. (Cette relation entre la pression et la densité d'énergie s'applique peu importe la fraction d'énergie incidente qui est réfléchie.)

28P Prouvez que la pression moyenne d'un jet d'une série de projectiles frappant perpendiculairement une surface plane vaut le double de la densité d'énergie cinétique dans le jet avant qu'il frappe la surface. Supposez que les projectiles sont totalement absorbés par la surface. Comparez ce problème avec le problème 27.

29P Un petit engin spatial d'une masse de $1,5 \times 10^3$ kg (avec un astronaute à bord) dérive dans l'espace. Les forces gravitationnelles qui s'exercent sur lui sont négligeables. Si l'astronaute allume un rayon laser de 10 kW, quel sera le module de la vitesse que l'engin atteindra en 1,0 jour à cause de la quantité de mouvement transportée par le rayon laser ?

30P On a proposé qu'un engin spatial soit propulsé dans le système solaire par la pression de radiation à l'aide d'une grande voile faite de feuilles métalliques. Sachant que la puissance de la radiation émise par le Soleil est de $3,9 \times 10^{26}$ W, quelle dimension la voile doit-elle avoir pour que le module de la force de radiation soit égal à celui de l'attraction gravitationnelle du Soleil ? Supposez que la masse de l'engin et de la voile est de 1 500 kg, que la voile est parfaitement réfléchissante et orientée perpendiculairement aux rayons du soleil. (Voir l'annexe C pour les autres données requises.) (Avec une plus grande voile, l'engin s'éloignerait continuellement du Soleil.)

31P Une particule dans le système solaire subit l'influence combinée de l'attraction gravitationnelle du Soleil et de la force de radiation exercée par les rayons solaires. Supposez que la particule est une sphère dont la masse volumique est de $1,0 \times 10^3$ kg/m³, et que toute la lumière incidente est absorbée. a) Démontrez que, si son rayon est inférieur à un certain rayon critique r, la particule sera éjectée du système solaire. b) Calculez le rayon critique. La puissance du rayonnement émis par le Soleil est de $3,9 \times 10^{26}$ W.

SECTION 4.6 La réflexion et la réfraction

32E La figure 4.32 présente un rayon lumineux qui est réfléchi sur deux surfaces, A et B, perpendiculaires. Trouvez l'angle entre le rayon incident i et le rayon sortant r'.

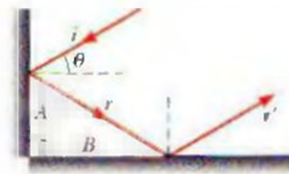


Figure 4.32 Exercice 32

33E Un faisceau lumineux dans le vide est incident à la surface d'une paroi de verre. Dans le vide, le faisceau forme un angle de 32,0° avec la normale à la surface, et dans le verre, il forme un angle de 21,0° avec la normale. Quel est l'indice de réfraction du verre ?

34E Vers l'an 150 après J.-C., Claude Ptolémée mesura les valeurs suivantes de l'angle d'incidence θ_1 et de l'angle de réfraction θ_2 d'un faisceau lumineux passant de l'air à l'eau :

θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
10°	8°	50°	35°
20°	15°30′	60°	40°30′
30°	22°30′	70°	45°30′
40°	29°	80°	50°

a) Ces données sont-elles cohérentes avec la loi de la réfraction ? b) Si oui, quel est l'indice de réfraction de l'eau ? Ces données sont intéressantes car elles constituent peut-être les plus anciennes mesures de physique à avoir été consignées. (Notez que 30′ signifie 30 minutes d'arc, soit 0,5°.)

35E. Le réservoir de métal rectangulaire de la figure 4.33 est rempli au maximum d'un liquide inconnu, et un observateur dont les yeux sont à la hauteur du dessus du réservoir ne peut voir que le coin *E* ; on aperçoit dans la figure un rayon réfracté à la surface du liquide se dirigeant vers l'observateur. Trouvez l'indice de réfraction de ce liquide.

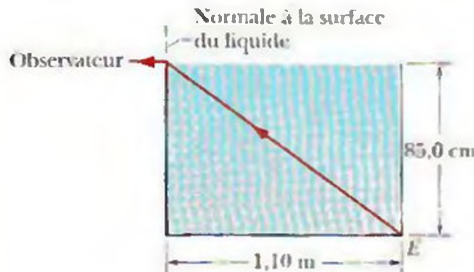


Figure 4.33 Exercice 35

36P. Dans la figure 4.34, une lumière incidente forme un angle $\theta_1 = 40,1°$ à la frontière entre deux matériaux transparents. Une partie de la lumière se propage alors vers le bas dans les trois autres couches de matériaux transparents, et une partie de cette lumière est réfléchie vers le haut et s'échappe dans l'air. Quelles sont les valeurs de a) θ_5 et b) θ_4 ?

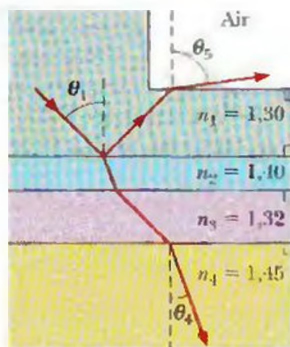


Figure 4.34 Problème 36

37P. Dans la figure 4.35, un poteau vertical d'une longueur de 2,00 m est fixé au fond d'une piscine et culmine à 50,0 cm au-dessus de l'eau. La lumière incidente du soleil forme un angle de 55,0° au-dessus de l'horizon. Quelle est la longueur de l'ombre du poteau au fond de la piscine ?

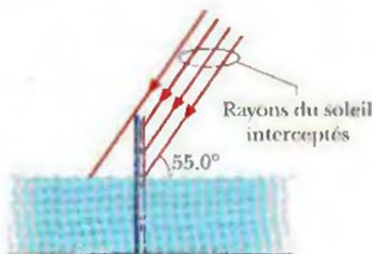


Figure 4.35 Problème 37

38P. Un rayon de lumière blanche forme un angle d'incidence de 35° avec un côté d'un prisme de verre de silice (quartz fondu) ; la section transversale du prisme forme un triangle équilatéral. Faites un croquis de la lumière qui traverse le prisme, en indiquant les parcours suivis par les rayons représentant a) la lumière bleue, b) la lumière jaune-verte et c) la lumière rouge.

39P. Prouvez qu'un rayon lumineux incident à la surface d'une plaque de verre d'épaisseur *t* émerge de l'autre côté de la plaque parallèlement sur sa direction initiale, mais en étant décalé latéralement, comme le montre la figure 4.36. Démontrez que, dans le cas de petits angles d'incidence *θ*, ce décalage latéral est donné par

$$x = t\theta\frac{n-1}{n},$$

où *n* est l'indice de réfraction du verre et *θ* est mesuré en radians. www

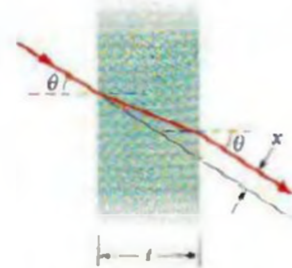


Figure 4.36 Problème 39

40P. Dans la figure 4.37, deux miroirs perpendiculaires et à 45° de l'horizontale forment les côtés d'un récipient rempli d'eau. a) Un rayon lumineux provenant du haut est incident selon la normale à la surface de l'eau. Démontrez que le rayon émergent est parallèle au rayon incident. Supposez qu'il se produit deux réflexions à la surface des miroirs. b) Reprenez votre analyse dans le cas d'une incidence oblique, où le rayon incident est dans le plan de la figure.



Figure 4.37 Problème 40

41P. Dans la figure 4.38, un rayon est incident sur une face latérale d'un prisme de verre triangulaire qui se trouve dans l'air. L'angle d'incidence *θ* est choisi de manière que le rayon émergent forme le même angle *θ* avec la normale de l'autre côté. Démontrez que l'indice de réfraction *n* du prisme de verre est donné par

$$n = \frac{\sin\left[\frac{1}{2}(\psi + \phi)\right]}{\sin\frac{\phi}{2}},$$

où *ϕ* est l'angle au sommet du prisme, et *ψ* est l'*angle de déviation*, c'est-à-dire l'angle total par lequel le rayon est dévié en traversant le prisme. (Dans ces conditions, l'angle de déviation *ψ* a la plus petite valeur possible, que l'on nomme *angle de déviation minimale*.) www

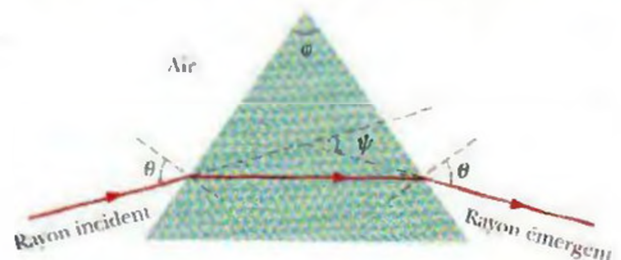


Figure 4.38 Problèmes 41 et 48

SECTION 4.7 La réflexion totale interne

42E. L'indice de réfraction du benzène est 1,8. Quel est l'angle critique d'un rayon lumineux traversant le benzène en direction d'une couch

d'air situé au-dessus ? L'interface entre les deux milieux est uniforme et plane.

43E. Dans la figure 4.39, un rayon lumineux entre dans un bloc de verre au point A et subit ensuite une réflexion totale interne au point B. D'après ces données, quelle doit être la valeur minimale de l'indice de réfraction du verre ?

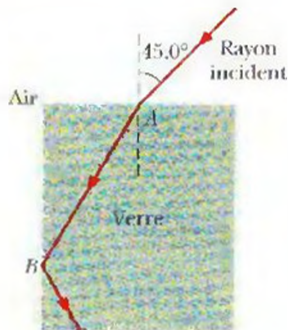


Figure 4.39 Exercice 43

44E. Une source ponctuelle de lumière se trouve au fond d'une piscine à 180 cm sous la surface de l'eau. Trouvez le diamètre du disque d'où la lumière émerge à la surface de l'eau.

45E. Dans la figure 4.40, un rayon lumineux est perpendiculaire au côté ab d'un prisme de verre ($n = 1{,}52$). Trouvez la valeur maximale de l'angle ϕ permettant au rayon d'être totalement réfléchi sur le côté ac si le prisme est a) dans l'air et b) dans l'eau. www



Figure 4.40 Exercice 45

46P. Un rayon de lumière blanche se propage dans un verre de silice (quartz fondu) entouré d'air. Si toutes les composantes de la lumière subissent une réflexion totale interne à la surface, la lumière réfléchie forme alors un rayon réfléchi de lumière blanche. Toutefois, si la composante de couleur à une extrémité de la bande visible (bleue ou rouge) est partiellement réfractée et continue dans l'air après avoir traversé la surface, une fraction importante de celle-ci disparaît dans la lumière réfléchie. La lumière réfléchie n'est plus blanche dans ce cas, mais prend la teinte de l'extrémité opposée de la bande visible. (Si le bleu disparaît partiellement lors de la réfraction, le rayon réfléchi est alors rougeâtre, et vice versa.) Est-il possible que le rayon réfléchi soit a) bleuâtre ou b) rougeâtre ? c) Si oui, quel doit être l'angle d'incidence de la lumière blanche initiale à la surface du quartz ? (Voir la figure 4.12.)

47P. Un cube de verre, dont les côtés mesurent 10 mm et dont l'indice de réfraction est 1,5, possède une petite bulle d'air à son centre. a) Quelles parties de chaque côté du cube doivent être couvertes afin qu'on ne puisse voir la bulle d'air, peu importe la direction d'où on regarde le cube ? (Ne tenez pas compte de la lumière qui est réfléchie à l'intérieur du cube puis réfractée dans l'air). b) Quelle fraction de la surface du cube doit être ainsi couverte ?

48P. Supposez que le prisme de la figure 4.38 a un angle au sommet $\phi = 60{,}0°$ et un indice de réfraction $n = 1{,}60$. a) Quel est le plus petit angle d'incidence θ permettant à un rayon d'entrer par le côté gauche du prisme et d'en ressortir par le côté droit ? b) Quel angle d'incidence θ doit-on avoir pour que le rayon sorte du prisme avec un angle de réfraction identique θ, comme on le voit dans la figure 4.38 ? (Voir le problème 41.)

49P. Dans la figure 4.41, un rayon lumineux entre dans un prisme au point P avec un angle d'incidence θ, l'angle au sommet du prisme est de 90° et une partie de la lumière est réfractée au point Q avec un angle de réfraction de 90°. a) Quel est l'indice de réfraction du prisme exprimé en fonction de θ ? b) Quelle est, numériquement, la valeur maximale que l'indice de réfraction peut avoir ? Expliquez ce qui arrive à la lumière à Q, si l'angle d'incidence à P c) augmente légèrement et d) diminue légèrement.

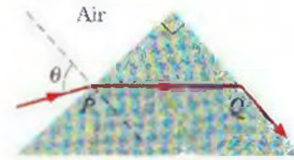


Figure 4.41 Problème 49

Problèmes supplémentaires

50. Dans la figure 4.42, un albatros plane horizontalement au-dessus du sol à une vitesse constante ayant un module de 15 m/s. Il se déplace dans un plan vertical dans lequel se trouve également le Soleil. Il plane vers un mur d'une hauteur $h = 2{,}0$ m, qu'il parviendra tout juste à survoler. À ce moment de la journée, le Soleil forme un angle θ de 30° avec le sol. Quel est le module de la vitesse de l'ombre de l'albatros qui se déplace a) sur le sol et b) le long du mur ? Supposez que, par la suite, un faucon vient planer en suivant le même parcours, et à la même vitesse. Vous remarquez que, lorsque son ombre atteint le mur, le module de la vitesse de l'ombre augmente sensiblement. c) Le Soleil est-il maintenant plus haut ou plus bas dans le ciel par rapport au moment où l'albatros planait ? d) Si le module de la vitesse de l'ombre du faucon sur le mur est de 45 m/s, quel est, à cet instant précis, l'angle θ du Soleil ?

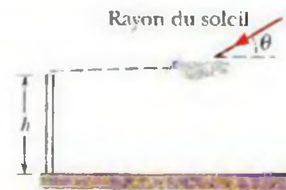


Figure 4.42 Problème 50

51. *À la recherche de tombeaux.* Dans un site de fouilles archéologiques, on peut localiser et répertorier des tombeaux non identifiés à l'aide d'un *géoradar* sans perturber le site. Le géoradar émet une impulsion d'onde électromagnétique directement dans le sol ; l'impulsion est ensuite partiellement réfléchie vers le haut par toute interface souterraine. Cela signifie qu'une impulsion est réfléchie vers le haut par toute frontière horizontale qui modifie la vitesse de l'impulsion. L'instrument détecte la réflexion et enregistre l'intervalle de temps entre l'émission et cette détection. En répétant l'expérience en plusieurs endroits, un archéologue peut déterminer la forme des structures souterraines.

Un instrument semblable a été utilisé à huit endroits le long d'une ligne droite au niveau du sol, et ces endroits ont été numérotés d'ouest en est, comme le montre la figure 4.43. Il y a une distance de 2,0 m entre chaque endroit. Un tombeau vide, composé de parois de pierre horizontales et verticales de même épaisseur, se trouve sous ces endroits ; les parois horizontales forment la base et le dessus du tombeau, et les parois verticales en forment les murs. Le tableau suivant indique les intervalles de temps Δt (en nanosecondes) enregistrés pour les impulsions émises aux huit endroits. À l'endroit 4, par exemple, l'impulsion initiale émise dans le sol a produit quatre

impulsions réfléchies, la première étant détectée 63,00 ns après l'émission et la dernière, 86.54 ns après l'émission.

Supposez que les impulsions ont une vitesse ayant un module de 10,0 cm/ns = $c/3$ dans le sol au-dessus, en dessous et à côté du tombeau, de 10,6 cm/ns à travers les parois de pierre, et de 30 cm/ns dans l'air du tombeau. Trouvez a) la profondeur de la surface supérieure du dessus du tombeau, b) la longueur horizontale du tombeau le long de la ligne est-ouest comprenant les huit endroits et c) les dimensions verticales de l'intérieur du tombeau.

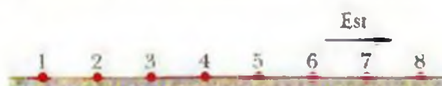


Figure 4.43 Problème 51

Endroit	1	2	3	4	5	6	7	8
Δt	Aucune	63,00	63,00	63,00	63,00	63,00	63,00	Aucune
		115.8	66,77	66,77	66.77	66.77	93,19	
			82,77	82,77	74,77	74.77		
			86,54	86,54	101,2	78,54		

52. À quelle distance, environ, devez-vous tenir vos deux mains l'une de l'autre pour qu'elles soient séparées de 1,0 nanoseconde-lumière ?

5 Les miroirs et les lentilles

Depuis sa création, en 1881, le tableau *Bar aux Folies-Bergère* d'Édouard Manet n'a cessé d'éblouir les amateurs d'œuvres d'art. Cette fascination est créée en partie par le contraste qu'on y observe entre un public d'abord soucieux de se divertir et une serveuse dont les yeux trahissent la fatigue. Le charme du tableau repose également sur une distorsion subtile de la réalité que Manet savait intégrer à ses peintures – une distorsion qui donne à la scène une atmosphère troublante, avant même qu'un observateur puisse distinguer ce qu'il y voit d'« anormal ».



Quelles sont ces subtiles distorsions de la réalité ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.

5.1 Définitions

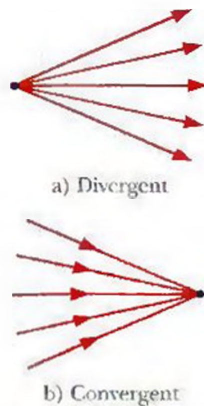
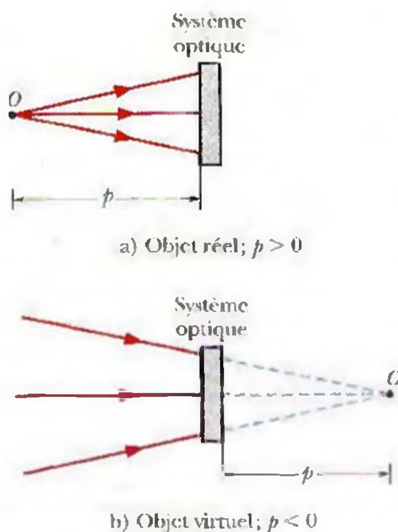

a) Divergent
b) Convergent

Figure 5.1 Deux types de faisceaux : a) divergent ; b) convergent

Pour que vous puissiez voir un objet – un pingouin, par exemple – votre œil doit intercepter certains rayons lumineux provenant du pingouin et les diriger vers la rétine, à l'intérieur de l'œil. Votre système visuel nerveux, qui commence son travail dans la rétine et le termine dans le cortex visuel, qui est situé dans la partie postérieure de votre cerveau, traite de façon inconsciente et automatique l'information donnée par la lumière. Ce système reconnaît les limites des objets, de même que leurs orientations, leurs textures, leurs formes et leurs couleurs, et impose à votre conscience l'**image** du pingouin (une reproduction dérivée de la lumière) ; vous reconnaissez le pingouin et le percevez dans la direction d'où proviennent les rayons lumineux, et à la bonne distance.

Votre système visuel traite ces informations même si les rayons lumineux ne viennent pas directement du pingouin, comme lorsqu'ils sont réfléchis vers vous par un miroir ou réfractés par les lentilles d'une paire de jumelles. Vous voyez alors le pingouin dans la direction d'où viennent les rayons lumineux après avoir été réfléchis ou réfractés, mais la distance que vous percevez à ce moment peut être très différente de la distance réelle du pingouin.

Pour analyser les phénomènes optiques en jeu, il faut d'abord établir certaines définitions. L'ensemble des rayons lumineux issus d'un même point ou allant vers un même point s'appelle **faisceau lumineux.** La figure 5.1 a) illustre un faisceau divergent et la figure 5.1 b) illustre un faisceau convergent.



a) Objet réel; $p > 0$
b) Objet virtuel; $p < 0$

Figure 5.2 Les deux types d'objets : a) réel ; b) virtuel

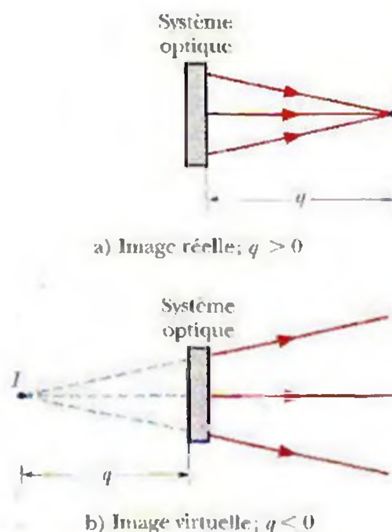
Un **système optique** est un dispositif qui dévie le faisceau lumineux incident. Le faisceau peut être dévié à la suite d'une réflexion (miroir) ou d'une réfraction lorsqu'il traverse un milieu d'indice différent (lentille, dioptre, œil, etc.). Un système optique peut créer une image à partir d'un objet dont les caractéristiques (position, grandeur, orientation et nature) peuvent être différentes de celles de l'objet.

On distingue deux types d'objets. On reconnaît un **objet réel** lorsque le faisceau incident est divergent (figure 5.2 a). Une chandelle que l'on place devant un miroir constitue un exemple d'objet réel. Le faisceau issu de chaque point de la chandelle est divergent lorsqu'il est réfléchi par le miroir. La distance entre l'objet et le système optique s'appelle **distance objet**, désignée par la lettre p. Pour un objet réel, cette distance est positive. Par contre, si le faisceau arrivant sur le système optique est convergent (figure 5.2 b), on a un **objet virtuel.** Il faut prolonger les rayons incidents de l'autre côté du système optique pour déterminer le point d'intersection qui donne la position de l'objet virtuel. La distance objet p pour cette situation est négative.

Il existe aussi deux types d'images. On obtient une **image réelle** si le faisceau qui émerge du système optique est convergent (figure 5.3 a). La **distance image,** désignée par q, est définie comme la distance entre le système optique et l'image formée. Cette distance est positive lorsque l'image formée est réelle. Une **image virtuelle** est formée lorsque le faisceau qui émerge du système optique est divergent (figure 5.3 b). Le point d'intersection du prolongement des rayons émergents donne la position de l'image. La distance image q est négative pour une image virtuelle.

La *convention de signes* utilisée pour les distances objet et image est donc la suivante :

> Une distance objet p ou image q est *positive* si l'objet (ou l'image) correspondant est *réel*. Une distance objet p ou image q est *négative* si l'objet (ou l'image) correspondant est *virtuel*.



a) Image réelle; $q > 0$
b) Image virtuelle; $q < 0$

Figure 5.3 Les deux types d'images : a) réelle ; b) virtuelle

Un mirage fréquent

Voici un exemple assez fréquent d'image virtuelle : une flaque d'eau apparaît devant vous, à une certaine distance sur la route, lors d'une journée ensoleillée et vous ne pouvez jamais l'atteindre. La flaque est un *mirage* (un type d'illusion) formé par les rayons lumineux provenant d'une région peu élevée du ciel devant vous (figure 5.4 a). En approchant de la route, dont la température est habituellement assez élevée, les rayons rencontrent de l'air de plus en plus chaud. Lorsque la température de l'air augmente, la vitesse de la lumière dans l'air augmente aussi légèrement et l'indice de réfraction de l'air, quant à lui, diminue légèrement. Les rayons qui descendent en rencontrant des indices de réfraction de moins en moins élevés sont alors déviés dans la direction horizontale (figure 5.4 b).

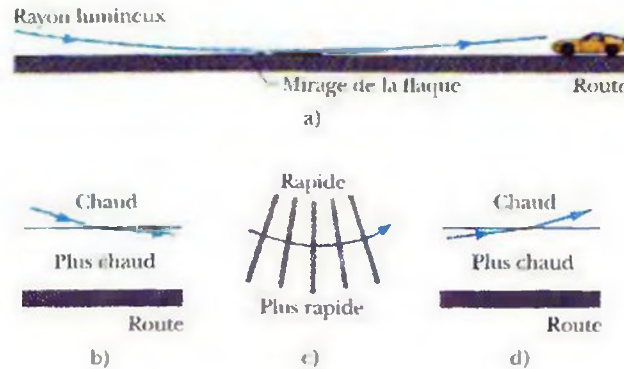


Figure 5.4 a) Un rayon provenant d'une région peu élevée du ciel est réfracté en traversant l'air réchauffé par la route (sans atteindre la route). Un observateur qui intercepte la lumière la perçoit comme s'il s'agissait d'une flaque d'eau sur la route. b) Déviation (exagérée) d'un rayon lumineux se dirigeant vers le bas et traversant une frontière imaginaire entre l'air chaud et l'air plus chaud. c) Déplacement des fronts d'onde et déviation associée d'un rayon, causée par le déplacement plus rapide des extrémités basses des fronts d'onde dans l'air plus chaud. d) Déviation d'un rayon qui remonte en traversant une frontière imaginaire entre l'air plus chaud et l'air chaud.

Les rayons, qui se dirigent maintenant horizontalement un peu au-dessus de la surface de la route, sont déviés de nouveau, car la partie inférieure de chaque front d'onde qui leur est associé se trouve dans l'air légèrement plus chaud et se déplace légèrement plus vite que sa partie supérieure (figure 5.4 c)). Ce mouvement non uniforme des fronts d'onde fait dévier les rayons vers le haut. Les rayons continuent à être déviés vers le haut en remontant, car ils traversent des indices de réfraction progressivement plus élevés (figure 5.4 d)).

Si vous interceptez une partie de cette lumière, votre système visuel en déduit automatiquement qu'elle constitue un prolongement des rayons que vous avez interceptés et suppose, pour donner un sens à cette lumière, qu'elle vient de la surface de la route. Si la lumière est teintée de bleu à cause du ciel, le mirage semble bleu, comme l'eau. Puisque la chaleur cause souvent une turbulence de l'air, le mirage scintille, comme s'il y avait des vagues à la surface de l'eau. La teinte bleutée et le scintillement renforcent l'illusion d'une flaque d'eau, mais ce que vous voyez est en fait une image virtuelle d'une région inférieure du ciel.

5.2 Les miroirs plans

Un **miroir** est une surface qui peut réfléchir un rayon lumineux dans une direction au lieu de le disperser dans plusieurs directions ou de l'absorber. Une surface métallique brillante agit comme un miroir ; un mur de béton ne le fait pas. Dans cette section, on examinera les images qu'un **miroir plan** (une surface réfléchissante plane) peut produire.

La figure 5.5 présente une source ponctuelle de lumière O, qu'on appellera l'*objet*, située en face et à une distance perpendiculaire p d'un miroir plan. La lumière incidente à la surface du miroir est représentée par des rayons qui se propagent en provenance de O. La réflexion de cette lumière est représentée par des rayons qui se propagent en provenance du miroir. Si l'on prolonge les rayons réfléchis vers l'arrière du miroir, on observe que les prolongements forment une intersection à une distance perpendiculaire q derrière ce miroir.

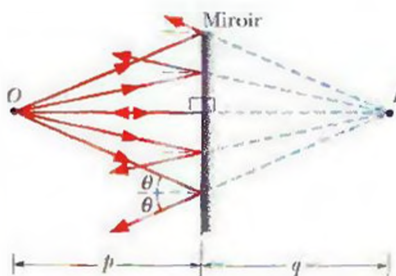


Figure 5.5 Une source ponctuelle de lumière O, qu'on appelle l'*objet*, située en face et à une distance perpendiculaire p d'un miroir plan. Les rayons lumineux issus de O sont réfléchis lorsqu'ils atteignent le miroir. Si votre œil intercepte certains de ces rayons réfléchis, vous percevez une source ponctuelle de lumière I derrière le miroir, à une distance perpendiculaire q. La source perçue I est une image virtuelle de l'objet O.

Si vous regardez dans le miroir de la figure 5.5, vos yeux interceptent une partie de la lumière réfléchie. Pour donner un sens à ce que vous voyez, vous percevez une source ponctuelle de lumière située au point d'intersection du prolongement des rayons réfléchis. Cette source ponctuelle constitue l'image I de l'objet O. On l'appelle *point image* parce qu'il s'agit d'un point, et il s'agit d'une image virtuelle puisque les rayons réfléchis (qui émergent du système optique) sont divergents.

La figure 5.6 présente deux rayons choisis parmi les nombreux rayons de la figure 5.5. L'un d'eux atteint le miroir perpendiculairement au point b. L'autre l'atteint à un point quelconque a, en formant un angle d'incidence θ. Le prolongement des deux rayons réfléchis est également illustré. Les triangles rectangles Oba et Iba ont un côté commun et trois angles égaux, et sont, de ce fait, congruents (identiques), et leurs côtés horizontaux ont donc la même longueur. Donc,

$$Ib = Ob, \tag{5.1}$$

où Ib et Ob sont les distances respectives entre le miroir et l'image et entre le miroir et l'objet. L'équation 5.1 indique que l'image est à la même distance derrière le miroir que l'objet devant lui. Selon la convention de signes établie pour les distances objet et

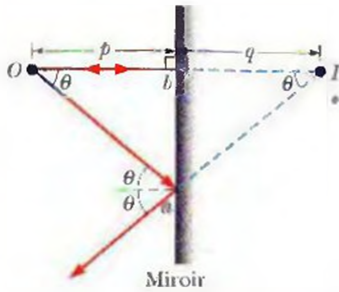


Figure 5.6 Deux rayons de la figure 5.5. Le rayon Oa forme un angle d'incidence quelconque θ avec la normale à la surface du miroir. Le rayon Ob est perpendiculaire au miroir.

image, la *distance objet p* est positive (l'objet est réel) et la *distance image q* est négative (l'image est virtuelle). Donc, l'équation 5.1 peut s'écrire sous la forme $|q| = p$, ou

$$q = -p \qquad \text{(l'équation des miroirs plans).} \qquad (5.2)$$

Le signe négatif de cette équation indique que l'objet et l'image sont toujours de natures opposées. Par exemple, si l'objet est virtuel, l'image est réelle. Faites un diagramme de rayons pour vous en convaincre. Seuls les rayons assez rapprochés les uns des autres peuvent atteindre l'œil après avoir été réfléchis par un miroir. Dans la position de l'œil illustrée dans la figure 5.7, seule une petite portion du miroir située près du point a (une portion plus petite que la pupille de l'œil) sert à former l'image. Pour trouver cette portion, fermez un œil et regardez l'image d'un petit objet dans un miroir (le bout d'un crayon, par exemple). Déplacez ensuite le bout de votre doigt à la surface du miroir, jusqu'à ce que vous ne puissiez plus voir l'image. Seule cette petite portion du miroir, cachée par votre doigt, a produit cette image.

Les objets étendus

Dans la figure 5.8, un objet étendu O, représenté par une flèche orientée vers le haut, est en face et à une distance perpendiculaire p d'un miroir plan. Chaque petite portion de l'objet qui fait face au miroir agit comme la source ponctuelle O des figures 5.5 et 5.6. Si vous interceptez la lumière réfléchie par le miroir, vous percevrez une image virtuelle I qui est composée des points image virtuels de toutes les portions de l'objet et qui semble être située à une distance q derrière le miroir. Les distances q et p sont reliées par l'équation 5.2.

On peut aussi localiser l'image d'un objet étendu de la manière dont on l'a fait dans la cas d'un point image dans la figure 5.5 : on trace certains des rayons qui atteignent le miroir et proviennent du dessus de l'objet, on trace ensuite les rayons réfléchis correspondants et on prolonge ces rayons réfléchis derrière le miroir jusqu'à leur point d'intersection, où ils forment une image du dessus de l'objet. On procède ensuite de la même façon avec les rayons qui proviennent du bas de l'objet. Comme on le voit dans la figure 5.8, on constate que l'image virtuelle I a la même orientation et la même *hauteur* (mesurée parallèlement au miroir) que l'objet O.

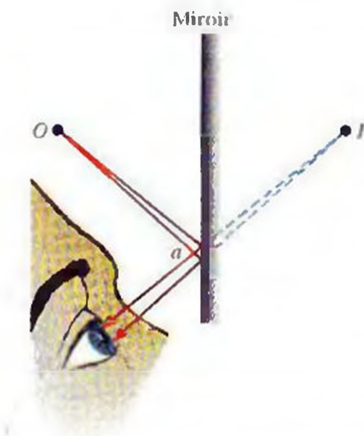


Figure 5.7 Un mince faisceau lumineux provenant de O atteint l'œil après avoir été réfléchi par le miroir. Seule une petite portion du miroir située près du point a entre en jeu dans cette réflexion. La lumière semble venir du point I, situé derrière le miroir.

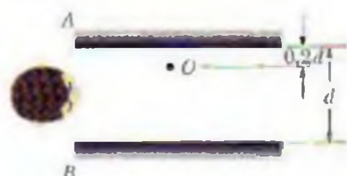
Les « Folies-Bergère » de Manet

Dans *Bar aux Folies-Bergère*, vous voyez la réflexion du bar dans un grand miroir recouvrant le mur derrière une préposée au bar, mais cette réflexion est subtilement faussée de trois façons. Observez d'abord les bouteilles à la gauche. Manet a peint leurs réflexions dans le miroir, mais en les plaçant plus loin vers l'extérieur du bar qu'elles ne devraient l'être.

Notez ensuite la réflexion de la serveuse. Puisque vous la regardez directement de face, sa réflexion devrait être derrière elle, et vous ne devriez en apercevoir qu'une petite partie, tout au plus. Pourtant, Manet a peint sa réflexion tout à fait à la droite.

Enfin, observez la réflexion de l'homme qui lui fait face ; cet homme devrait être vous, puisque la réflexion indique qu'il se trouve directement en face de la serveuse, et il devrait donc être celui qui observe le tableau. Vous regardez l'œuvre de Manet et voyez votre réflexion décalée à la droite. L'effet est troublant, car il diffère de celui auquel on s'attend normalement d'une peinture ou d'un miroir.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : Dans le schéma ci-dessous, vous regardez dans un système formé de deux miroirs verticaux et parallèles, A et B, séparés par une distance d. Une gargouille est perchée au point O, à une distance de $0{,}2d$ du miroir A. Chaque miroir produit une *première* image de la gargouille, celle qui est située le plus près derrière les miroirs. Puis, chaque miroir produit une *seconde* image, représentant l'objet créé par la première image dans le miroir opposé. Par la suite, chaque miroir produit une *troisième* image montrant l'objet créé par la seconde image dans le miroir opposé, et ainsi de suite – vous pouvez alors voir des centaines d'images de gargouilles. À quelle distance derrière le miroir A sont la première, la deuxième et la troisième image produite par le miroir A ?



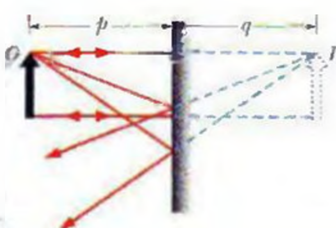


Figure 5.8 Un objet étendu O et son image virtuelle I dans un miroir plan.

5.3 Les miroirs sphériques

On peut maintenant passer des images produites par des miroirs plans aux images produites par des miroirs dont les surfaces sont courbes. On analysera plus particulièrement les miroirs sphériques, qui sont simplement des miroirs ayant la forme d'une petite section de la surface d'une sphère. Un miroir plan est en fait un miroir sphérique dont le *rayon de courbure* est infiniment grand.

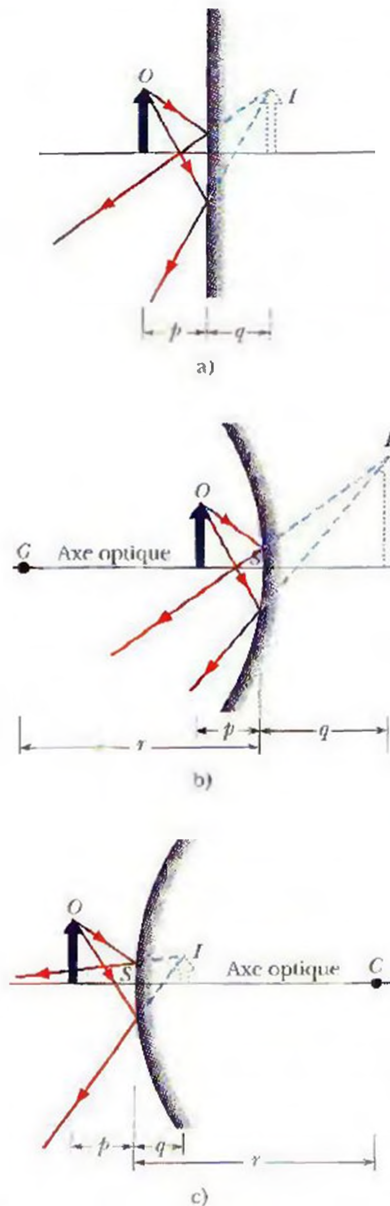


Figure 5.9 a) Un objet réel O forme une image virtuelle I dans un miroir plan. b) Si on courbe la surface du miroir de manière à la rendre *concave* et que l'objet réel est suffisamment près du miroir, l'image s'éloigne et devient plus grande. c) Si on la courbe de manière à la rendre *convexe*, l'image se rapproche et devient plus petite.

Créer un miroir sphérique

Observez d'abord le miroir plan de la figure 5.9 a), dont la surface réfléchissante est orientée vers la gauche en direction de l'objet réel O illustré et d'un observateur qui n'est pas représenté. On obtient un **miroir concave** en courbant la surface du miroir afin de la rendre *concave* (du mot latin *cavus*, qui signifie « creux »), comme on le voit dans la figure 5.9 b). En courbant ainsi la surface du miroir, on modifie plusieurs caractéristiques du miroir et de l'image qu'il produit.

1. Le *centre de courbure* C (le centre de la sphère dont fait partie la surface du miroir) était infiniment loin dans le miroir plan ; il est maintenant plus rapproché, mais toujours en face du miroir concave.
2. Le *champ de vision* – l'étendue de la scène, constituée d'objets réels, réfléchie vers l'observateur – était large ; il est maintenant plus petit.
3. L'image d'un objet réel était aussi loin derrière le miroir plan que l'objet était loin en face du miroir ; l'image peut maintenant être plus loin ou plus près du miroir concave.
4. La hauteur de l'image était égale à celle de l'objet ; la hauteur de l'image peut maintenant être plus grande ou plus petite. Cette caractéristique explique pourquoi de nombreux miroirs utilisés pour se maquiller ou se raser sont concaves – ils produisent une image virtuelle agrandie du visage lorsque celui-ci est suffisamment près du miroir.

On peut créer un **miroir convexe** en courbant la surface d'un miroir plan afin de la rendre *convexe*, comme on le voit à la figure 5.9 c). Cela a pour effet 1) de déplacer le centre de courbure C *derrière* le miroir, 2) d'*augmenter l'étendue* du champ de vision, 3) de produire à partir d'un objet réel une image virtuelle *plus près* du miroir et *plus petite* que l'objet. Les miroirs de surveillance dans les magasins sont habituellement convexes, afin de produire un champ de vision agrandi, ce qui permet de surveiller une grande partie du magasin à l'aide d'un seul miroir.

Les foyers des miroirs sphériques

Pour un miroir plan, la valeur absolue de la distance image q est toujours égale à la valeur absolue de la distance objet p. Avant de pouvoir déterminer comment ces deux distances sont reliées dans un miroir sphérique, on doit considérer la réflexion de la lumière provenant d'un point objet O, situé à l'infini devant le miroir sphérique, sur l'**axe optique** du miroir. Cet axe traverse le centre de courbure C et le sommet S du miroir. À cause de la grande distance entre l'objet et le miroir, les fronts d'onde provenant de l'objet sont des ondes planes lorsqu'ils atteignent le miroir perpendiculairement à l'axe optique. Cela signifie que les rayons représentant les ondes lumineuses sont tous parallèles à l'axe optique lorsqu'ils atteignent le miroir (voir la figure 4.5).

Lorsque ces rayons parallèles atteignent un miroir concave comme celui de la figure 5.10 a), les rayons proches de l'axe optique sont réfléchis à un point commun F situé sur l'axe optique ; deux de ces rayons réfléchis sont illustrés dans la figure. Si on plaçait un (petit) écran au point F, un point image du point objet O infiniment distant y apparaîtrait. (Cela se produirait avec tout objet infiniment distant.) Le point F se nomme le **foyer** du miroir, et la distance le séparant du sommet du miroir est la **distance focale** f du miroir.

Si on remplace maintenant le miroir concave par un miroir convexe, on observe que les rayons parallèles près de l'axe optique ne sont plus réfléchis vers un point commun, mais qu'ils sont plutôt divergents, comme le montre la figure 5.10 b). Toutefois, si votre œil intercepte une partie de la lumière réfléchie, vous percevrez la lumière comme si elle provenait d'un point source situé derrière le miroir. Cette source perçue est située à l'endroit où les rayons réfléchis traversent un point commun (F dans la figure 5.10 b).

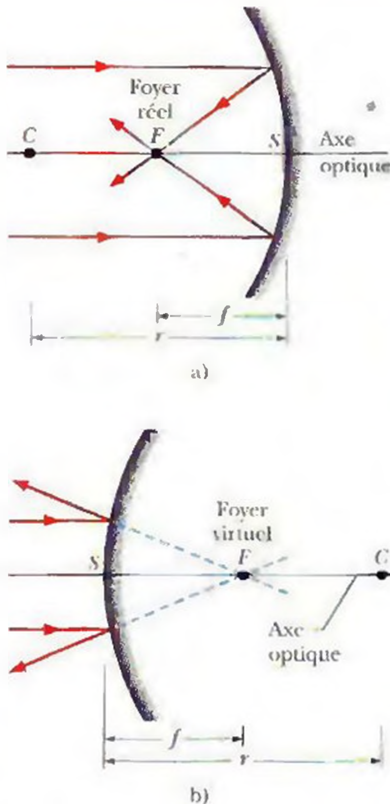


Figure 5.10 Pour un faisceau incident constitué de rayons lumineux parallèles à l'axe optique, les rayons lumineux émergents a) d'un miroir concave convergent vers un foyer réel en *F*, du même côté du miroir que les rayons lumineux incidents, et b) d'un miroir convexe semblent diverger à partir du foyer virtuel *F*, du côté du miroir qui est opposé aux rayons lumineux incidents.

Ce point est le foyer *F* du miroir convexe, et la distance entre le foyer et la surface du miroir est la distance focale *f* du miroir. Si on plaçait un écran à ce foyer, *aucune* image de l'objet *O* n'apparaîtrait sur l'écran ; ce foyer est donc différent de celui d'un miroir concave.

Afin de distinguer le foyer réel d'un miroir concave du foyer perçu d'un miroir convexe, on nomme le premier *foyer réel* et le second, *foyer virtuel*. D'autre part, on considère la distance focale *f* d'un miroir concave comme une quantité positive, et celle d'un miroir convexe comme une quantité négative. Dans les deux types de miroirs, la distance focale *f* est reliée au rayon de courbure *r* du miroir par

$$f = \frac{r}{2} \quad \text{(la distance focale d'un miroir sphérique),} \qquad (5.3)$$

où, pour conserver l'association entre les signes et la distance focale, *r* est une quantité positive dans le cas d'un miroir concave, et une quantité négative dans le cas d'un miroir convexe.

5.4 Les images produites par les miroirs sphériques

Maintenant qu'on a défini le foyer d'un miroir sphérique, on peut trouver la relation entre la distance image *q* et la distance objet *p* dans les miroirs sphériques concaves et convexes. On place d'abord un objet réel *O* de manière qu'il soit *plus rapproché* du miroir concave que le foyer – c'est-à-dire entre le miroir et son foyer *F* (figure 5.11 a]). Un observateur peut alors voir une image virtuelle *I* de *O* dans le miroir : l'image semble être derrière le miroir et a la même orientation que l'objet.

Si on éloigne maintenant l'objet du miroir jusqu'à ce qu'il se trouve au foyer, l'image s'éloigne davantage du miroir, jusqu'à une distance infinie (figure 5.11 b]). Lorsque l'objet réel *O* est au foyer *F*, les rayons réfléchis par le miroir et le prolongement des rayons derrière le miroir ne se rencontrent pas ; l'image est donc à l'infini. Cette image peut quand même être perçue par un observateur ; les étoiles sont à une distance infinie par rapport à l'ouverture de l'œil (les rayons lumineux issus des étoiles et entrant dans l'œil sont parallèles), et cela ne nous empêche pas de bien les distinguer.

Si on déplace maintenant l'objet réel pour qu'il soit *à l'extérieur du foyer* – c'est-à-dire plus éloigné du miroir que le foyer – les rayons réfléchis par le miroir convergent pour former une image renversée de l'objet *O* devant le miroir (figure 5.11 c]). Cette image se rapproche de *F* lorsqu'on éloigne davantage l'objet au-delà de *F*. Si vous tenez un écran à la position de l'image, l'image apparaîtra sur l'écran – on dit alors que l'image est *focalisée* sur l'écran par le miroir. Puisque cette image est formée à partir de rayons émergents convergents, il s'agit d'une image réelle – ici, les rayons se croisent vraiment

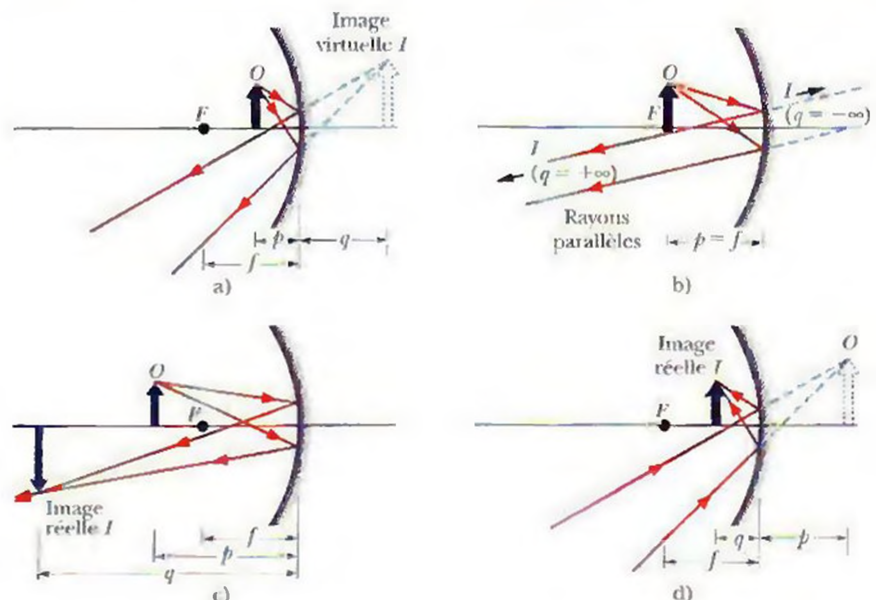


Figure 5.11 a) Un objet réel *O* plus rapproché que le foyer d'un miroir concave, et son image virtuelle *I*. b) Un objet réel est au foyer *F*. c) Un objet réel plus éloigné que le foyer, et son image réelle *I*. d) Un objet virtuel *O* et son image réelle *I*.

pour créer l'image, qu'un observateur soit présent ou non. La distance image q d'une image réelle est une quantité positive, contrairement à celle d'une image virtuelle.

Si l'objet O est virtuel (peu importe sa position), l'image formée est réelle (figure 5.11 d). Puisqu'un objet virtuel est formé à partir d'un faisceau incident convergent, les rayons qui sont réfléchis par le miroir concave convergent davantage, donnant une image réelle.

Comme on le démontrera dans la section 5.9, lorsque des rayons lumineux provenant d'un objet ne forment que de petits angles avec l'axe optique d'un miroir sphérique, une équation simple relie la distance objet p, la distance image q et la distance focale f :

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} \quad \text{(l'équation des miroirs sphériques).} \qquad (5.4)$$

On suppose que les angles par rapport à l'axe optique de la figure 5.11 sont petits, mais les rayons y sont dessinés avec des angles exagérés, par souci de clarté. Ainsi, l'équation 5.4 s'applique à tout miroir concave, convexe ou plan. Dans le cas d'un miroir convexe ou plan, à partir d'un objet réel, seule une image virtuelle peut être créée, peu importe la position de l'objet réel sur l'axe optique. Comme c'est illustré dans l'exemple d'un miroir convexe dans la figure 5.9 c), l'image virtuelle d'un objet réel est toujours plus petite que l'objet et a la même orientation que celui-ci. Puisqu'un objet réel est formé à partir d'un faisceau incident divergent, les rayons qui sont réfléchis par le miroir convexe divergent davantage, donnant une image virtuelle.

La taille d'un objet ou d'une image, mesurée *perpendiculairement* à l'axe optique du miroir, se nomme la *hauteur* de l'objet ou de l'image. Soit h la hauteur de l'objet, et h' celle de l'image. Le rapport h'/h se nomme le **grandissement transversal** m produit par le miroir. Par convention, le grandissement transversal prend un signe positif lorsque l'orientation de l'image est la même que celle de l'objet, et un signe négatif lorsque cette orientation est opposée à celle de l'objet. C'est pourquoi on écrit ainsi l'équation de m :

$$|m| = \frac{h'}{h} \quad \text{(le grandissement transversal).} \qquad (5.5)$$

On démontrera bientôt que le grandissement transversal peut aussi s'écrire sous la forme

$$m = -\frac{q}{p} \quad \text{(le grandissement transversal).} \qquad (5.6)$$

Pour un miroir plan, où $q = -p$, on a $m = +1$. Le grandissement de $+1$ signifie que l'image a la même taille que l'objet. Le signe positif signifie que l'image et l'objet ont la même orientation. Dans le cas du miroir concave de la figure 5.11 c), $m \approx -1{,}5$. Les équations 5.3 à 5.6 s'appliquent à tous les miroirs plans et sphériques, qu'ils soient concaves ou convexes.

Localiser des images en faisant des tracés des rayons principaux

Les figures 5.12 a) et b) représentent un objet réel O devant un miroir concave. On peut localiser l'image de tout point de l'objet situé en-dehors de l'axe en traçant un *diagramme de rayons* comprenant au moins deux des quatre rayons principaux passant par ce point.

1. Un rayon incident parallèle à l'axe optique est, pour un miroir concave, réfléchi en passant par le foyer F (rayon 1 dans la figure 5.12 a), et, pour un miroir convexe, réfléchi de sorte que son prolongement passe par le foyer F (rayon 1 dans la figure 5.12 c).
2. Un rayon incident passant par le foyer F (rayon 2 dans la figure 5.12 a) ou dont le prolongement passe par F (rayon 2 dans la figure 5.12 c) émerge parallèlement à l'axe optique.
3. Un rayon incident passant par le centre de courbure C (rayon 3 dans la figure 5.12 b) ou dont le prolongement passe par C (rayon 3 dans la figure 5.12 d) est réfléchi le long de son parcours initial.
4. Un rayon incident se dirigeant vers le sommet S du miroir est réfléchi symétriquement par rapport à l'axe optique (rayon 4 dans les figures 5.12 b et d).

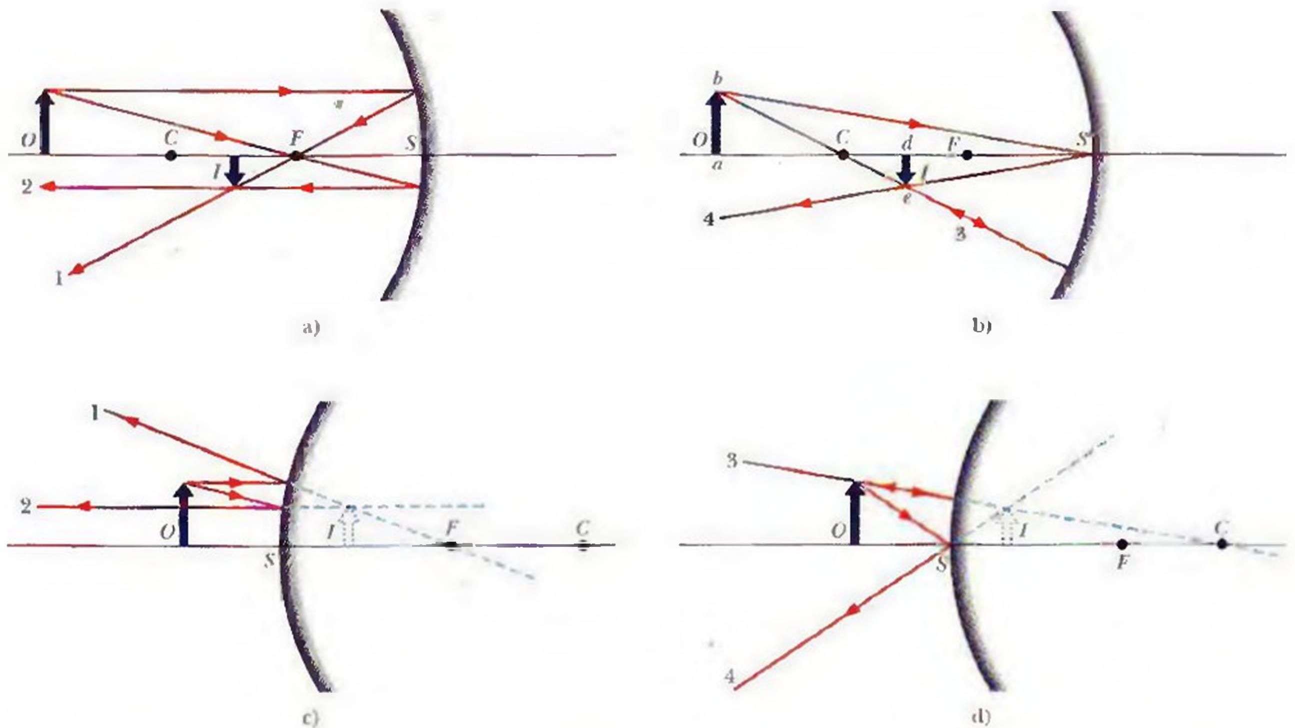


Figure 5.12 a), b) Quatre tracés de rayons permettant de trouver l'image d'un objet réel dans un miroir concave. Par rapport à la position de l'objet illustrée, l'image est réelle, renversée et plus petite que l'objet. c), d) Quatre rayons similaires dans le cas d'un miroir convexe. Dans le cas d'un miroir convexe et d'un objet réel, l'image est toujours virtuelle, et elle est plus petite et a la même orientation que l'objet. (Dans la partie c) le rayon 2 incident est dirigé vers le foyer F. Dans la partie d) le rayon 3 incident est dirigé vers le centre de courbure C.)

L'image d'un point objet se situe à l'intersection des rayons lumineux principaux. Généralement, pour localiser l'image, deux rayons principaux suffisent, mais il est toujours préférable de tracer un troisième rayon afin de valider votre diagramme. Notez que la courbure des miroirs dans la figure 5.12 est fortement exagérée. Afin d'augmenter la précision de vos diagrammes de rayons, dessinez des miroirs ayant de très faibles courbures.

En traçant des diagrammes de rayons lumineux à partir d'objets *réels* pour les deux différents types de miroirs, remplissez le tableau 5.1. Sous la mention *Position* de la rubrique *Image*, notez si l'image est du même côté du miroir que l'objet, ou du côté opposé. Sous la mention *Type*, indiquez si l'image est réelle ou virtuelle. Sous la mention *Orientation*, indiquez si l'image a la même orientation que l'objet, ou si elle est renversée. Sous la rubrique *Signe*, indiquez le signe de la quantité, ou indiquez ± si le signe est ambigu. Par la suite, toujours à l'aide de diagrammes de rayons lumineux, remplissez le tableau 5.2 pour des objets *virtuels*.

TABLEAU 5.1 Tableau des caractéristiques des images des miroirs pour des objets *réels*

Type de miroir	Position de l'objet *réel*	Image			Signe		
		Position	Type	Orientation	f ou r	q	m
Plan	N'importe où						
Concave	Entre F et le miroir						
	Entre F et l'infini						
Convexe	N'importe où						

TABLEAU 5.2 Tableau des caractéristiques des images des miroirs pour des objets *virtuels*

Type de miroir	Position de l'objet *virtuel*	Image			Signe		
		Position	Type	Orientation	f ou r	q	m
Plan	N'importe où						
Concave	N'importe où						
Convexe	Entre F et le miroir						
	Entre F et l'infini						

Démonstration de l'équation 5.6

On peut maintenant démontrer l'équation 5.6 ($m = -q/p$), qui exprime le grandissement transversal produit par un miroir sphérique. Observez le rayon 4 de la figure 5.12 b). Il est réfléchi au point S, de sorte que, selon la loi de la réflexion, les rayons incident et réfléchi forment des angles égaux avec l'axe du miroir (l'axe optique et la normale se confondent à ce point).

Les deux triangles rectangles abS et deS de la figure sont semblables (ils comportent les mêmes angles) ; on peut donc écrire

$$\frac{de}{ab} = \frac{Sd}{Sa}.$$

La quantité du membre de gauche (on ne se préoccupe pas du signe ici) est le grandissement transversal m produit par le miroir. Comme une image renversée doit avoir un grandissement *négatif*, on utilise la notation $-m$. Toutefois, $Sd = q$ et $Sa = p$, donc

$$m = -\frac{q}{p} \quad \text{(le grandissement transversal)}, \qquad (5.7)$$

qui est la relation que l'on voulait démontrer.

Exemple 5.1

Une tarentule de hauteur h se tient prudemment devant un miroir sphérique dont la distance focale a une valeur absolue $|f| = 40$ cm. L'image de la tarentule produite par le miroir a la même orientation que la tarentule, et sa hauteur est $h' = 0{,}20h$.

a) L'image est-elle réelle ou virtuelle ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : puisque l'image a la même orientation que la tarentule (l'objet), le grandissement m est positif. Selon l'équation 5.6, m et p étant tous les deux positifs (l'objet est réel), q ($= -mp$) doit être négatif, ce qui indique que l'image est virtuelle. (Vous pouvez facilement vérifier ce résultat si vous avez rempli le tableau 5.1.)

b) Le miroir est-il concave ou convexe, et quelle est sa distance focale f (indiquez le signe) ?

SOLUTION : On *ne peut* déterminer le type de miroir d'après le type d'image, car les deux types de miroir peuvent produire des images virtuelles. De la même façon, on ne peut déterminer le type de miroir en déterminant le signe de la distance focale f, à l'aide des équations 5.3 ou 5.4, car il manque trop de données pour qu'on puisse utiliser ces équations. Toutefois – et voilà le concept clé à utiliser – on peut tirer profit des données concernant le grandissement. On sait que le rapport de la hauteur de l'image h' à celle de l'objet h est 0,20. Donc, d'après l'équation 5.5, on a

$$|m| = \frac{h'}{h} = 0{,}20.$$

Puisque l'objet et l'image ont la même orientation, on sait que m doit être positif : $m = +0{,}20$. Si on insère ces données dans l'équation 5.6 et qu'on la résout pour trouver q, on obtient

$$q = -0{,}20p,$$

mais cela ne semble pas être d'une grande utilité pour trouver f. Toutefois, ce résultat peut être utile si on l'insère dans l'équation 5.4. Cette équation donne alors

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{q} + \frac{1}{p} = \frac{1}{-0{,}20p} + \frac{1}{p} = \frac{1}{p}(-5 + 1),$$

ce qui permet de trouver

$$f = -\frac{p}{4}.$$

On y est maintenant : puisque p est positif, f doit être négatif, ce qui signifie que le miroir est convexe et que

$$f = -40 \text{ cm}. \qquad \text{(réponse)}$$

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 :** Une chauve-souris vampire de l'Amérique centrale, somnolant sur l'axe optique d'un miroir sphérique, est agrandie d'un facteur $m = -4$. Son image est-elle a) réelle ou virtuelle, b) renversée ou présente-t-elle la même orientation que l'objet et c) du même côté du miroir que l'objet, ou du côté opposé ?

5.5 Les dioptres sphériques

On étudiera maintenant les images formées par la réfraction des rayons lumineux passant à travers les surfaces de matériaux transparents, comme le verre. On ne s'attachera qu'aux surfaces sphériques, que l'on appelle également **dioptres sphériques**, présentant un rayon de courbure r et un centre de courbure C. La lumière sera émise par un point objet O, dans un milieu où l'indice de réfraction est n_1 ; elle sera réfractée, en passant à travers une surface sphérique, dans un milieu où l'indice de réfraction est n_2.

On veut savoir si les rayons lumineux, après leur réfraction, forment une image réelle ou une image virtuelle. La réponse dépend des valeurs relatives de n_1 et de n_2, et de la configuration géométrique de la situation.

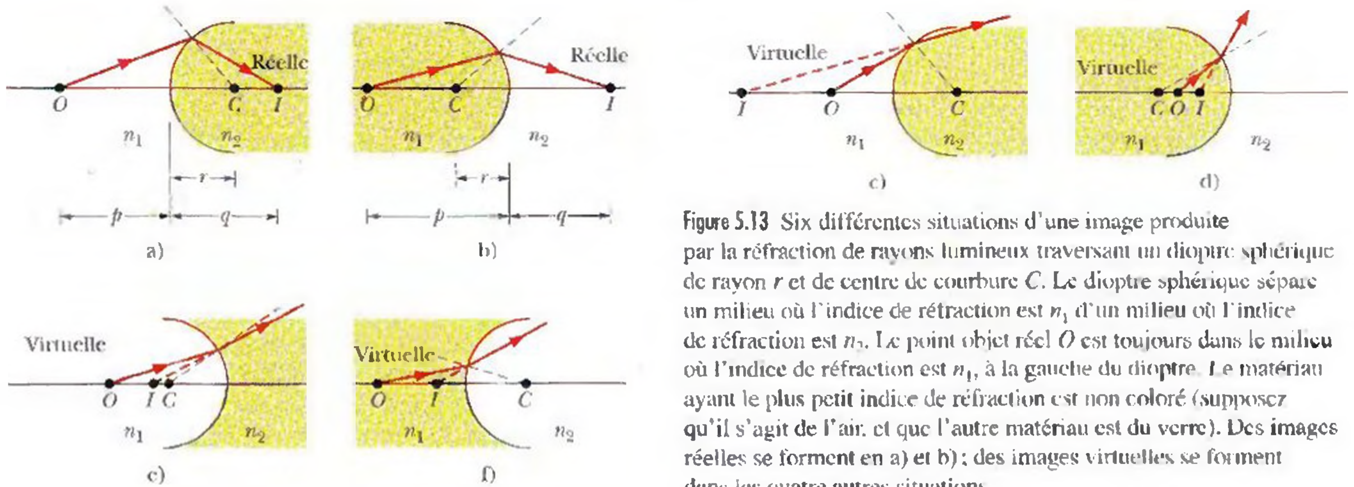


Figure 5.13 Six différentes situations d'une image produite par la réfraction de rayons lumineux traversant un dioptre sphérique de rayon r et de centre de courbure C. Le dioptre sphérique sépare un milieu où l'indice de réfraction est n_1 d'un milieu où l'indice de réfraction est n_2. Le point objet réel O est toujours dans le milieu où l'indice de réfraction est n_1, à la gauche du dioptre. Le matériau ayant le plus petit indice de réfraction est non coloré (supposez qu'il s'agit de l'air, et que l'autre matériau est du verre). Des images réelles se forment en a) et b) ; des images virtuelles se forment dans les quatre autres situations.

Six situations possibles sont illustrées dans la figure 5.13. Dans chaque partie de la figure, le milieu ayant le plus grand indice de réfraction est coloré, et l'objet réel O est toujours situé dans le milieu où l'indice de réfraction est n_1, à la gauche du dioptre sphérique. Dans chaque partie, on voit un rayon qui a été réfracté par le dioptre sphérique. (Dans chaque cas, il suffit de ce rayon et d'un rayon le long de l'axe optique pour déterminer la position de l'image.)

Au point de réfraction de chaque rayon, la normale à la surface de réfraction est une ligne radiale passant par le centre de courbure C. À cause de la réfraction, le rayon est dévié en s'approchant de la normale s'il entre dans un milieu où l'indice de réfraction est plus élevé, et en s'éloignant de la normale s'il entre dans un milieu où l'indice de réfraction est moins élevé. Si le rayon réfracté se dirige ensuite vers l'axe optique, il formera, avec les autres rayons non illustrés, une image réelle sur cet axe. S'il se dirige en s'éloignant de l'axe optique, il ne peut former une image réelle ; toutefois, le prolongement de ces rayons réfractés vers l'axe optique forme une image virtuelle.

Des images réelles I sont formées (à une distance image q) dans les parties a) et b) de la figure 5.13, où la réfraction dirige le rayon *vers* l'axe optique. Des images virtuelles sont formées dans les parties c) et d), où la réfraction dirige le rayon dans la direction *opposée* à l'axe optique. Dans ces quatre parties, notez que les images réelles se forment lorsque l'objet est relativement éloigné du dioptre sphérique, et que des images virtuelles se forment lorsque l'objet est plus près du dioptre. Dans les dernières situations présentées (figures 5.13 e et f), la réfraction dévie toujours le rayon dans une direction qui l'éloigne de l'axe optique, et les images qui se forment sont toujours virtuelles, peu importe la distance de l'objet.

Dans la section 5.9, on démontrera que, dans le cas des rayons lumineux ne formant que de petits angles avec l'axe optique,

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{r} \quad \text{(l'équation des dioptres sphériques).} \qquad (5.8)$$

Comme dans le cas des miroirs, la distance objet p est positive pour un objet réel, négative pour un objet virtuel, et la distance image q est positive lorsqu'il s'agit d'une image réelle, et négative lorsqu'il s'agit d'une image virtuelle. Toutefois, afin d'employer les signes adéquats dans l'équation 5.8, on doit utiliser la règle suivante en ce qui concerne le signe du rayon de courbure r.

▶ Le rayon de courbure r est positif lorsque le centre de courbure C est du côté d'où émerge le faisceau. Lorsque le centre de courbe C est du côté du faisceau incident, r est négatif.



Cet insecte a été fossilisé dans l'ambre pendant environ 25 millions d'années. Comme on le voit à travers une surface de réfraction courbe, l'image que l'on perçoit ne coïncide pas avec l'insecte.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Une abeille plane devant un dioptre sphérique concave d'une sculpture de verre. a) Laquelle des situations de la figure 5.13 correspond à celle-ci ? b) L'image produite par le dioptre est-elle réelle ou virtuelle, et est-elle du même côté que l'abeille ou du côté opposé ?

Exemple 5.2

Un moustique de l'ère jurassique a été découvert, fossilisé, dans un morceau d'ambre dont l'indice de réfraction est 1,6. La surface de l'ambre est sphérique et convexe, et son rayon de courbure est de 3,0 mm (figure 5.14). La tête du moustique est située sur l'axe optique de cette surface et, lorsqu'on la regarde le long de l'axe, elle semble être située à 5,0 mm à l'intérieur de l'ambre. Quelle est sa position réelle ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : la tête semble être à 5,0 mm à l'intérieur de l'ambre parce que les rayons lumineux interceptés par un observateur sont déviés, par réfraction, à la surface convexe de l'ambre. La distance image q diffère de la distance objet réelle p, selon l'équation 5.8. Pour bien utiliser cette équation et trouver la distance objet réelle, on note d'abord ce qui suit.

1. Puisque l'objet (la tête) et son image sont du même côté de la surface de réfraction, les rayons émergents sont divergents, alors l'image doit être virtuelle, de sorte que $q = -5{,}0$ mm.
2. Puisqu'on suppose que l'objet est dans un milieu où l'indice de réfraction est n_1, on doit avoir $n_1 = 1{,}6$ et $n_2 = 1{,}0$.
3. Puisque le centre de courbure est du côté d'où proviennent les rayons incidents, le rayon de courbure r est négatif, de sorte que $r = -3{,}00$ mm.

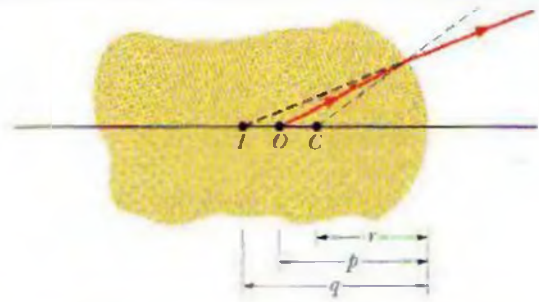


Figure 5.14 Exemple 5.2 Un morceau d'ambre emprisonnant un insecte de l'ère jurassique, dont la tête est située au point O. Le dioptre sphérique, dont le centre de courbure est C, produit une image I pour un observateur qui intercepte les rayons en provenance de l'objet O.

Si on insère ces données dans l'équation 5.8,

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{r},$$

on obtient

$$\frac{1{,}6}{p} + \frac{1{,}0}{-5{,}0 \text{ mm}} = \frac{1{,}0 - 1{,}6}{-3{,}0 \text{ mm}}$$

et

$$p = 4{,}0 \text{ mm}. \quad \text{(réponse)}$$

5.6 Les lentilles minces

Une **lentille** est un double dioptre dont les axes optiques coïncident. L'axe optique commun est l'axe optique de la lentille. Lorsqu'une lentille est entourée d'air, la lumière est réfractée en passant de l'air à la lentille, traverse la lentille et est ensuite réfractée, une seconde fois, en passant de la lentille à l'air. Chaque réfraction peut changer la direction de propagation des rayons lumineux. On se contentera d'analyser le cas particulier des **lentilles minces** – des lentilles dont la partie la plus épaisse est négligeable comparée à la distance objet p, à la distance image q et aux rayons de courbure r_1 et r_2 des deux surfaces de la lentille.

Une lentille qui fait converger des rayons lumineux incidents parallèles à l'axe optique se nomme (généralement) une **lentille convergente.** Si elle fait plutôt diverger les rayons incidents parallèles à l'axe optique, il s'agit d'une **lentille divergente.** On peut reconnaître au touché si une lentille est convergente ou divergente. Si l'indice de réfraction de la lentille est plus grand que l'indice de réfraction du milieu qui l'entoure, la partie centrale d'une lentille convergente sera plus épaisse que son contour (voir la figure 5.15 a). Pour une lentille divergente, le contour sera plus épais que la partie centrale (voir la figure 5.15 c). Cette caractéristique s'inverse si l'indice de réfraction du milieu ambiant est plus grand que celui de la lentille. Lorsqu'on fait un croquis d'une situation quelconque mettant en jeu des lentilles, on représente une lentille convergente par le symbole ↕ et une lentille divergente par ⟟ . Lorsqu'un objet réel est placé devant une de ces lentilles, la réfraction, par les surfaces de la lentille, des rayons lumineux provenant de l'objet peut produire une image de l'objet.

On traitera seulement du cas où les rayons lumineux forment de petits angles avec l'axe optique (ces angles sont exagérés dans les figures présentées dans cette section). Dans la section 5.9, on démontrera que, pour ces rayons, une lentille mince a une distance focale f. De plus, q et p sont reliés entre eux par

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \quad \text{(l'équation des lentilles minces).} \quad (5.9)$$

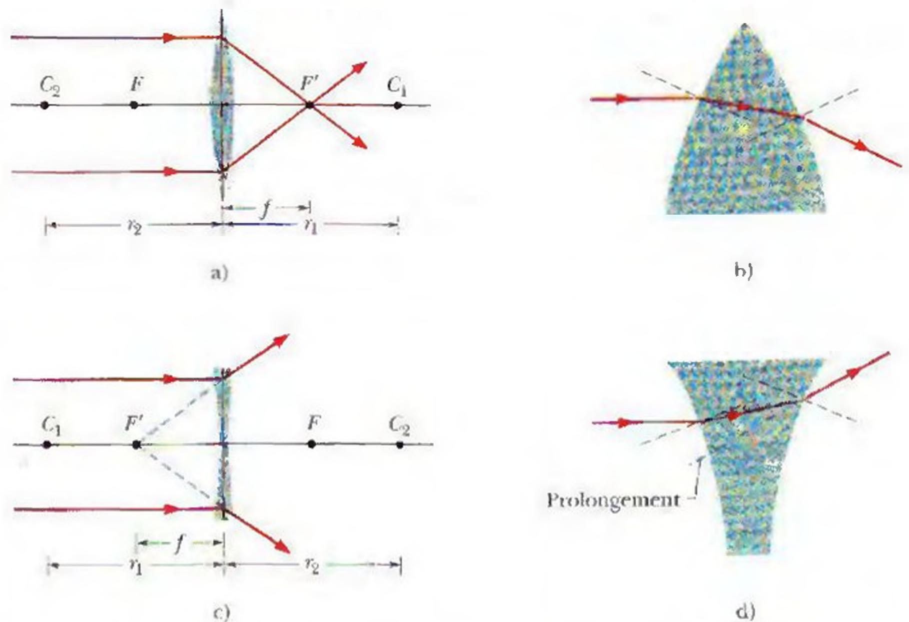


Figure 5.15 a) Des rayons incidents parallèles à l'axe optique d'une lentille convergente sont déviés par la lentille et convergent vers un foyer réel F'. La lentille est en réalité beaucoup plus mince que celle illustrée dans la figure. Son épaisseur est, en fait, semblable à celle de la ligne verticale qui la traverse, où toutes les déviations de rayons se produisent. b) Agrandissement de la partie supérieure de la lentille illustrée en a) ; les normales aux surfaces sont les traits pointillés. Notez que les deux réfractions font dévier le rayon lumineux vers le bas, soit vers l'axe optique. c) Les mêmes rayons incidents parallèles divergent en traversant une lentille divergente. Les prolongements des rayons divergents passent par un foyer virtuel F'. d) Agrandissement de la partie supérieure de la lentille illustrée en c) ; notez que les deux réfractions dévient le rayon lumineux vers le haut, dans la direction opposée à l'axe optique.

qui est la même équation que celle des miroirs. On démontrera également que, lorsqu'une lentille mince ayant un indice de réfraction n est entourée d'air, sa distance focale est donnée par

$$\frac{1}{f} = (n - 1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \quad \text{(la distance focale d'une lentille mince dans l'air).} \quad (5.10)$$

qu'on appelle souvent la *formule des opticiens*. Ici, r_1 est le rayon de courbure de la surface de la lentille qui intercepte les rayons incidents, et r_2 est celui de l'autre surface. Les signes de ces rayons sont donnés par les règles de la section 5.5 concernant les rayons des dioptres sphériques. Si la lentille est dans un autre milieu que l'air (dans l'huile de maïs, par exemple), ayant un indice de réfraction n_{milieu}, on remplace n par n/n_{milieu} dans l'équation 5.10.

> Une lentille ne produit une image d'un objet que parce qu'elle peut dévier les rayons lumineux ; mais elle ne peut dévier ces rayons que si son indice de réfraction est différent de celui du milieu environnant.

La figure 5.15 a) montre une lentille mince et ses surfaces de réfraction convexes, ou faces. Lorsque des rayons incidents parallèles à l'axe optique de la lentille se propagent à travers la lentille, ils sont réfractés deux fois, comme on le voit dans l'agrandissement de la figure 5.15 b). Cette double réfraction fait converger les rayons incidents et les fait passer par un point commun F', à une distance f du centre de la lentille. Donc, cette lentille est une lentille convergente ; de plus, elle possède un foyer *réel* F' (puisque l'image qui est produite est réelle, le faisceau émergent de la lentille est convergent), et la distance focale f qui lui est associée est positive.

La figure 5.15 c) représente une lentille mince ayant des faces concaves. Lorsque des rayons incidents parallèles à l'axe optique de la lentille la traversent, ils sont réfractés deux fois, comme on le voit dans l'agrandissement de la figure 5.15 d) ; ces rayons divergent et ne passent jamais par un point commun : cette lentille est donc une lentille divergente. Toutefois, les prolongements des rayons émergents passent par un point commun F', situé à une distance f du centre de la lentille. Donc, la lentille possède un foyer virtuel à F' et la distance focale f est négative. (Si vos yeux interceptent certains rayons divergents, vous percevrez un point brillant à F', comme s'il s'agissait de la source lumineuse.)

Une lentille mince possède deux foyers qui sont situés à égale distance de chaque côté du centre de la lentille. Le foyer image F' d'une lentille correspond au point de convergence sur l'axe optique des rayons émergents lorsque les rayons incidents



On peut allumer un feu en focalisant la lumière du soleil sur un point précis à l'aide d'une lentille convergente faite de glace transparente. La lentille a été fabriquée en faisant fondre les deux côtés d'un bloc de glace dans un récipient peu profond dont le fond est recourbé : les côtés prennent ainsi une forme convexe.

sont parallèles à l'axe optique, tandis que le foyer objet F correspond à l'endroit sur l'axe optique où l'on doit placer un objet pour que les rayons qui émergent de la lentille soient parallèles à l'axe optique. La figure 5.16 a) illustre l'application de la définition pour déterminer la position du foyer image F' pour une lentille convergente, et la figure 5.16 b) illustre l'application de la définition du foyer objet F pour une lentille convergente. On constate que ces deux foyers sont réels parce que l'image produite en F' et l'objet situé à F sont réels. La figure 5.16 c) illustre, pour une lentille divergente, la déviation de rayons incidents parallèles à l'axe optique pour déterminer la position du foyer image F'. On observe que les rayons qui émergent n'ont pas de point d'intersection ; il faut effectuer leurs prolongements vers l'arrière pour déterminer un point commun. Puisque l'image formée est virtuelle, le foyer image d'une lentille divergente est virtuel et est situé du côté d'où proviennent les rayons incidents. La figure 5.16 d) illustre, pour une lentille divergente, le parcours des rayons lorsque ceux-ci émergent parallèlement à l'axe optique. Puisque cette lentille est divergente, il faut que les rayons incidents convergent vers la lentille afin qu'ils émergent parallèlement à l'axe optique. On doit alors prolonger vers l'avant la trajectoire des rayons incidents pour trouver la position du point objet qui va correspondre à la position du foyer objet F de cette lentille. Ce foyer objet est virtuel, puisque l'objet est virtuel, et il est situé du côté d'où les rayons émergent. Il est très important de noter que, pour une lentille divergente, les positions des foyers objet et image sont inversées par rapport à celles d'une lentille convergente (cette remarque prendra tout son sens lorsque vous tracerez les trois rayons principaux pour déterminer la position de l'image formée par une lentille).

Puisque les points focaux d'une lentille convergente sont réels, on attribue aux distances focales associées f une valeur positive, comme on l'a fait dans le cas du foyer réel d'un miroir concave. Toutefois, la convention de signes doit être cohérente en optique ; il est donc préférable de la vérifier à l'aide de l'équation 5.10. Le côté gauche de cette équation est positif si f est positif ; mais qu'en est-il du côté droit ? On peut examiner ici l'équation un terme à la fois. Puisque l'indice de réfraction n du verre, ou de toute autre substance, est supérieur à 1, le terme $(n - 1)$ doit être positif. Puisque la source lumineuse (qui est l'objet) est à la gauche, et si on considère que la lentille est biconvexe, le centre de courbure de la première face convexe (la face de gauche) se situe du côté d'où le faisceau émerge ; le rayon de courbure r_1 est donc positif, selon la convention de signes relative aux dioptres sphériques vue à la section 5.5. De la même façon, le centre de courbure de la deuxième face (la face de droite) se situe du côté du faisceau incident ; le rayon de courbure r_2 est alors négatif, toujours selon cette convention de signes. Donc, le terme $(1/r_1 - 1/r_2)$ est positif, tout le côté droit de l'équation 5.10 est positif, et tous les signes sont ainsi cohérents.

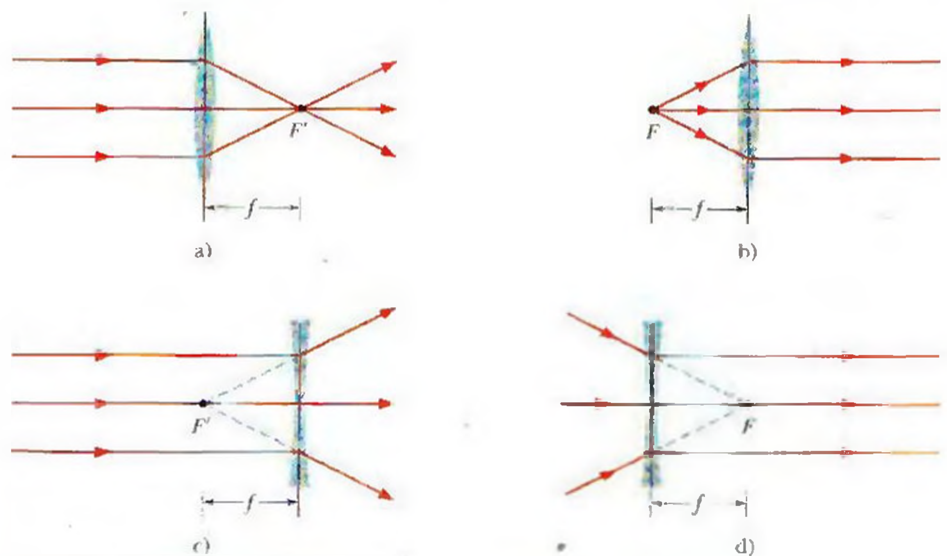


Figure 5.16 a) Foyer image F' d'une lentille convergente. b) Foyer objet F d'une lentille convergente. c) Foyer image F' d'une lentille divergente. d) Foyer objet F d'une lentille divergente.

Les images produites par une lentille mince

On peut maintenant considérer les types d'images formées par les lentilles convergentes et divergentes. La figure 5.17 a) montre un objet réel *O*, plus éloigné que le foyer objet *F* d'une lentille convergente. On voit, par les deux rayons dessinés dans la figure, que la lentille forme une image *I* réelle et renversée de l'objet, du côté de la lentille opposé à l'objet.

Lorsque l'objet réel est situé entre la lentille et le foyer objet *F*, comme l'illustre la figure 5.17 b), la lentille forme une image virtuelle *I* qui se situe du même côté de la lentille que l'objet, et qui a la même orientation. Les rayons incidents provenant de l'objet sont trop divergents pour que la lentille puisse les rendre convergents. Lorsqu'ils émergent de l'autre côté, ils sont divergents, mais ces rayons divergent moins que les rayons incidents. Donc, une lentille convergente peut former soit une image réelle, soit une image virtuelle, selon que l'objet réel est situé au-delà du foyer objet *F* ou entre la lentille et le foyer objet.

La figure 5.17 c) illustre l'image réelle *I* formée par un objet virtuel *O*. Un objet virtuel étant défini par des rayons incidents convergents, les rayons émergents convergent davantage, donnant une image réelle de même orientation. Peu importe la position de l'objet virtuel *O*, l'image sera toujours réelle, plus petite et de même orientation.

La figure 5.18 a) présente un objet réel *O* devant une lentille divergente. Les rayons incidents tombant sur la première face de la lentille sont divergents (définition d'un objet réel). Donc, les rayons émergents de cette lentille divergente vont diverger davantage ; ainsi, il n'y aura jamais de point de rencontre réel entre les rayons émergents. Les prolongements vers l'arrière des rayons émergents donnent la position de l'image virtuelle formée. Donc, quelle que soit la distance de l'objet réel, cette lentille produit une image virtuelle qui est située du même côté de la lentille que l'objet et qui a la même orientation. Par la suite, les figures 5.18 b) et 5.18 c) présentent les images formées d'un objet virtuel *O* par une lentille divergente. Si l'objet virtuel *O* se trouve entre la lentille et le foyer objet *F* (figure 5.18 b), l'image *I* est réelle et de même orientation. Pour former cet objet virtuel entre la lentille et le foyer, les rayons incidents doivent être très convergents. Quand ils traversent la lentille divergente, ils divergent par rapport à leur direction initiale, mais pas suffisamment pour être divergents (ils sont encore convergents, mais un peu moins que les rayons incidents). Si l'objet virtuel *O* se situe au-delà du foyer objet *F* de la lentille divergente, l'image est virtuelle et renversée (figure 5.18 c). Ici, les rayons incidents sont un peu moins convergents si on les compare à la situation présentée à la figure 5.18 b). La lentille est en mesure de faire diverger ces rayons incidents peu convergents. Les prolongements vers l'arrière permettent de déterminer un point d'intersection qui va correspondre à la position de l'image virtuelle.

Comme on l'a vu avec les miroirs, la distance image *q* est positive lorsque l'image est réelle, et négative lorsque l'image est virtuelle.

> Les images réelles se forment du côté des rayons émergents (il faut que ces rayons convergent pour avoir un point d'intersection réel), et les images virtuelles se forment du côté des rayons incidents (les rayons émergents divergent, donc il faut les prolonger vers l'arrière pour déterminer un point commun, ce qui nous amène du côté d'où provenaient les rayons).

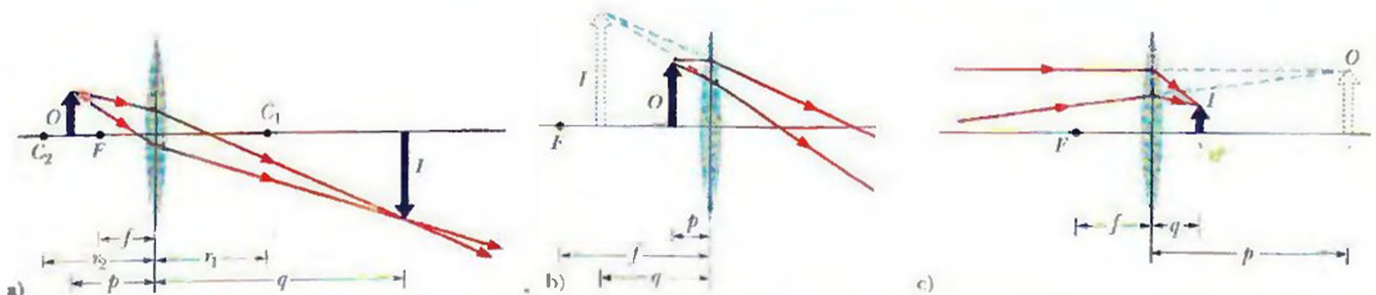


Figure 5.17 a) Une image *I*, réelle et renversée, est formée par une lentille convergente lorsque l'objet réel *O* est situé au-delà du foyer objet *F*. b) L'image *I* est virtuelle et a la même orientation que *O* lorsque *O* est situé entre la lentille et le foyer objet. c) L'image *I* est réelle et a la même orientation que *O* lorsque l'objet *O* est virtuel, peu importe sa position.

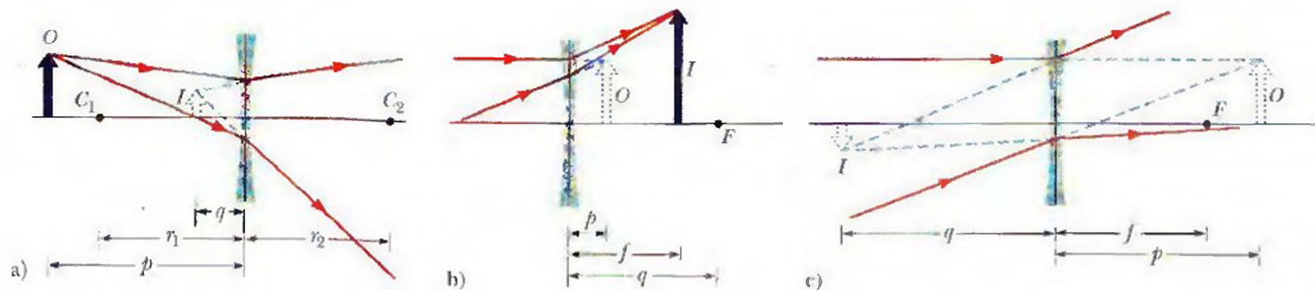


Figure 5.18 a) Une lentille divergente forme une image virtuelle I, dont l'orientation est la même que celle de l'objet réel O, que O soit plus éloigné ou plus rapproché que le foyer image F' de la lentille. b) Pour un objet virtuel O, l'image I est réelle et de même orientation si l'objet se trouve entre la lentille et le foyer objet F ; c) si l'objet virtuel O se situe au-delà du foyer objet F, l'image I est virtuelle et renversée.

Le grandissement transversal m produit par les lentilles convergentes et divergentes est donné par les équations 5.5 et 5.6, comme dans le cas des miroirs. Un grandissement transversal m négatif indique que l'image I est renversée par rapport à l'objet O ; si le grandissement m est positif, l'image I a la même orientation que l'objet O (image droite).

RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

1re stratégie : *Confusion des signes avec les miroirs et les lentilles*

Faites attention : un miroir dont la surface est convexe a une distance focale f négative, contrairement à une lentille dont les surfaces sont convexes. Un miroir dont la surface est concave a une distance focale f positive, contrairement à une lentille dont les surfaces sont concaves. La confusion entre les propriétés des lentilles et celles des miroirs est une erreur fréquente.

Localiser les images d'objets étendus en traçant les rayons principaux

La figure 5.19 a) montre un objet réel O plus éloigné que le foyer objet F d'une lentille convergente. On peut localiser graphiquement l'image de tout point hors de l'axe d'un tel objet (comme la pointe de la flèche dans la figure 5.19 a) en traçant un diagramme de rayons comprenant au moins deux des trois rayons principaux passant par ce point. On vous conseille fortement de tracer le troisième rayon, car celui-ci permet de valider le schéma obtenu. Ces rayons, choisis parmi tous ceux qui traversent la lentille pour former l'image, sont les suivants.

1. Un rayon incident parallèle à l'axe optique est dévié, pour une lentille convergente, vers le foyer image F' (rayon 1 dans les figures 5.19 a, b et d), et, pour une lentille divergente, de sorte que son prolongement passe par F' (rayon 1 de la figure 5.19 c).
2. Un rayon incident passant par le foyer objet F (rayon 2 dans les figures 5.19 a et d), ou dont le prolongement passe par F (rayon 2 dans les figures 5.19 b et c), émergera de la lentille parallèlement à l'axe optique.
3. Un rayon incident dirigé vers le centre de la lentille émergera de la lentille sans changer de direction (rayon 3 dans toutes les figures 5.19), parce que ce rayon tombe sur les deux faces de la lentille à l'endroit où elles sont presque parallèles.

L'image du point est localisée au point d'intersection des rayons émergents. Si les rayons émergents sont convergents, cette image est réelle et la distance image q est alors positive. Si les rayons émergents sont divergents, la position du point image est déterminée par les prolongements des rayons émergents vers l'arrière. Ce point commun donne la position de l'image qui est virtuelle et dont la distance image q est négative. On trouve l'image de l'objet en localisant les images de deux ou de plusieurs de ses points.

La figure 5.19 b) illustre de quelle façon les prolongements des trois rayons peuvent servir à localiser l'image virtuelle d'un objet réel plus rapproché que le foyer F d'une lentille convergente. Notez que c'est le prolongement du rayon incident 2 vers l'arrière qui passe par F.

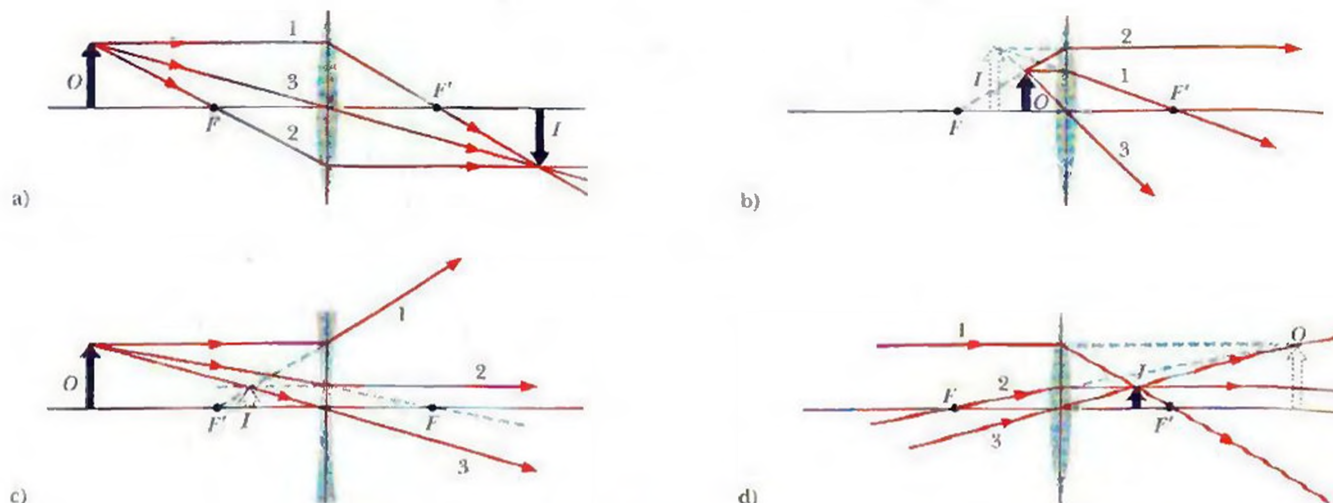


Figure 5.19 À l'aide de trois rayons principaux, on peut localiser une image formée par une lentille mince, d'un objet réel a) plus éloigné que le foyer objet F de la lentille convergente, b) plus rapproché que le foyer objet de la lentille convergente, ou c) qu'il soit n'importe où en face d'une lentille divergente. d) L'image formée d'un objet virtuel par une lentille convergente.

La figure 5.19 c) illustre un exemple du parcours des trois rayons principaux pour une lentille divergente à partir d'un objet réel. On remarque que le rayon 1 qui émerge de la lentille ne passe pas par le foyer image F', mais est dévié selon sa direction (c'est son prolongement vers l'arrière qui passe par ce foyer). Le rayon incident 2 ne passe pas par le foyer objet F, il est seulement orienté vers ce point (c'est son prolongement qui passe par ce point). Pour cet exemple, la position de l'image se trouve à l'intersection du rayon 3 et des prolongements vers l'arrière des rayons 1 et 2.

La figure 5.19 d) illustre l'image formée d'un objet virtuel par une lentille convergente. Pour déterminer la position de l'objet, il faut prolonger les rayons incidents convergents de l'autre côté pour déterminer un point commun : ce point correspond à la position de l'objet virtuel.

En traçant des diagrammes de rayons lumineux à partir d'objets réels se rapportant aux lentilles minces convergentes et divergentes, remplissez le tableau 5.3. Sous la mention *Position* de la rubrique *Image*, notez si l'image est du même côté de la lentille que l'objet, ou du côté opposé. Sous la mention *Type*, indiquez si l'image est réelle ou virtuelle. Sous la mention *Orientation*, indiquez si l'image a la même orientation que l'objet, ou si elle est renversée. Sous la rubrique *Signe*, indiquez le signe de la quantité, ou indiquez ± si le signe est ambigu. Par la suite, toujours à l'aide de diagrammes de rayons lumineux pour des lentilles minces, remplissez le tableau 5.4 pour des objets virtuels.

TABLEAU 5.3 Tableau des caractéristiques des images des lentilles minces pour des objets *réels*

Type de lentille	Position de l'objet *réel*	Image			Signe		
		Position	Type	Orientation	f	q	m
Convergente	Entre F et la lentille						
	Entre F et l'infini						
Divergente	N'importe où						

TABLEAU 5.4 Tableau des caractéristiques des images des lentilles minces pour des objets *virtuels*

Type de lentille	Position de l'objet *virtuel*	Image			Signe		
		Position	Type	Orientation	f	q	m
Convergente	N'importe où						
Divergente	Entre F et la lentille						
	Entre F et l'infini						

Les systèmes de deux lentilles

Pour déterminer, à partir d'un objet O, la position de l'image finale I formée lorsque les rayons incidents traversent un système de deux lentilles dont les axes optiques coïncident, on procède par étapes. Soit L_1, la première lentille rencontrée par les rayons et L_2, la deuxième lentille que traversent les rayons lumineux.

1re étape Soit p_1 la distance objet entre l'objet O_1 et la lentille L_1. On trouve la distance q_1 de l'image produite par la lentille L_1 soit en utilisant l'équation 5.9, soit en traçant à l'échelle le parcours des trois rayons principaux traversant cette lentille.

2e étape Ensuite, on ignore la lentille L_1 et l'image trouvée à la première étape *devient l'objet* de la lentille L_2. En effet, les rayons émergents (image) de L_1 deviennent les rayons incidents (objet) de L_2. Si les rayons incidents sur la deuxième lentille sont convergents, la distance objet p_2 de la lentille L_2 est considérée comme négative. Si les rayons du nouvel objet sont divergents lorsqu'ils arrivent au niveau de la deuxième lentille, alors cet objet est réel et la distance objet p_2 est positive. On trouve ensuite la distance q_2 de l'image (finale) produite par la lentille L_2 en utilisant l'équation 5.9 ou en traçant à l'échelle le parcours des trois rayons principaux qui la traversent.

Cette méthode par étapes peut être utilisée quel que soit le nombre de lentilles, ou si une ou des lentilles sont remplacées par un ou des miroirs.

Le grandissement transversal total M produit par un système de deux lentilles est le produit des grandissements transversaux m_1 et m_2 générés par les deux lentilles :

$$M = m_1 m_2. \quad (5.11)$$

Exemple 5.3

Une mante religieuse se tient le long de l'axe optique à 20 cm d'une lentille mince ayant des rayons de courbure identiques. Le grandissement transversal de la mante produit par la lentille est $m = -0{,}25$, et l'indice de réfraction de la lentille est 1,65.

a) Déterminez le type d'image (réelle ou virtuelle) produit par la lentille et le type de la lentille ; déterminez aussi si l'objet est situé entre la lentille et le foyer ou entre le foyer et l'infini, le côté de la lentille où l'image apparaît et si l'image est renversée.

SOLUTION : Le concept clé ici est que la valeur donnée de m permet d'en savoir beaucoup sur la lentille et l'image. On voit, d'après l'équation 5.6 ($m = -q/p$), que

$$q = -mp = 0{,}25p.$$

On peut donc répondre aux questions avant même de terminer les calculs. Puisque l'objet est réel, p est positif ; q doit aussi être positif dans ce cas. Cela signifie qu'on a une image réelle et, de ce fait, le seul type de lentille pouvant produire une image réelle à partir d'un objet réel est une lentille convergente. En effet, selon l'équation 5.9 des lentilles minces, lorsque les valeurs de p et de q sont positives, celle de f doit être positive, ce qui est une caractéristique d'une lentille convergente. L'objet réel doit se situer entre le foyer objet et l'infini pour que les rayons émergents puissent converger afin de produire une image réelle (vous pouvez également démontrer, en remplaçant q par $0{,}25p$ dans l'équation 5.9, que $p = 5f$, donc que l'objet est cinq fois plus loin de la lentille que son foyer objet). Puisque la distance image q est positive, les rayons émergents convergent pour donner une image réelle située du côté de la lentille opposé à l'objet. Le grandissement m est négatif, ce qui indique que l'image est renversée par rapport à l'objet.

b) Quels sont les deux rayons de courbure de la lentille ?

SOLUTION : Les concepts clés sont les suivants :

1. Puisque la lentille est symétrique, r_1 (le rayon de courbure de la surface qui intercepte les rayons incidents) et r_2 ont la même grandeur r.
2. Puisque la lentille est convergente, la première face rencontrée par les rayons lumineux est convexe. Le centre de courbure de cette face se situe du côté d'où émergent les rayons : en employant la convention établie à la section des dioptres sphériques, le rayon r_1 est positif et vaut $+r$. De même, la deuxième face rencontrée par la lumière est concave. Le centre de courbure se situe du côté des rayons incidents ; alors $r_2 = -r$.
3. On peut relier ces rayons de courbure à la distance focale f par la formule des opticiens, l'équation 5.10 (la seule équation mettant en jeu les rayons de courbure des faces d'une lentille).
4. On peut relier f à la distance objet p et à la distance image q par l'équation 5.9.

On connaît p, mais non q. On détermine q en utilisant l'équation 5.6 du grandissement (m et p sont connus) et on obtient

$$q = (0{,}25)(20\ \text{cm}) = 5{,}0\ \text{cm}.$$

L'équation 5.9 donne maintenant

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{20\ \text{cm}} + \frac{1}{5{,}0\ \text{cm}}$$

qui permet de trouver $f = 4{,}0$ cm.

L'équation 5.10 donne alors

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = (n-1)\left(\frac{1}{+r} - \frac{1}{-r}\right)$$

ou, en insérant les valeurs connues,

$$\frac{1}{4{,}0\ \text{cm}} = (1{,}65 - 1)\frac{2}{r},$$

ce qui donne

$$r = (0{,}65)(2)(4{,}0\ \text{cm}) = 5{,}2\ \text{cm}. \quad \text{(réponse)}$$

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4** : Une lentille mince ayant des rayons de courbure identiques produit l'image d'une empreinte digitale avec un grandissement de +0,2 lorsque l'empreinte est située 1,0 cm plus loin que le foyer par rapport à la lentille. Quels sont le type et l'orientation de l'image, et quel est le type de cette lentille ?

Exemple 5.4

La figure 5.20 a) représente une graine de piment O_1 placée devant deux lentilles coaxiales L_1 et L_2, dont les distances focales sont $f_1 = +24$ cm et $f_2 = +9,0$ cm, et qui sont séparées par une distance $D = 10$ cm. La graine se trouve à 6,0 cm de la lentille L_1. Où le système de deux lentilles produit-il une image de la graine ?

SOLUTION : On pourrait localiser l'image produite par le système de lentilles en traçant des rayons incidents provenant de la graine et traversant les deux lentilles. Toutefois, le concept clé ici est qu'on peut localiser cette image en analysant le système par étapes, une lentille à la fois. On commence par la lentille la plus rapprochée de la graine. On veut localiser l'image finale, c'est-à-dire l'image I_2 produite par la lentille L_2.

Lentille L_1. On ignore la lentille L_2 et on localise l'image I_1 produite par L_1 en appliquant l'équation 5.9 à la lentille L_1 seulement :

$$\frac{1}{p_1} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{f_1}$$

L'objet O_1 de la lentille L_1 est la graine, située à 6,0 cm de la lentille, et est réel ; on insère donc $p_1 = +6,0$ cm. On insère également la valeur donnée de f_1, et on a alors

$$\frac{1}{+6,0\ \text{cm}} + \frac{1}{q_1} = \frac{1}{+24\ \text{cm}},$$

ce qui donne $q_1 = -8,0$ cm.

La valeur négative obtenue pour la distance image indique que les rayons émergents divergent (image virtuelle). On doit prolonger les rayons émergents vers l'arrière pour trouver la position de l'image, ce qui signifie que l'image se retrouve du même côté que l'objet, à 8,0 cm de la lentille. Le grandissement est positif (p est positif et q est négatif), ce qui indique que l'image a la même orientation que la graine, comme l'illustre la figure 5.20 b).

Lentille L_2. À cette deuxième étape, le concept clé est qu'on peut considérer l'image I_1 comme l'objet O_2 de la deuxième lentille, et ignorer la lentille L_1. On note d'abord que cet objet O_2 est plus éloigné que le foyer de la lentille L_2. D'après le tableau 5.3, l'image produite par la lentille L_2 doit donc être réelle, renversée et située du côté opposé de la lentille par rapport à O_2. On doit vérifier ces affirmations à l'aide de calculs appropriés.

La distance objet p_2 entre cet objet O_2 et la lentille L_2 est, d'après la figure 5.20 c),

$$p_2 = D + |q_1| = 10\ \text{cm} + 8,0\ \text{cm} = 18\ \text{cm}.$$

L'équation 5.9 appliquée à la lentille L_2 donne alors

$$\frac{1}{+18\ \text{cm}} + \frac{1}{q_2} = \frac{1}{+9,0\ \text{cm}}.$$

Donc, $q_2 = +18$ cm. (réponse)

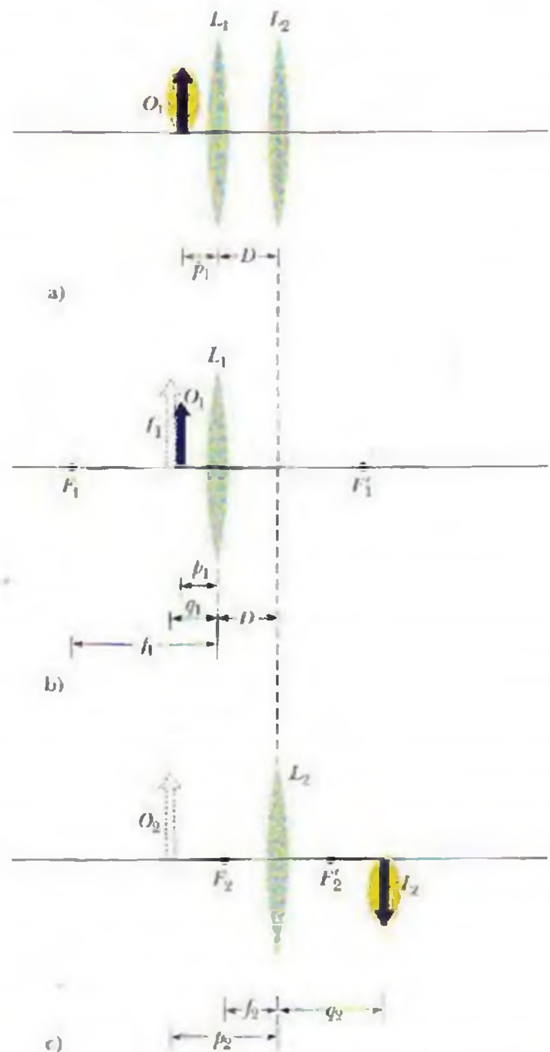


Figure 5.20 Exemple 5.4 a) Une graine O_1 est située à une distance p_1 de la lentille L_1. Les deux lentilles L_1 et L_2 sont séparées par une distance D. La flèche indique l'orientation de la graine. b) L'image I_1 produite par la lentille L_1. c) L'image I_1 agit comme l'objet O_2 relativement à la lentille L_2, ce qui produit l'image finale I_2.

Le signe positif de la distance image confirme les suppositions faites : l'image I_2 produite par la lentille L_2 est réelle. Le quotient $-q/p$ exprimant le grandissement donne une valeur négative, ce qui implique que l'image est renversée. Le signe positif de q indique que les rayons émergents de la deuxième face de la lentille convergent, donc que l'image est située du côté opposé de la lentille L_2 par rapport à O_2, comme on le voit dans la figure 5.20 c).

5.7 L'œil

L'œil humain (voir la figure 5.21) est un globe d'un diamètre d'environ 25 mm. La partie externe de l'œil est formée d'une membrane transparente, que l'on nomme la *cornée*, ayant une forte courbure et un indice de réfraction d'environ 1,33. Les rayons lumineux entrant dans l'œil sont d'abord fortement réfractés par la cornée, puis traversent, sans être déviés, un liquide d'indice 1,33 appelé l'humeur aqueuse. Par la suite, les rayons

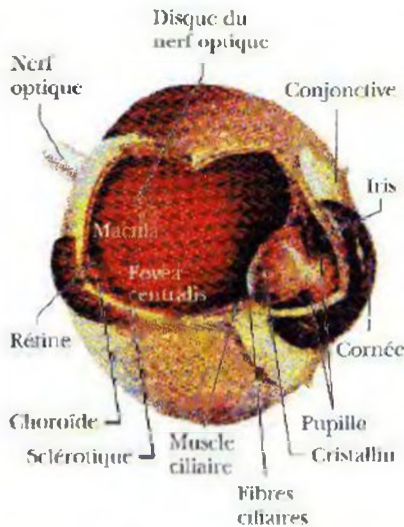


Figure 5.21 Les différentes composantes de l'œil humain. La lumière pénétrant dans l'œil est réfractée par la cornée et le cristallin qui agissent comme une lentille convergente, permettant ainsi la formation d'images réelles sur la rétine. L'action des muscles ciliaires sur le cristallin permet de faire varier sa distance focale.

lumineux subissent une seconde déviation en traversant le *cristallin*, qui est une lentille biconvexe de distance focale variable et d'indice de réfraction d'environ 1,40. La lumière, finalement, se propage dans un autre liquide d'indice 1,33, l'humeur vitrée, pour terminer sa course sur la *rétine* qui tapisse le fond de l'œil. La rétine est une membrane formée de cellules nerveuses (les cônes et les bâtonnets) sensibles à la lumière et dont les influx nerveux sont acheminés au cerveau par le nerf optique. Les deux déviations que subissent les rayons lumineux (environ le quart de la déviation totale est causée par le cristallin) permettent la formation d'images réelles sur la rétine.

Le système optique de l'œil étant très complexe, il est souvent suffisant d'utiliser un modèle simplifié comme celui de la figure 5.22. Dans ce modèle, la cornée et le cristallin sont considérés comme une lentille mince convergente « équivalente » de distance focale variable, f_{var}, baignant dans l'air. La rétine est située à une distance fixe ℓ de la lentille (environ 15 mm), et est équivalente à un écran sur lequel on recueille les images réelles produites par la lentille.

Que l'objet soit éloigné ou rapproché de l'œil, l'image réelle produite sur la rétine doit être nette, afin que la vision soit nette. Puisque ℓ est constante (la rétine ne peut s'ajuster à la position de l'image selon la position de l'objet), l'œil s'accommode aux différentes distances objets en faisant varier la distance focale du cristallin ; on appelle ce processus l'**accommodation.** De petits *muscles ciliaires*, en se contractant, diminuent les rayons de courbure des faces du cristallin. Lorsque les muscles ciliaires sont relâchés, l'œil étant au repos, l'observation s'effectue **sans accommodation** ; les rayons de courbure du cristallin sont alors à leur valeur maximale et, conséquemment, la distance focale du cristallin (de même que celle de la lentille équivalente) est maximale. Si les muscles ciliaires sont contractés au maximum, l'effort étant maximal, l'œil utilise alors son **accommodation maximale** ; les valeurs des rayons de courbure du cristallin et de la distance focale de la lentille équivalente sont donc minimales.

On définit la **puissance d'une lentille *P*** par :

$$P = \frac{1}{f}. \tag{5.12}$$

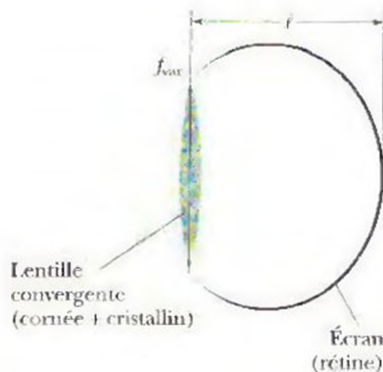


Figure 5.22 Modèle simplifié de l'œil

L'unité SI de P est la **dioptrie**, symbolisée par D, qui, selon l'équation 5.12, est l'équivalent de l'inverse du mètre (m^{-1}). La *position de l'objet* dont on obtient une image nette sur la rétine *sans accommodation* est appelée le **punctum remotum** (PR). Lorsque l'œil perçoit nettement un objet à cette position, sa puissance est minimale, P_{min}, puisque sa distance focale est maximale, f_{max}. De la même façon, la *position de l'objet* dont on obtient une image nette sur la rétine avec l'*accommodation maximale* est appelée le **punctum proximum** (PP). Pour observer un objet avec une vision nette au *punctum proximum*, la puissance de l'œil doit être maximale, P_{max}, puisque sa distance focale est minimale, f_{min}. La figure 5.23 représente un œil avec, dans ce cas particulier, les positions de son PP et de son PR. L'œil peut produire une image nette sur la rétine de tous les objets situés entre son PP et son PR. Cette région de l'espace située entre le PP et le PR où la vision est nette représente le **domaine de vision distincte** à l'œil nu.

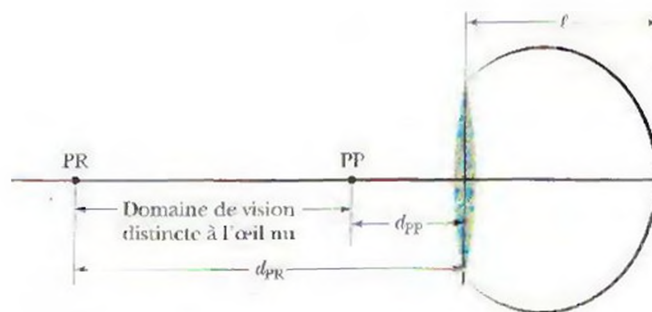


Figure 5.23 Représentation des positions du PP et du PR, pour un œil donné, ainsi que de son domaine de vision distincte à l'œil nu

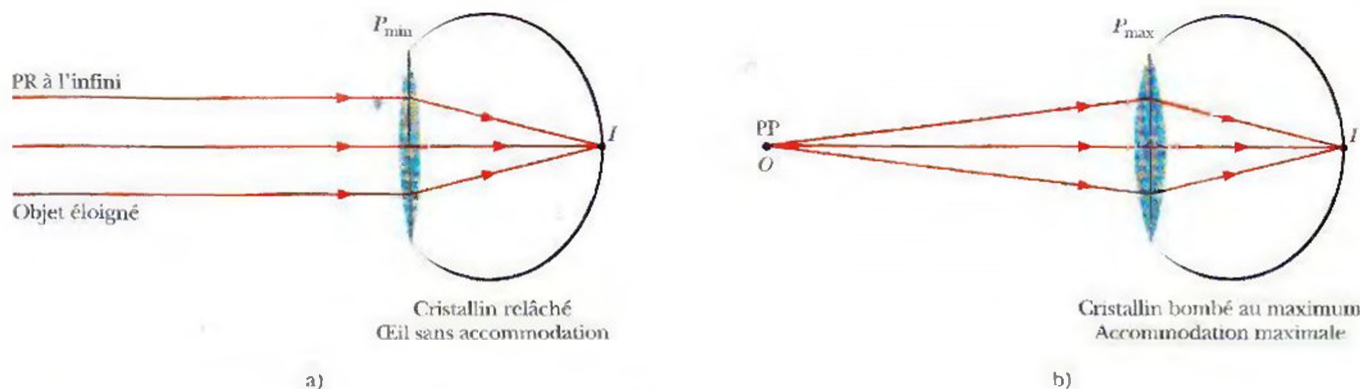


Figure 5.24 Pour un œil normal, a) le PR est situé à l'infini, l'œil est emmétrope, et b) le PP est situé environ à une dizaine de centimètres de l'œil pour une personne d'une vingtaine d'années.

Un œil **emmétrope** possède un PR situé à l'infini, ce qui constitue l'une des caractéristiques d'un œil normal ; la figure 5.24 a) illustre cette situation. À partir d'un objet éloigné, l'œil produit sans accommoder une image réelle sur la rétine. Il est donc possible pour l'œil de nettement distinguer sans effort les objets lointains. Une vision nette lointaine n'est pas une vision qui permet de percevoir d'infimes détails d'un objet éloigné : elle est, en fait, le contraire d'une vision floue. On peut, par exemple, bien distinguer la démarcation entre le contour de la Lune et le fond du ciel noir. Le **PP** d'un œil normal est situé à une dizaine de centimètres de l'œil pour une personne d'une vingtaine d'années. Cette dernière distance augmente avec l'âge au fur et à mesure que l'œil commence à souffrir de presbytie. La figure 5.24 b) illustre le parcours des rayons lumineux issus d'un objet situé au PP d'un œil normal alors que son accommodation est maximale.

On peut évaluer la puissance de l'œil ou d'une lentille en combinant l'équation des lentilles minces (équation 5.9) et l'équation 5.12, ce qui permet d'écrire :

$$P = \frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}. \tag{5.13}$$

Par exemple, si l'objet est situé au PP, l'œil doit être à sa puissance maximale P_{max} afin que la vision soit nette (f est minimale). La distance objet p correspond à la distance entre l'œil et son PP, que l'on note d_{PP} (voir la figure 5.23). La distance image q vaut ℓ. On peut donc écrire l'équation 5.13 sous la forme :

$$P_{max} = \frac{1}{f_{min}} = \frac{1}{d_{PP}} + \frac{1}{\ell}. \tag{5.14}$$

Si l'objet est situé au PR, à une distance d_{PR} de l'œil, la puissance de l'œil doit être minimale P_{min} pour produire une image nette sur la rétine. L'équation 5.13 permet d'écrire

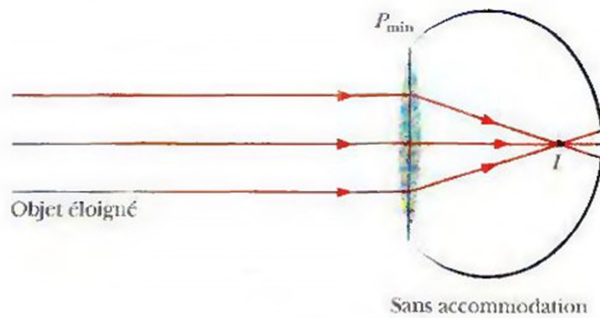
$$P_{min} = \frac{1}{f_{max}} = \frac{1}{d_{PR}} + \frac{1}{\ell}. \tag{5.15}$$

La **puissance d'accommodation** (ou amplitude d'accommodation) P_{acc} est, par définition, la différence entre la puissance maximale et la puissance minimale de l'œil ($P_{acc} = P_{max} - P_{min}$). En soustrayant l'équation 5.15 de l'équation 5.14, on obtient

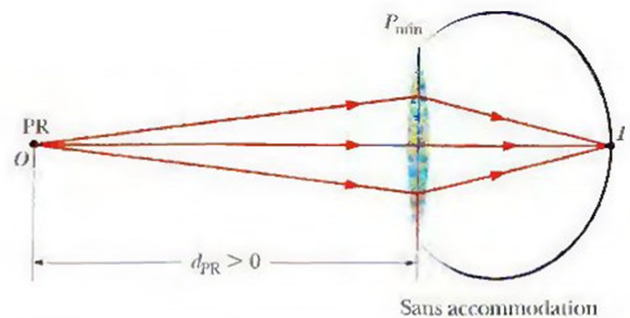
$$P_{acc} = \frac{1}{d_{PP}} - \frac{1}{d_{PR}}. \tag{5.16}$$

La myopie

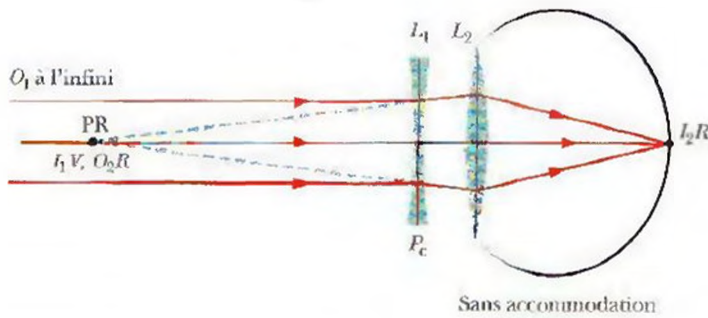
Dans la plupart des cas, la **myopie** est causée par un globe oculaire qui est trop long par rapport au rayon de courbure de la cornée et à la puissance du cristallin. La rétine étant trop éloignée de la lentille équivalente, l'œil du myope est donc trop convergent, ce qui entraîne une *mauvaise vision des objets éloignés*. En effet, comme l'illustre la figure 5.25 a), l'image correspondant à un objet à l'infini se fait en avant de la rétine, que l'œil soit accommodé ou non ; il en résulte sur celle-ci une tache floue qui rend impossible une vision nette des objets éloignés. Dans un tel cas, le *punctum remotum* n'est pas à l'infini ($d_{PR} \neq \infty$) mais à une distance devant l'œil qui peut varier de quelques mètres



a)



b)



c)

Figure 5.25 Pour un œil myope, a) la vision des objets éloignés n'est pas nette puisque l'image se forme devant la rétine ; b) le PR n'est donc pas à l'infini, mais situé devant l'œil à une distance qui dépend de la gravité de la myopie. c) On corrige la myopie à l'aide d'une lentille correctrice divergente L_1 qui d'un objet O_1 à l'infini produit une image virtuelle I_1V située au PR de l'œil.

à quelques centimètres selon la gravité de la myopie (voir la figure 5.25 b). Un œil est donc considéré comme myope si $0 < d_{PR} < \infty$, peu importe où se situe son *punctum proximum*.

Pour permettre au myope d'observer des objets lointains *sans accommoder*, tout comme une personne emmétrope, on placera devant son œil une lentille correctrice divergente L_1, comme celle de la figure 5.25 c), qui d'un objet O_1 situé à l'infini produira une image virtuelle I_1V à son PR. Cette image virtuelle de la lentille correctrice deviendra un objet réel O_2R pour l'œil, qui pourra en faire l'observation sans accommodation.

Exemple 5.5

Une personne myope ne peut nettement distinguer les objets au-delà de 2,00 m. (Supposez que les yeux de la personne sont identiques.)

a) Déterminer la prescription (la puissance) de ses lentilles correctrices.

SOLUTION : Les concepts clés sont les suivants.

1. Puisque la personne a une vision floue de tous les objets éloignés de plus de 2,00 m, son PR est situé à 2,00 m de ses yeux, donc $d_{PR} = 2{,}00$ m.
2. Pour corriger sa myopie, on doit placer devant ses yeux des lentilles correctrices divergentes L_1 (voir la figure 5.25 c) qui d'un objet O_1 situé à l'infini produiront une image virtuelle I_1V à son PR. Cette image virtuelle deviendra un objet réel O_2R pour l'œil situé à son PR ; il pourra donc en faire l'observation sans accommodation.
3. On applique l'équation des lentilles minces $P_c = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ (équation 5.13) aux lentilles correctrices afin de déterminer leur puissance P_c.
4. Lors des calculs, on peut négliger la distance entre les yeux et les verres correcteurs car celle-ci est, généralement, beaucoup plus faible que les autres distances (objet, image et focale) nécessaires à la résolution du problème.

L'objet O_1 des lentilles correctrices L_1 étant situé à l'infini, on a $p = \infty$. Puisque l'image I_1V de L_1 est virtuelle ($q < 0$) et située au PR, alors $q = -d_{PR} = -2{,}00$ m. En insérant ces valeurs de p et de q dans l'équation des lentilles minces, on détermine la valeur de P_c :

$$P_c = \frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-2{,}00\ \text{m}} = -0{,}500\ \text{D}. \quad \text{(réponse)}$$

b) Si son PP est situé à 20,0 cm de ses yeux, quelle est sa distance minimale de vision distincte avec ses verres correcteurs ?

SOLUTION : Sans ses verres correcteurs, cette personne possède un domaine de vision distincte de 20,0 cm à 2,00 m de ses yeux. La présence des verres correcteurs de −0,500 D déplace la distance *maximale* de vision distincte, qui est de 2,00 m à l'œil nu, à l'infini. On doit donc s'attendre à ce que sa distance *minimale* de vision distincte, de 20,0 cm à l'œil nu, soit également déplacée. En effet, la personne perçoit non pas les objets placés devant les lentilles correctrices, mais les images produites par celles-ci, qui deviennent des objets pour l'œil. Ces images doivent absolument être situées entre son PP et son PR afin que leur perception soit nette.

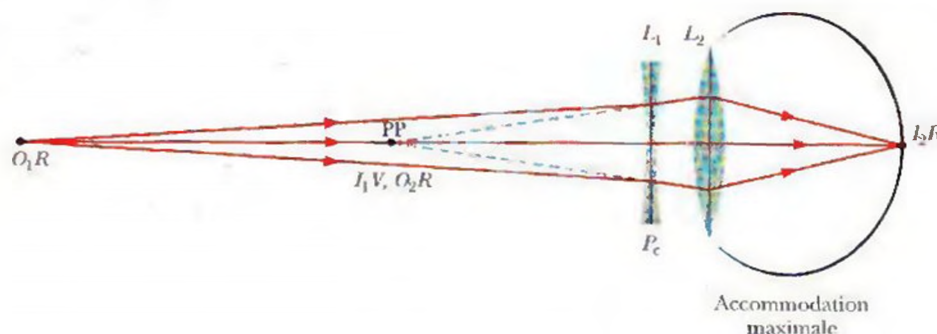


Figure 5.26 Exemple 5.5 La distance minimale de vision distincte avec une lentille correctrice est déterminée en calculant la distance objet p de la lentille correctrice lorsque son image est au PP de l'œil.

Le concept clé utilisé ici est donc le suivant : on doit déterminer où se situe l'objet O_1 des lentilles correctrices qui produit une image virtuelle I_1V au PP. La figure 5.26 illustre la situation.

On applique de nouveau l'équation des lentilles minces $P_c = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ aux lentilles correctrices ayant une puissance P_c de $-0{,}500$ D. Puisque l'image virtuelle I_1V est située au PP de l'œil, on a $q = -d_{PP} = -0{,}200$ m et l'équation des lentilles devient :

$$-0{,}500\,\text{D} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-0{,}200\,\text{m}}.$$

L'objet O_1 est donc à une distance

$$p = 22{,}2\ \text{cm}, \qquad \text{(réponse)}$$

ce qui correspond à sa distance minimale de vision distincte avec ses verres correcteurs. Remarquez que la personne myope possède avec ses verres une distance minimale de vision distincte supérieure par rapport à celle à l'œil nu, ce que démontre, d'ailleurs, la figure 5.26 (l'objet O_1R est plus éloigné de l'œil que le PP). Cette légère perte de vision nette près de l'œil (environ 2,2 cm dans cet exemple) est très largement compensée par le très grand gain en vision éloignée (de 2,00 m à l'infini).

L'hypermétropie

L'**hypermétropie** est généralement causée par un globe oculaire qui est trop court par rapport à la puissance de la lentille équivalente de l'œil. La rétine étant trop rapprochée de la lentille équivalente, l'œil de l'hypermétrope n'est donc pas assez convergent. Si la personne hypermétrope n'accommode pas lorsqu'elle observe un objet situé à l'infini, l'image se forme derrière la rétine (voir la figure 5.27 a). Afin de distinguer nettement les objets éloignés, l'hypermétrope est donc obligé d'accommoder (d'augmenter la puissance de son cristallin par l'action de ses muscles ciliaires), ce qui provoque à la longue une fatigue qui peut se traduire par des maux de tête. Puisque l'œil d'un hypermétrope débute déjà son accommodation pour des objets éloignés, son accommo-

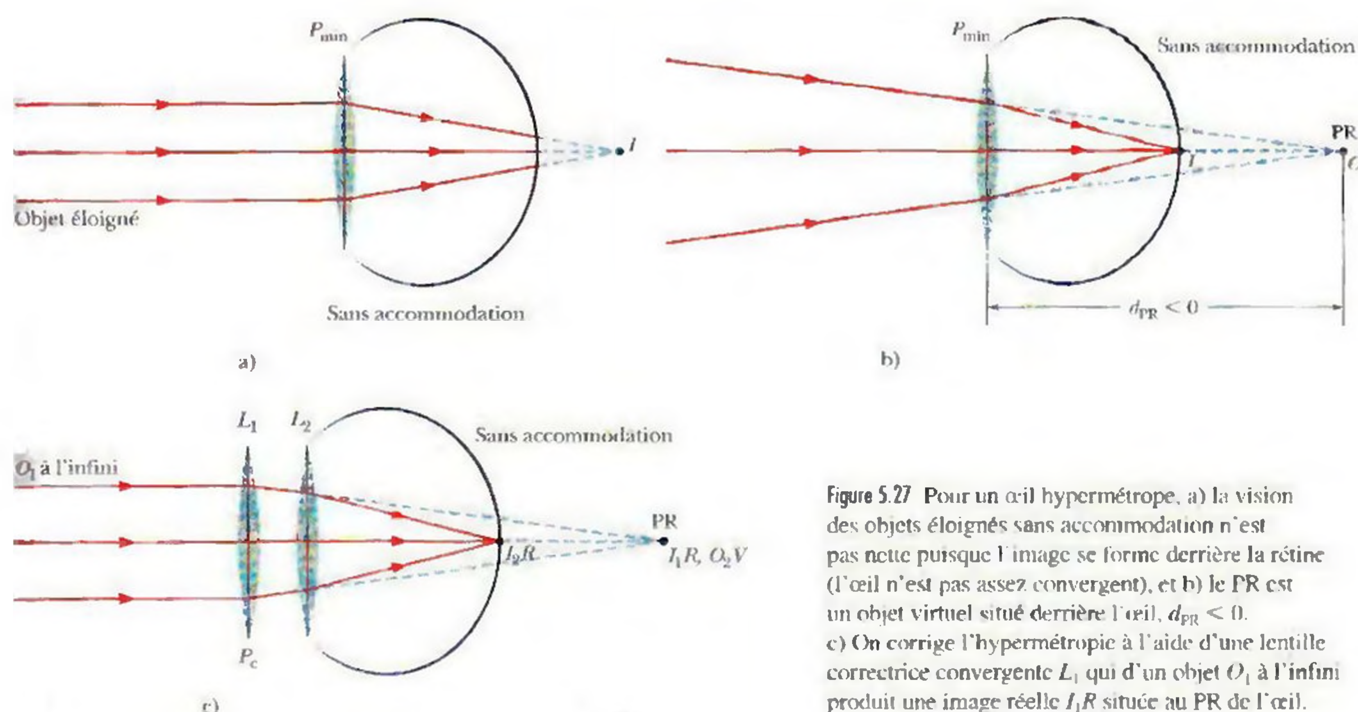


Figure 5.27 Pour un œil hypermétrope, a) la vision des objets éloignés sans accommodation n'est pas nette puisque l'image se forme derrière la rétine (l'œil n'est pas assez convergent), et b) le PR est un objet virtuel situé derrière l'œil, $d_{PR} < 0$. c) On corrige l'hypermétropie à l'aide d'une lentille correctrice convergente L_1 qui d'un objet O_1 à l'infini produit une image réelle I_1R située au PR de l'œil.

dation maximale est donc atteinte pour un objet situé plus loin de l'œil que pour un œil normal, ce qui peut entraîner une mauvaise vision des objets rapprochés.

La figure 5.27 b) illustre la position du **PR** pour un œil hypermétrope. Puisque l'œil, sans accommodation, n'est pas suffisamment convergent, les rayons incidents de l'œil doivent déjà être convergents afin que l'œil les focalise sur la rétine. Le *punctum remotum* de l'œil hypermétrope est donc un objet virtuel (faisceau incident convergent) situé derrière l'œil, ce qui implique que $d_{PR} < 0$.

Pour que l'œil puisse observer des objets lointains *sans accommoder*, on place devant lui une lentille correctrice convergente L_1, comme celle de la figure 5.27 c), qui d'un objet O_1 situé à l'infini produira une image réelle I_1R à son PR. Cette image réelle de la lentille correctrice deviendra un objet virtuel O_2V pour l'œil situé à son PR ; il pourra donc en faire l'observation sans accommoder.

Exemple 5.6

Une personne hypermétrope possède des verres correcteurs de $+2{,}00$ D et un PP situé à 20,0 cm de ses yeux.

a) Où est situé son PR ?

SOLUTION : La position du PR est déterminée à l'aide des deux concepts clés suivants.

1. Selon la figure 5.27 c), les verres correcteurs L_1 de $+2{,}00$ D produisent, à partir d'un objet O_1 à l'infini, une image réelle I_1R située au PR de la personne ; cette image devient un objet virtuel O_2V pour l'œil situé à son PR que la personne peut donc nettement distinguer sans accommoder.
2. On applique l'équation des lentilles minces $P_c = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ (équation 5.13) aux lentilles correctrices afin de déterminer la distance image q.

L'objet O_1 des lentilles correctrices L_1 étant situé à l'infini, on a $p = \infty$. Puisque l'image réelle ($q > 0$) I_1R des lentilles correctrices L_1 devient un objet virtuel O_2V pour l'œil situé à son PR ($d_{PR} < 0$), on peut écrire $q = -d_{PR}$. En insérant les valeurs de P_c et de p dans l'équation des lentilles minces et en remplaçant q par $-d_{PR}$, on détermine la valeur de d_{PR} :

$$+2{,}00\,\text{D} = \frac{1}{\infty} + \frac{1}{-d_{PR}},$$

$$d_{PR} = -0{,}500\ \text{m}. \qquad \text{(réponse)}$$

Le PR de la personne est donc situé derrière elle, à 50,0 cm de ses yeux.

b) Quelle est sa distance minimale de vision distincte avec ses verres correcteurs ?

SOLUTION : La personne perçoit avec ses verres non pas les objets placés devant les lentilles correctrices mais les images produites par celles-ci, qui deviennent des objets pour l'œil. Donc, l'image la plus rapprochée de l'œil que la lentille peut produire afin qu'elle soit nettement perçue par la personne doit être située à son PP.

Le concept clé utilisé ici est donc le suivant : on doit déterminer où se situe l'objet O_1 des lentilles correctrices qui produit une image virtuelle I_1V au PP. La figure 5.28 illustre cette situation.

On applique de nouveau l'équation des lentilles minces $P_c = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ aux lentilles correctrices ayant une puissance P_c de $+2{,}00$ D. Puisque l'image virtuelle I_1V est située au PP de l'œil, on a $q = -d_{PP} = -0{,}200$ m et l'équation des lentilles devient :

$$+2{,}00\,\text{D} = \frac{1}{p} + \frac{1}{-0{,}200\,\text{m}}.$$

L'objet O_1 est donc à une distance

$$p = 14{,}3\ \text{cm}, \qquad \text{(réponse)}$$

ce qui correspond à sa distance minimale de vision distincte avec ses verres correcteurs. Remarquez que la personne hypermétrope possède avec ses verres une distance minimale de vision distincte inférieure par rapport à celle de 20,0 cm à l'œil nu, ce que démontre également la figure 5.28 (l'objet O_1R est plus près de l'œil que le PP). Les lentilles correctrices d'une personne hypermétrope ont donc deux actions bénéfiques sur sa vision : elles lui permettent d'observer des objets éloignés sans accommoder (sans effort) et elles lui procurent une meilleure vision rapprochée.

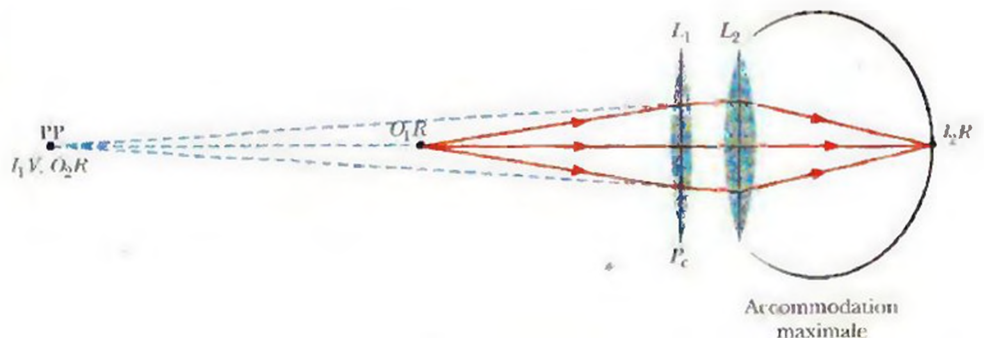


Figure 5.28 Exemple 5.6 La distance minimale de vision distincte avec une lentille correctrice est déterminée en calculant la distance objet p de la lentille correctrice lorsque son image est au PP de l'œil.

La presbytie

La **presbytie** est une conséquence du vieillissement des muscles ciliaires et du cristallin, ce dernier perdant de son élasticité avec les années. Le vieillissement des organes de l'œil sollicités dans le processus d'accommodation entraîne donc une diminution progressive de sa puissance d'accommodation. La presbytie n'affecte pas la vision des objets éloignés, mais la vision des objets rapprochés devient progressivement plus difficile à mesure que l'accommodation est de plus en plus restreinte. Pour un œil emmétrope, le PR demeure à l'infini, mais le PP, avec l'âge, s'éloigne de l'œil. La personne presbyte doit donc lire de plus en plus loin de ses yeux et la lecture prolongée peut devenir difficile et fatigante, surtout à partir de l'âge de 45 ans. Le PP moyen d'un œil emmétrope est situé à 25 cm de l'œil. Un *œil emmétrope* est donc presbyte si son PP est situé au-delà de 25 cm de l'œil, ce qui correspond, selon l'équation 5.16, à une puissance d'accommodation de 4,0 D. Généralement, on considère qu'*un œil souffre de presbytie lorsque sa puissance d'accommodation devient inférieure à* 4,00 D. La presbytie s'ajoute aux autres défauts de l'œil : un œil myope ou hypermétrope deviendra presbyte avec l'âge, et il sera alors nécessaire de lui prescrire une lentille correctrice à foyers progressifs.

La figure 5.29 illustre un exemple pour la correction de la presbytie. Pour permettre à un œil presbyte d'observer des objets rapprochés, on lui prescrit une lentille correctrice L_1 qui à partir d'un objet O_1 situé à 25,0 cm de l'œil (le PP moyen d'un œil normal) produira une image à son PP qu'il pourra donc nettement percevoir en accommodant au maximum. Avec la lentille correctrice, la distance minimale de vision distincte sera donc de 25,0 cm ; la personne presbyte pourra alors relâcher quelque peu son accommodation, ce qui lui permettra de lire confortablement un texte placé à environ 40,0 cm devant elle.

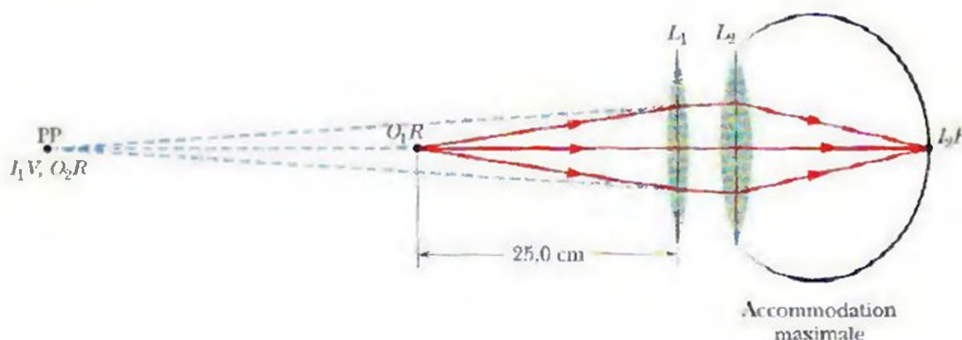


Figure 5.29 Un exemple de la correction de la presbytie. La lentille correctrice L_1 produit, à partir d'un objet O_1R situé à 25,0 cm, une image au PP de l'œil. Cette image devient un objet pour l'œil qui peut être nettement distingué lorsque celui-ci accommode au maximum.

Exemple 5.7

Soit un œil emmétrope ayant un PP situé à 40,0 cm de celui-ci.

a) Quelle est la puissance d'accommodation de l'œil ?

SOLUTION : Le concept clé est le suivant : on utilise l'équation 5.16 $P_{acc} = \frac{1}{d_{PP}} - \frac{1}{d_{PR}}$ avec $d_{PP} = 0{,}400$ m et, sachant que l'œil est emmétrope, $d_{PR} = \infty$, donc :

$$P_{acc} = \frac{1}{0{,}400\,\text{m}} - \frac{1}{\infty} = +2{,}50\,\text{D}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Déterminez sa prescription.

SOLUTION : Les concepts clés sont les suivants.

1. L'œil souffre de presbytie puisque sa puissance d'accommodation est inférieure à 4,00 D.
2. On doit lui prescrire une lentille correctrice L_1 (voir la figure 5.29) qui, à partir d'un objet O_1 situé à 25,0 cm de l'œil, produira une image à son PP qu'il pourra donc nettement distinguer en accommodant au maximum.
3. On applique l'équation des lentilles minces $P_c = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ (équation 5.13) à la lentille correctrice afin de déterminer sa puissance P_c.

L'objet O_1 de la lentille correctrice L_1 étant situé à 25,0 cm, on a $p = 0{,}250$ m. Puisque l'image I_1V de L_1 est virtuelle ($q < 0$) et située au PP, alors $q = -d_{PP} = -0{,}400$ m. En insérant ces valeurs de p et de q dans l'équation des lentilles minces, on détermine la valeur de P_c :

$$P_c = \frac{1}{0{,}250\,\text{m}} + \frac{1}{-0{,}400\,\text{m}} = +1{,}50\,\text{D}. \qquad \text{(réponse)}$$

La puissance de la lentille correctrice étant positive, celle-ci est convergente.

c) Quel est son domaine de vision distincte avec la lentille correctrice ?

SOLUTION : Sans son verre correcteur, cet œil possède un domaine de vision distincte de 40,0 cm jusqu'à l'infini. L'œil perçoit non pas les objets placés devant la lentille correctrice, mais les images produites par celle-ci, qui deviennent des objets pour lui. Selon la question a), la présence du verre correcteur rapproche la distance *minimale* de vision distincte à 25,0 cm de l'œil. En effet, lorsque l'objet est à cette distance, l'image est au PP.

L'image la plus éloignée de l'œil que la lentille peut produire afin qu'elle soit nettement perçue par l'œil doit être située à son PR. Le concept clé utilisé ici pour déterminer la distance *maximale* de vision distincte est donc le suivant : on doit déterminer où se situe l'objet O_1 de la lentille correctrice qui produit une image I_1 au PR de l'œil. La figure 5.30 illustre la situation.

On applique de nouveau l'équation des lentilles minces $P_c = \dfrac{1}{p} + \dfrac{1}{q}$ à la lentille correctrice de $+1{,}50$ D. Puisque l'image I_1 est située au PR de l'œil qui est à l'infini, on a $q = \infty$ et l'équation des lentilles devient :

$$+1{,}50\,\text{D} = \frac{1}{p} + \frac{1}{\infty}.$$

L'objet O_1 est donc à une distance

$$p = 66{,}7\ \text{cm},$$

ce qui correspond à la distance maximale de vision distincte de l'œil avec son verre correcteur. Le domaine de vision distincte avec la lentille correctrice est donc

de 25,0 cm à 66,7 cm de l'œil. (réponse)

Lorsque la lentille correctrice est devant l'œil presbyte, tous les objets à plus de 66,7 cm de celui-ci produisent une vision floue. Mais si on enlève le verre correcteur, la vision devient nette à partir de 40,0 cm jusqu'à l'infini. Cela explique pourquoi une personne presbyte retire ses verres correcteurs pour regarder au loin.

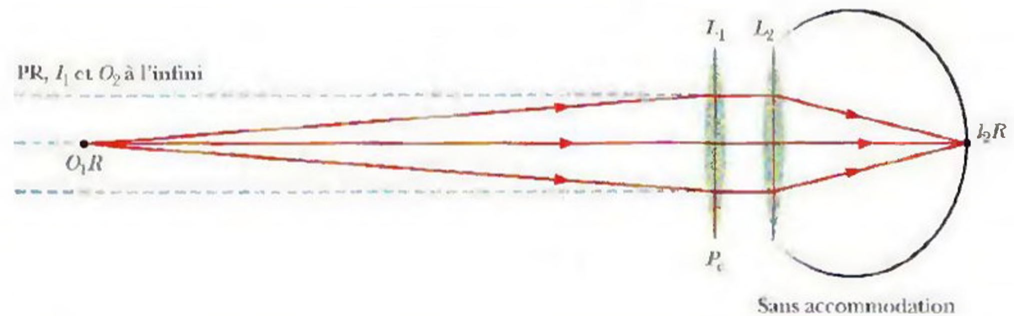


Figure 5.30 Exemple 5.7
La distance maximale de vision distincte avec une lentille correctrice est déterminée en calculant la distance objet p de la lentille correctrice lorsque son image est au PR de l'œil.

5.8 Les instruments d'optique

L'œil humain est un organe remarquablement efficace, mais sa portée peut être accrue de plusieurs façons à l'aide d'instruments d'optique tels que les loupes, les projecteurs de cinéma, les caméras (incluant les caméras de télévision), les microscopes et les télescopes. De nombreux dispositifs semblables étendent la portée de la vision humaine au-delà du spectre visible ; les caméras à infrarouge dans les satellites et les microscopes à rayons X en constituent deux exemples.

Les équations relatives aux miroirs et aux lentilles minces ne s'appliquent qu'approximativement à la plupart des instruments d'optique sophistiqués. Les lentilles des microscopes de laboratoires n'ont rien de « mince ». La plupart des instruments d'optique sont constitués de lentilles composées ; celles-ci comprennent plusieurs composantes, et il est rare que leurs interfaces soient parfaitement sphériques. On analysera ici trois instruments d'optique, en supposant, pour simplifier les choses, que l'équation des lentilles minces s'applique.

La loupe

L'œil humain *normal* peut observer un objet et en rendre une image nette sur la rétine (à l'intérieur de l'œil) si l'objet est situé entre l'infini et un certain point qu'on nomme le *punctum proximum* (ou point proche) PP. Si vous placez l'objet plus près de l'œil que ce point, l'image produite sur la rétine devient floue et la vision n'est plus nette. La position du PP varie normalement avec l'âge. On a tous connu des personnes qui prétendaient ne pas avoir besoin de lunettes mais qui lisaient leur journal en le tenant à bout de bras ; la position de leur PP s'est éloignée de leurs yeux à cause du processus du vieillissement. Pour trouver la position de votre propre PP, enlevez vos lunettes

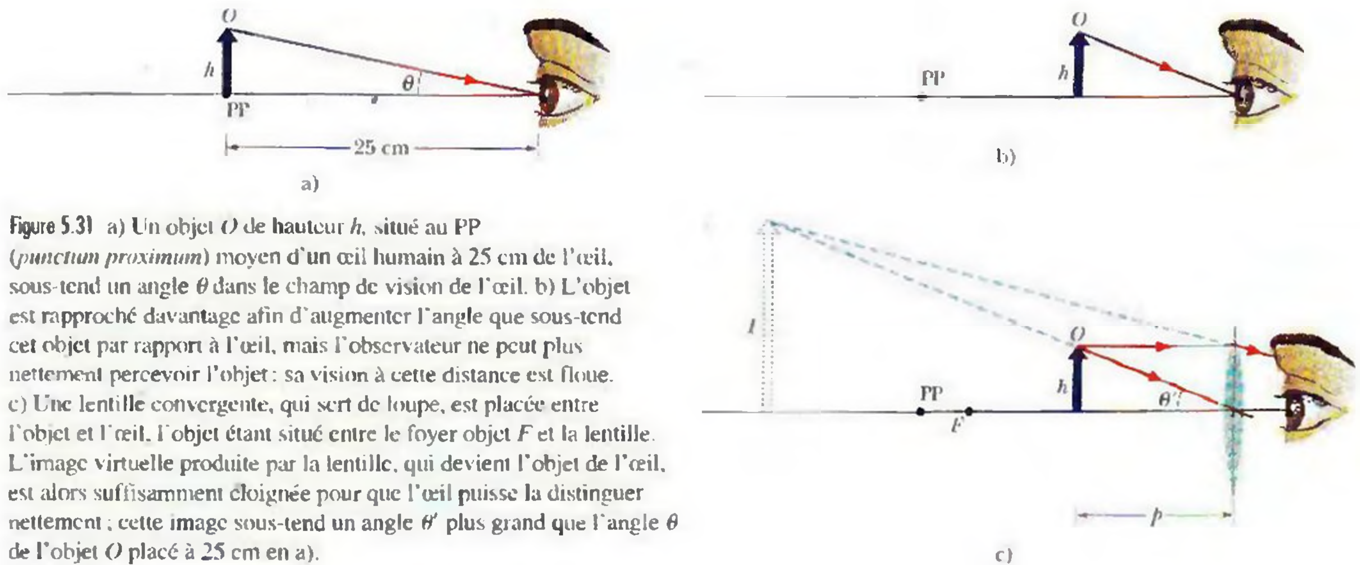


Figure 5.31 a) Un objet O de hauteur h, situé au PP (*punctum proximum*) moyen d'un œil humain à 25 cm de l'œil, sous-tend un angle θ dans le champ de vision de l'œil. b) L'objet est rapproché davantage afin d'augmenter l'angle que sous-tend cet objet par rapport à l'œil, mais l'observateur ne peut plus nettement percevoir l'objet : sa vision à cette distance est floue. c) Une lentille convergente, qui sert de loupe, est placée entre l'objet et l'œil, l'objet étant situé entre le foyer objet F et la lentille. L'image virtuelle produite par la lentille, qui devient l'objet de l'œil, est alors suffisamment éloignée pour que l'œil puisse la distinguer nettement ; cette image sous-tend un angle θ' plus grand que l'angle θ de l'objet O placé à 25 cm en a).

ou vos verres de contact si vous en portez, fermez un œil, et rapprochez cette page de votre œil jusqu'à ce qu'elle devienne floue. Dans cette section, *on situe la position du PP moyen à 25 cm de l'œil*, soit un peu plus que la valeur normale pour une personne de 20 ans.

La figure 5.31 a) présente un objet O situé au PP de l'œil. La taille de l'image de l'objet produite sur la rétine dépend de l'angle θ que l'objet sous-tend dans le champ de vision de l'œil. En rapprochant l'objet de l'œil, comme l'illustre la figure 5.31 b), vous pouvez augmenter l'angle et, par le fait même, la capacité de reconnaître les détails de l'objet. Toutefois, puisque l'objet est alors plus près de l'œil que son PP, l'image n'est plus nette et la vision devient floue.

Vous pouvez obtenir une vision nette en regardant O à travers une lentille convergente, qui sert de loupe, placée de manière que O soit entre le foyer objet F et la lentille (figure 5.16 c). Ce que vous voyez est l'image virtuelle de O produite par la lentille. Cette image, qui devient l'objet de l'œil, peut être nettement perçue si elle est plus éloignée de l'œil que son PP.

Par ailleurs, l'angle θ' sous-tendu par l'image virtuelle est plus grand que le plus grand angle θ que l'objet sans loupe, ou sans autres instruments d'optique, peut sous-tendre tout en étant nettement perçu. Le **grossissement angulaire** G (à ne pas confondre avec le grandissement transversal m) de ce qui est perçu est défini par

$$G = \frac{\theta'}{\theta} \quad \text{(le grossissement angulaire).} \qquad (5.17)$$

Littéralement, le grossissement angulaire d'un instrument d'optique, comme la loupe, est une comparaison entre l'angle sous-tendu par l'image finale que l'instrument d'optique produit et l'angle sous-tendu par l'objet placé au PP de l'œil.

D'après la figure 5.31 et en se fondant sur l'approximation que $\tan\theta \approx \theta$ et $\tan\theta' \approx \theta'$ dans le cas de petits angles, on a

$$\theta \approx \frac{h}{25\text{ cm}} \quad \text{et} \quad \theta' \approx \frac{h}{p}.$$

On trouve alors que

$$G = \frac{25\text{ cm}}{p} \quad \text{(le grossissement de la loupe).} \qquad (5.18)$$

Le **grossissement commercial** G_{com} est le grossissement angulaire obtenu par un instrument d'optique lorsque *l'image finale* qu'il produit *est à l'infini*. Pour la loupe, l'image produite par celle-ci est à l'infini si l'objet est situé au foyer objet de la loupe, c'est-à-dire si $p = f$. Le grossissement commercial de la loupe est donc donné par l'équation 5.18, en remplaçant p par f :

$$G_{com} = \frac{25\ \text{cm}}{f} \quad \text{(le grossissement commercial de la loupe).} \tag{5.19}$$

Le microscope composé

La figure 5.32 représente un microscope composé constitué de lentilles minces. L'instrument se compose d'un **objectif** (la lentille située près de l'objet à observer) de distance focale f_{ob} et d'un **oculaire** (la lentille près de l'œil) de distance focale f_{oc}. On l'utilise pour voir de petits objets placés très près de l'objectif.

L'objet réel O_{ob} à observer, par exemple un insecte, est légèrement plus éloigné de l'objectif que son foyer objet F_{ob}. La distance entre les lentilles est ensuite ajustée de manière que l'image I_{ob} produite par l'objectif, et qui est réelle, agrandie et renversée, soit légèrement plus rapprochée de l'oculaire que son foyer objet F_{oc}. La distance entre les points focaux F'_{ob} et F_{oc} est appelée la *longueur optique s* (voir la figure 5.32). Elle est généralement assez grande par rapport à f_{ob} et f_{oc}. Puisque l'image réelle I_{ob} devient un objet réel pour l'oculaire et que celui-ci est plus rapproché de l'oculaire que son foyer objet F_{oc}, l'oculaire agit donc comme une simple loupe, et l'observateur voit une image finale I_{oc} (virtuelle et renversée) à travers lui.

Le grossissement de l'instrument est donné par l'équation 5.17 ($G = \theta'/\theta$), où θ' est l'angle sous-tendu par l'image finale I_{oc} du microscope, représenté à la figure 5.32, et θ est l'angle que sous-tend l'objet à 25 cm de l'œil sans microscope (voir la figure 5.31 a). À l'aide de la figure 5.32 et de l'approximation des petits angles, on détermine que $\theta' \approx \tan\theta' = h'/p_{oc}$. Si on remplace dans l'équation 5.17 l'angle θ' par h'/p_{oc} et l'angle θ par $h/25$ cm (voir la section sur la loupe), le grossissement du microscope peut donc s'écrire sous la forme

$$G = \frac{h'}{h}\frac{25\ \text{cm}}{p_{oc}}. \tag{5.20}$$

Le premier facteur h'/h de cette équation est, selon l'équation 5.5, le grandissement transversal m_{ob} de l'objectif, alors que le second facteur 25 cm/p_{oc} représente, selon l'équation 5.18, le grossissement angulaire G_{oc} de l'oculaire. Le grossissement angulaire G du microscope est donc

$$G = (m_{ob})(G_{oc}).$$

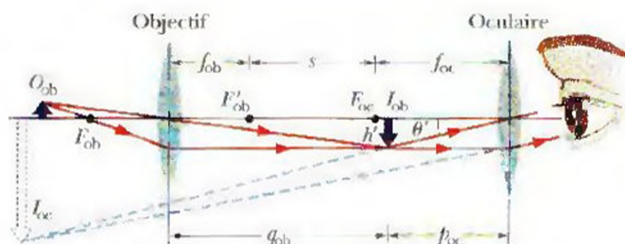


Figure 5.32 Représentation d'un microscope composé constitué de lentilles minces (l'illustration n'est pas à l'échelle). L'objectif produit une image réelle I_{ob} de l'objet réel O_{ob}, et cette image est légèrement plus rapprochée de l'oculaire que son foyer objet F_{oc}. L'image I_{ob} agit alors comme un objet réel pour l'oculaire, qui produit une image virtuelle finale I_{oc}, celle qui est perçue par l'observateur. L'objectif a une distance focale f_{ob} ; l'oculaire a une distance focale f_{oc} ; la distance entre les points focaux F'_{ob} et F_{oc} est la longueur optique s.

L'objectif du microscope sert donc à produire, à partir de l'objet à observer, une image réelle agrandie qui est, par la suite, observée par l'œil au moyen de l'oculaire, qui agit comme une loupe. Selon l'équation 5.6, on peut écrire le grandissement transversal produit par l'objectif sous la forme

$$m_{ob} = -\frac{q_{ob}}{p_{ob}} = \frac{h'}{h}, \tag{5.21}$$

où p_{ob} est la distance entre l'objectif et son objet O_{ob} et q_{ob} est la distance entre l'objectif et son image I_{ob}. Si on utilise l'équation 5.21 pour substituer h'/h dans l'équation 5.20, l'expression du grossissement du microscope devient

$$G = -\frac{q_{ob}}{p_{ob}}\frac{25\text{ cm}}{p_{oc}} \quad \text{(le grossissement du microscope).} \tag{5.22}$$

Le signe négatif indique que l'image finale I_{oc} de l'oculaire est renversée par rapport à l'objet O_{ob} de l'objectif. Le microscope produit donc des images renversées des objets que l'on veut scruter.

Pour obtenir le grossissement commercial du microscope, l'image finale I_{oc} produite par l'oculaire doit être à l'infini. Par conséquent, l'objet réel de l'oculaire, qui correspond à l'image I_{ob} de l'objectif, doit se situer au foyer F_{oc} de l'oculaire, donc $p_{oc} = f_{oc}$. Puisque la distance image q_{ob} de l'objectif est alors donnée par $f_{ob} + s$ (voir la figure 5.32), on substitue cette valeur de q_{ob} dans l'équation des lentilles minces appliquée à l'objectif, $1/p_{ob} + 1/q_{ob} = 1/f_{ob}$, que l'on récrit d'abord, en la multipliant par q_{ob}, sous la forme $q_{ob}/p_{ob} + 1 = q_{ob}/f_{ob}$ pour obtenir $q_{ob}/p_{ob} = (f_{ob} + s)/f_{ob} - 1 = s/f_{ob}$. Le grossissement commercial G_{com} est obtenu en remplaçant dans l'équation 5.22 q_{ob}/p_{ob} par s/f_{ob} et p_{oc} par f_{oc}, ce qui donne

$$G_{com} = -\frac{s}{f_{ob}}\frac{25\text{ cm}}{f_{oc}} \quad \text{(le grossissement commercial du microscope).} \tag{5.23}$$

On remarque que le grossissement angulaire d'un microscope est d'autant plus grand que les distances focales sont petites (généralement entre quelques millimètres et une vingtaine de millimètres) et que la longueur optique s est grande (environ 16 cm).

La lunette astronomique

Il existe plusieurs types de lunettes astronomiques. Celui qu'on décrit ici est le modèle le plus simple, composé d'un objectif et d'un oculaire ; ces deux composantes sont représentées à la figure 5.33 avec des lentilles minces simples même si, en pratique, la plupart des lunettes astronomiques comportent des lentilles dont chacune est, en fait, une lentille composée.

L'arrangement des lentilles est sensiblement le même dans les lunettes astronomiques et dans les microscopes, mais les lunettes astronomiques sont conçues pour observer de gros objets à de grandes distances, comme des galaxies, des étoiles ou des planètes, alors que les microscopes sont conçus pour observer de petits objets à de petites distances. Cette différence fait en sorte que, dans la lunette astronomique de la figure 5.33, le foyer image de l'objectif F'_{ob} est très près du foyer objet de l'oculaire F_{oc} (à quelques millimètres), alors que, dans le microscope de la figure 5.32, ces points sont séparés par la longueur optique s d'environ 16 cm.

Dans la figure 5.33 a), des rayons parallèles provenant d'un objet très éloigné (à l'infini) tombent sur l'objectif en formant un angle θ avec l'axe de la lunette astronomique et forment une image I_{ob} réelle et renversée au foyer image F'_{ob} de l'objectif. Dans une lunette astronomique, on ajuste la distance entre les lentilles afin que l'image I_{ob} de l'objectif soit légèrement plus rapprochée de l'oculaire que son foyer objet F_{oc}. Puisque l'image réelle I_{ob} devient un objet réel pour l'oculaire et que celui-ci est plus rapproché de l'oculaire que son foyer objet F_{oc}, l'oculaire agit donc comme une simple loupe, et l'observateur voit une image finale I_{oc} (virtuelle et renversée) à travers lui.



Figure 5.33 a) Représentation d'une lunette astronomique formée de lentilles minces. L'objectif produit une image réelle I_{ob} provenant d'une source lumineuse tellement éloignée (l'objet) que les rayons lumineux incidents près de l'objectif sont approximativement parallèles. (On suppose qu'une extrémité de l'objet est située sur l'axe optique.) L'image réelle I_{ob} se forme au foyer image F'_{ob} de l'objectif. La distance entre les lentilles est choisie afin que l'image I_{ob}, qui agit comme un objet réel pour l'oculaire, soit plus rapprochée de l'oculaire que son foyer objet F_{oc}. L'oculaire produit alors une image finale virtuelle I_{oc} à une grande distance de l'observateur. L'objectif a une distance focale f_{ob} ; l'oculaire a une distance focale f_{oc}. b) L'image I_{ob} a une hauteur h' et sous-tend un angle θ' mesuré par rapport à l'objectif, et un angle θ mesuré par rapport à l'oculaire.

Le grossissement angulaire G de la lunette astronomique est, selon l'équation 5.17, θ'/θ. L'angle θ' représenté à la figure 5.33 a) est, comme pour tous les autres instruments d'optique, l'angle sous-tendu par l'image finale I_{oc} de la lunette astronomique. On doit, par contre, modifier la définition de l'angle θ (= 25 cm/p) utilisée pour la loupe et le microscope, car on ne peut approcher un objet éloigné, comme la Lune ou une planète, à 25 cm de son œil. L'angle θ sera donc l'angle que sous-tend l'objet à l'œil nu lorsque l'objet demeure éloigné ; cet angle est également représenté à la figure 5.33 a). D'après la figure 5.33 b), on peut écrire, en considérant que les rayons forment de petits angles avec l'axe optique, que $\theta \approx \tan\theta = h'/f_{ob}$, et $\theta' \approx \tan\theta' = h'/p_{oc}$, ce qui donne

$$G = -\frac{f_{ob}}{p_{oc}} \quad \text{(le grossissement de la lunette astronomique).} \qquad (5.24)$$

où le signe « moins » indique que l'image finale I_{oc} de l'oculaire est renversée par rapport à l'objet O_{ob} de l'objectif.

Le grossissement commercial de la lunette astronomique est obtenu lorsque l'image finale I_{oc} produite par l'oculaire est à l'infini. Dans cette situation, puisque l'objet réel de l'oculaire, qui correspond à l'image I_{ob} de l'objectif, doit se situer au foyer objet F_{oc} de l'oculaire, les points focaux F_{oc} et F'_{ob} doivent coïncider, donc $p_{oc} = f_{oc}$. Par conséquent, le grossissement commercial G_{com} est, selon l'équation 5.24, donné par

$$G_{com} = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}} \quad \text{(le grossissement commercial de la lunette astronomique).} \qquad (5.25)$$

Le grossissement angulaire d'une lunette astronomique est donc d'autant plus grand que f_{ob} est grand par rapport à f_{oc} ; cela explique pourquoi une lunette astronomique doit être assez longue : elle doit être plus longue que f_{ob}, qui peut, pour une bonne lunette, dépasser le mètre.

Le grossissement n'est qu'un des facteurs importants dans la conception d'une lunette astronomique, et il est assez facile à obtenir. Un bonne lunette astronomique doit pouvoir « recueillir » efficacement la lumière, laquelle détermine la brillance de l'image. Cela est particulièrement important lorsqu'on veut observer des objets pâles aussi éloignés que des galaxies ; on obtient ce résultat en fabriquant un objectif ayant le plus grand diamètre possible. Une lunette astronomique doit aussi avoir un bon *pouvoir de résolution*, qui est la capacité de bien distinguer deux objets éloignés (deux étoiles, par exemple) dont l'écart angulaire est faible. Le *champ de vision* constitue également un paramètre important dans la conception. Une lunette astronomique conçue pour observer les galaxies (qui couvrent un champ de vision étroit) est très différente d'une autre conçue pour observer la Lune ou les comètes qui passent près de la Terre (qui couvrent un champ de vision plus large).

Les concepteurs de lunettes astronomiques doivent également tenir compte des différences importantes entre les lentilles réelles et les lentilles minces idéales dont on a discuté jusqu'à maintenant. Une lentille réelle est dotée de surfaces sphériques qui ne produisent pas d'images très nettes lorsque les rayons lumineux ne forment pas de petits angles avec son axe optique ; on nomme ce défaut *aberration de sphéricité*. De plus, puisque la réfraction par les deux surfaces d'une vraie lentille dépend de la longueur d'onde, qu'on a appelée le phénomène de dispersion, une lentille ne concentre pas les rayons lumineux de différentes longueurs d'onde en un même point ; on nomme cet autre défaut *aberration chromatique*.

Cette brève introduction ne décrit pas de manière exhaustive les paramètres de conception des télescopes ou des lunettes astronomiques – il y a plusieurs autres paramètres à considérer. On pourrait d'ailleurs en énumérer autant pour tout instrument d'optique donnant des images de grande qualité.

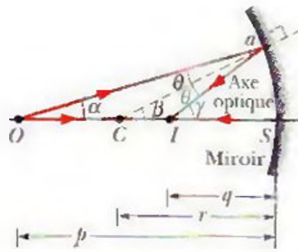


Figure 5.34 Un miroir sphérique concave forme un point image réel I en réfléchissant les rayons issus d'un point objet réel O.

5.9 Trois démonstrations

L'équation des miroirs sphériques (équation 5.4)

La figure 5.34 présente un point objet réel O situé sur l'axe optique d'un miroir sphérique concave. L'objet est plus éloigné du miroir que son centre de courbure C. Un rayon lumineux issu de O et formant un angle α avec l'axe optique croise l'axe au point I après avoir été réfléchi par le miroir au point a. Un rayon qui quitte O parallèlement à l'axe optique est réfléchi au point S, revient sur son propre parcours et passe également par I. Donc, I est l'image de O ; c'est une image *réelle* puisque les rayons lumineux émergeant du miroir après réflexion sont convergents.

Le théorème suivant sera très utile ici : un angle extérieur d'un triangle est égal à la somme des deux angles internes opposés. Si on applique ce théorème aux triangles OaC et OaI dans la figure 5.34, on obtient :

$$\beta = \alpha + \theta \quad \text{et} \quad \gamma = \alpha + 2\theta.$$

Si on élimine θ entre ces deux équations, on détermine que

$$\alpha + \gamma = 2\beta. \tag{5.26}$$

On peut écrire les angles α, β et γ en radians, sous la forme

$$\alpha \approx \frac{\widehat{aS}}{SO} = \frac{\widehat{aS}}{p}, \quad \beta = \frac{\widehat{aS}}{SC} = \frac{\widehat{aS}}{r},$$

et

$$\gamma \approx \frac{\widehat{aS}}{SI} = \frac{\widehat{aS}}{q}. \tag{5.27}$$

Seule l'équation de β est exacte, puisque le centre de courbure de l'arc aS se trouve à C. Toutefois, les équations de α et de γ sont approximativement correctes si ces angles sont assez petits. Des rayons lumineux formant de petits angles avec l'axe optique sont dits *paraxiaux*. En insérant les équations 5.27 dans l'équation 5.26, on obtient

$$\frac{\widehat{aS}}{p} + \frac{\widehat{aS}}{q} = \frac{2\widehat{aS}}{r},$$

puis, en utilisant l'équation 5.3 pour remplacer r par $2f$ et en simplifiant $\widehat{aS}$, on arrive exactement à l'équation 5.4, $1/p + 1/q = 1/f$, qui est la relation que l'on voulait démontrer.

L'équation des dioptres sphériques (équation 5.8)

Dans la figure 5.35, le rayon incident issu du point objet réel O qui atteint le point a d'une surface de réfraction sphérique y est réfracté suivant la loi de la réfraction (équation 4.41),

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2.$$

Si α est petit, θ_1 et θ_2 le seront aussi, et selon l'approximation des petits angles on peut remplacer les sinus de ces angles par les angles eux-mêmes. Donc, l'équation ci-dessus devient

$$n_1 \theta_1 \approx n_2 \theta_2. \tag{5.28}$$

On utilise encore le fait qu'un angle extérieur d'un triangle est égal à la somme des deux angles intérieurs opposés. Si l'on tient compte de ce fait dans le cas des triangles COa et CIa, on obtient

$$\theta_1 = \alpha + \beta \quad \text{et} \quad \beta = \theta_2 + \gamma. \tag{5.29}$$

Si on utilise les équations 5.29 pour éliminer θ_1 et θ_2 dans l'équation 5.28, on détermine que

$$n_1\alpha + n_2\gamma = (n_2 - n_1)\beta. \tag{5.30}$$

Mesurés en radians, les angles α, β et γ valent

$$\alpha \approx \frac{\widehat{aS}}{p}; \quad \beta = \frac{\widehat{aS}}{r}; \quad \gamma \approx \frac{\widehat{aS}}{q}. \tag{5.31}$$

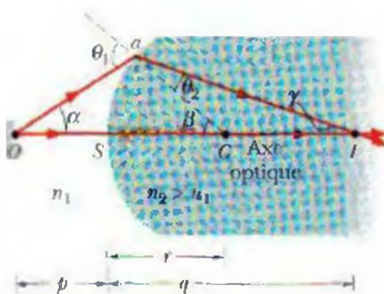


Figure 5.35 Le point image réel I d'un point objet réel O est formé par la réfraction des rayons lumineux par une surface sphérique convexe séparant deux milieux.

Seule la deuxième de ces équations est exacte. Les deux autres sont approximatives puisque I et O ne sont pas le centre du cercle dont $\widehat{aS}$ fait partie. Toutefois, si $\widehat{aS}$ est assez petit (dans le cas des rayons paraxiaux), les équations 5.31 sont approximativement correctes. En insérant les équations 5.31 dans l'équation 5.30 et en simplifiant, on arrive directement à l'équation 5.8, $n_1/p + n_2/q = (n_2 - n_1)/r$, dont on voulait faire la démonstration.

L'équation des lentilles minces (équations 5.9 et 5.10)

La technique consistera ici à considérer chacune des surfaces d'une lentille comme une surface de réfraction individuelle, et d'utiliser l'image produite par la première surface comme l'objet de la seconde surface.

On commence avec la « lentille » de verre épaisse illustrée à la figure 5.36 a), d'épaisseur L et dont les surfaces de réfraction gauche et droite ont des rayons de courbure r' et r'', respectivement. Un objet réel ponctuel O' est placé près de la surface de gauche, comme on le voit dans l'illustration. Un rayon partant de O' parallèlement à l'axe optique n'est pas dévié en entrant dans la lentille, ni en en sortant.

Un deuxième rayon partant de O' en formant un angle α avec l'axe optique atteint la surface de gauche au point a', est réfracté, et croise ensuite la seconde surface (celle de droite) au point a''. Le rayon est de nouveau réfracté et croise l'axe à I'', qui est le point d'intersection des deux rayons issus de O' et qui constitue l'image finale du point O', formée après la réfraction aux deux surfaces.

La figure 5.36 b) montre que la surface de gauche forme également une image virtuelle de O', à I'. Pour localiser I', on utilise l'équation 5.8 :

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{r}.$$

En posant $n_1 = 1$ pour l'air et $n_2 = n$ pour le verre de la lentille, on obtient

$$\frac{1}{p'} + \frac{n}{q'} = \frac{n-1}{r'}. \qquad (5.32)$$

La figure 5.36 c) représente de nouveau la deuxième surface. À moins qu'un observateur se trouvant au point a'' connaisse l'existence de la première surface, il pourrait croire que la lumière qui arrive à ce point est issue du point I' de la figure 5.36 b), et que la région située à la gauche de la surface est en verre, comme c'est illustré. Donc, l'image virtuelle I' formée par la première surface sert d'objet réel O'' pour la deuxième surface. La distance entre cet objet et la deuxième surface est

$$p'' = L - q'. \qquad (5.33)$$

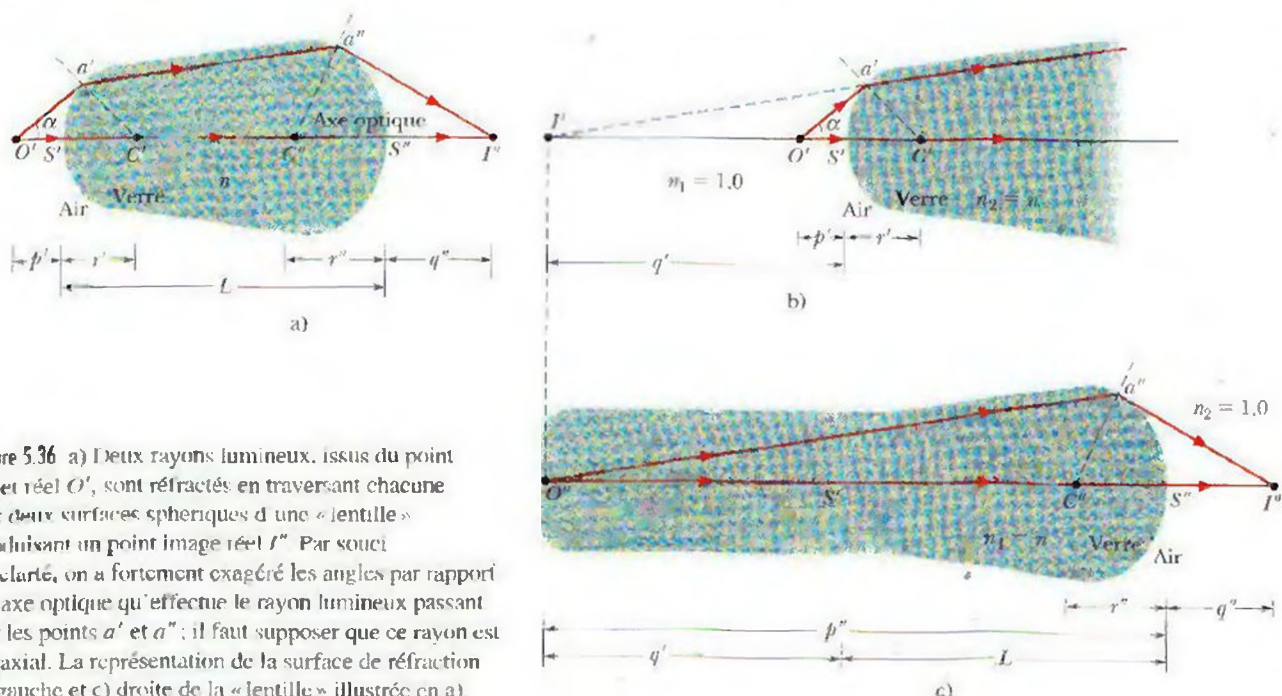


Figure 5.36 a) Deux rayons lumineux, issus du point objet réel O', sont réfractés en traversant chacune des deux surfaces sphériques d'une « lentille » produisant un point image réel I''. Par souci de clarté, on a fortement exagéré les angles par rapport à l'axe optique qu'effectue le rayon lumineux passant par les points a' et a'' ; il faut supposer que ce rayon est paraxial. La représentation de la surface de réfraction b) gauche et c) droite de la « lentille » illustrée en a).

Dans cette équation, on a inséré un signe « moins » devant q' car, l'image I' étant virtuelle, q' est une valeur négative. En effet, on s'intéresse ici à la distance *positive* entre O'' et la deuxième surface de réfraction puisque l'objet O'' est réel ($p'' > 0$). Pour appliquer l'équation 5.8 à la deuxième surface, on doit poser $n_1 = n$ et $n_2 = 1$, puisque l'objet est maintenant effectivement imbriqué dans le verre. Si on substitue ces valeurs et qu'on remplace p'' par $L - q'$ selon l'équation 5.33, l'équation 5.8 devient alors

$$\frac{n}{L-q'} + \frac{1}{q''} = \frac{1-n}{r''}. \tag{5.34}$$

On suppose maintenant que l'épaisseur L de la « lentille » de la figure 5.36 a) est si petite qu'on peut la négliger, par rapport aux autres quantités linéaires (comme p', q', p'', q'', r' et r''). Dans tout ce qui suit, on utilisera cette *approximation des lentilles minces*. En insérant $L = 0$ dans l'équation 5.34 et en réarrangeant le côté droit de cette équation, on a

$$-\frac{n}{q'} + \frac{1}{q''} = -\frac{n-1}{r''}. \tag{5.35}$$

En additionnant les équations 5.32 et 5.35, on obtient

$$\frac{1}{p'} + \frac{1}{q''} = (n-1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right).$$

Enfin, en désignant simplement par p la distance objet initiale et par q la distance image finale, on a

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = (n-1)\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{r''}\right), \tag{5.36}$$

ce qui, avec un petit changement dans la notation, correspond aux équations 5.9 et 5.10, soit les relations que l'on voulait démontrer.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Les objets réels et virtuels Un *objet* est le point de rencontre des rayons lumineux incidents. Lorsque les rayons incidents sur un système optique sont divergents, il s'agit d'un *objet réel* ; si les rayons incidents sont convergents, il s'agit d'un *objet virtuel*.

Les images réelles et virtuelles Une *image* est le point de rencontre des rayons lumineux émergeant d'un système optique. Une *image réelle* est formée lorsque les rayons qui émergent du système optique convergent. Si les rayons émergents divergent, il s'agit d'une *image virtuelle*. Il faut alors prolonger les rayons émergents vers l'arrière pour déterminer la position de l'image.

La formation d'images Les *miroirs sphériques*, les *dioptres sphériques* et les *lentilles minces* peuvent former des images provenant d'une source lumineuse – l'objet – en réorientant les rayons qui émergent de la source. L'image se forme lorsque les rayons réorientés, provenant d'un point objet, possèdent un point de rencontre commun. Si les rayons forment de petits angles avec l'*axe optique* (rayons paraxiaux) du miroir sphérique, du dioptre sphérique ou de la lentille mince, on a les relations suivantes qui unissent la *distance objet p* (qui est positive pour un objet réel et négative pour un objet virtuel) et la *distance image q* (qui est positive dans le cas d'images réelles, et négative dans le cas d'images virtuelles) :

1. **Miroir sphérique :**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r}, \tag{5.4, 5.3}$$

où f est la distance focale du miroir et r est son rayon de courbure. Ces deux distances sont positives pour un miroir concave et elles sont négatives pour un miroir convexe. Un *miroir plan* constitue un cas particulier, où $r \to \infty$, de sorte que $q = -p$. Des images réelles se forment du côté du miroir où les rayons sont réfléchis, et des images virtuelles se forment du côté opposé.

2. **Dioptre sphérique :**

$$\frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{q} = \frac{n_2 - n_1}{r}, \tag{5.8}$$

où n_1 est l'indice de réfraction de la substance dans laquelle on retrouve les rayons incidents, n_2 est l'indice de réfraction de la substance d'où les rayons émergent et r est le rayon de courbure de la surface. Quand le centre de courbure de la surface est du côté où les rayons émergent (cette surface est convexe par rapport au côté où les rayons incidents se propagent), le rayon r est positif. Quand le centre de courbure de la surface est du côté des rayons incidents (cette surface est concave par rapport au côté contenant les rayons incidents), r est négatif. Des images réelles se forment du côté d'où émergent les rayons, et des images virtuelles se forment du côté d'où proviennent les rayons incidents.

3. **Lentille mince :**

$$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right), \tag{5.9, 5.10}$$

où f est la distance focale de la lentille (positive pour une lentille convergente et négative pour une lentille divergente), n est l'indice de réfraction du matériau composant la lentille, et r_1 et r_2 sont les rayons de courbure des deux faces de la lentille, qui sont des surfaces sphériques. Un rayon de courbure est positif lorsque le centre de courbure est du côté d'où les rayons émergent ; il est négatif lorsque le centre de courbure de la surface est du côté d'où proviennent

les rayons incidents. Des images réelles se forment lorsque les rayons qui émergent de la lentille convergent, de sorte que l'image formée sera du côté des rayons émergents. Des images virtuelles se forment lorsque les rayons émergents divergent, et l'image formée se retrouve du côté des rayons incidents.

Le grandissement transversal Le *grandissement transversal* m produit par un miroir sphérique ou une lentille mince est

$$m = -\frac{q}{p}. \tag{5.6}$$

La grandeur de m est donnée par

$$|m| = \frac{h'}{h}, \tag{5.5}$$

où h et h' sont respectivement la hauteur (perpendiculairement à l'axe optique) de l'objet et celle de l'image.

L'œil Le processus d'*accommodation* de l'œil permet d'obtenir une vision nette d'objets situés à différentes distances de l'œil. Le *punctum remotum* (PR) est la position de l'objet dont l'œil peut produire une image nette sur la rétine sans qu'il accommode. Le *punctum proximum* (PP) est la position de l'objet dont on obtient une image nette sur la rétine lorsque l'accommodation de l'œil est maximale. La région de l'espace située entre le PP et le PR où la vision est nette est appelée le *domaine de vision distincte* à l'œil nu. La *puissance d'accommodation* P_{acc} d'un œil est donnée par

$$P_{acc} = \frac{1}{d_{PP}} - \frac{1}{d_{PR}}, \tag{5.16}$$

où d_{PP} et d_{PR} sont les distances respectives entre l'œil et son PP, et entre l'œil et son PR.

Un œil normal possède un PP à moins de 25 cm de l'œil et, de plus, il est *emmétrope*, c'est-à-dire que son PR est situé à l'infini ($d_{PR} = \infty$). L'œil peut souffrir d'un ou de plusieurs défauts qui peuvent être corrigés par le port de verres correcteurs.

Un œil est considéré comme *myope* si $0 < d_{PR} < \infty$. Pour permettre au myope d'observer des objets lointains sans accommoder, on lui prescrit une lentille correctrice divergente qui d'un objet situé à l'infini produit une image virtuelle à son PR.

Un œil est *hypermétrope* si son PR est un objet virtuel situé derrière l'œil, $d_{PR} < 0$. Pour que l'œil hypermétrope puisse observer des objets lointains sans accommoder, on lui prescrit une lentille correctrice convergente qui d'un objet situé à l'infini produit une image réelle à son PR.

La *presbytie* est une conséquence du vieillissement qui entraîne une diminution progressive de la puissance d'accommodation de l'œil. On considère qu'un œil souffre de presbytie lorsque sa puissance d'accommodation est inférieure à 4,00 D. Pour permettre à un œil presbyte d'observer des objets rapprochés, on lui prescrit une lentille correctrice qui, à partir d'un objet situé à 25,0 cm de l'œil, produit une image à son PP qu'il peut alors nettement percevoir en accommodant au maximum.

Les instruments d'optique Le *grossissement angulaire* G d'un instrument d'optique est défini par

$$G = \frac{\theta'}{\theta}, \tag{5.17}$$

où θ' est l'angle sous-tendu par l'image finale que l'instrument d'optique produit et θ est l'angle que sous-tend l'objet à l'œil nu. Le *grossissement commercial* G_{com} est le grossissement angulaire obtenu par un instrument d'optique lorsque l'image finale qu'il produit est à l'infini.

Voici trois instruments d'optique qui permettent d'augmenter la portée de la vision humaine.

1. La *loupe*, ou lentille simple, produit un grossissement angulaire G donné par

$$G = \frac{25\ \text{cm}}{p}, \tag{5.18}$$

où p est la distance entre la loupe et l'objet.

Le grossissement commercial de la loupe est obtenu par

$$G_{com} = \frac{25\ \text{cm}}{f}, \tag{5.19}$$

où f est la distance focale de la loupe.

2. Le *microscope composé* produit un grossissement G exprimé par

$$G = (m_{ob})(G_{oc}) = -\frac{q_{ob}}{p_{ob}}\frac{25\ \text{cm}}{p_{oc}}, \tag{5.22}$$

où m_{ob} est le grandissement transversal produit par l'objectif, G_{oc} est le grossissement angulaire produit par l'oculaire, q_{ob} est la distance entre l'objectif et son image, p_{ob} est la distance entre l'objectif et son objet et p_{oc} est la distance entre l'oculaire et l'image de l'objectif.

Le grossissement commercial G_{com} du microscope est obtenu à l'aide de

$$G_{com} = -\frac{s}{f_{ob}}\frac{25\ \text{cm}}{f_{oc}}, \tag{5.23}$$

où f_{ob} et f_{oc} sont respectivement la distance focale de l'objectif et celle de l'oculaire, et s est la longueur optique.

3. La *lunette astronomique* produit un grossissement angulaire G donné par

$$G = -\frac{f_{ob}}{p_{oc}}, \tag{5.24}$$

où f_{ob} est la distance focale de l'objectif et p_{oc} est la distance entre l'oculaire et l'image de l'objectif. Le signe « moins » indique que l'image finale de l'instrument est renversée par rapport à l'objet observé.

Le grossissement commercial G_{com} de la lunette astronomique est calculé à l'aide de

$$G_{com} = -\frac{f_{ob}}{f_{oc}}, \tag{5.25}$$

où f_{ob} et f_{oc} sont respectivement la distance focale de l'objectif et celle de l'oculaire.

QUESTIONS

1. Les monstres lacustres, les tritons et les sirènes ont souvent été « aperçus » par des observateurs qui étaient situés sur un rivage ou sur le pont intérieur d'un bateau. D'une telle perspective, où le point de vue est peu élevé, un observateur peut intercepter des rayons lumineux qui proviennent d'un objet flottant (un marsouin ou un morceau de bois, par exemple) et qui sont légèrement déviés vers le bas, en direction de l'observateur (un rayon réfracté semblable est représenté avec exagération dans la figure 5.37 a). L'observateur perçoit alors l'objet comme s'il s'étendait vers le haut à partir de la surface de l'eau (et il le verrait probablement osciller, à cause de la turbulence de l'air), dans un mirage qui pourrait ressembler à l'une de ces créatures mythiques. Dans la figure 5.37 b), on indique plusieurs courbes de la hauteur, par rapport à la surface de l'eau, en fonction de la température de l'air. Laquelle de ces courbes illustre le mieux les conditions de température de l'air qui favorisent la déviation des rayons lumineux et la production de ce mirage ?



Figure 5.37 Question 1

2. La figure 5.38 montre un poisson et un pêcheur dans l'eau. a) Le pêcheur voit-il le poisson dans la région du point *a* ou dans celle du point *b*? b) Le poisson voit-il les yeux du pêcheur dans la région du point *c* ou dans celle du point *d* ?

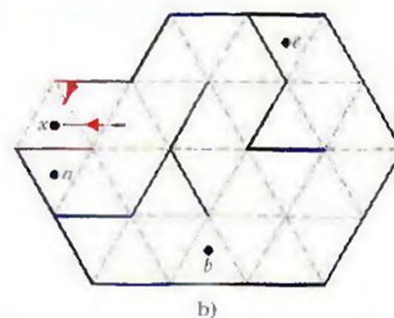


Figure 5.38 Question 2

3. Dans le labyrinthe de miroirs de la figure 5.39 a), de nombreux « couloirs virtuels » semblent se prolonger de votre point de vue parce que vous voyez plusieurs réflexions des miroirs qui couvrent les murs du labyrinthe. Ces miroirs sont placés sur certaines faces des triangles équilatéraux et adjacents couvrant le plancher. Le plan du plancher d'un labyrinthe similaire, quoique différent, est illustré dans la figure 5.39 b) ; dans ce labyrinthe, chaque section de mur est couverte d'un miroir. Si vous vous tenez à l'entrée *x*, a) lequel des monstres *a*, *b* et *c* cachés dans le labyrinthe pouvez-vous voir dans les couloirs virtuels qui se prolongent à partir de l'entrée ? b) Combien de fois chaque monstre visible apparaît-il dans un couloir ? c) Que voit-on à l'extrémité d'un couloir ? (*Indice* : Les deux rayons illustrés proviennent de couloirs virtuels ; suivez-les dans le labyrinthe en appliquant la loi de la réflexion à chaque miroir situé sur le parcours de chacun des rayons. Passent-ils par un triangle où il y a un monstre ? Si oui, combien de fois ? Pour approfondir cette analyse, voir J. Walker, « The Amateur Scientist », *Scientific American*, vol. 254, juin 1986, p. 120-126.)



a)



b)

Figure 5.39 Question 3

4. Un pingouin se dandine parallèlement à l'axe optique d'un miroir concave, à partir du foyer en allant vers l'infini. a) Comment son image se déplace-t-elle ? b) La hauteur de son image augmente-t-elle continuellement, diminue-t-elle continuellement ou change-t-elle de façon plus complexe ?

5. Lorsqu'un tyrannosaure poursuit la jeep dans le film *Le parc jurassique*, on voit une image réfléchie du monstre dans un miroir latéral sur lequel est inscrite la mention suivante (qui relève de l'humour noir dans le présent cas) : « Attention : les objets sont plus près qu'ils apparaissent dans le miroir. » S'agit-il d'un miroir plan, convexe ou concave ?

6. La figure 5.40 présente quatre lentilles minces, faites du même matériau, dont les faces sont planes ou ont un rayon de courbure de 10 cm. Sans faire de calculs explicites, classez les lentilles en ordre décroissant selon la grandeur de leur distance focale.

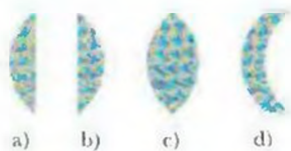


Figure 5.40 Question 6

7. Soit une lentille mince convergente dont les grandeurs des deux rayons de courbure sont identiques. On suppose que l'objet de la lentille est virtuel. La distance image augmente-t-elle, diminue-t-elle ou reste-t-elle la même si on augmente a) l'indice de réfraction n de la lentille, b) les rayons de courbure des deux faces de la lentille et c) l'indice de réfraction n_{mil} du milieu environnant, en gardant la valeur de n_{mil} inférieure à celle de n?

8. Un miroir concave et une lentille convergente (verre : $n = 1{,}5$) ont tous les deux une distance focale de 3 cm dans l'air. Si on les met dans l'eau (où $n = 1{,}33$), leur distance focale est-elle plus grande, plus petite ou égale à 3 cm ?

9. Le tableau suivant indique six situations possibles dans la disposition des deux lentilles minces présentées à la figure 5.41. (Les points F_1 et F_2 sont les foyers des lentilles 1 et 2.) Un objet *réel* est à une distance p_1 à la gauche de la lentille 1, comme c'est illustré dans la figure 5.20. a) Quelles situations vous permettent de dire, *sans calculs*, si l'image finale (produite par la lentille 2) est réelle ou virtuelle, et si elle a la même orientation que l'objet ? b) Pour chacune de ces situations possibles, dites si l'image finale est réelle ou virtuelle, et si elle a la même orientation que l'objet ou si elle est renversée.

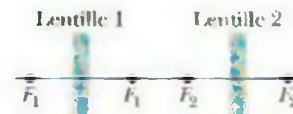


Figure 5.41 Question 9

Situation	Lentille 1	Lentille 2	
1	Convergente	Convergente	$p_1 < f_1$
2	Convergente	Convergente	$p_1 > f_1$
3	Divergente	Convergente	$p_1 < f_1$
4	Divergente	Convergente	$p_1 > f_1$
5	Divergente	Divergente	$p_1 < f_1$
6	Divergente	Divergente	$p_1 > f_1$

10. C'est à la cornée que se produit la plus forte déviation des rayons lumineux qui rend la vision humaine possible (à l'interface entre l'air et la membrane transparente externe de l'œil). La cornée a un indice de réfraction légèrement plus élevé que celui de l'eau. a) Quand votre œil est immergé dans une piscine, la déviation des rayons lumineux à la cornée est-elle plus grande, plus petite ou la même que dans l'air ? b) Un poisson d'Amérique centrale, l'*Anableps anableps*, peut voir sous l'eau et au-dessus de l'eau simultanément parce qu'il nage en gardant une partie de ses yeux au-dessus de la surface de l'eau. Pour assurer une vision nette dans les deux milieux, le rayon de courbure de la partie submergée de la cornée doit-il être plus grand, plus petit ou le même que celui de la partie qui est dans l'air ?

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous :
www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 5.2 Les miroirs plans

1E. Un papillon au niveau de vos yeux est à 10 cm d'un miroir plan ; vous êtes derrière le papillon, à 30 cm du miroir. Quelle est la distance entre vos yeux et la position apparente de l'image du papillon dans le miroir ? www

2E. Vous regardez, à travers l'objectif d'une caméra, l'image d'un colibri dans un miroir plan. La caméra est à 4,30 m du miroir et lui fait face. L'oiseau est à la hauteur de la caméra, à 5,00 m à votre droite et à 3,30 m du miroir. Quelle est la distance entre la caméra et la position apparente de l'image de l'oiseau dans le miroir ?

3E. La figure 5.42 a) montre une vue en plongée de deux miroirs plans verticaux et d'un objet O placé entre eux. Si vous regardez dans les miroirs, vous voyez des images multiples de O. Vous pouvez les localiser en traçant les différentes réflexions produites par les miroirs, comme on l'a fait avec la première réflexion sur le miroir de gauche à la figure 5.42 b). Vous tracez ensuite la réflexion de la réflexion. Vous continuez ainsi tant avec le miroir de gauche qu'avec le miroir de droite, jusqu'à ce que les réflexions se chevauchent ou se retrouvent à l'arrière des deux miroirs. Vous pouvez ensuite compter le nombre d'images de O. a) Si $\theta = 90°$, combien d'images de O verrez-vous ? b) Indiquez, dans chaque cas, la localisation et l'orientation de l'image (comme dans la figure 5.42 b).

4P. Reprenez l'exercice 3 en fonction d'un angle θ valant a) 45°, b) 60° et c) 120°. d) Expliquez pourquoi il y a plusieurs réponses possibles en c).

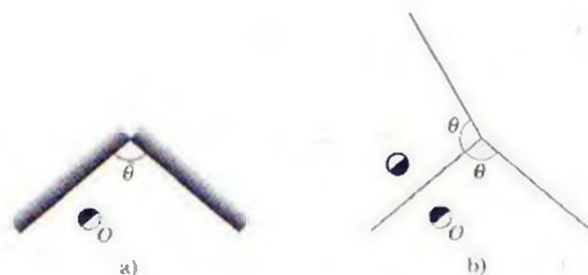


Figure 5.42 Exercice 3 et problème 4

5P. Prouvez que, si on tourne un miroir plan d'un angle α, le rayon réfléchi subit une rotation d'un angle 2α. Démontrez que ce résultat est vérifié dans le cas où $\alpha = 45°$.

6P. La figure 5.43 montre une vue en plongée d'un corridor à l'extrémité duquel est placé un miroir M. Une cambrioleuse C se faufile dans le corridor, directement vers le centre du miroir.

Si d = 3,0 m, à quelle distance du miroir la cambrioleuse C se trouvera-t-elle lorsque le gardien de sécurité G pourra la voir dans le miroir ?

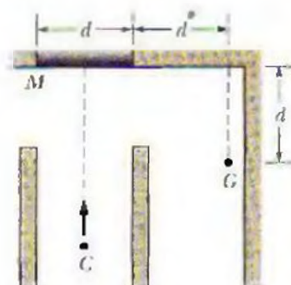


Figure 5.43 Problème 6

7P. Vous placez une source lumineuse ponctuelle S à une distance d devant un écran E. Quelle est la variation de l'intensité lumineuse au centre de l'écran si vous placez un miroir totalement réfléchissant M à une distance d derrière la source, comme c'est illustré à la figure 5.44 ? (*Indice :* Utilisez l'équation 4.27.)



Figure 5.44 Problème 7

8P. La figure 5.45 montre une petite ampoule électrique suspendue au-dessus de la surface de l'eau d'une piscine. Le fond de la piscine est recouvert d'un grand miroir. À quelle distance est située l'image de l'ampoule sous la surface du miroir ? (*Conseil :* Faites un diagramme de deux rayons lumineux comme celui de la figure 5.6, mais tenez compte de la déviation par réfraction des rayons lumineux. Supposez que les rayons forment de petits angles avec un axe vertical passant par l'ampoule, et utilisez l'approximation pour les petits angles $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$.)

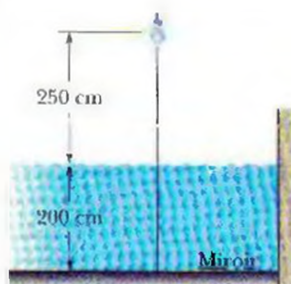


Figure 5.45 Problème 8

SECTION 5.4 Les images produites par les miroirs sphériques

9E. Un miroir à maquillage concave a un rayon de courbure de 35,0 cm. Il est placé de telle sorte que l'image (verticale) d'un visage a 2,50 fois la taille du visage réel. À quelle distance du visage le miroir est-il placé ?

10P. Complétez le tableau 5.5, où sont indiquées sur chaque ligne les données d'une situation référant à un objet *réel* placé devant un miroir plan, un miroir sphérique convexe ou un miroir sphérique concave. Les distances sont exprimées en centimètres. Si un chiffre n'a pas de signe, trouvez le signe approprié. Faites un tracé des rayons lumineux principaux pour chaque situation afin de localiser l'image de l'objet réel.

TABLEAU 5.5 Problème 10 : Miroirs

Type	f	r	q	p	m	Image réelle ?	Image renversée ?
a) Concave	20			+10			
b)				+10	+1,0	Non	
c)	+20			+30			
d)				+60	−0,50		
e)		−40	−10				
f)	20				+0,10		
g) Convexe		40	4,0				
h)				+24	0,50		Oui

11P. Un petit objet rectiligne de longueur L est parallèle à l'axe optique d'un miroir sphérique. Si l'une de ses extrémités est située à une distance p du miroir, a) démontrez que son image dans le miroir a une longueur L' donnée par

$$L' = L\left(\frac{f}{p-f}\right)^2.$$

(*Conseil :* Localisez les deux extrémités de l'objet.) b) Démontrez que le grandissement longitudinal m' ($= L'/L$) est égal à m^2, où m est le grandissement transversal. www

12P. a) Un point lumineux se déplace à la vitesse de module v_0 vers un miroir sphérique ayant un rayon de courbure r, parallèlement à l'axe optique du miroir. Démontrez que l'image de ce point se déplace à la vitesse de module

$$v_I = \left(\frac{r}{2p-r}\right)^2 v_0,$$

où p est la distance entre le point lumineux et le miroir, à tout instant donné. (*Conseil :* Utilisez d'abord l'équation 5.4.) Supposez maintenant que le miroir est concave, que r = 15 cm et que v_0 = 5,0 cm/s. Trouvez le module de la vitesse de l'image lorsque b) p = 30 cm (beaucoup plus éloigné que le foyer), c) p = 8,0 cm (légèrement plus éloigné que le foyer) et d) p = 10 mm (très près du miroir).

SECTION 5.5 Les dioptres sphériques

13P. Des rayons lumineux parallèles, provenant d'un laser, sont incidents à une sphère rigide et transparente dont l'indice de réfraction est n (figure 5.46). a) Si un point image est produit à l'arrière de la sphère, quel est l'indice de réfraction de la sphère ? b) Quel indice de réfraction, le cas échéant, produirait un point image au centre de la sphère ?

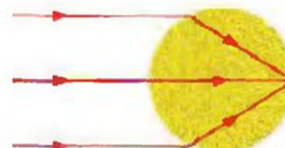


Figure 5.46 Problème 13

14P. Complétez le tableau 5.6, où sont indiquées sur chaque ligne les données d'une situation référant à un point objet *réel* placé devant un dioptre sphérique séparant deux milieux dont les indices de réfraction sont différents. Les distances sont exprimées en centimètres. Faites un tracé des rayons lumineux principaux pour chaque situation afin de localiser l'image de l'objet réel.

TABLEAU 5.6 Problème 14 : Dioptres sphériques

	n_1	n_2	p	q	r	Image renversée ?
a)	1,0	1,5	+10		+30	
b)	1,0	1,5	+10	−13		
c)	1,0	1,5		+600	+30	
d)	1,0		+20	−20	−20	
e)	1,5	1,0	+10	−6,0		
f)	1,5	1,0		−7,5	−30	
g)	1,5	1,0	+70		+30	
h)	1,5		+100	+600	−30	

15P. En regardant vers le bas, vous apercevez une pièce de monnaie qui repose au fond d'une piscine où l'eau a une hauteur h et un indice de réfraction n (figure 5.47). Puisque vous regardez avec vos deux yeux, qui interceptent des rayons lumineux différents en provenance de la pièce de monnaie, vous voyez la pièce au point d'intersection des prolongements des rayons, à une hauteur h_a plutôt que h. En supposant que les rayons interceptés par vos yeux de la figure 5.47 effectuent de petits angles avec l'axe vertical passant par la pièce de monnaie, démontrez que $h_a = h/n$. (*Conseil :* Utilisez l'approximation pour les petits angles $\sin \theta \approx \tan \theta \approx \theta$.)

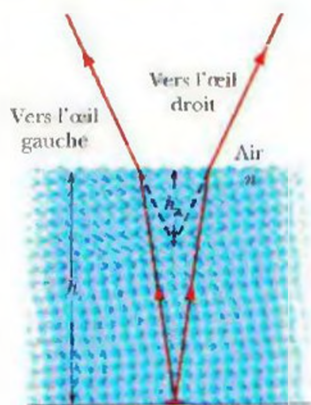


Figure 5.47 Problème 15

16P. Dans un réservoir, une couche d'eau (où $n = 1,33$) d'une épaisseur de 20 mm flotte sur une couche de tétrachlorure de carbone (où $n = 1,46$) d'une épaisseur de 40 mm. Une pièce de monnaie repose au fond du réservoir. À quelle profondeur sous la surface de l'eau voyez-vous la pièce de monnaie ? (*Conseil :* Utilisez le résultat et les hypothèses du problème 15, et faites un tracé de rayons lumineux s'appliquant à cette situation.)

17P. Vous tenez au-dessus d'une pièce de monnaie reposant sur le sol un bloc en acrylique ($n = 1,42$) ayant une épaisseur de 40,0 cm. La face inférieure du bloc est à 25,0 cm de la pièce. Déterminez la position de l'image, lorsque vous observez la pièce à travers le bloc d'acrylique.

18P. Une fourmi se trouve devant une sphère en verre ($n = 1,50$) de rayon 6,00 cm. Déterminez la position de l'image formée par la sphère quand la fourmi est à une distance de a) 10,0 cm et de b) 30,0 cm du centre de la sphère.

19P. Soit une tige de verre ($n = 1,50$) ayant ses deux extrémités creuses et dont les grandeurs des rayons de courbure sont de 8,00 cm. Un petit objet est placé le long de l'axe de la tige à une distance de 50,0 cm de la partie creuse. Déterminez la position de l'image si la longueur de la tige est de 15,0 cm.

SECTION 5.6 Les lentilles minces

20E. Un objet est placé à 20 cm à la gauche d'une lentille mince divergente dont la distance focale est de 30 cm. Quelle est la distance image q ? Trouvez la position de l'image à l'aide d'un tracé des rayons lumineux principaux. www

21E. Vous produisez une image du Soleil sur un écran à l'aide d'une lentille mince dont la distance focale est 20,0 cm. Quel est le diamètre de l'image ? (Voir l'annexe C pour les données concernant le Soleil.)

22E. Une lentille dont les deux faces sont convexes est fabriquée avec un verre dont l'indice de réfraction est 1,5. Le rayon de courbure d'une des faces vaut le double de celui de l'autre, et la distance focale est de 60 mm. Quelles sont les valeurs des rayons ?

23E. Une lentille est faite d'un verre dont l'indice de réfraction est 1,5. Une face de la lentille est plane, l'autre est convexe et a un rayon de courbure de 20 cm. a) Trouvez la distance focale de la lentille. b) Si on place un objet à 40 cm devant la lentille, où l'image sera-t-elle située ?

24E. L'équation $$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$$

se nomme la forme *gaussienne* de l'équation des lentilles minces. On obtient une variante de cette équation, la forme *newtonienne*, en considérant la distance x entre l'objet et le premier foyer, et la distance x' entre le second foyer et l'image. Démontrez que

$$xx' = f^2$$

est la forme newtonienne de l'équation des lentilles minces.

25E. Un appareil photo ayant une lentille (simple) dont la distance focale est de 75 mm capte l'image d'une personne mesurant 180 cm située à une distance de 27 m. Quelle est la hauteur de l'image de cette personne sur la pellicule du film ?

26P. Une diapositive est placée à 44,0 cm d'un écran. À quelle(s) distance(s) de la diapositive une lentille ayant une distance focale de 10,0 cm doit-elle être placée pour produire une image nette de la diapositive sur l'écran ? www

27P. Dans la mesure du possible, complétez le tableau 5.7, où sont indiquées sur chaque ligne les données d'une situation référant à un objet réel placé devant une lentille mince. Les distances sont exprimées en centimètres. Sous la rubrique Type, indiquez C s'il s'agit d'une lentille convergente et D s'il s'agit d'une lentille divergente. Si un chiffre n'a pas de signe, trouvez le signe approprié (sauf dans le cas de l'indice de réfraction). Faites un tracé des rayons lumineux principaux pour chaque situation afin de localiser l'image de l'objet.

28P. Une lentille convergente ayant une distance focale de 24,0 cm produit une image trois fois plus grande à partir d'un objet réel. Déterminez la distance objet p si l'image est a) virtuelle et b) réelle.

29P. Soit un objet réel situé à 20,0 cm d'une lentille. Si la lentille produit une image réduite dont la hauteur est de 60 % celle de l'objet, déterminez le type de lentille et la distance focale de la lentille si l'image est a) réelle et b) virtuelle.

30P. Démontrez que la distance entre un objet réel et son image réelle formée par une lentille mince convergente est toujours au moins quatre fois plus grande que la distance focale de la lentille. www

31P. Une lentille divergente ayant une distance focale de −15 cm et une lentille convergente ayant une distance focale de 12 cm ont le même axe optique. Il y a une distance de 12 cm entre les lentilles. Un objet d'une hauteur de 1,0 cm est placé à 10 cm en face de la lentille divergente, sur l'axe optique commun. a) Où la combinaison des lentilles produit-elle l'image finale de l'objet (celle produite par la seconde lentille, qui est convergente) ? b) Quelle est la hauteur de cette image ? c) L'image est-elle réelle ou virtuelle ? d) L'image a-t-elle la même orientation que l'objet ou est-elle renversée ?

TABLEAU 5.7 Problème 27 : Lentilles minces

	Type	f	r_1	r_2	q	p	n	m	Image réelle ?	Image renversée ?
a)	C	10				+20				
b)		+10				+5,0				
c)		10				+5,0		>1,0		
d)		10				+5,0		<1,0		
e)			+30	−30		+10	1,5			
f)			−30	+30		+10	1,5			
g)			−30	−60		+10	1,5			
h)						+10		0,50		Non
i)						+10		−0,50		

32P. Une lentille convergente dont la distance focale est de +20 cm est située à 10 cm à la gauche d'une lentille divergente ayant une distance focale de −15 cm. Un objet est placé à 40 cm à la gauche de la lentille convergente. Localisez l'image finale produite par la lentille divergente et faites-en une description complète.

33P. Un objet est placé à 20 cm à la gauche d'une lentille ayant une distance focale de +10 cm. Une seconde lentille, ayant une distance focale de +12,5 cm, est à 30 cm à la droite de la première lentille. a) Localisez l'image finale et indiquez sa taille relative. b) Vérifiez vos conclusions en dessinant à l'échelle le système des lentilles et en faisant un tracé des rayons lumineux principaux. c) L'image finale est-elle réelle ou virtuelle ? d) Est-elle renversée ?

34P. Deux lentilles minces de distances focales f_1 et f_2 sont juxtaposées. Démontrez qu'elles équivalent à une lentille mince simple dont la distance focale est

$$f = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2}.$$

35P. Dans la figure 5.48, l'image réelle et renversée I d'un objet réel O est formée par une lentille (non illustrée) ; la distance entre l'image et l'objet est $d = 40{,}0$ cm, en la mesurant le long de l'axe optique de la lentille. La taille de l'image vaut la moitié de celle de l'objet. a) Quel type de lentille utilise-t-on pour produire cette image ? b) À quelle distance de l'objet la lentille est-elle placée ? c) Quelle est la distance focale de la lentille ?

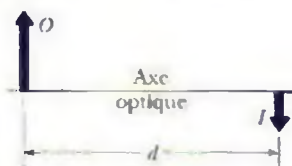


Figure 5.48 Problème 35

36P. Un objet lumineux et un écran sont à une distance fixe D l'un de l'autre. a) Démontrez qu'une lentille convergente de distance focale f, placée entre l'objet et l'écran, formera une image réelle nette sur l'écran aux deux positions de la lentille séparées par une distance

$$d = \sqrt{D(D - 4f)}.$$

b) Démontrez que

$$\left(\frac{D - d}{D + d}\right)^2$$

donne le rapport entre les tailles de l'image pour ces deux positions de la lentille. www

37P. Un objet est placé à 20,0 cm à gauche d'une lentille convergente dont la distance focale est de +12,0 cm. À 14,0 cm à droite de cette lentille se trouve un miroir sphérique ayant un rayon de 18,0 cm. Trouvez la position de l'image finale formée par ce système si le miroir est a) concave ; b) convexe. (*Indice :* L'image finale est formée lorsque les rayons réfléchis par le miroir traversent à nouveau la lentille.)

SECTION 5.7 L'œil

38E. Une personne dont le *punctum proximum* est situé à 120 cm de ses yeux veut lire un contrat (écrit en petits caractères !) situé à 25 cm d'elle. Quelle doit être la puissance de ses verres correcteurs ?

39E. Une personne myope est incapable de nettement voir les objets situés à plus de 150 cm de ses yeux. Déterminez la puissance des lentilles correctrices qui lui permettra de nettement distinguer les objets éloignés.

40E. L'œil gauche d'une personne possède un PP situé à 25,0 cm de l'œil et une puissance d'accommodation de 6,00 D. a) Où est situé le PR de cet œil ? b) De quel défaut souffre-t-il ? c) Quelle lentille cornéenne doit-on lui prescrire ?

41P. Le domaine de vision distincte d'une personne à l'œil nu, soit la région où elle peut nettement percevoir les objets, se situe entre 15,0 cm et 80,0 cm. a) Quelle est sa puissance d'accommodation ? b) De quel défaut souffre-t-elle ? c) Quelles lunettes doit-on lui prescrire afin de corriger ce défaut ? d) Quelle est sa distance minimale de vision distincte avec ses lunettes ?

42P. Une personne emmétrope (son PR est à l'infini) possède des verres correcteurs de +2,25 D. a) De quel défaut souffre-t-elle ? b) Où se situe son PP ? c) Quelle est sa distance maximale de vision distincte avec ses verres ?

43P. Un hypermétrope ayant une puissance d'accommodation de 3,00 D utilise des lentilles correctrices de +1,25 D lorsqu'il regarde au loin. a) Où se situe son PP ? b) Quelles lentilles correctrices doit-on lui prescrire afin qu'il puisse lire son journal à 25,0 cm ? c) Cet individu étant hypermétrope et presbyte a donc besoin de lentilles à foyers progressifs, la partie supérieure corrigeant son hypermétropie et la partie inférieure sa presbytie. Quel est son domaine de vision distincte avec ses lentilles correctrices lorsqu'il regarde avec la partie supérieure de ses lentilles ?

44P. Une personne peut nettement percevoir les objets situés entre 35,0 cm et 90,0 cm de ses yeux. a) De quel(s) défaut(s) souffre-t-elle ? b) Déterminez la (les) puissance(s) de ses lentilles correctrices. c) Spécifiez son domaine de vision distincte avec chaque type de lentilles correctrices.

SECTION 5.8 Les instruments d'optique

45E On utilise une loupe d'une distance focale de 12,0 cm pour observer une pièce de monnaie de collection. Si la pièce est à 9,00 cm de la loupe, calculez a) le grossissement angulaire et b) le grandissement transversal.

46E Un insecte de 3,00 mm de longueur est placé devant une loupe ayant une distance focale de 15,0 cm. Si l'image produite par la loupe est située à 30,0 cm de celle-ci, a) quel est le grossissement angulaire et b) quelle est la longueur de l'image de l'insecte formée par la loupe ?

47E Un objet est placé à 10,0 mm de l'objectif d'un microscope composé. Les lentilles sont distantes de 300 mm et l'image intermédiaire est à 50,0 mm de l'oculaire. Quel est le grossissement angulaire produit par l'instrument ?

48E Dans un microscope du type illustré à la figure 5.32, la distance focale de l'objectif est de 4,00 cm et celle de l'oculaire est de 8,00 cm. La distance entre les lentilles est de 25,0 cm. a) Quelle est la longueur optique s ? b) Si l'image I_{ob} de la figure 5.32 est très légèrement plus rapprochée de l'oculaire que son foyer objet F_{oc}, à quelle distance de l'objectif l'objet doit-il être ? Quels sont alors c) le grandissement transversal m_{ob} de l'objectif, d) le grossissement angulaire G_{oc} de l'oculaire et e) le grossissement global G du microscope ?

49E Une lunette astronomique possède un objectif ayant une distance focale de 2,00 m et un oculaire dont la distance focale est de 1,50 cm. Déterminez le grossissement angulaire si l'image finale de l'instrument est a) à l'infini et b) à 30,0 cm de l'oculaire.

50P Vous achetez une loupe ayant un grossissement commercial de 2,50 pour observer un timbre. a) Si l'image de la loupe se forme au PP normal de l'œil à 25,0 cm, quel est le grossissement angulaire de la loupe ? b) Si le grandissement de la loupe est +5,00, quel est alors le grossissement de la loupe ?

51P Une loupe de distance focale f est placée près de l'œil d'une personne dont le PP est situé à 25 cm de l'œil. Un objet est placé de manière que son image dans la loupe soit située au PP de l'œil. a) Déterminez l'expression du grossissement angulaire de la loupe en fonction de f. b) Quelle est l'expression du grossissement angulaire si l'objet est déplacé de façon que la loupe produise une image à l'infini ? c) Évaluez les grossissements angulaires de a) et de b) quand f = 10 cm. (Observer une image située au PP requiert un effort musculaire de l'œil, alors que, pour bien des gens, observer une image située à l'infini ne requiert aucun effort.)

52P La distance focale de l'objectif d'un microscope est de 8,00 mm et celle de son oculaire de 2,50 cm. Si la distance entre les lentilles est de 17,0 cm et que l'image finale de l'instrument se trouve au PP d'un œil normal, à 25,0 cm de l'oculaire, a) où se situe l'objet par rapport à l'objectif et b) quel est le grossissement angulaire ?

53P L'objectif et l'oculaire d'une lunette astronomique ont respectivement une distance focale de 1,50 m et de 2,50 cm. On utilise la lunette pour observer la Lune qui sous-tend un angle de 0,52° lorsqu'on l'observe à l'œil nu. Si l'image finale de la lunette est à 60,0 cm de l'oculaire, déterminez a) le grossissement angulaire, b) la longueur de la lunette et c) l'angle sous-tendu par la Lune lorsque l'œil, accolé à l'oculaire, l'observe à travers la lunette.

54P La figure 5.49 a) présente la structure de base de l'œil humain. La lumière est réfractée dans l'œil à travers la cornée et est ensuite réorientée par une lentille, le cristallin, dont la forme (donc la capacité à focaliser la lumière) est contrôlée par des muscles. On peut considérer la cornée et le cristallin comme une simple lentille mince équivalente (figure 5.49 b]). Un œil « normal » peut concentrer des rayons lumineux parallèles provenant d'un objet éloigné O en un point sur la rétine situé à l'intérieur de l'œil, là où commence le traitement des informations visuelles. Toutefois, lorsqu'un objet est rapproché de l'œil, les muscles doivent modifier la forme du cristallin afin que les rayons forment une image nette, réelle et renversée sur la rétine (figure 5.49 c]). a) Supposez que, dans le cas des rayons parallèles des figures 5.49 a) et b), la distance focale f de la lentille mince équivalente de l'œil est de 2,50 cm. Pour un objet situé à une distance p = 40,0 cm, quelle distance focale f' la lentille doit-elle avoir pour que l'objet soit nettement perçu ? b) Les muscles de l'œil doivent-ils augmenter ou diminuer les rayons de courbure de la lentille de l'œil pour obtenir la distance focale f' ?

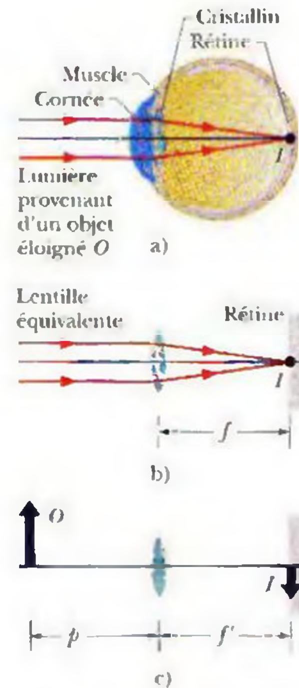


Figure 5.49 Problème 54

55P La figure 5.50 a) présente la structure de base d'un appareil photo. La lentille peut être déplacée vers l'avant ou vers l'arrière pour produire une image sur la pellicule située dans la partie arrière de l'appareil. Dans un appareil photo dans lequel la distance q entre la lentille et la pellicule est réglée à f = 5,0 cm, des rayons lumineux parallèles provenant d'un objet O très éloigné convergent vers un point image sur la pellicule, comme le montre l'illustration. L'objet est ensuite rapproché à une distance p = 100 cm, et la distance entre la lentille et la pellicule est ajustée de manière qu'une image nette, réelle et renversée se forme sur la pellicule (figure 5.50 b]). a) Quelle est la nouvelle distance q entre la lentille et la pellicule ? b) De quelle distance a-t-on déplacé la lentille ?

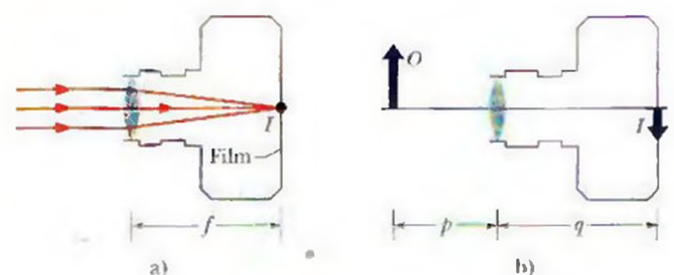


Figure 5.50 Problème 55

6 L'interférence

À première vue, le dessus de l'aile du papillon morpho présente une surface teintée de bleu et de vert. La couleur a toutefois quelque chose d'étrange car elle est presque luisante, contrairement aux couleurs de la plupart des objets – et si vous vous déplacez ou si l'aile bouge, cette couleur change. L'aile est irisée, et la teinte de bleu-vert que l'on voit cache la « vraie » couleur brune qui apparaît sur la surface intérieure de l'aile.

Qu'a de particulier la surface extérieure de l'aile pour créer cette impression visuelle saisissante ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.



6.1 L'interférence

Comme on peut le voir dans un arc-en-ciel, la lumière du soleil se compose de toutes les couleurs du spectre visible. Les couleurs individuelles apparaissent dans l'arc-en-ciel parce que les longueurs d'onde incidentes sont déviées suivant différents angles en traversant les gouttes de pluie qui créent l'arc-en-ciel. Les bulles d'eau savonneuse et les nappes d'huile peuvent aussi révéler des couleurs saisissantes, produites non par la réfraction, mais par une **interférence** constructive et destructive de la lumière. Les ondes se combinent soit pour supprimer, soit pour accentuer certaines couleurs dans le spectre de la lumière solaire incidente. L'interférence des ondes lumineuses est donc un phénomène de superposition, similaire aux phénomènes dont on a discuté dans le chapitre 2.

On a trouvé de nombreuses applications à l'accentuation et à la suppression sélective des longueurs d'onde. Lorsque la lumière frappe une surface de verre ordinaire, par exemple, environ 4 % de l'énergie incidente est réfléchie, ce qui affaiblit d'autant le faisceau transmis. Cette perte de lumière peut constituer un sérieux problème dans les systèmes optiques comprenant plusieurs composantes. Une pellicule mince et transparente déposée à la surface du verre peut réduire la quantité de lumière réfléchie (et augmenter la quantité de lumière transmise) grâce à l'interférence destructive. La teinte bleutée des lentilles d'appareil photo révèle la présence d'une telle pellicule. Les pellicules peuvent également servir à accroître – plutôt qu'à diminuer – la réflectivité d'une surface.

Pour comprendre l'interférence, on doit aller au-delà des restrictions habituelles de l'optique géométrique, et exploiter pleinement l'optique physique. En fait, comme vous le verrez, le phénomène d'interférence est peut-être la preuve la plus convaincante de la nature ondulatoire de la lumière – car l'interférence ne peut s'expliquer qu'à partir du concept d'onde.

6.2 La nature ondulatoire de la lumière

Le physicien danois Christiaan Huygens fut le premier, en 1678, à avancer de manière convaincante une théorie ondulatoire de la lumière. Même si elle était beaucoup moins complète que la théorie sur l'électromagnétisme que Maxwell proposa par la suite, la théorie de Huygens était plus simple d'un point de vue mathématique, et demeure très utile aujourd'hui. Ses grands mérites sont de permettre d'expliquer les lois de la réflexion et de la réfraction à partir du concept d'onde, et de définir l'indice de réfraction du point de vue de la physique.

La théorie ondulatoire de la lumière de Huygens repose sur une construction géométrique qui permet de prédire où se trouvera, en tout temps, un front d'onde donné si on connaît sa position actuelle. Cette construction est basée sur le **principe de Huygens**, décrit ci-dessous.

> Tous les points d'un front d'onde servent de points sources à de petites ondes secondaires sphériques. Après un temps t, la nouvelle position du front d'onde sera celle de la surface tangente à ces ondes secondaires.

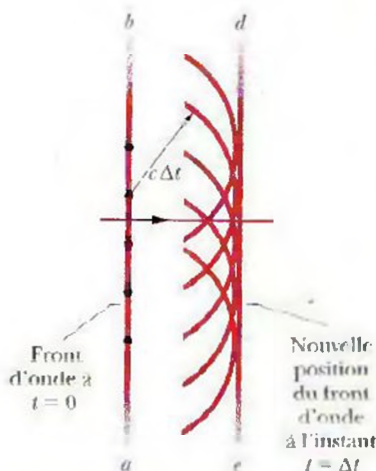


Figure 6.1 La propagation d'une onde plane dans le vide, représentée en fonction du principe de Huygens.

Voici un exemple simple : dans la partie gauche de la figure 6.1, la position actuelle d'un front d'onde d'une onde plane se propageant vers la droite dans le vide est représentée par le plan ab, perpendiculaire au plan de la page. Où le front d'onde sera-t-il après un temps Δt ? De nombreux points (les points noirs) contenus dans le plan ab servent de sources à des ondes sphériques secondaires qui sont émises à $t = 0$. À l'instant Δt, le rayon de toutes ces ondes sphériques atteindra $c\Delta t$, où c est le module de la vitesse de la lumière dans le vide. On trace le plan de tangent à ces ondes secondaires à l'instant Δt. Ce plan représente le front d'onde de l'onde plane à l'instant Δt ; il est parallèle au plan ab, et se trouve à une distance perpendiculaire $c\Delta t$ de ce dernier.

La loi de la réfraction

On utilisera maintenant le principe de Huygens pour dériver la loi de la réfraction, l'équation 4.41 (loi de Snell-Descartes). La figure 6.2 montre trois étapes lors de la réfraction de plusieurs fronts d'onde à une interface plane entre l'air (milieu 1) et le verre

(milieu 2). On pose arbitrairement que la distance séparant les fronts d'onde dans le faisceau de lumière incidente est λ_1, la longueur d'onde dans le milieu 1. Le module de la vitesse de la lumière est v_1 dans l'air, et v_2 dans le verre. On suppose que $v_2 < v_1$, ce qui est effectivement le cas.

Dans la figure 6.2 a), θ_1 est l'angle formé entre le front d'onde et l'interface ; il a la même valeur que l'angle formé entre la *normale* au front d'onde (c'est-à-dire le rayon incident) et la *normale* à l'interface. θ_1 est donc l'angle d'incidence.

Lorsqu'une onde se propage dans le verre, une onde secondaire de Huygens au point e s'étend et passe par le point c, à une distance λ_1 du point e. L'intervalle de temps requis par cette expansion est cette distance divisée par le module de la vitesse de la petite onde, ou λ_1/v_1. Notez que, durant ce même intervalle de temps, une petite onde au point h s'étendra et passera par le point g, à la vitesse de module moins grand v_2 et avec une longueur d'onde λ_2. Cet intervalle de temps doit donc aussi être égal à λ_2/v_2. Si on met en équation ces temps de parcours, on obtient la relation

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}, \tag{6.1}$$

qui démontre que les longueurs d'onde de la lumière dans les deux milieux sont proportionnelles aux modules de la vitesse de la lumière dans ces milieux.

D'après le principe de Huygens, le front d'onde réfracté doit être tangent à un arc de rayon λ_2 dont le centre est h (au point g, par exemple). Le front d'onde réfracté doit également être tangent à un arc de rayon λ_1 dont le centre est e (au point c, par exemple). Le rayon réfracté doit alors être orienté tel qu'il est représenté. Notez que θ_2, l'angle entre le front d'onde réfracté et l'interface, est réellement l'angle de réfraction.

En se référant aux triangles rectangles hce et hcg de la figure 6.2 b), on peut écrire

$$\sin \theta_1 = \frac{\lambda_1}{hc} \quad \text{(relativement au triangle } hce\text{)}$$

et

$$\sin \theta_2 = \frac{\lambda_2}{hc} \quad \text{(relativement au triangle } hcg\text{)}.$$

En divisant la première de ces équations par la seconde, et en utilisant l'équation 6.1, on détermine que

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{v_1}{v_2}. \tag{6.2}$$

L'**indice de réfraction** n de chaque milieu peut être défini comme le rapport entre le module de la vitesse c de la lumière dans le vide et le module de la vitesse v de la lumière dans le milieu. Donc,

$$n = \frac{c}{v} \quad \text{(l'indice de réfraction).} \tag{6.3}$$

Dans le cas des deux milieux de la figure 6.2, on a donc

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad \text{et} \quad n_2 = \frac{c}{v_2}. \tag{6.4}$$

Si on combine les équations 6.2 et 6.4, on détermine que

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{c/n_1}{c/n_2} = \frac{n_2}{n_1} \tag{6.5}$$

ou

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad \text{(la loi de la réfraction),} \tag{6.6}$$

qu'on a présentée dans le chapitre 4.

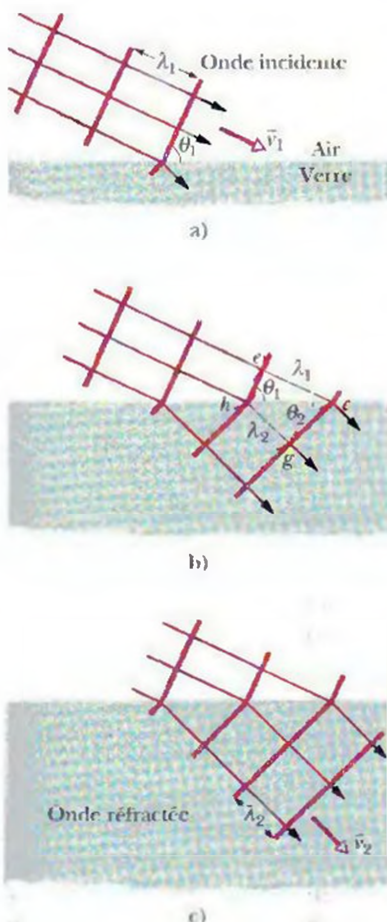
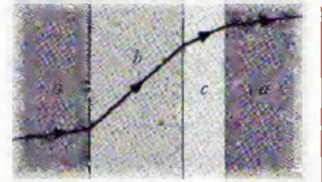


Figure 6.2 La réfraction d'une onde plane à une interface air-verre, représentée en fonction du principe de Huygens. La longueur d'onde dans le verre est plus petite que celle dans l'air. Pour simplifier, on n'a pas représenté l'onde réfléchie. Les parties a) à c) représentent les trois étapes successives de la réfraction.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : La figure ci-contre représente un rayon de lumière monochromatique se propageant en traversant des interfaces parallèles, à partir d'une substance initiale *a*, puis en traversant des couches de substances *b* et *c*, pour se trouver de nouveau dans la substance *a*. Classez les substances en ordre décroissant, selon le module de la vitesse de la lumière dans chacune d'elles.



Longueur d'onde et indice de réfraction

On a vu que la longueur d'onde de la lumière variait en fonction du module de sa vitesse, comme cela se produit quand la lumière traverse une interface en passant d'un milieu à un autre. On sait aussi, grâce à l'équation 6.3, que, dans tout milieu, le module de la vitesse de la lumière dépend de l'indice de réfraction du milieu. Il s'ensuit que la longueur d'onde de la lumière dans un milieu dépend de l'indice de réfraction de ce milieu. Soit une lumière monochromatique ayant une longueur d'onde λ et une vitesse de module c dans le vide, et une longueur d'onde λ_n et une vitesse de module v dans un milieu dont l'indice de réfraction est n. On peut maintenant récrire ainsi l'équation 6.1 :

$$\lambda_n = \lambda \frac{v}{c}. \qquad (6.7)$$

Si on utilise l'équation 6.3 pour substituer $1/n$ à v/c, on a alors

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}. \qquad (6.8)$$

Cette équation relie la longueur d'onde de la lumière dans tout milieu à sa longueur d'onde dans le vide. Elle indique que plus l'indice de réfraction d'un milieu est élevé, plus la longueur d'onde de la lumière sera petite dans ce milieu.

Mais qu'en est-il de la fréquence de la lumière ? Soit f_n la fréquence de la lumière dans un milieu dont l'indice de réfraction est n. D'après l'équation 2.12 ($v = \lambda f$), on peut écrire

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n}.$$

Si on insère les équations 6.3 et 6.8 dans l'équation précédente, on obtient :

$$f_n = \frac{c/n}{\lambda/n} = \frac{c}{\lambda} = f,$$

où f est la fréquence de la lumière dans le vide. Il s'ensuit donc que, même si le module de la vitesse et la longueur d'onde de la lumière sont différents dans un milieu comparativement à ce qu'ils sont dans le vide, *la fréquence de la lumière dans ce milieu est la même que dans le vide*.

Le fait que la longueur d'onde de la lumière dépende de l'indice de réfraction, comme le montre l'équation 6.8, est important dans certaines situations mettant en jeu l'interférence des ondes lumineuses. Par exemple, dans la figure 6.3, les *rayons lumineux* (où les ondes représentées sont des rayons) ont des longueurs d'onde identiques λ, et sont initialement en phase dans l'air ($n = 1$). Une des ondes voyage dans le milieu 1 de longueur L et dont l'indice de réfraction est n_1. L'autre voyage dans le milieu 2, aussi de longueur L, dont l'indice de réfraction est n_2. Lorsque les ondes quittent les deux milieux, elles ont la même longueur d'onde – leur longueur d'onde λ dans l'air. Toutefois, comme leurs longueurs d'onde ont été modifiées dans les deux milieux, elles ne sont peut-être plus en phase.



Figure 6.3 Deux rayons de lumière se propagent dans deux milieux qui ont des indices de réfraction différents.

➤ La différence de phase entre deux ondes lumineuses peut varier si les ondes voyagent dans des matériaux différents ayant des indices de réfraction différents.

Comme on le verra bientôt, cette variation de phase peut déterminer la façon dont les ondes interféreront si elles atteignent un point commun.

Pour trouver la différence de phase, exprimée en fonction de la longueur d'onde, on compte d'abord le nombre N_1 de longueurs d'onde comprises dans la longueur L du milieu 1. D'après l'équation 6.8, la longueur d'onde dans le milieu 1 est $\lambda_{n_1} = \lambda/n_1$; il s'ensuit donc que

$$N_1 = \frac{L}{\lambda_{n_1}} = \frac{Ln_1}{\lambda}. \tag{6.9}$$

De la même façon, on compte le nombre N_2 de longueurs d'onde comprises dans la longueur L du milieu 2, où la longueur d'onde est $\lambda_{n_2} = \lambda/n_2$:

$$N_2 = \frac{L}{\lambda_{n_2}} = \frac{Ln_2}{\lambda}. \tag{6.10}$$

Pour trouver la différence de phase entre l'onde 2 et l'onde 1, on soustrait N_1 de N_2. On obtient

$$N_2 - N_1 = \frac{Ln_2}{\lambda} - \frac{Ln_1}{\lambda} = \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1). \tag{6.11}$$

Supposons par exemple que l'équation 6.11 indique que les ondes ont maintenant une différence de phase de 45,6 longueurs d'onde. Cela équivaut à prendre les ondes initialement en phase et à déphaser l'une d'elles de 45,6 longueurs d'onde. Toutefois, un déphasage d'un nombre entier de longueurs d'onde (comme 45) remettrait les ondes en phase, et seule la fraction décimale (0,6 dans ce cas) est donc importante. Une différence de phase de 45,6 longueurs d'onde équivaut à une *différence effective de phase* de 0,6 longueur d'onde.

Une différence de phase de $\frac{1}{2}$ longueur d'onde a pour effet de placer les ondes en opposition de phase. Si les ondes ont des amplitudes égales et atteignent un point commun, elles subissent une interférence destructive, ce qui produit de l'obscurité à ce point. Avec une différence de phase de 0,0 ou de 1,0 longueur d'onde, elles subissent plutôt une interférence constructive, ce qui produit une illumination maximale au point commun. La différence de phase de 0,6 longueur d'onde représente une situation intermédiaire, quoique plus proche de l'interférence destructive, et les ondes illuminent partiellement le point commun.

On peut aussi exprimer la différence de phase en radians ou en degrés, comme on l'a déjà fait. Une différence de phase d'une longueur d'onde équivaut à des différences de phase de 2π rad ou de 360°.

Exemple 6.1

Dans la figure 6.3, les deux ondes lumineuses représentées par leurs rayons ont une longueur d'onde de 550,0 nm avant d'entrer dans les milieux 1 et 2. Elles ont des amplitudes égales et sont en phase. Le milieu 1 est l'air, et le milieu 2 est une couche de plastique transparent ayant un indice de réfraction de 1,600 et une épaisseur de 2,600 μm.

a) Quelle est la différence de phase des ondes qui émergent, exprimée en longueurs d'onde, en radians et en degrés ? Quelle est leur différence de phase effective (en longueurs d'onde) ?

SOLUTION : On utilise le concept clé selon lequel la différence de phase entre deux ondes lumineuses peut varier si les ondes se propagent dans des milieux différents présentant des indices de réfraction différents. Cela s'explique par le fait que leurs longueurs d'onde sont différentes si elles sont dans des milieux différents. On peut calculer la variation de la différence de phase en comptant le nombre de longueurs d'onde comprises dans chaque milieu, et en soustrayant ensuite ces nombres. Lorsque les longueurs parcourues par les ondes sont identiques, l'équation 6.11 permet de résoudre le problème. On a ici $n_1 = 1{,}000$ (pour l'air), $n_2 = 1{,}600$, $L = 2{,}600\ \mu$m, et $\lambda = 550{,}0$ nm. L'équation 6.11 donne alors

$$\begin{aligned} N_2 - N_1 &= \frac{L}{\lambda}(n_2 - n_1) \\ &= \frac{2{,}600 \times 10^{-6}\ \text{m}}{5{,}500 \times 10^{-7}\ \text{m}}(1{,}600 - 1{,}000) \\ &= 2{,}84. \end{aligned}$$ (réponse)

La différence de phase entre les deux ondes émergentes est donc de 2,84 longueurs d'onde. Puisque 1,0 longueur d'onde équivaut à 2π rad ou à 360°, on peut démontrer que cette différence de phase équivaut à

$$\text{différence de phase} = 17{,}8\ \text{rad} \approx 1\,020°.$$ (réponse)

Selon un autre concept clé, la différence de phase effective est la portion décimale de la différence de phase *exprimée en longueurs d'onde*. On a donc

$$\text{différence de phase effective} = 0{,}84\ \text{longueur d'onde}.$$ (réponse)

On peut démontrer que cela équivaut à 5,3 rad ou à environ 300°. *Attention :* on *ne trouve pas* la différence de phase effective en prenant la portion décimale de la différence de phase exprimée en radians ou en degrés. Par exemple, on *ne prend pas* 0,8 rad d'une différence de phase complète de 17,8 rad.

b) Si les rayons des ondes étaient légèrement déviés afin que les ondes atteignent le même point sur un écran éloigné, quel type d'interférence les ondes produiraient-elles à ce point ?

SOLUTION : Le concept clé consiste ici à comparer la différence de phase effective des ondes aux différences de phase qui produisent les situations extrêmes d'interférence. Dans ce cas, la différence de phase effective de 0,84 longueur d'onde se situe entre 0,5 longueur d'onde (valeur d'une interférence destructive, ou le résultat le plus sombre) et 1,0 longueur d'onde (valeur d'une interférence constructive, ou le résultat le plus brillant), mais elle est plus rapprochée de 1,0 longueur d'onde. Les ondes produiraient donc un type d'interférence intermédiaire qui se rapprocherait d'une interférence constructive – et elles produiraient un point relativement brillant.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 :** Les ondes lumineuses des rayons de la figure 6.3 ont la même longueur d'onde et la même amplitude, et sont initialement en phase. a) Si 7,60 longueurs d'onde sont comprises dans la longueur du matériau du dessus, et 5,50 longueurs d'onde sont comprises dans la longueur du matériau du dessous, lequel de ces matériaux a l'indice de réfraction le plus élevé ? b) Si les rayons sont légèrement déviés de sorte qu'ils atteignent un point commun sur un écran éloigné, l'interférence produira-t-elle l'illumination la plus brillante possible, une illumination moyennement brillante, un point moyennement sombre ou un point sombre ?

6.3 La diffraction

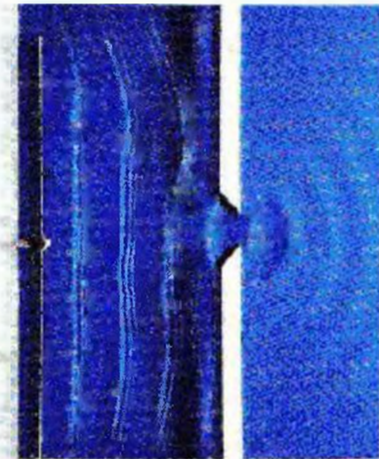


Figure 6.4 La diffraction des ondes dans un bac à ondes. Les ondes sont produites par un oscillateur situé à la gauche. En se déplaçant de gauche à droite, elles se dispersent en passant à travers l'ouverture faite dans un obstacle placé à la surface de l'eau.

Dans la prochaine section, on parlera de l'expérience qui démontra pour la première fois que la lumière est une onde. Mais on doit d'abord approfondir le concept de **diffraction** des ondes, un phénomène qu'on étudiera plus en détail dans le chapitre 7. Essentiellement, le concept est le suivant : si une onde rencontre un obstacle qui présente une ouverture de dimension similaire à sa longueur d'onde, la partie de l'onde qui passera par l'ouverture s'étendra – fera l'objet d'une diffraction – dans la région au-delà de l'obstacle. Cette expansion est cohérente quant à l'expansion des petites ondes dans la représentation de Huygens de la figure 6.1. La diffraction se produit avec tous les types d'onde, et pas seulement avec les ondes lumineuses ; la figure 6.4 montre la diffraction d'ondes qui se propagent à la surface de l'eau dans un réservoir peu profond.

La figure 6.5 a) représente schématiquement la situation d'une onde plane incidente de longueur d'onde λ qui traverse une fente de largeur $a = 6{,}0\ \lambda$ et qui s'étend perpendiculairement au plan de la page. L'onde se disperse de l'autre côté de la fente. Les figures 6.5 b) (où $a = 3{,}0\lambda$) et 6.5 c) (où $a = 1{,}5\lambda$) illustrent la principale caractéristique de la diffraction : plus la fente est étroite, plus grande est la dispersion de l'onde transmise par la fente.

La diffraction pose des limites à l'optique géométrique, où l'on représente une onde électromagnétique par un rayon. Si on essaie réellement de former un rayon en transmettant de la lumière à travers une fente étroite, ou à travers une série de fentes étroites, la diffraction posera toujours un problème parce qu'elle produit toujours une dispersion du faisceau de lumière. En effet, plus on fera des fentes étroites (dans l'espoir d'obtenir un rayon plus étroit), plus la dispersion sera grande. L'optique géométrique s'applique donc seulement lorsque la dimension des fentes ou des autres ouvertures pouvant être situées dans le parcours de la lumière n'est pas comparable ni plus petite à la longueur d'onde de la lumière.

6.4 L'expérience de Young sur l'interférence

En 1801, Thomas Young démontra expérimentalement que la lumière est une onde, infirmant ainsi ce que la majorité des autres scientifiques croyaient alors. Il y parvint en démontrant que la lumière produit une interférence, comme les ondes se propageant dans l'eau, les ondes sonores et les ondes de tous les autres types. De plus, il fut capable de mesurer la longueur d'onde moyenne de la lumière du soleil ; la valeur à laquelle il arriva, 570 nm, est sensiblement rapprochée de la valeur moderne, établie à 555 nm. On examinera ici l'expérience de Young en tant qu'illustration de l'interférence des ondes lumineuses.

La figure 6.6 représente l'arrangement de base utilisé dans l'expérience de Young. La lumière issue d'une source monochromatique éloignée illumine la fente S_0 de l'écran A. La lumière qui émerge s'étend ensuite, sous l'effet de la diffraction, et éclaire deux fentes, S_1 et S_2, de l'écran B. La diffraction de la lumière à ces deux fentes transmet des ondes circulaires se chevauchant dans la région située de l'autre côté de l'écran B, où les ondes en provenance d'une fente interfèrent avec les ondes provenant de l'autre fente.

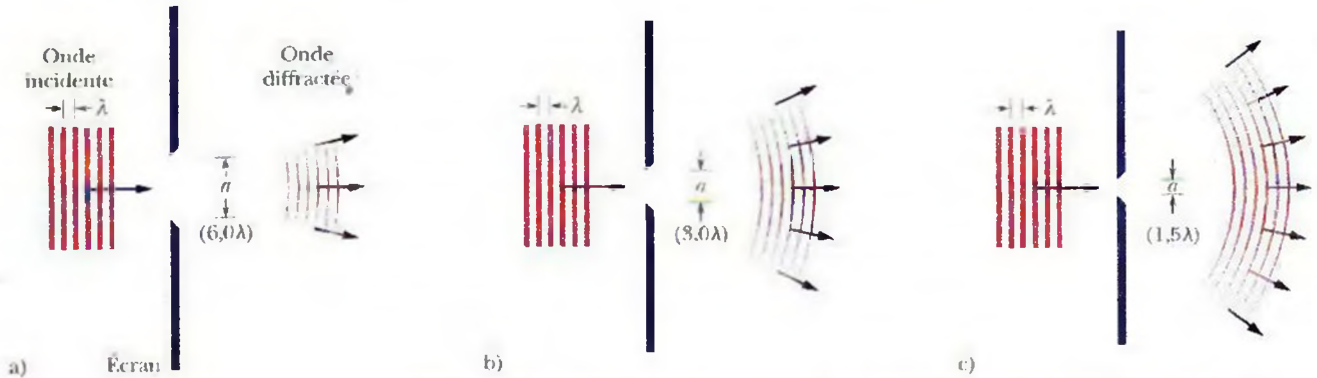


Figure 6.5 Représentation schématique de la diffraction. Dans le cas d'une longueur d'onde donnée λ, la diffraction est plus prononcée lorsque la largeur a de la fente est plus petite. Les figures représentent les situations relativement à a) une fente de largeur $a = 6{,}0\lambda$, b) une fente de largeur $a = 3{,}0\lambda$, et c) une fente de largeur $a = 1{,}5\lambda$. Dans les trois cas, l'écran et la longueur de la fente s'étendent perpendiculairement au plan de la page, et la lumière transmise à droite des écrans ne passe que par les fentes.

L'« instantané » de la figure 6.6 illustre l'interférence des ondes qui se superposent. Toutefois, on ne peut voir la preuve de l'interférence, sauf à l'endroit où un écran C intercepte la lumière. Lorsque cela se produit, des points où l'interférence est constructive forment des rangées brillantes – nommées *bandes brillantes*, *franges brillantes* ou *maxima* – qui se répartissent sur l'écran (perpendiculairement au plan de la page dans la figure 6.6). Les régions sombres – nommées *bandes sombres*, *franges sombres* ou *minima* – résultent d'une interférence destructive et sont visibles entre deux franges brillantes adjacentes. (Les *maxima* et les *minima* se rapportent plus précisément au centre d'une bande.) Le motif de franges brillantes et sombres sur l'écran se nomme **figure d'interférence** ou **patron d'interférence.** La figure 6.7 est une photographie d'une partie de la figure d'interférence, lorsque l'observateur se situe à gauche dans la figure 6.6.

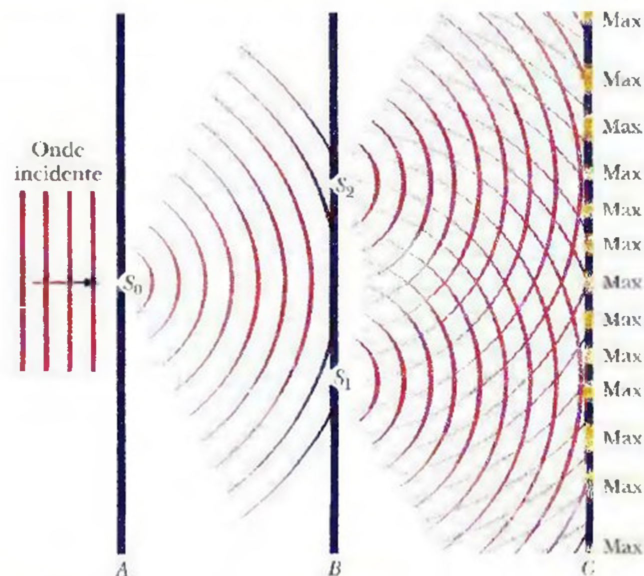


Figure 6.6 Dans l'expérience de Young sur l'interférence, une lumière monochromatique incidente est diffractée par la fente S_0, qui agit ensuite comme une source ponctuelle de lumière émettant des fronts d'onde semi-circulaires. Quand cette lumière atteint l'écran B, elle est diffractée par les fentes S_1 et S_2, qui agissent à leur tour comme des sources ponctuelles de lumière. Les ondes lumineuses se propageant à partir des fentes S_1 et S_2 se chevauchent et produisent de l'interférence, formant une figure d'interférence composée de maxima et de minima sur l'écran C. Cette figure représente une coupe transversale : les écrans, les fentes et la figure d'interférence s'étendent perpendiculairement au plan de la page. Entre les écrans B et C, les fronts d'onde semi-circulaires ayant S_2 pour centre illustrent les ondes qu'on observerait si seule la fente S_2 était ouverte. De la même façon, les fronts d'onde ayant S_1 pour centre représentent les ondes qu'on observerait si seule la fente S_1 était ouverte.



Figure 6.7 Une photographie de la figure d'interférence produite par l'arrangement illustré dans la figure 6.6. (La photographie est une vue de face d'une partie de l'écran C.) Les maxima et minima alternés se nomment les *franges d'interférence* (car ils ressemblent aux franges décoratives utilisées dans les vêtements et les tapis).

Localiser les franges

Les ondes lumineuses produisent des franges dans l'*expérience des deux fentes de Young*. Mais qu'est-ce qui détermine exactement l'emplacement des franges ? Pour répondre à cette question, on utilisera la représentation de la figure 6.8 a). On y voit une onde plane de lumière monochromatique qui est incidente aux fentes S_1 et S_2 sur l'écran B; la lumière est diffractée par les fentes et produit une figure d'interférence sur l'écran C. On dessine un axe central reliant le point central entre les fentes et l'écran C. On choisit ensuite un point arbitraire P sur l'écran, à un angle θ par rapport à l'axe central. Ce point est le point d'intersection entre l'onde du rayon r_1 issu de la fente du bas et l'onde du rayon r_2 issu de la fente du haut.

Lorsqu'elles passent à travers les deux fentes, ces ondes sont en phase, car elles ne sont que des parties de la même onde incidente. Toutefois, après avoir traversé les fentes, les deux ondes doivent parcourir des distances différentes pour atteindre le point P. On a vu une situation semblable avec les ondes sonores dans la section 3.4, et on a alors conclu ce qui suit.

▶ La différence de phase entre deux ondes peut varier si les ondes suivent des parcours de longueurs différentes.

La variation de la différence de phase est due à la *différence de marche* ΔL dans les parcours suivis par les ondes. On peut considérer ici deux ondes qui sont initialement en phase et qui suivent des parcours présentant une différence de marche ΔL, puis qui se combinent en un point commun. Lorsque ΔL est nulle ou vaut un nombre entier de longueurs d'onde, les ondes qui arrivent au point commun sont parfaitement en phase, et produisent à ce point une interférence constructive. Si cela est vrai dans le cas des ondes des rayons lumineux r_1 et r_2 de la figure 6.8, le point P se trouve alors dans une frange brillante. Si, au contraire, ΔL est un multiple impair de la moitié d'une longueur d'onde, les ondes qui arrivent au point commun sont déphasées de π rad et produisent à ce point une interférence destructive. Si cela est vrai dans le cas des rayons lumineux r_1 et r_2, le point P se trouve alors dans une frange sombre. (Et, bien sûr, il existe aussi des situations intermédiaires d'interférence, donc des situations de brillance intermédiaire au point P.)

Donc, on peut affirmer ce qui suit.

▶ Dans l'expérience des deux fentes de Young, ce qui apparaît à chaque point de l'écran est déterminé par la différence de marche ΔL des rayons qui atteignent ce point.

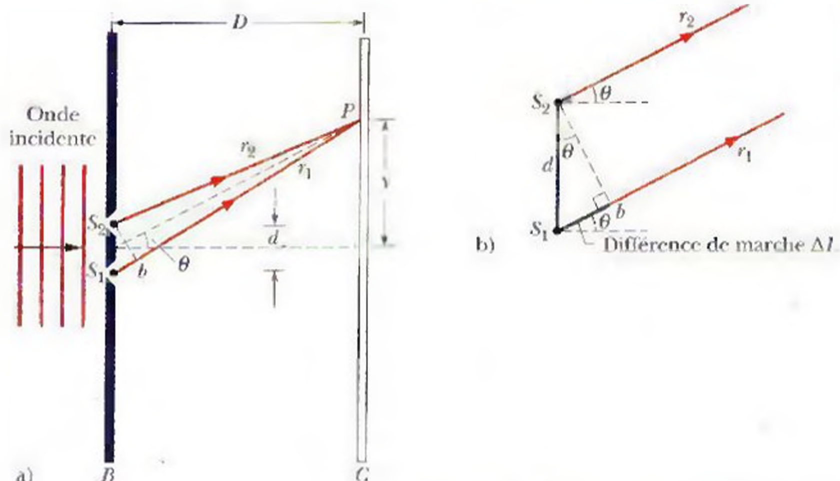


Figure 6.8 a) Les ondes issues des fentes S_1 et S_2 (qui s'étendent perpendiculairement au plan de la page) se combinent à P, un point arbitraire sur l'écran C, situé à une distance y de l'axe central. L'angle θ permet de localiser P. b) Si $D \gg d$, on peut donner comme approximation que les rayons r_1 et r_2 sont parallèles, à un angle θ de l'axe central.

On peut situer sur l'écran chaque frange brillante ou sombre en donnant l'angle θ entre l'axe central et cette frange. Pour trouver θ, on doit le relier à ΔL. Dans la figure 6.8 a), on trouve le long du rayon r_1 le point b séparé de P par une distance égale à la distance entre S_2 et P. La différence de marche entre les deux rayons est alors la distance entre S_1 et b.

La relation entre cette distance (distance entre S_1 et b) et θ est complexe, mais on peut la simplifier si on fait en sorte que la distance D entre les fentes et l'écran soit beaucoup plus grande que la distance d qui sépare les deux fentes. On peut alors faire l'approximation que les rayons r_1 et r_2 sont parallèles et forment un angle θ avec l'axe central (figure 6.8 b). On peut aussi faire l'approximation que le triangle formé par S_1, S_2 et b est un triangle rectangle, et que l'angle interne de ce triangle à S_2 est θ. Dans ce triangle, $\sin\theta = \Delta L/d$, il s'ensuit que

$$\Delta L = d \sin\theta \quad \text{(la différence de marche).} \qquad (6.12)$$

Pour qu'une frange soit brillante, on a vu que ΔL doit être nulle ou égale à un nombre entier de longueurs d'onde. Si on utilise l'équation 6.12, on peut écrire cette condition sous la forme

$$\Delta L = d \sin\theta = \text{(un nombre entier)}\,(\lambda), \qquad (6.13)$$

ou sous la forme

$$d \sin\theta = m\lambda, \quad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(les maxima – franges brillantes).} \qquad (6.14)$$

On remarque que pour chaque frange au-dessus de l'axe central ($m > 0$), il y a une frange située de façon symétrique sous l'axe central. Ces franges sont obtenues en insérant des valeurs négatives de m dans l'équation 6.14.

Pour qu'une frange soit sombre, ΔL doit être un multiple impair d'une demi-longueur d'onde. Si on utilise de nouveau l'équation 6.12, on peut écrire cette condition sous la forme

$$\Delta L = d \sin\theta = \text{(un nombre impair)}\,(\tfrac{1}{2}\lambda), \qquad (6.15)$$

ou sous la forme

$$d \sin\theta = (m + \tfrac{1}{2})\,\lambda, \quad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(les minima – franges sombres).} \qquad (6.16)$$

Les valeurs négatives de m décrivent les franges sombres sous l'axe central.

À l'aide des équations 6.14 et 6.16, on peut trouver l'angle θ de chacune des franges, donc leur position ; de plus, on peut utiliser les valeurs de m pour identifier les franges. Lorsque la valeur de $m = 0$, l'équation 6.14 indique qu'une frange brillante est à $\theta = 0$, c'est-à-dire sur l'axe central. Ce *maximum central* est le point où les ondes issues des deux fentes ont une différence de marche $\Delta L = 0$, et ne présentent donc aucun déphasage.

Lorsque $m = \pm 2$, par exemple, l'équation 6.14 indique que des franges *brillantes* sont à l'angle

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\pm 2\lambda}{d}\right)$$

au-dessus et en dessous de l'axe central. Les ondes issues des deux fentes arrivent à ces deux franges avec une différence de marche égale à $|\Delta L| = 2\lambda$, et sont déphasées de deux longueurs d'onde. On nomme ces franges des *franges de deuxième ordre* (ce qui signifie que $m = \pm 2$), ou les *deuxièmes maxima* (les deuxièmes maxima adjacents au maximum central) ; on peut aussi les définir comme étant les deuxièmes franges à partir du maximum central.

Lorsque $m = 0$, l'équation 6.16 indique que la première frange sombre au-dessus de l'axe central se trouve à l'angle

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{\lambda}{2d}\right).$$

La première frange sombre sous l'axe central se trouve à l'angle opposé

$$\theta = \sin^{-1}\left(\frac{-\lambda}{2d}\right),$$

que l'on trouve en insérant la valeur $m = -1$ dans l'équation 6.16. Les ondes issues des deux fentes arrivent à ces deux franges avec une différence de marche $|\Delta L| = \frac{1}{2}\lambda$ et sont donc déphasées d'une demie longueur d'onde. On nomme ces franges les *premières franges sombres* ou les *premiers minima*, puisqu'elles sont les premières franges sombres à partir de l'axe central. (Les premières franges sombres, ou deuxièmes minima, sont situées au point où $m = 1$ et $m = -2$ dans l'équation 6.16.)

On a dérivé les équations 6.14 et 6.16 relativement à la situation où $D \gg d$. Toutefois, elles s'appliquent également si on place une lentille convergente entre les fentes et l'écran d'observation et qu'on rapproche ensuite l'écran d'observation des fentes, au foyer de la lentille. (On dit alors que l'écran est dans le *plan focal* de la lentille, ou dans le plan perpendiculaire à l'axe central au foyer.) Une lentille convergente a la propriété de focaliser tous les rayons parallèles au même point dans son plan focal. Donc, les rayons qui arrivent maintenant à n'importe quel point de l'écran (dans le plan focal) étaient parfaitement (et non approximativement) parallèles lorsqu'ils ont quitté les fentes. Ils sont comme les rayons initialement parallèles de la figure 5.12 a) qui sont dirigés en un point (le foyer) par une lentille.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Dans la figure 6.8 a), quelles sont ΔL (en multiples de longueurs d'onde) et la différence de phase (en longueurs d'onde) des deux rayons si le point P (situé au-dessus de l'axe central) est a) le troisième maximum et b) le troisième minimum ?

Exemple 6.2

Sur l'écran C de la figure 6.8 a), quelle est la distance entre les maxima adjacents situés près du centre de la figure d'interférence ? La longueur d'onde λ de la lumière est 546 nm, la distance entre les fentes est de 0,12 mm, et celle entre les fentes et l'écran est de 55 cm. Supposez que, dans la figure 6.8, θ est assez petit pour permettre l'approximation $\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$, où θ est en radians.

SOLUTION : Tout d'abord, on prend un maximum où la valeur de m est petite, ce qui le situe donc près du centre de la figure. Le premier concept clé, qui repose sur la disposition géométrique de la figure 6.8 a), est que la distance verticale y_m entre le maximum et le centre de la figure est reliée à son angle θ avec l'axe central par

$$\tan\theta \approx \theta = \frac{y_m}{D}.$$

Le deuxième concept clé, qui vient de l'équation 6.14, est que cet angle θ pour le *énième* maximum est donné par

$$\sin\theta \approx \theta = \frac{m\lambda}{d}.$$

Si on établit l'égalité entre les deux expressions de θ et qu'on résout cette équation pour trouver y_m, on détermine que

$$y_m = \frac{m\lambda D}{d}. \tag{6.17}$$

Dans le cas du prochain maximum en s'éloignant de l'axe central, on a

$$y_{m+1} = \frac{(m+1)\lambda D}{d}. \tag{6.18}$$

On trouve la distance entre ces deux maxima adjacents en soustrayant l'équation 6.17 de l'équation 6.18 :

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = \frac{\lambda D}{d}$$

$$= \frac{(546 \times 10^{-9}\ \text{m})(55 \times 10^{-2}\ \text{m})}{0{,}12 \times 10^{-3}\ \text{m}}$$

$$= 2{,}50 \times 10^{-3}\ \text{m} \approx 2{,}5\ \text{mm}. \quad \text{(réponse)}$$

Tant que d et θ sont petits dans la figure 6.8 a), la distance entre les franges d'interférence est indépendante de m ; autrement dit, les franges sont toutes également espacées.

6.5 La cohérence

Pour qu'une figure d'interférence puisse apparaître sur l'écran d'observation dans la figure 6.6, les ondes lumineuses atteignant un point P quelconque sur l'écran doivent présenter une différence de phase constante. C'est le cas dans la figure 6.6, puisque les ondes qui traversent les fentes S_1 et S_2 sont des parties de la même onde lumineuse qui éclaire les fentes. Puisque la différence de phase demeure constante, on dit que la lumière issue des fentes S_1 et S_2 est parfaitement **cohérente.**

La lumière directe du soleil est partiellement cohérente ; autrement dit, les ondes lumineuses provenant de la lumière du soleil interceptées à deux points ne présentent une différence de phase constante que si les points sont très rapprochés. Si vous regardez de près un de vos ongles à la lumière du soleil, vous pouvez voir une faible figure d'interférence qui donne l'impression que l'ongle est couvert de petites taches. Vous observez cet effet parce que les ondes lumineuses issues de points très rapprochés sur l'ongle sont assez cohérentes pour produire des interférences entre elles lorsqu'elles atteignent vos yeux. Dans l'expérience avec deux fentes, toutefois, les fentes ne sont pas assez rapprochées et, à la lumière du soleil, la lumière aux fentes sera **incohérente.** Pour obtenir une lumière cohérente, il faudrait transmettre la lumière du soleil à travers une fente simple, comme dans la figure 6.6 ; comme cette unique fente est petite, la lumière qui la traverse est cohérente. De plus, la petitesse de la fente disperse la lumière par diffraction et éclaire les deux fentes dans l'expérience des deux fentes.

Si on remplace les deux fentes par deux sources de lumière similaires mais indépendantes et monochromatiques, comme deux minces fils incandescents, la différence de phase entre les ondes émises par les sources varie rapidement et de manière aléatoire. (Cela se produit parce que la lumière est émise par un grand nombre d'atomes dans les fils, qui agissent de façon aléatoire et indépendante, et en des laps de temps extrêmement courts, de l'ordre des nanosecondes.) Il en résulte qu'en tout point donné sur l'écran d'observation l'interférence entre les deux ondes issues des deux sources varie rapidement et de façon aléatoire, allant d'une interférence constructive à une interférence destructive. L'œil (comme la plupart des détecteurs optiques communs) ne peut suivre de telles variations, et aucune figure d'interférence n'est alors visible. Les franges disparaissent et l'écran semble uniformément éclairé.

Le *laser* diffère des sources lumineuses communes en ceci que ses atomes émettent la lumière d'une manière coordonnée, rendant ainsi la lumière cohérente. De plus, la lumière émise est presque monochromatique, et elle forme un mince faisceau de faible divergence et peut être focalisée à une largeur qui correspond presque à la longueur d'onde de la lumière.

6.6 L'intensité de la figure d'interférence produite par deux fentes

Les équations 6.14 et 6.16 indiquent la position des maxima et des minima de la figure d'interférence produite par un système de deux fentes sur l'écran C de la figure 6.8, en fonction de l'angle θ qu'on y trouve. On veut maintenant dériver une expression de l'intensité I des franges, en fonction de θ

La lumière qui quitte les fentes est en phase. Toutefois, on peut supposer que les ondes lumineuses issues des deux fentes ne sont pas en phase lorsqu'elles atteignent le point P. Les composantes du champ électrique de ces ondes au point P ne sont donc pas en phase, et leur variation avec le temps peut s'écrire sous la forme

$$E_1 = E_m \sin \omega t \tag{6.19}$$

et

$$E_2 = E_m \sin(\omega t + \phi), \tag{6.20}$$

où ω est la fréquence angulaire des ondes et ϕ est la constante de phase de l'onde E_2. Notez que les deux ondes ont la même amplitude, E_m, et présentent une différence de phase de ϕ. Puisque la différence de phase ne varie pas, les ondes sont cohérentes. On démontrera que ces deux ondes se combinent à P pour produire une intensité I donnée par

$$I = 4I_0 \cos^2 (\phi/2), \tag{6.21}$$

et que

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta. \tag{6.22}$$

Dans l'équation 6.21, I_0 est l'intensité de la lumière qui atteint l'écran en provenance d'une fente alors que l'autre fente est temporairement fermée. On suppose que les fentes sont si étroites comparativement à la longueur d'onde que cette intensité produite par une seule fente est essentiellement uniforme dans la région de l'écran où on veut examiner les franges.

Les équations 6.21 et 6.22, qui indiquent comment l'intensité I de la figure d'interférence varie selon l'angle θ de la figure 6.8, contiennent nécessairement de l'information concernant la position des maxima et des minima. Peut-on extraire cette information et, ainsi, trouver les équations concernant ces positions ?

En étudiant l'équation 6.21, on voit que l'intensité maximale se produit lorsque

$$\phi/2 = m\pi, \qquad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \tag{6.23}$$

Si on insère ce résultat dans l'équation 6.22, on détermine que

$$2m\pi = \frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta, \qquad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

ou

$$d\sin\theta = m\lambda, \qquad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(les maxima)}, \tag{6.24}$$

ce qui revient exactement à l'équation 6.14, l'expression qu'on a précédemment dérivée relativement aux positions des maxima.

Les minima dans la figure d'interférence se produisent lorsque

$$\phi/2 = (m + \tfrac{1}{2})\pi, \qquad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

Si on combine cette relation avec l'équation 6.22, on arrive directement à

$$d\sin\theta = (m + \tfrac{1}{2})\lambda, \qquad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(les minima)}, \tag{6.25}$$

qui correspond exactement à l'équation 6.16, l'expression qu'on a précédemment dérivée relativement aux positions des minima.

La figure 6.9, qui est une représentation graphique de l'équation 6.21, illustre l'intensité de la figure d'interférence d'un système à deux fentes en fonction de la différence de phase ϕ entre les ondes sur l'écran. La ligne continue horizontale est I_0, l'intensité (uniforme) sur l'écran lorsqu'une des fentes est obstruée. Notez que, dans l'équation 6.21 et dans le graphique, l'intensité I varie de zéro, à la position où l'interférence est destructive (frange sombre), à $4I_0$, à la position où l'interférence est constructive (frange brillante).

Si les ondes issues des deux sources (les fentes) sont *incohérentes*, faisant ainsi qu'aucune relation de phase constante n'existe entre elles, il n'y aura pas de figure d'interférence, et l'intensité aura la valeur uniforme $2I_0$ à n'importe quel point sur l'écran ; la ligne pointillée horizontale de la figure 6.9 représente cette valeur uniforme.

L'interférence ne peut créer ou détruire l'énergie ; elle la répartit différemment sur l'ensemble de l'écran. L'intensité *moyenne* sur l'écran doit donc avoir cette même valeur $2I_0$, que les sources soient cohérentes ou non. Cela se déduit de l'équation 6.21 ; si on insère $\frac{1}{2}$, la valeur moyenne de la fonction cosinus carré, cette équation se réduit à $I_{moy} = 2I_0$.

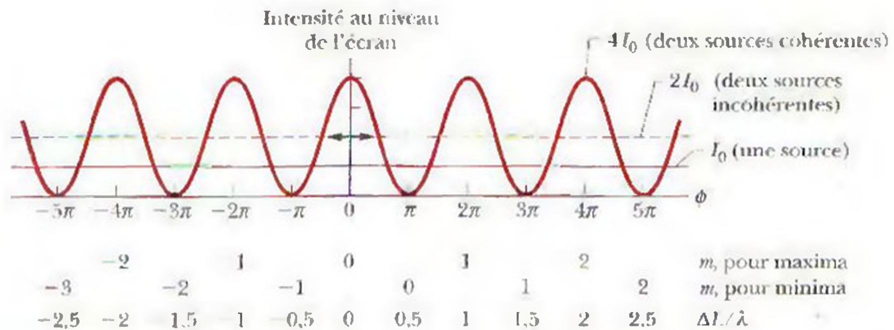


Figure 6.9 Représentation graphique de l'équation 6.21, illustrant l'intensité d'une figure d'interférence à deux fentes en fonction de la différence de phase entre les ondes qui atteignent l'écran en provenance des deux fentes. I_0 est l'intensité (uniforme) qui apparaîtrait sur l'écran si une des fentes était obstruée. L'intensité moyenne de la figure d'interférence est $2I_0$, et l'intensité *maximale* (dans le cas d'une lumière cohérente) est $4I_0$.

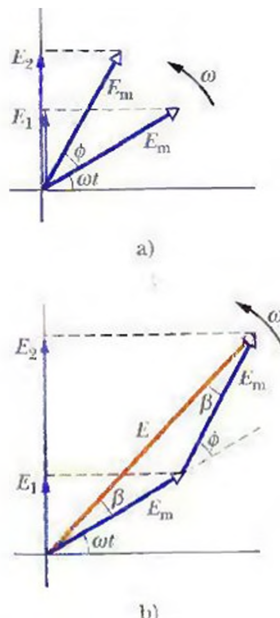


Figure 6.10 a) Des vecteurs de Fresnel représentant, à l'instant t, les composantes de champ électrique données par les équations 6.19 et 6.20. Les deux vecteurs de Fresnel ont une amplitude E_m et tournent à une vitesse angulaire ω. Leur différence de phase est ϕ. b) La somme vectorielle des deux vecteurs de Fresnel donne le vecteur de Fresnel représentant l'onde résultante, dont l'amplitude est E et la constante de phase est β.

La démonstration des équations 6.21 et 6.22

On combinera les composantes de champ électrique E_1 et E_2, données par les équations 6.19 et 6.20, en employant la méthode des vecteurs de Fresnel qu'on a étudiée dans la section 2.10. Dans la figure 6.10 a), les ondes ayant les composantes E_1 et E_2 sont représentées par des vecteurs de Fresnel d'amplitude E_m qui tournent autour de l'origine à une vitesse angulaire ω. Les valeurs de E_1 et E_2 sont en tout temps les projections des vecteurs de Fresnel correspondants sur l'axe vertical. La figure 6.10 a) représente les vecteurs de Fresnel et leurs projections à un instant arbitraire t. Par souci de cohérence au regard des équations 6.19 et 6.20, le vecteur de Fresnel de E_1 a un angle de ωt, et le vecteur de Fresnel de E_2 a un angle de $\omega t + \phi$.

Pour combiner les composantes de champ E_1 et E_2 à n'importe quel point de la figure 6.8, on fait la somme vectorielle de leurs vecteurs de Fresnel, tel que l'illustre la figure 6.10 b). L'amplitude de la somme vectorielle est l'amplitude E de l'onde résultante au point P, et cette onde a une constante de phase β. Pour trouver l'amplitude E dans la figure 6.10 b), on note d'abord que les deux angles β sont égaux parce que le triangle formé est un triangle isocèle. Si on se fie au théorème (s'appliquant aux triangles) voulant qu'un angle extérieur (ϕ dans ce cas, comme le montre la figure 6.10 b]) est égal à la somme des deux angles intérieurs opposés (cette somme est ici $\beta + \beta$), on voit que $\beta = \phi/2$. On a ainsi

$$\begin{aligned} E &= 2(E_m \cos \beta) \\ &= 2E_m \cos \phi/2. \end{aligned} \tag{6.26}$$

Si on élève chaque côté de cette relation au carré, on obtient

$$E^2 = 4E_m^2 \cos^2 \phi/2. \tag{6.27}$$

On sait également, grâce à l'équation 4.24, que l'intensité d'une onde électromagnétique est proportionnelle au carré de son amplitude. Donc, les ondes que l'on combine dans la figure 6.10 b), dont les amplitudes sont E_m, ont chacune une intensité proportionnelle à E_m^2, et l'onde résultante, d'amplitude E, a une intensité I proportionnelle à E^2. Donc,

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E^2}{E_m^2}.$$

En insérant l'équation 6.27 dans cette équation et en réarrangeant le résultat, on obtient

$$I = 4I_0 \cos^2 \phi/2,$$

ce qui correspond à l'équation 6.21, que l'on voulait démontrer.

Il reste à faire la démonstration de l'équation 6.22, qui relie la différence de phase ϕ entre les ondes qui atteignent n'importe quel point P sur l'écran de la figure 6.8 à l'angle θ qui sert à localiser ce point.

La différence de phase ϕ dans l'équation 6.20 est associée à la différence de marche S_1b de la figure 6.8 b). Si S_1b vaut $\frac{1}{2}\lambda$, alors ϕ vaut π ; si S_1b vaut λ, il s'ensuit que ϕ vaut 2π, et ainsi de suite. Cela montre que

$$(\text{différence de phase}) = \frac{2\pi}{\lambda}\ (\text{la différence de marche}). \tag{6.28}$$

La différence de marche S_1b dans la figure 6.8 b) est $d \sin \theta$; l'équation 6.28 devient donc

$$\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta,$$

ce qui correspond à l'équation 6.22, que l'on voulait démontrer.

La combinaison de plus de deux ondes

D'une façon plus générale, on peut avoir besoin de trouver la résultante de plus de deux ondes variant de façon sinusoïdale à un point particulier. Voici la méthode à suivre.

1. Tracez un ensemble de vecteurs de Fresnel représentant les ondes devant être combinées. Tracez-les les uns à la suite des autres, en respectant les relations de phase appropriées entre les vecteurs de Fresnel qui sont adjacents.
2. Tracez la somme vectorielle de cet ensemble de vecteurs de Fresnel. La longueur de cette somme vectorielle donne l'amplitude du vecteur de Fresnel résultant. L'angle formé entre la somme vectorielle des vecteurs de Fresnel et le premier vecteur de Fresnel correspond à la phase de la résultante par rapport à ce premier vecteur de Fresnel. La projection de la somme vectorielle des vecteurs de Fresnel sur l'axe vertical donne la variation temporelle de l'onde résultante.

Exemple 6.3

Trois ondes lumineuses se combinent à un certain point, où leurs composantes de champ électrique sont

$$E_1 = E_m \sin \omega t,$$
$$E_2 = E_m \sin(\omega t + \pi/3),$$
$$E_3 = E_m \sin(\omega t - \pi/6).$$

Trouvez leur composante résultante $E(t)$ à ce point.

SOLUTION : L'onde résultante est

$$E(t) = E_1(t) + E_2(t) + E_3(t).$$

Le concept clé à utiliser comporte deux volets : on peut employer la méthode des vecteurs de Fresnel pour trouver cette somme, et on peut évaluer les vecteurs de Fresnel à tout instant t. Pour simplifier l'opération, on choisit $t = 0$, en fonction duquel les vecteurs de Fresnel représentant les trois ondes sont illustrés dans la figure 6.11. On peut additionner ces trois vecteurs directement à l'aide d'une calculatrice comportant les fonctions vectorielles, ou procéder en prenant une composante à la fois. Si on choisit cette dernière approche, on écrit d'abord la somme des composantes horizontales des vecteurs sous la forme

$$\sum E_h = E_m \cos 0 + E_m \cos \pi/3 + E_m \cos(-\pi/6) = 2{,}37E_m.$$

La somme de leurs composantes verticales, qui correspond à la valeur de E à $t = 0$, est

$$\sum E_v = E_m \sin 0 + E_m \sin \pi/3 + E_m \sin(-\pi/6) = 0{,}366E_m.$$

L'onde résultante $E(t)$ a donc une amplitude E_R de

$$E_R = \sqrt{(2{,}37E_m)^2 + (0{,}366E_m)^2} = 2{,}4E_m,$$

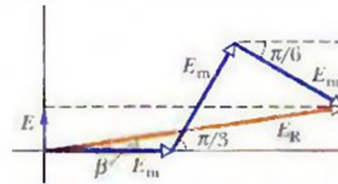


Figure 6.11 Exemple 6.3 Trois vecteurs de Fresnel, représentant des ondes d'amplitudes égales E_m et ayant des phases de 0, de $\pi/3$ et de $-\pi/6$, montrés à l'instant $t = 0$. Les vecteurs de Fresnel se combinent pour donner un vecteur de Fresnel résultant d'amplitude E_0 et d'angle β par rapport à l'horizontale.

et a un angle de phase β par rapport au vecteur de Fresnel représentant E_1 de

$$\beta = \tan^{-1}\left(\frac{0{,}366E_m}{2{,}37E_m}\right) = 0{,}15 \text{ rad}.$$

On peut maintenant écrire l'onde résultante $E(t)$ sous la forme

$$E = E_R \sin(\omega t + \beta)$$
$$= 2{,}4E_m \sin(\omega t + 0{,}15). \qquad \text{(réponse)}$$

Prenez soin de bien interpréter l'angle β dans la figure 6.11 : c'est l'angle constant entre E_R et le vecteur de Fresnel représentant E_1, alors que les quatre vecteurs de Fresnel tournent ensemble autour de l'origine. L'angle entre E_R et l'axe horizontal de la figure 6.11 ne reste pas égal à β.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 :** Quatre paires d'ondes lumineuses arrivent à un certain point sur un écran. Les ondes ont la même longueur d'onde. Au point où elles arrivent, leurs amplitudes et leurs différences de phase sont a) $2E_m$, $6E_m$ et π rad, b) $3E_m$, $5E_m$ et π rad, c) $9E_m$, $7E_m$ et 3π rad, d) $2E_m$, $2E_m$ et 0 rad. Classez les quatre paires en ordre décroissant selon l'intensité de la lumière à ce point. (*Indice :* Tracez des vecteurs de Fresnel.)

6.7 L'interférence produite par les pellicules minces

Les couleurs que l'on voit lorsque la lumière du soleil éclaire une bulle d'eau savonneuse ou une tache d'huile sont produites par l'interférence des ondes lumineuses réfléchies par les surfaces avant et arrière d'une mince pellicule transparente. L'épaisseur de la pellicule de savon ou d'huile est normalement de l'ordre de la longueur d'onde de la lumière (visible) en cause. (De plus grandes épaisseurs nuisent à la cohérence de la lumière, requise pour produire les couleurs.)

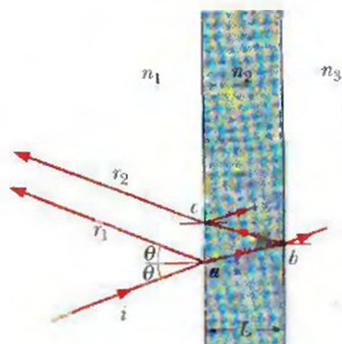


Figure 6.12 Des ondes lumineuses, représentées par le rayon i, sont incidentes à une pellicule mince d'épaisseur L et dont l'indice de réfraction est n_2. Les rayons r_1 et r_2 représentent respectivement les ondes lumineuses qui ont été réfléchies par la surface avant et la surface arrière de la pellicule. (Les trois rayons sont presque perpendiculaires à la pellicule.) L'interférence que les ondes de r_1 et r_2 produisent entre elles dépend de leur différence de phase. L'indice de réfraction n_1 du milieu à la gauche peut différer de l'indice de réfraction n_3 du milieu à la droite, mais on suppose, pour l'instant, que ces deux milieux sont l'air, et que $n_1 = n_3 = 1{,}0$, qui est plus petit que n_2.

La figure 6.12 représente une pellicule mince transparente d'épaisseur uniforme L et dont l'indice de réfraction est n_2, éclairée par une lumière intense de longueur d'onde λ provenant d'une source ponctuelle éloignée. Pour l'instant, on suppose que la pellicule est entourée d'air et que $n_1 = n_3$ dans la figure 6.12. Pour simplifier, on suppose également que les rayons lumineux sont presque perpendiculaires à la pellicule ($\theta \approx 0$). On veut savoir si la pellicule est brillante ou sombre pour un observateur qui la regarde de façon presque perpendiculaire. (Puisque la pellicule est fortement éclairée, comment pourrait-elle être sombre ? C'est ce qu'on verra.)

La lumière incidente, représentée par le rayon i, frappe la surface gauche de la pellicule au point a, et subit à la fois une réflexion et une réfraction à ce point. Le rayon réfléchi r_1 est intercepté par l'œil de l'observateur. La lumière réfractée traverse la pellicule au point b de la surface de droite, où elle subit à son tour une réflexion et une réfraction. La lumière réfléchie à b traverse de nouveau la pellicule en se dirigeant vers le point c, où elle subit de nouveau une réflexion et une réfraction. La lumière réfractée à c, représentée par le rayon r_2, est interceptée par l'œil de l'observateur.

Si les ondes lumineuses des rayons r_1 et r_2 sont parfaitement en phase en atteignant l'œil, elles produisent alors une interférence constructive, et la région ac de la pellicule apparaît brillante à l'observateur. Si elles sont déphasées de π rad, elles produisent une interférence destructive, et la région ac apparaît alors sombre à l'observateur, ***même si elle est éclairée***. Dans le cas d'une différence de phase intermédiaire, il se produit une interférence intermédiaire, et on observe une brillance intermédiaire.

La clé, dans ce qui apparaît à l'observateur, est donc la différence de phase entre les ondes des rayons r_1 et r_2. Les deux rayons sont dérivés du même rayon i, mais le parcours suivi par le rayon r_2 fait que la lumière traverse la pellicule deux fois (de a à b et, ensuite, de b à c), alors que, dans le parcours du rayon r_1, la lumière ne traverse pas la pellicule. Puisque la valeur de θ tend vers zéro, on fait l'approximation que la différence de marche entre les ondes de r_1 et r_2 est égale à $2L$. Toutefois, pour trouver la différence de phase entre les ondes, il ne suffit pas de trouver le nombre de longueurs d'onde λ équivalant à une différence de marche de $2L$. Cette approche est incomplète pour deux raisons : 1) la différence de marche se produit dans un milieu autre que l'air, et 2) des réflexions se produisent, ce qui peut faire varier la phase.

La différence de phase entre deux ondes peut varier si une des ondes ou les deux ondes sont réfléchies.

Avant de poursuivre cette étude sur l'interférence produite par des pellicules minces, on doit parler des variations de phase causées par les réflexions.

Les déphasages à la réflexion

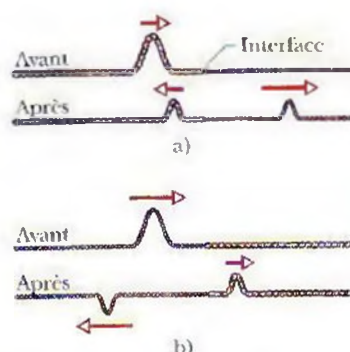


Figure 6.13 Les changements de phase qui surviennent lorsqu'une impulsion est réfléchie à l'interface entre deux cordes tendues dont les masses linéiques sont différentes. La vitesse de l'onde est plus grande dans la corde ayant une masse linéique plus faible. a) L'impulsion incidente est dans la corde ayant une plus grande masse linéique. b) L'impulsion incidente est dans la corde ayant une plus faible masse linéique. C'est seulement là qu'il y a un changement de phase, et seulement dans l'onde réfléchie.

La réfraction à une interface ne cause jamais de déphasage – mais la réflexion peut en causer, en fonction des indices de réfraction des deux côtés de l'interface. La figure 6.13 représente ce qui se produit lorsque la réflexion cause un déphasage, en donnant comme exemples des impulsions dans une corde ayant une forte masse linéique (dans laquelle le parcours de l'impulsion est relativement lent) et dans une corde ayant une masse linéique moindre (dans laquelle le parcours de l'impulsion est relativement rapide).

Lorsqu'une impulsion se propageant dans la corde ayant une grande masse linéique de la figure 6.13 a) atteint l'interface entre cette corde et la corde ayant une faible masse linéique, l'impulsion est partiellement transmise et partiellement réfléchie, sans changer d'orientation. Dans le cas de la lumière, cette situation correspond à l'onde incidente se propageant dans le milieu d'indice de réfraction n plus élevé (souvenez-vous qu'une plus grande valeur de n suppose une moins grande vitesse). Dans ce cas, l'onde qui est

réfléchie à l'interface ne subit pas de déphasage ; en d'autres mots, son *déphasage à la réflexion* est nul.

Lorsqu'une impulsion se propageant dans la corde ayant une faible masse linéique de la figure 6.13 b) atteint l'interface entre cette corde et la corde ayant une grande masse linéique, l'impulsion est de nouveau partiellement transmise et partiellement réfléchie. L'impulsion transmise de nouveau a la même orientation que l'impulsion incidente, mais l'impulsion réfléchie est maintenant inversée. Dans le cas d'une onde sinusoïdale, une telle inversion suppose un déphasage de π rad, ou d'une demi-longueur d'onde. Dans le cas de la lumière, cette situation correspond à l'onde incidente se propageant dans le milieu où l'indice de réfraction est moins élevé (donc à une plus grande vitesse). Dans ce cas, l'onde qui est réfléchie à l'interface subit un déphasage de π rad, ou d'une demi-longueur d'onde.

En ce qui concerne la lumière, on peut résumer ces résultats et les exprimer à l'aide de l'indice de réfraction du milieu où la lumière est réfléchie.

Réflexion	Déphasage
Indice moins élevé	0
Indice plus élevé	$\frac{1}{2}$ longueur d'onde

Cet aide-mémoire peut être utile : « Plus élevé égale demi-longueur d'onde. »

Les équations de l'interférence dans les pellicules minces

Jusqu'à maintenant, on a vu dans ce chapitre que la différence de phase entre deux ondes pouvait changer de trois façons :

1. par réflexion ;
2. lorsque les ondes suivent des parcours de différentes longueurs ;
3. lorsque les ondes se propagent dans des milieux dont les indices de réfraction sont différents.

Lorsque la lumière est réfléchie sur une pellicule mince, produisant les ondes de rayons r_1 et r_2 illustrés dans la figure 6.12, ces trois façons sont en cause. On les analysera ici une à la fois.

On réexamine d'abord les deux réflexions illustrées dans la figure 6.12. Au point a de l'interface avant, l'onde incidente (dans l'air) est réfléchie par le milieu ayant le plus élevé des deux indices de réfraction, et l'onde du rayon réfléchi r_1 est donc déphasée de $\frac{1}{2}$ longueur d'onde. Au point b de l'interface arrière, l'onde incidente est réfléchie par le milieu (l'air) ayant le moins élevé des deux indices de réfraction, et l'onde réfléchie à ce point n'est pas déphasée par la réflexion, pas plus que la portion de l'onde qui sort de la pellicule et qui est représentée par le rayon r_2. On peut structurer cette information à l'aide de la première ligne du tableau 6.1. On y indique que le résultat du déphasage par la réflexion est que les ondes de r_1 et r_2 sont déphasées de $\frac{1}{2}$ longueur d'onde, et qu'elles sont donc en opposition de phase.

On doit maintenant considérer la différence de marche $2L$ qui intervient puisque l'onde du rayon r_2 traverse la pellicule deux fois. (Cette différence de $2L$ est indiquée à la deuxième ligne du tableau 6.1.) Si les ondes de r_1 et r_2 doivent être parfaitement en phase afin de produire une interférence constructive, la différence de marche $2L$ devrait causer un déphasage supplémentaire de 0,5, 1,5, 2,5, ... longueurs d'onde. C'est seulement dans ce cas que le déphasage net (incluant le déphasage dû à la réflexion) sera un nombre entier de longueurs d'onde. Il s'ensuit donc que, dans le cas d'une pellicule brillante (interférence constructive), on doit avoir

$$2L = \frac{\text{nombre impair}}{2} \times \text{longueur d'onde} \quad \text{(les ondes en phase).} \qquad (6.29)$$

La longueur d'onde qu'on doit avoir ici est la longueur d'onde λ_{n_2} de la lumière, dans le milieu comprenant la longueur de parcours $2L$ – c'est-à-dire dans le milieu dont l'indice de réfraction est n_2. Donc, on peut récrire l'équation 6.29 ainsi :

$$2L = \frac{\text{nombre impair}}{2} \times \lambda_{n_2} \quad \text{(les ondes en phase).} \qquad (6.30)$$

TABLEAU 6.1 Interférence dans l'air* causée par une pellicule mince

	r_1	r_2
Déphasages par réflexion	$\frac{1}{2}$ longueur d'onde	0
Différence de marche	$2L$	
Indice de réfraction du milieu où la différence de marche survient	n_2	
En phase* :	$2L = \frac{\text{nombre impair}}{2} \times \frac{\lambda}{n_2}$	
Déphasé* :	$2L = \text{nombre entier} \times \frac{\lambda}{n_2}$	

* Valide lorsque $n_2 > n_1$ et $n_2 > n_3$.

Si les ondes sont plutôt en opposition de phase et qu'il y a une interférence destructive, la différence de marche $2L$ ne devrait causer aucun déphasage supplémentaire, ou un déphasage de 1, 2, 3, ... longueurs d'onde. C'est seulement dans ce cas que le déphasage net sera un nombre impair de demi-longueurs d'onde. Relativement à une pellicule sombre (interférence destructive), on doit donc avoir

$$2L = \text{nombre entier} \times \text{longueur d'onde}, \tag{6.31}$$

où, encore une fois, la longueur d'onde est la longueur d'onde λ_{n_2} dans le milieu comprenant $2L$. On a donc, cette fois,

$$2L = \text{nombre entier} \times \lambda_{n_2} \quad \text{(les ondes déphasées)}. \tag{6.32}$$

On peut maintenant utiliser l'équation 6.8 ($\lambda_n = \lambda/n$) pour donner à la longueur d'onde de l'onde du rayon r_2 dans la pellicule la forme

$$\lambda_{n_2} = \frac{\lambda}{n_2}, \tag{6.33}$$

où λ est la longueur d'onde de la lumière incidente dans le vide (et, approximativement, également dans l'air). En insérant l'équation 6.33 dans l'équation 6.30 et en remplaçant « nombre impair/2 » par $(m + \frac{1}{2})$, on obtient

$$2L = (m + \tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{n_2}, \quad \text{lorsque } m = 0, 1, 2, \ldots$$
$$\text{(les maxima – la pellicule brillante dans l'air)}. \tag{6.34}$$

De la même façon, si on remplace « nombre entier » par m, l'équation 6.32 donne

$$2L = m\frac{\lambda}{n_2}, \quad \text{lorsque } m = 0, 1, 2, \ldots$$
$$\text{(les minima – la pellicule sombre dans l'air)}. \tag{6.35}$$

Relativement à une épaisseur donnée de pellicule L, les équations 6.34 et 6.35 indiquent les longueurs d'onde de la lumière en fonction desquelles la pellicule apparaît respectivement brillante et sombre. Il y a une longueur d'onde qui correspond à chaque valeur de m. Les longueurs d'onde intermédiaires donnent des brillances intermédiaires. Relativement à une longueur d'onde donnée λ, les équations 6.34 et 6.35 indiquent les épaisseurs des pellicules qui apparaissent respectivement brillantes et sombres dans cette lumière, et il y a une épaisseur donnée pour chaque valeur de m. Les épaisseurs intermédiaires donnent des brillances intermédiaires.

Une situation particulière se produit lorsqu'une pellicule est très mince et que L est très inférieure à λ ($L < 0{,}1\lambda$, par exemple). La différence de marche $2L$ peut alors être négligée, et le déphasage entre r_1 et r_2 n'est dû qu'au déphasage causé par la réflexion. Si la pellicule de la figure 6.12, où les réflexions causent un déphasage de $\frac{1}{2}$ longueur d'onde, a une épaisseur $L < 0{,}1\lambda$, r_1 et r_2 sont alors en opposition de phase, et la pellicule est donc sombre, peu importe la longueur d'onde et même l'intensité de la lumière qui l'éclaire. Cette situation particulière correspond à $m = 0$ dans l'équation 6.35. On considérera toute épaisseur $L < 0{,}1\lambda$ comme étant la plus petite épaisseur spécifiée par l'équation 6.35 en fonction de laquelle la pellicule de la figure 6.12 apparaît sombre. (Toute épaisseur semblable correspondra à $m = 0$.) L'épaisseur suivante en fonction de laquelle la pellicule paraîtra sombre est celle correspondant à $m = 1$.

La figure 6.14 montre une pellicule d'eau savonneuse tenue à la verticale dont l'épaisseur augmente en allant vers le bas, à cause de l'affaissement de la pellicule causé par la gravité. Une lumière blanche et brillante éclaire la pellicule. Toutefois, la partie supérieure est si mince qu'elle est sombre. Dans la partie centrale (un peu plus épaisse) de la pellicule, on aperçoit des franges, ou des bandes, dont la couleur dépend surtout de la longueur d'onde à laquelle la lumière réfléchie subit une interférence constructive en fonction d'une épaisseur particulière. En allant vers le bas, où la pellicule est plus épaisse, les franges deviennent progressivement plus étroites, et les couleurs commencent à se chevaucher et à pâlir.

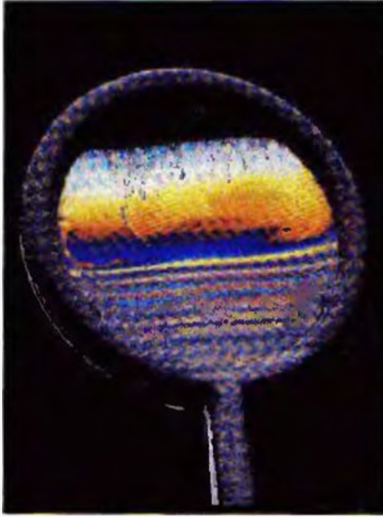


Figure 6.14 La réflexion de la lumière blanche sur une mince pellicule d'eau savonneuse suspendue dans les airs à la verticale. La portion supérieure de la pellicule est si mince que la lumière réfléchie produit de l'interférence destructive (portion sombre de la pellicule). Avec l'augmentation de l'épaisseur de la pellicule due à la gravité, une série de franges colorées apparaît (interférence constructive).

L'irisation d'une aile de papillon morpho

On dit qu'une surface dont les couleurs sont produites par une interférence causée par une pellicule mince est *irisée*, parce que les couleurs observées changent lorsqu'on modifie son point de vue par rapport à la surface. L'irisation observée sur la surface supérieure d'une aile de papillon morpho est due à l'interférence de la lumière qui est réfléchie par de minces rangées d'une substance transparente qu'on trouve sur l'aile, et qui ressemblent à des cuticules. Ces rangées sont disposées à la manière de larges branches d'une structure arborescente, qui s'étendent perpendiculairement à l'aile.

Supposez que vous regardez ces rangées du haut alors qu'une lumière blanche éclaire l'aile directement. La lumière réfléchie vers vous en provenance de ces rangées produit une interférence constructive dans la région bleu-vert du spectre visible. La lumière comprise dans les régions jaune ou rouge, à l'autre extrémité du spectre, est plus faible parce qu'elle produit une interférence intermédiaire. La surface supérieure de l'aile vous apparaît donc d'une couleur bleu-vert.

Lorsque vous interceptez la lumière qui est réfléchie par l'aile dans une autre direction, cette lumière a suivi un parcours oblique en traversant les rangées. La longueur d'onde à laquelle il y a une interférence constructive est donc différente de celle qui prévalait lorsque la lumière a été réfléchie directement vers le haut. Donc, si l'aile bouge dans votre champ de vision de manière à changer l'angle auquel vous la voyez, la couleur au moment où l'aile est la plus brillante change quelque peu, ce qui produit l'irisation de l'aile.

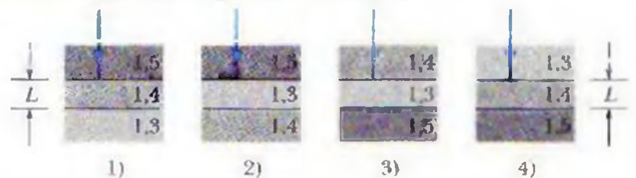
RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

1re stratégie: *Les équations des pellicules minces*

Certains élèves pensent que l'équation 6.34 donne les maxima et que l'équation 6.35 donne les minima de *toutes* les situations où il y a une pellicule mince. Cela est inexact. Ces relations n'ont été dérivées que pour la situation où $n_2 > n_1$ et $n_2 > n_3$ dans la figure 6.12.

Vous pouvez dériver les équations appropriées aux autres valeurs relatives des indices de réfraction en suivant le raisonnement expliqué dans cette section et en construisant de nouvelles versions du tableau 6.1. Dans chaque cas, vous arriverez aux équations 6.34 et 6.35, mais l'équation 6.34 donnera parfois les minima et l'équation 6.35 donnera parfois les maxima – le contraire de ce qu'on a vu ici. La situation décrite par une équation donnée est tributaire du fait que les réflexions aux deux interfaces produiront ou non le même déphasage.

✓ VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5: Le diagramme ci-dessous représente quatre situations où la lumière est réfléchie perpendiculairement sur une pellicule mince d'épaisseur L (comme dans la figure 6.12) ; les indices de réfraction sont indiqués. a) Dans quelles situations la réflexion par les interfaces de la pellicule causera-t-elle un déphasage nul entre les deux rayons réfléchis ? b) Dans quelles situations la pellicule sera-t-elle sombre, si la différence de marche $2L$ cause un déphasage de $\frac{1}{2}$ longueur d'onde ?



Exemple 6.4

Une lumière blanche, ayant une intensité uniforme pour l'ensemble du spectre visible allant de 400 nm à 690 nm, arrive à incidence normale sur une pellicule d'eau suspendue dans les airs et dont l'indice de réfraction est $n_2 = 1{,}33$ et l'épaisseur est $L = 320$ nm. À quelle longueur d'onde λ, relativement à un observateur, la lumière est-elle réfléchie avec la plus grande brillance sur la pellicule ?

SOLUTION: Le concept clé, dans ce cas, est que la lumière réfléchie sur la pellicule est la plus brillante aux longueurs d'onde λ auxquelles les rayons réfléchis sont en phase. L'équation reliant ces longueurs d'onde λ à l'épaisseur donnée L et à l'indice de réfraction n_2 peut être l'équation 6.34 ou 6.35, selon le déphasage par réflexion observé dans cette pellicule.

Pour déterminer laquelle des équations est la bonne, on pourrait remplir un tableau comme le tableau 6.1. Toutefois, puisqu'il y a de l'air des deux côtés de la pellicule d'eau, la situation dans ce cas est exactement semblable à celle de la figure 6.12, et le tableau serait exactement identique au tableau 6.1. D'après ce tableau, on voit que les rayons réfléchis sont en phase (et que la pellicule est donc plus brillante) lorsque

$$2L = \frac{\text{nombre impair}}{2} \times \frac{\lambda}{n_2},$$

ce qui mène à l'équation 6.34 :

$$2L = (m + \tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{n_2}.$$

En résolvant cette équation pour trouver λ et en insérant L et n_2, on détermine que

$$\lambda = \frac{2n_2L}{m+\frac{1}{2}} = \frac{(2)(1{,}33)(320\ \text{nm})}{m+\frac{1}{2}} = \frac{851\ \text{nm}}{m+\frac{1}{2}}.$$

Lorsque $m = 0$, cela donne $\lambda = 1\,700$ nm, ce qui correspond à la région infrarouge du spectre. Dans le cas où $m = 1$, on trouve $\lambda = 567$ nm, ce qui correspond à la lumière jaune-verte située dans la partie centrale du spectre visible. Quand $m = 2$, $\lambda = 340$ nm, ce qui correspond à la région ultraviolette. Il s'ensuit que la longueur d'onde à laquelle la lumière vue par un observateur sera la plus brillante est

$$\lambda = 567\ \text{nm}. \qquad \text{(réponse)}$$

Exemple 6.5

Dans la figure 6.15, une des faces d'une lentille de verre est enduite d'une mince pellicule de fluorure de magnésium (MgF_2) afin de réduire la réflexion à la surface de la lentille. L'indice de réfraction du MgF_2 est 1,38 ; celui du verre est 1,50. Quelle est la plus petite épaisseur d'enduit qui élimine (par interférence) les réflexions au centre du spectre visible ($\lambda = 550$ nm) ? Supposez que la lumière est approximativement perpendiculaire à la surface de la lentille.

SOLUTION Le concept clé utilisé ici est le suivant : la réflexion est éliminée si l'épaisseur L de la pellicule est telle que les ondes lumineuses réfléchies par les deux interfaces sont en opposition de phase. L'équation reliant L à la longueur d'onde donnée λ et à l'indice de réfraction n_2 de la pellicule mince est soit l'équation 6.34, soit l'équation 6.35, selon les déphasages causés par la réflexion aux interfaces.

Pour déterminer quelle est l'équation appropriée, on remplit un tableau semblable au tableau 6.1. À la première interface, la lumière incidente est dans l'air, qui a un indice de réfraction moins élevé que le fluorure de magnésium (la pellicule mince). Donc, on inscrit $\frac{1}{2}$ longueur d'onde sous r_1 dans le tableau (ce qui signifie que les ondes du rayon r_1 sont déphasées de $\frac{1}{2}\lambda$ à la première interface). À la deuxième interface, la lumière incidente est dans le fluorure de magnésium, qui a un indice de réfraction moins élevé que le verre de l'autre côté de l'interface. Donc, on inscrit $\frac{1}{2}$ longueur d'onde sous r_2 dans le tableau.

Puisque les deux réflexions produisent le même déphasage, elles tendent à mettre en phase les ondes de r_1 et de r_2. Comme on veut que ces ondes soient *déphasées*, leur différence de marche $2L$ doit être un nombre impair de demi-longueurs d'onde :

$$2L = \frac{\text{nombre impair}}{2} \times \frac{\lambda}{n_2}.$$

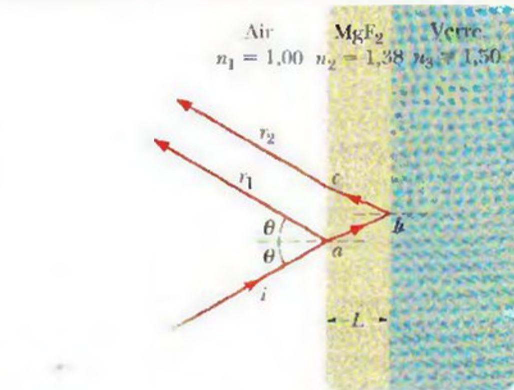


Figure 6.15 Exemple 6.5 On peut supprimer les réflexions du verre (à une longueur d'onde sélectionnée) en recouvrant le verre d'une mince pellicule transparente de fluorure de magnésium d'une épaisseur appropriée.

Cela mène à l'équation 6.34. En résolvant cette équation pour trouver L, on obtient alors l'épaisseur de la pellicule qui éliminera la réflexion de la lentille et de l'enduit :

$$L = (m+\tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{2n_2}, \quad \text{lorsque } m = 0, 1, 2, \ldots \qquad (6.36)$$

On veut trouver la plus petite épaisseur de l'enduit – c'est-à-dire la plus petite valeur de L. On choisit donc $m = 0$, la plus petite valeur possible de m. En insérant cette valeur et les données connues dans l'équation 6.36, on obtient

$$L = \frac{\lambda}{4n_2} = \frac{550\ \text{nm}}{(4)(1{,}38)} = 99{,}6\ \text{nm}. \qquad \text{(réponse)}$$

Exemple 6.6

La figure 6.16 a) représente un bloc de plastique transparent comportant une brèche remplie d'air, à droite. (L'épaisseur de la brèche est exagérée dans la figure.) Un large faisceau de lumière rouge, de longueur d'onde $\lambda = 632{,}8$ nm, est dirigé vers le bas à travers le dessus du bloc (à un angle d'incidence de 0°). Une partie de la lumière est réfléchie vers le haut aux limites supérieure et inférieure de la brèche, qui agit comme une mince pellicule (d'air) dont l'épaisseur varie uniformément et graduellement de L_G à l'extrémité gauche à L_D à l'extrémité droite. (Les couches de plastique au-dessus et en dessous de la brèche remplie d'air sont trop épaisses pour agir comme une pellicule mince.) Un observateur regardant vers le bas en direction du bloc voit une figure d'interférence composée de six franges sombres et de cinq franges brillantes rouges le long de la brèche. Quelle est la variation de l'épaisseur ΔL ($= L_D - L_G$) le long de la brèche ?

SOLUTION Dans ce cas, un premier concept clé est que la brillance, en tout point de la longueur, de gauche à droite de la brèche, est causée par l'interférence des ondes réfléchies aux interfaces supérieure et inférieure de la brèche. Un second concept clé est que la variation de brillance dans la figure d'interférence produisant les franges brillantes et sombres est causée par la variation de l'épaisseur de

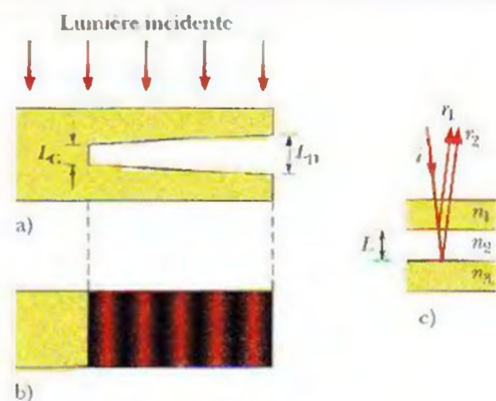


Figure 6.16 Exemple 6.6 a) Une lumière rouge incidente tombe sur une mince brèche remplie d'air dans le côté d'un bloc de plastique transparent. L'épaisseur de la brèche est L_G à l'extrémité gauche et L_D à l'extrémité droite. b) Une vue de haut du bloc : une figure d'interférence de six franges sombres et de cinq franges brillantes de lumière rouge se forme au-dessus de la région de la brèche. c) Une représentation du rayon incident i, des rayons réfléchis r_1 et r_2, et de l'épaisseur L de la brèche.

la brèche. Dans certaines régions, l'épaisseur met les ondes réfléchies en phase et produit donc une réflexion brillante (une frange rouge et brillante). Dans d'autres régions, l'épaisseur a pour effet de mettre les ondes réfléchies en opposition de phase et de ne produire aucune réflexion (frange sombre).

Puisque l'observateur voit davantage de franges sombres que de franges brillantes, on peut supposer qu'une frange sombre est produite à chaque extrémité de la brèche, où les réflexions produisent une frange sombre.

Comme l'observateur voit plus de franges sombres que de franges brillantes, on doit conclure que la figure d'interférence débute par une frange sombre à gauche et se termine par une frange sombre à l'extrémité droite de la brèche. La figure 6.16 b) illustre la figure d'interférence obtenue, laquelle va nous permettre de déterminer la variation de l'épaisseur le long de cette brèche.

On sait que, pour obtenir une frange sombre, les ondes des rayons r_1 et r_2 de la figure 6.16 c) doivent être en opposition de phase. On sait également que l'équation reliant l'épaisseur L de la pellicule à la longueur d'onde λ de la lumière et à l'indice de réfraction n_2 de la pellicule est soit l'équation 6.34, soit l'équation 6.35, selon les déphasages attribuables à la réflexion. Pour déterminer laquelle des équations donne une frange sombre à l'extrémité gauche de la brèche, on remplit un tableau semblable au tableau 6.1.

À l'interface supérieure de la brèche, la lumière incidente est dans le plastique, qui a un plus grand indice de réfraction que l'air en dessous de cette interface. Donc, on inscrit 0 sous r_1 dans le tableau. À l'interface inférieure de la brèche, la lumière incidente est dans l'air, qui a un indice de réfraction moins élevé que le plastique au-dessus de cette interface. Donc, on inscrit $\frac{1}{2}$ longueur d'onde sous r_2 dans le tableau. Ainsi, les réflexions tendent à déphaser les ondes de r_1 et de r_2.

Puisque, en fait, les ondes sont déphasées à l'extrémité gauche de la brèche remplie d'air, la différence de marche $2L$ à l'extrémité de la brèche doit être donnée par

$$2L = \text{nombre entier} \times \frac{\lambda}{n_2},$$

ce qui mène à l'équation 6.35 :

$$2L = m\frac{\lambda}{n_2}, \qquad \text{lorsque } m = 0, 1, 2, \ldots \tag{6.37}$$

On a ici un autre concept clé : l'équation 6.37 est vérifiée non seulement par rapport à l'extrémité gauche de la brèche, mais également en tout point le long de la brèche où l'on observe une frange sombre, incluant l'extrémité droite – avec une valeur entière de m différente pour chaque frange. La plus petite valeur de m est associée à la plus petite épaisseur de la brèche où l'on observe une frange sombre. Des valeurs progressivement plus grandes de m sont associées à des épaisseurs progressivement plus grandes de la brèche où l'on observe une frange sombre. Soit m_G la valeur à l'extrémité gauche. La valeur à l'extrémité droite doit alors être $m_G + 5$ puisque, d'après la figure 6.16 b), l'extrémité droite est située à la cinquième frange sombre à partir de l'extrémité gauche.

On veut trouver la variation de l'épaisseur ΔL entre l'extrémité gauche et l'extrémité droite de la brèche. On doit d'abord résoudre deux fois l'équation 6.37 – une fois pour l'épaisseur L_G à l'extrémité gauche, et une autre fois pour l'épaisseur L_D à l'extrémité droite :

$$L_G = (m_G)\frac{\lambda}{2n_2}, \qquad L_D = (m_G + 5)\frac{\lambda}{2n_2}. \tag{6.38}$$

Pour trouver la variation de l'épaisseur ΔL, on peut maintenant soustraire L_G de L_D et insérer les valeurs connues, incluant $n_2 = 1{,}00$ relativement à l'air dans la brèche :

$$\begin{aligned}\Delta L = L_D - L_G &= \frac{(m_G + 5)\lambda}{2n_2} - \frac{m_G\lambda}{2n_2} = \frac{5}{2}\frac{\lambda}{n_2}\\ &= \frac{5}{2}\frac{632{,}8 \times 10^{-9}\ \text{m}}{1{,}00}\\ &= 1{,}58 \times 10^{-6}\ \text{m}. \qquad \text{(réponse)}\end{aligned}$$

6.8 L'interféromètre de Michelson

Un **interféromètre** est un instrument utilisé pour mesurer les longueurs ou les variations de longueur avec une grande précision à l'aide des franges d'interférence. Voici la description du modèle original mis au point et fabriqué par Albert A. Michelson en 1881.

Examinez la lumière qui quitte le point P de la source étendue S de la figure 6.17 et qui rencontre le *diviseur de faisceau M*. Un diviseur de faisceau est un miroir qui transmet la moitié de la lumière incidente et réfléchit l'autre moitié. Dans la figure, on a supposé, pour simplifier le problème, que ce miroir a une épaisseur négligeable. La lumière doit donc se diviser en deux faisceaux à M. L'un d'eux est transmis vers le miroir M_1 ; l'autre est réfléchi vers le miroir M_2. Les ondes sont entièrement réfléchies par ces miroirs, et sont renvoyées vers leurs directions d'incidence, et chaque onde finit sa course au télescope T. Ce que l'observateur voit est une figure d'interférence composée de franges courbes ou approximativement droites ; dans ce cas, les franges ressemblent aux rayures d'un zèbre.

Lorsque les deux ondes se réunissent au télescope, leur différence de marche est $2d_2 - 2d_1$, et toute variation de cette différence de marche causera un changement de la différence de phase entre les deux ondes, là où se trouve l'œil. Par exemple, si le miroir M_2 est déplacé d'une distance $\frac{1}{2}\lambda$, la différence de marche varie de λ et la figure d'interférence est décalée d'une frange (comme si chaque rayure sombre d'un zèbre prenait la place de la rayure sombre voisine). De la même façon, si le miroir M_2 est déplacé de $\frac{1}{4}\lambda$, la figure est décalée d'une demi-frange (chaque rayure sombre d'un zèbre prend la place de la rayure blanche voisine).

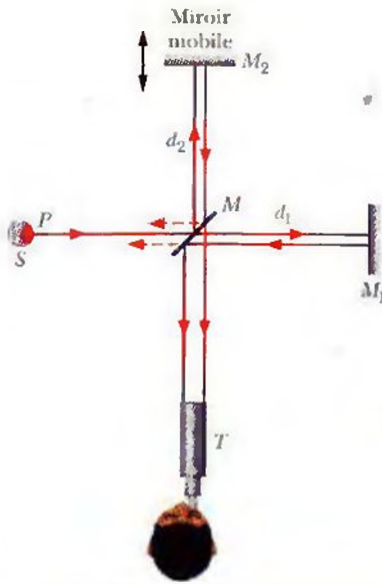


Figure 6.17 L'interféromètre de Michelson, qui montre le parcours de la lumière en provenance du point P d'une source étendue S. Le miroir M divise la lumière en deux faisceaux, qui sont réfléchis aux miroirs M_1 et M_2 vers M et vers le télescope T. Dans le télescope, un observateur voit une figure d'interférence composée de franges.

Un décalage dans la figure d'interférence peut aussi être causé par l'insertion d'un mince matériau transparent dans le parcours optique d'un des miroirs, par exemple le miroir M_1. Si ce matériau a une épaisseur L et un indice de réfraction n, le nombre de longueurs d'onde dans le parcours aller-retour de la lumière dans le matériau est, d'après l'équation 6.9,

$$N_m = \frac{2L}{\lambda_n} = \frac{2Ln}{\lambda}. \tag{6.39}$$

Le nombre de longueurs d'onde dans la même épaisseur $2L$ d'air avant l'insertion de ce matériau est

$$N_a = \frac{2L}{\lambda}. \tag{6.40}$$

Lorsque le matériau est inséré, la lumière renvoyée par le miroir M_1 subit un déphasage (exprimé en longueurs d'onde) de

$$N_m - N_a = \frac{2Ln}{\lambda} - \frac{2L}{\lambda} = \frac{2L}{\lambda}(n-1). \tag{6.41}$$

À chaque déphasage d'une longueur d'onde, la figure d'interférence est décalée d'une frange. Donc, en comptant le nombre de franges décalées dans la figure par l'insertion du matériau, et en substituant ce nombre à $N_m - N_a$ dans l'équation 6.41, on peut déterminer l'épaisseur L du matériau, exprimée en fonction de λ.

Au moyen de techniques semblables, les longueurs des objets peuvent être exprimées en fonction de la longueur d'onde de la lumière. À l'époque de Michelson, l'étalon de longueur – le mètre – était déterminé, en vertu d'une convention internationale, par la distance entre deux marques fines sur une tige de métal conservée à Sèvres, près de Paris. Michelson put démontrer, à l'aide de son interféromètre, que le mètre étalon équivalait à 1 553 163,5 longueurs d'onde d'une lumière rouge monochromatique émise par une source lumineuse contenant du cadmium. Pour cette mesure précise, Michelson reçut le prix Nobel de physique en 1907. Son travail mena à l'abandon (en 1961) de la barre étalon du mètre comme référence de longueur et à une nouvelle définition du mètre, exprimé en fonction de la longueur d'onde de la lumière. En 1983, même cette référence basée sur la longueur d'onde ne fut pas assez précise pour satisfaire aux exigences croissantes de la science et de la technologie, et elle fut remplacée par une nouvelle référence basée sur une valeur définie de la vitesse de la lumière dans le vide.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Le principe de Huygens On peut prédire la transmission tridimensionnelle des ondes, incluant la lumière, grâce au *principe de Huygens*, qui stipule que tous les points d'un front d'onde servent de sources ponctuelles à de petites ondes sphériques secondaires. Après un temps t, la nouvelle position du front d'onde sera celle de la surface tangente à ces petites ondes secondaires.

On peut dériver la loi de la réfraction à partir du principe de Huygens en supposant que l'indice de réfraction dans tout milieu est $n = c/v$, où v est le module de la vitesse de la lumière dans le milieu et c est le module de la vitesse de la lumière dans le vide.

La longueur d'onde et l'indice de réfraction La longueur d'onde λ_n de la lumière dans un milieu dépend de l'indice de réfraction n du milieu :

$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}, \tag{6.8}$$

où λ est la longueur d'onde de la lumière dans le vide. À cause de cette relation, la différence de phase entre deux ondes peut varier si les ondes traversent différents matériaux ayant des indices de réfraction différents.

L'expérience de Young Dans l'**expérience de Young sur l'interférence**, un faisceau lumineux passant à travers une fente simple rencontre ensuite deux fentes pratiquées dans un écran. La lumière qui quitte ces fentes se disperse (par diffraction), et un phénomène d'interférence se produit de l'autre côté de l'écran. Une figure composée de franges créée par l'interférence se forme sur un écran d'observation.

À n'importe quel point sur l'écran d'observation, l'intensité de la lumière dépend en partie de la différence de marche entre les rayons issus des deux fentes. Si cette différence équivaut à un nombre entier de longueurs d'onde, les ondes produisent une interférence constructive et il en résulte une intensité maximale. Si la différence équivaut à un nombre impair de demi-longueurs d'onde, il y a interférence destructive et l'intensité est minimale. Les conditions correspondant aux intensités maximale et minimale sont

$$d \sin \theta = m\lambda,$$

lorsque $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ (les maxima – franges brillantes), (6.14)

$$d \sin \theta = (m + \tfrac{1}{2})\lambda,$$

lorsque $m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ (les minima – franges sombres), (6.16)

où θ est l'angle formé par le parcours de la lumière avec un axe central, et d est la distance entre les fentes.

La cohérence Si deux ondes lumineuses qui se rencontrent en un point interfèrent de manière perceptible, le déphasage entre elles doit demeurer constant dans le temps ; en d'autres mots, les ondes doivent être **cohérentes**. Lorsque deux ondes cohérentes se rencontrent, l'intensité résultante peut être trouvée avec la méthode des vecteurs de Fresnel.

L'intensité de la figure d'interférence produite par deux fentes Dans l'expérience de Young, deux ondes ayant chacune une intensité I_0 produisent une onde résultante d'intensité I sur un écran d'observation, où on a

$$I = 4I_0 \cos^2 (\phi/2), \quad \text{où } \phi = \frac{2\pi d}{\lambda} \sin \theta. \quad (6.21, 6.22)$$

Les équations 6.14 et 6.16, qui donnent les positions des franges sombres et brillantes (les minima et les maxima), sont incluses dans cette relation.

L'interférence produite par une pellicule mince Lorsqu'une lumière est incidente sur une mince pellicule transparente, les ondes lumineuses réfléchies par les faces avant et arrière interfèrent. Dans le cas d'une incidence proche de la normale, les conditions relatives à l'intensité maximale et minimale de la lumière réfléchie sur une *pellicule suspendue dans l'air* sont

$$2L = (m + \tfrac{1}{2})\frac{\lambda}{n_2},$$
lorsque $m = 0, 1, 2, \ldots$
(les maxima – la pellicule brillante dans l'air). (6.34)

$$2L = m\frac{\lambda}{n_2},$$
lorsque $m = 0, 1, 2, \ldots$
(les minima – la pellicule sombre dans l'air). (6.35)

où n_2 est l'indice de réfraction de la pellicule, L est son épaisseur et λ est la longueur d'onde de la lumière dans l'air.

Si la lumière incidente à une interface entre deux milieux possédant des indices de réfraction différents se trouve dans le milieu ayant le plus petit indice de réfraction, la réflexion cause un déphasage de π rad, ou d'une demi-longueur d'onde, dans l'onde réfléchie. Sinon, il n'y a aucun déphasage causé par la réflexion. La réfraction à une interface ne cause pas de déphasage.

L'interféromètre de Michelson Dans l'*interféromètre de Michelson*, une onde lumineuse est divisée en deux faisceaux qui, après avoir suivi des parcours de longueurs différentes, se réunissent et produisent une interférence, en formant une figure d'interférence. En variant la longueur du parcours d'un des faisceaux, on peut exprimer les distances en longueurs d'onde de la lumière, en comptant le nombre de franges décalées dans la figure à cause de la variation.

QUESTIONS

1. Dans la figure 6.18, trois impulsions de lumière – a, b et c – de même longueur d'onde sont transmises à travers des couches de plastique dont les indices de réfraction sont indiqués. Classez les impulsions en ordre décroissant selon la durée de leur parcours dans le plastique.

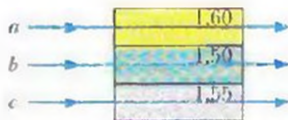


Figure 6.18 Question 1

2. Une lumière se propage le long d'une nanostructure d'une longueur de 1 500 nm. Lorsqu'une crête de l'onde est à une extrémité de la nanostructure, y a-t-il une crête ou un creux à l'autre extrémité, si la longueur d'onde est a) de 500 nm et b) de 1 000 nm ?

3. La figure 6.19 montre deux rayons lumineux, d'une longueur d'onde de 600 nm, qui sont réfléchis sur des surfaces de verre séparées par une distance de 150 nm. Les rayons sont initialement en phase. a) Quelle est la différence de marche entre les rayons ? b) Après avoir quitté la région de la réflexion, les rayons sont-ils en phase, en opposition de phase ou dans un état intermédiaire ?

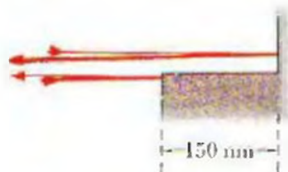


Figure 6.19 Question 3

4. La figure 6.20 montre deux rayons lumineux qui sont initialement en phase et qui sont réfléchis sur plusieurs surfaces de verre. Négligez le petit angle dans le parcours de la lumière du deuxième arrangement. a) Quelle est la différence de marche entre les rayons ? b) À quelle valeur, exprimée en longueurs d'onde, équivaudrait cette différence de marche si les rayons étaient déphasés de π rad en émergeant, et c) quelle est la plus petite valeur de d permettant ce déphasage final ?

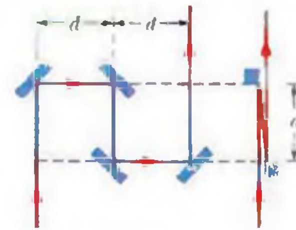


Figure 6.20 Question 4

5. Y a-t-il une interférence constructive, une interférence destructive, une interférence intermédiaire plus proche du maximum ou une interférence intermédiaire plus proche du minimum au point P de la figure 6.8 si la différence de marche entre les deux rayons est de a) $2{,}2\lambda$, b) $3{,}5\lambda$, c) $1{,}8\lambda$ et d) $1{,}0\lambda$? Donnez la valeur de m associée au maximum ou au minimum dans chacune des situations.

6. Dans une figure d'interférence à deux fentes, lorsque vous passez d'une frange brillante à la frange brillante suivante, a) la différence de marche ΔL augmente-t-elle ou diminue-t-elle, et b) quelle est sa variation, exprimée en longueurs d'onde λ ?

7. Dans une figure d'interférence obtenue avec deux fentes, l'espacement entre deux franges augmente-t-il, diminue-t-il ou reste-t-il le même a) lorsqu'on augmente la distance entre les fentes, b) lorsque la couleur de la lumière passe du rouge au bleu, et c) lorsque tout le système est immergé dans le sherry ? d) Si les fentes sont éclairées par une lumière blanche, est-ce la composante rouge ou la composante

bleue de chacun des pics secondaires qui est la plus rapprochée du maximum central ?

8. Dans chaque partie de la figure 6.21, des vecteurs de Fresnel représentent les deux ondes lumineuses dans une expérience d'interférence avec deux fentes. Chaque partie représente également un point différent sur l'écran d'observation, à un instant différent. En supposant que les huit vecteurs de Fresnel ont la même longueur, classez les points en ordre décroissant selon l'intensité de la lumière qui y est observée.

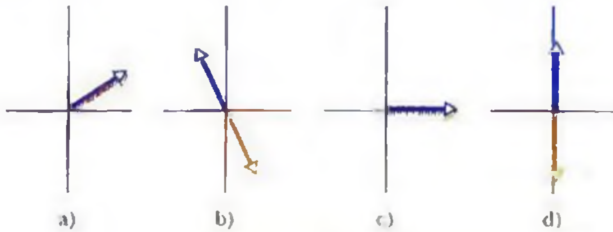


Figure 6.21 Question 8

9. La figure 6.22 montre deux sources, S_1 et S_2, qui émettent des ondes radio de longueur d'onde λ dans toutes les directions. Les sources sont en phase et séparées par une distance égale à $1,5\lambda$. La ligne verticale pointillée est la bissectrice perpendiculaire à la distance entre les sources. a) Si on procède à partir du point de départ indiqué et qu'on suit le parcours 1, l'interférence produit-elle un maximum tout le long du parcours, un minimum tout le long du parcours, ou des minima et des maxima en alternance ? Reprenez l'exercice avec b) le parcours 2 et c) le parcours 3.

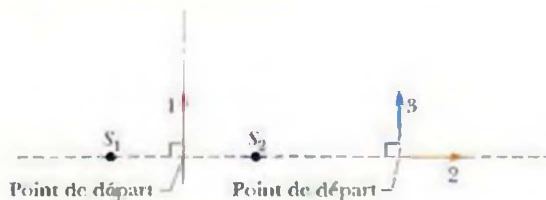


Figure 6.22 Question 9

10. La figure 6.23 présente deux rayons lumineux qui rencontrent des interfaces, où ils sont réfléchis et réfractés. Lesquelles des ondes résultantes subissent un déphasage à l'interface ?

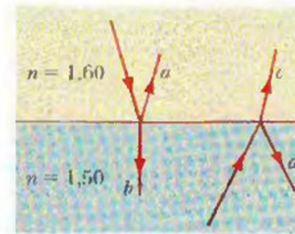


Figure 6.23 Question 10

11. La figure 6.24 a) montre la section transversale d'une pellicule mince verticale dont la largeur augmente progressivement vers le bas à cause de l'affaissement causé par la gravité. La figure 6.24 b) présente une vue de face de la pellicule, illustrant quatre franges d'interférence brillantes produites lorsque la pellicule est éclairée par un rayon perpendiculaire de lumière rouge. Les points de la section transversale qui correspondent aux franges brillantes sont indiqués. Quelle est la différence, exprimée en longueurs d'onde de la lumière dans la pellicule, dans l'épaisseur de la pellicule entre a) les points a et b et b) les points b et d?

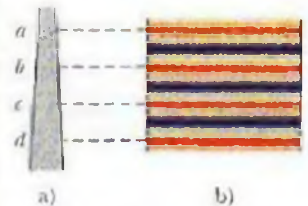


Figure 6.24 Question 11

12. La figure 6.25 montre la transmission de la lumière à travers une pellicule mince entourée d'air par un faisceau perpendiculaire (incliné dans la figure par souci de clarté). a) Le rayon r_3 subit-il un déphasage causé par la réflexion ? b) En longueurs d'onde, quel est le déphasage par réflexion du rayon r_4? c) Si L est l'épaisseur de la pellicule, quelle est la différence de marche entre les rayons r_3 et r_4?



Figure 6.25 Question 12

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous :
www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 6.2 La nature ondulatoire de la lumière

1E. La longueur d'onde de la lumière jaune (d'une lampe au sodium) dans l'air est de 589 nm. a) Quelle est sa fréquence ? b) Quelle est sa longueur d'onde dans un verre dont l'indice de réfraction est 1,52 ? c) D'après les résultats en a) et en b), trouvez le module de la vitesse de la lumière dans le verre.

2E. La lumière voyage plus vite dans le saphir que dans le diamant (*voir le tableau 4.1*). Quelle est la différence de vitesse en mètres par seconde ?

3E. Le module de la vitesse de la lumière jaune (d'une lampe au sodium) dans un certain liquide est de $1,92 \times 10^8$ m/s. Quel est l'indice de réfraction de ce liquide ?

4E. Quel est le module de la vitesse d'une lumière dont la longueur d'onde est de 550 nm dans le verre de silice ?

5P. Les vagues de l'océan approchent du rivage à une vitesse ayant un module de 4,0 m/s en formant un angle de 30° avec la normale, comme l'illustre la figure 6.26. Supposez que la profondeur de l'eau change subitement à une certaine distance du rivage, et qu'à cet endroit le module de la vitesse des vagues diminue à 3,0 m/s. Près du rivage, quel est l'angle θ entre la direction de la vague et la normale ? (Supposez que la loi de la réfraction s'applique comme avec la lumière.) Expliquez pourquoi la plupart des vagues atteignent le rivage suivant la normale, alors qu'elles s'en approchent suivant des angles variés lorsqu'elles sont à une plus grande distance.

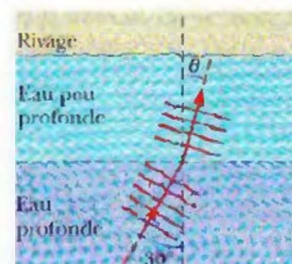


Figure 6.26 Problème 5

6P. Dans la figure 6.27, deux impulsions lumineuses sont transmises à travers des couches de plastique dont les indices de réfraction sont indiqués, et dont l'épaisseur est L ou $2L$, comme illustré. a) Quelle impulsion met le moins de temps à traverser le plastique ? b) Quelle est la différence, exprimée en L/c, entre les temps requis par les deux impulsions pour traverser les diverses couches ?

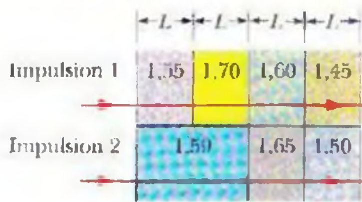


Figure 6.27 Problème 6

7P. Observez la figure 6.3 et supposez que deux ondes lumineuses dans l'air, d'une longueur d'onde de 400 nm, sont initialement en phase. Une onde se propage dans une couche de verre dont l'indice de réfraction est $n = 1,60$ et dont l'épaisseur est L. L'autre onde se propage dans une couche de plastique de même épaisseur et dont l'indice de réfraction est $n_2 = 1,50$. a) Quelle est la valeur minimale que L doit avoir si les ondes sont déphasées de 5,65 rad en se retrouvant de nouveau dans l'air ? b) Si les ondes émergentes atteignent ensuite un point commun, quel type d'interférence produiront-elles ?

8P. Supposez que les deux ondes de la figure 6.3 ont une longueur d'onde de 500 nm dans l'air. Quel est leur déphasage, exprimé en longueurs d'onde, après avoir traversé les milieux 1 et 2, si a) $n_1 = 1,50$, $n_2 = 1,60$ et $L = 8,50$ μm, b) $n_1 = 1,62$, $n_2 = 1,72$ et $L = 8,50$ μm, c) $n_1 = 1,59$, $n_2 = 1,79$ et $L = 3,25$ μm ? d) Supposez que, dans ces trois situations, les ondes émergentes atteignent un point commun. Classez les situations en ordre décroissant, selon la brillance que les ondes produisent au point commun.

9P. Deux ondes lumineuses dans l'air ont une longueur d'onde de 600,0 nm et sont initialement en phase. Elles se propagent ensuite dans des couches de plastique, comme le représente la figure 6.28, où $L_1 = 4,00$ μm, $L_2 = 3,50$ μm, $n_1 = 1,40$ et $n_2 = 1,60$. a) Quel est leur déphasage, exprimé en longueurs d'onde, après leur émergence des couches ? b) Si les ondes atteignent ensuite un point commun, quel type d'interférence produiront-elles ? www

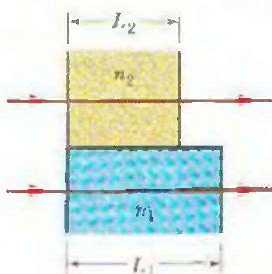


Figure 6.28 Problème 9

10P. Observez la figure 6.3 et supposez que les deux ondes lumineuses ont une longueur d'onde de 620 nm dans l'air et sont initialement déphasées de π rad. Les indices de réfraction des milieux sont $n_1 = 1,45$ et $n_2 = 1,65$. a) Quelle est la plus petite valeur de l'épaisseur L qui permettra aux ondes d'être en phase après avoir traversé les deux milieux ? b) Quelle est la valeur suivante de L qui permettra la même situation ?

SECTION 6.4 L'expérience de Young sur l'interférence

11E. Une lumière verte monochromatique d'une longueur d'onde de 550 nm éclaire deux fentes étroites et parallèles séparées par une distance de 7,70 μm. Calculez la déviation angulaire (θ dans la figure 6.8) de la frange brillante de troisième ordre (lorsque $m = 3$) a) en radians et b) en degrés.

12E. Quel est le déphasage entre deux ondes provenant de deux fentes lorsqu'elles atteignent la *énième* frange sombre dans l'expérience de Young sur l'interférence produite par deux fentes ?

13E. Supposez qu'on réalise l'expérience de Young en utilisant une lumière bleu-vert d'une longueur d'onde de 500 nm. Il y a une distance de 1,20 mm entre les fentes, et l'écran d'observation est situé à 5,40 m des fentes. Quelle est la distance entre les franges brillantes ? www

14E. Dans un système à deux fentes, la distance entre les fentes est égale à 100 fois la longueur d'onde de la lumière transmise par les fentes. a) Quelle est la séparation angulaire en radians entre le maximum central et le maximum adjacent ? b) Quelle est la distance entre ces maxima sur un écran d'observation situé à 50,0 cm des fentes ?

15E. Un système à deux fentes éclairées par une lumière au sodium ($\lambda = 589$ nm) produit des franges d'interférence qui ont une séparation angulaire de $3,50 \times 10^{-3}$ rad. À quelle longueur d'onde la séparation serait-elle 10 % plus grande ?

16E. Un système à deux fentes éclairées par une lumière au sodium ($\lambda = 589$ nm) produit des franges d'interférence qui ont un angle de 0,20° entre elles. Quel sera l'angle entre les franges si le système entier est immergé dans l'eau ($n = 1,33$) ?

17E. Deux sources ponctuelles d'ondes radio situées à 2,0 m l'une de l'autre émettent en phase à une longueur d'onde $\lambda = 0,50$ m. Un détecteur suit un parcours circulaire autour des deux sources dans un plan incluant les sources. Trouvez le nombre de maxima qu'il détecte.

18E. Les sources A et B émettent des ondes radio de longue portée et d'une longueur d'onde de 400 m, et l'émission de A est en avance de $\frac{\pi}{2}$ rad par rapport à celle de B. La distance r_A entre A et un détecteur est plus grande de 100 m par rapport à la distance correspondante r_B. Quel est le déphasage au détecteur ?

19P. Dans une expérience avec deux fentes, la distance entre les fentes est de 5,0 mm et les fentes sont situées à 1,0 m de l'écran. Deux figures d'interférence peuvent être observées sur l'écran : l'une d'elles est produite par une lumière d'une longueur d'onde de 480 nm, et l'autre est produite par une lumière d'une longueur d'onde de 600 nm. Quelle est la distance sur l'écran entre les franges brillantes de troisième ordre ($m = 3$) des deux figures d'interférence ?

20P. Dans la figure 6.29, S_1 et S_2 sont des générateurs d'ondes en phase et de même longueur d'onde. La distance entre les générateurs est $d = 3,00\lambda$. Trouvez la plus grande distance à partir de S_1, le long de l'axe des x, à laquelle une interférence destructive se produira. Exprimez cette distance en longueurs d'onde.



Figure 6.29 Problèmes 20, 27 et 59

21P. Une mince pellicule de mica ($n = 1,58$) est utilisée pour couvrir une fente dans un système d'interférence à deux fentes. Sur l'écran d'observation, le point central est maintenant occupé par ce qui était la septième frange brillante ($m = 7$) avant que la fente soit couverte. Si $\lambda = 550$ nm, quelle est l'épaisseur du mica ? (*Indice :* Considérez la longueur d'onde de la lumière dans le mica.) www

22P. Dans une salle de lecture, la lumière d'un laser ayant une longueur d'onde de 632,8 nm est transmise par un système à deux fentes, est réfléchie sur un miroir situé à 20,0 m à l'arrière de la salle,

et produit ensuite une figure d'interférence sur un écran à l'avant de la salle. La distance entre les franges brillantes adjacentes est de 10,0 cm. a) Quelle est la distance entre les fentes ? b) Qu'arrive-t-il à la figure lorsque le lecteur place une mince feuille de cellophane sur une fente, augmentant ainsi de 2,50 le nombre de longueurs d'onde dans le parcours incluant la cellophane ?

SECTION 6.6 L'intensité de la figure d'interférence produite par deux fentes

23E. Deux ondes de même fréquence ont des amplitudes de 1,00 et 2,00. Elles interfèrent à un point où leur déphasage est de $\pi/3$ rad. Quelle est l'amplitude résultante ?

24E. Trouvez la somme y des quantités suivantes :

$$y_1 = 10 \sin \omega t \quad \text{et} \quad y_2 = 8{,}0 \sin(\omega t + \pi/6).$$

25E. Additionnez les quantités suivantes

$$y_1 = 10 \sin \omega t$$
$$y_2 = 15 \sin(\omega t + \pi/6)$$
$$y_3 = 5{,}0 \sin(\omega t - \pi/4)$$

en utilisant la méthode des vecteurs de Fresnel. www

26E. Une lumière d'une longueur d'onde de 600 nm est incidente suivant la normale à deux fentes minces parallèles séparées par une distance de 0,60 mm. Faites un croquis représentant l'intensité de la figure observée sur un écran éloigné, en fonction de l'angle θ à partir du centre de la figure et dans les limites comprises entre $0 \leq \theta \leq 0{,}004\,0$ rad.

27P. Dans la figure 6.29, S_1 et S_2 sont des sources ponctuelles d'ondes électromagnétiques d'une longueur d'onde de 1,00 m. Les sources sont en phase et séparées par une distance d = 4,00 m, et elles émettent à la même puissance. a) Si on déplace un détecteur vers la droite à partir de la source S_1 suivant l'axe des x, à quelles distances de S_1 les trois premiers maxima d'interférence seront-ils détectés ? b) L'intensité du minimum le plus rapproché est-elle exactement nulle ? (*Indice :* L'intensité d'une onde issue d'une source ponctuelle demeure-t-elle constante lorsqu'on s'éloigne de la source ?)

28P. Dans la figure 6.9, la flèche à double sens indique les points sur la courbe d'intensité où l'intensité de la frange centrale vaut la moitié de l'intensité maximale. Démontrez que la séparation angulaire $\Delta\theta$ entre les points correspondants sur l'écran d'observation est

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{2d}$$

si, dans la figure 6.8, θ est assez petit pour effectuer l'approximation $\sin\theta \approx \theta$.

29P*. Dans une expérience sur l'interférence avec deux fentes, supposez qu'une des fentes est plus large que l'autre, et que l'amplitude de la lumière qui atteint la partie centrale de l'écran, en provenance d'une seule fente, vaut le double de celle de l'autre fente. Dérivez une expression pour décrire l'intensité lumineuse I à l'écran en fonction de θ ; cette expression doit correspondre aux équations 6.21 et 6.22. www

SECTION 6.7 L'interférence produite par les pellicules minces

30E. Dans la figure 6.30, l'onde lumineuse O_1 est réfléchie une fois sur une surface réfléchissante, alors que l'onde O_2 est réfléchie deux fois sur cette même surface et une fois sur une plaque réfléchissante située à une distance L du miroir. Les ondes sont initialement en phase et ont une longueur d'onde de 620 nm. Négligez le faible écartement des rayons. a) Quelle est la plus petite valeur de L pour laquelle les ondes réfléchies seront en opposition de phase ? b) De combien doit-on déplacer la plaque pour que les ondes soient de nouveau en phase ?



Figure 6.30 Exercices 30 et 32

31E. Une lumière brillante d'une longueur d'onde de 585 nm arrive à incidence normale sur une pellicule d'eau savonneuse (n = 1,33) d'épaisseur 1,21 μm, suspendue dans l'air. La lumière réfléchie par les deux surfaces de la pellicule produit-elle une interférence plutôt destructive ou plutôt constructive ?

32E. Supposez que les ondes lumineuses de l'exercice 30 sont initialement déphasées de π rad. Trouvez une expression pour décrire les valeurs de L (exprimée en longueurs d'onde λ) en fonction desquelles les ondes réfléchies seront parfaitement en phase.

33E. Une lumière d'une longueur d'onde de 624 nm arrive perpendiculairement sur une pellicule d'eau savonneuse (n = 1,33) suspendue dans l'air. Quelles sont les deux plus petites épaisseurs de la pellicule en fonction desquelles les réflexions de la pellicule produiront une interférence constructive ? www

34E. Une lentille d'appareil photo dont l'indice de réfraction est supérieur à 1,30 est enduite d'une mince pellicule transparente, dont l'indice de réfraction est 1,25, pour supprimer par interférence la réflexion de la lumière de longueur d'onde λ qui arrive à incidence normale sur la lentille. Quelle doit être l'épaisseur minimale de l'enduit, exprimée en λ?

35E. Les faux diamants utilisés dans les costumes sont du verre dont l'indice de réfraction est 1,50. Pour augmenter la réflexion, on les enduit souvent d'une couche de monoxyde de silicone dont l'indice de réfraction est 2,00. Quelle épaisseur minimale l'enduit doit-il avoir pour que la lumière à incidence normale d'une longueur d'onde de 560 nm soit réfléchie par les deux surfaces et produise une interférence constructive ?

36E. Dans la figure 6.31, une lumière incidente d'une longueur d'onde de 600 nm est perpendiculaire à cinq sections d'une structure transparente suspendue dans l'air. La structure a un indice de réfraction de 1,50. L'épaisseur de chaque section est exprimée en fonction de L où L = 4,00 μm. Dans quelles sections la lumière qui est réfléchie par les surfaces du haut et du bas produira-t-elle une interférence constructive ?

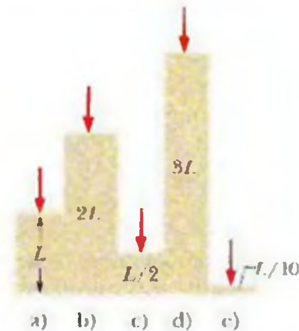


Figure 6.31 Exercice 36

37E. On veut enduire un verre plat (n = 1,50) d'un matériau transparent (n = 1,25) afin de supprimer par interférence la réflexion de la lumière d'une longueur d'onde de 600 nm. Quelle doit être l'épaisseur minimale de l'enduit ? www

38P. Dans la figure 6.32, une lumière incidente est perpendiculaire à quatre minces couches d'épaisseur L. Les indices de réfraction des quatre couches et des milieux au-dessus et en dessous de ces couches sont indiqués. Soit λ la longueur d'onde de la lumière dans l'air, et n_2, l'indice de réfraction de chacune des couches. Considérez seulement la transmission de la lumière qui ne subit aucune réflexion ou qui subit deux réflexions, comme c'est illustré dans la figure 6.32 a). Relativement à quelles situations l'expression

$$\lambda = \frac{2Ln_2}{m}, \quad \text{lorsque } m = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

donne-t-elle les longueurs d'onde de la lumière transmise qui produit une interférence constructive ?

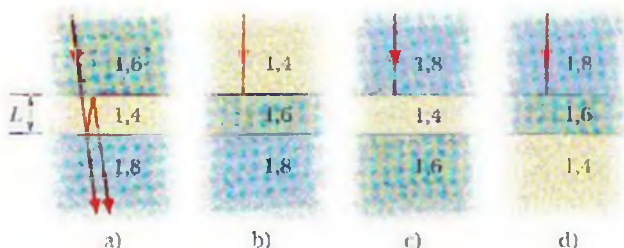


Figure 6.32 Problèmes 38 et 39

39P. Un pétrolier endommagé laisse échapper du kérosène ($n = 1,20$) dans le golfe Persique. Le kérosène forme une grande nappe à la surface de l'eau ($n = 1,30$). a) Si vous observez directement vers le bas, à partir d'un avion lors d'une journée ensoleillée, une région de la nappe dont l'épaisseur est de 460 nm, en fonction de quelles longueurs d'onde de la lumière visible la réflexion sera-t-elle la plus brillante à cause de l'interférence constructive ? b) Si vous faites de la plongée sous-marine sous cette même région de la nappe, en fonction de quelles longueurs d'onde de la lumière visible la réflexion sera-t-elle transmise avec le plus d'intensité ? (*Indice :* Utilisez la figure 6.32 a) en prenant les indices de réfraction appropriés.)

40P. Une onde plane de lumière monochromatique est incidente suivant la normale à une mince pellicule d'huile qui recouvre une plaque de verre. On peut faire varier la longueur d'onde de la source. On observe une interférence destructive de la lumière réfléchie dans le cas des longueurs d'onde de 500 nm et de 700 nm, mais aucune dans le cas d'une longueur d'onde intermédiaire. Si l'indice de réfraction de l'huile est de 1,30 et celui du verre est de 1,50, trouvez l'épaisseur minimale de la pellicule d'huile.

41P. Dans l'air, une onde plane lumineuse monochromatique arrive à incidence normale sur une mince pellicule d'huile qui recouvre une plaque de verre. On peut faire varier la longueur d'onde de la source. On observe une interférence destructive de la lumière réfléchie dans le cas des longueurs d'onde de 500 nm et de 700 nm, mais aucune dans le cas d'une longueur d'onde intermédiaire. L'indice de réfraction du verre est de 1,50. Démontrez que l'indice de réfraction de l'huile doit être inférieur à 1,50.

42P. La réflexion d'un faisceau de lumière blanche perpendiculaire à une pellicule d'eau savonneuse dans l'air produit une interférence constructive à 600 nm et une interférence destructive à 450 nm, et il n'y a pas de minimum entre ces valeurs. Si $n = 1,33$ dans la pellicule, quelle est l'épaisseur minimale de la pellicule, que l'on suppose uniforme ?

43P. Dans la figure 6.33, un large faisceau lumineux d'une longueur d'onde de 683 nm est orienté directement vers le bas, à travers la plaque du dessus d'une paire de plaques de verre. Les plaques ont une longueur de 120 mm, sont jointes à l'extrémité gauche et séparées par un fil de 0,048 mm de diamètre à l'extrémité droite. L'air entre les plaques agit comme une pellicule mince. Combien de franges brillantes seront visibles pour un observateur qui regarde du haut la plaque du dessus ?

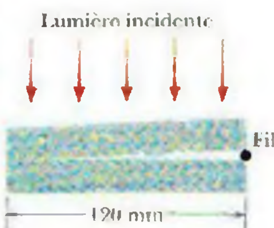


Figure 6.33 Problèmes 43 et 44

44P. Dans la figure 6.33, une lumière blanche est transmise vers le bas à travers la plaque supérieure d'une paire de plaques de verre. Les plaques sont jointes à l'extrémité gauche, et séparées par un fil de 0,048 mm de diamètre à l'extrémité droite ; l'air entre les plaques agit comme une pellicule mince. Un observateur qui regarde vers le bas à travers la plaque du dessus voit des franges brillantes et des franges sombres à cause de cette pellicule. a) La frange observée à l'extrémité gauche est-elle brillante ou sombre ? b) À partir de l'extrémité droite, une interférence destructive se produit en différents endroits, en fonction de différentes longueurs d'onde de la lumière. Se produit-elle d'abord à l'extrémité rouge ou à l'extrémité bleue du spectre visible ?

45P. Un large faisceau de lumière d'une longueur d'onde de 630 nm forme un angle de 90° avec une mince pellicule en forme de coin, dont l'indice de réfraction est de 1,50. Un observateur qui intercepte la lumière transmise par la pellicule voit 10 franges brillantes et 9 franges sombres le long de la pellicule. Quelle est la variation de l'épaisseur de la pellicule sur cette longueur ? www

46P. Une mince pellicule d'acétone ($n = 1,25$) recouvre une épaisse plaque de verre ($n = 1,50$). Une lumière blanche est incidente suivant la normale à la pellicule. Dans les réflexions, une interférence destructive se produit à 600 nm, et une interférence constructive se produit à 700 nm. Calculez l'épaisseur de la pellicule d'acétone.

47P. Deux plaques de verre sont jointes à une extrémité pour former une brèche d'air qui agit comme une pellicule mince. Un large faisceau de lumière d'une longueur d'onde de 480 nm est orienté à travers les plaques, perpendiculairement à la première plaque. Un observateur qui intercepte la lumière réfléchie par les plaques voit une figure d'interférence causée par la brèche d'air. Quelle est l'épaisseur supplémentaire de la brèche à la seizième frange brillante, comparativement à la sixième frange brillante, à partir du joint entre les plaques ?

48P. Un large faisceau de lumière monochromatique est orienté perpendiculairement à travers deux plaques de verre jointes à une extrémité pour former une brèche d'air entre elles. Un observateur qui intercepte la lumière réfléchie par la brèche d'air, qui agit comme une pellicule mince, voit 4 001 franges sombres le long de la brèche. Lorsqu'on évacue l'air entre les plaques, seulement 4 000 franges sombres sont visibles. Calculez l'indice de réfraction de l'air en fonction de ces données.

49P. La figure 6.34 a) montre une lentille ayant un rayon de courbure R déposée sur une plaque de verre plane et éclairée du haut par une

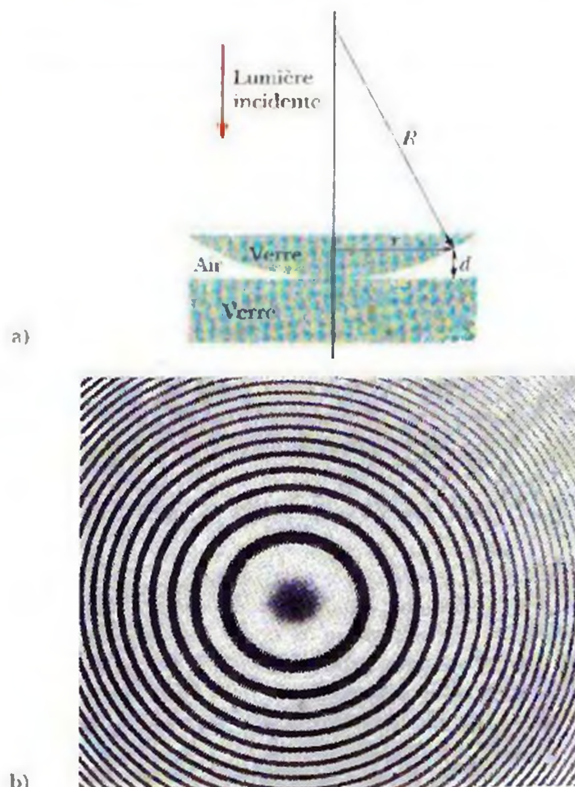


Figure 6.34 Problèmes 49 à 52

lumière de longueur d'onde λ. La figure 6.34 b) (une photographie de la lentille vue du haut) fait voir des franges d'interférence circulaires (nommées *anneaux de Newton*), associées à l'épaisseur variable d de la pellicule d'air entre la lentille et la plaque. Trouvez les rayons r des maxima de l'interférence, en supposant que $r/R \ll 1$. www

50P. Dans une expérience portant sur les anneaux de Newton (*voir le problème 49*), le rayon de courbure R de la lentille est de 5,0 m, et le diamètre de cette lentille est de 20 mm. a) Combien d'anneaux brillants peut-on observer ? Supposez que $\lambda = 589$ nm. b) Combien d'anneaux brillants pourrait-on observer si le système était immergé dans l'eau ($n = 1{,}33$) ?

51P. On utilise un dispositif d'anneaux de Newton pour déterminer le rayon de courbure d'une lentille (*voir la figure 6.34 et le problème 49*). Les rayons du $m^{\text{ième}}$ et du $(m + 20)^{\text{ième}}$ anneau brillant mesurent respectivement 0,162 cm et 0,368 cm. La lumière incidente a une longueur d'onde de 546 nm. Calculez le rayon de courbure de la surface inférieure de la lentille.

52P. a) Utilisez le résultat du problème 49 pour démontrer que, dans une expérience sur les anneaux de Newton, la différence de rayon entre deux anneaux brillants adjacents est donnée par

$$\Delta r = r_{m+1} - r_m \approx \tfrac{1}{2}\sqrt{\lambda R/m},$$

en supposant que $m \gg 1$. b) Démontrez ensuite que l'aire entre deux anneaux brillants adjacents est donnée par

$$A = \pi\lambda R,$$

en supposant que $m \gg 1$. Notez que cette aire est indépendante de m.

53P. Dans la figure 6.35, un transmetteur de micro-ondes situé à une hauteur a au-dessus du niveau d'eau d'un grand lac transmet des micro-ondes de longueur d'onde λ en direction d'un récepteur situé sur la rive opposée, à une distance x au-dessus du niveau d'eau. Les micro-ondes réfléchies par la surface de l'eau interfèrent avec celles qui arrivent directement du transmetteur. En supposant que la largeur D de ce lac est beaucoup plus grande que a et x, et que $\lambda \geq a$, en fonction de quelles valeurs de x le signal sera-t-il maximal au récepteur ? (*Indice :* La réflexion cause-t-elle un déphasage ?)

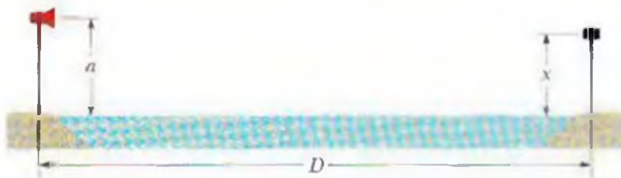


Figure 6.35 Problème 53

SECTION 6.8 L'interféromètre de Michelson

54E. Une mince pellicule dont l'indice de réfraction est $n = 1{,}40$ est placée dans l'un des bras d'un interféromètre de Michelson, perpendiculairement au parcours optique. Si cela produit un déphasage de 7,0 franges dans une figure produite par une lumière d'une longueur d'onde de 589 nm, quelle est l'épaisseur de la pellicule ?

55E. Si le miroir M_2 est déplacé de 0,233 mm dans l'interféromètre de Michelson (figure 6.17), il se produit un déplacement de 792 franges. Quelle est la longueur d'onde de la lumière produisant la figure d'interférence composée de franges ?

56P. La lumière jaune du sodium est formée de deux longueurs d'onde, $\lambda_1 = 589{,}10$ nm et $\lambda_2 = 589{,}59$ nm. On utilise la lumière du sodium dans un interféromètre de Michelson (figure 6.17). De quelle distance doit-on déplacer le miroir M_2 pour déplacer la figure de franges créée par une longueur d'onde d'exactement une frange de plus que la figure de franges créée par l'autre longueur d'onde ?

57P. Dans la figure 6.36, une chambre hermétique comportant des fenêtres de verre et mesurant 5 cm est placée dans un bras d'un interféromètre de Michelson. On utilise une lumière d'une longueur d'onde $\lambda = 500$ nm. En évacuant l'air de la chambre, on produit un défilement de 60 franges. À l'aide de ces données, trouvez l'indice de réfraction de l'air à la pression atmosphérique.

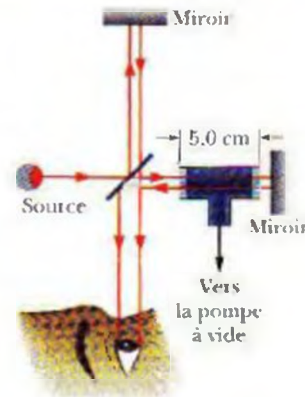


Figure 6.36 Problème 57

58P. Écrivez une expression pour décrire l'intensité observée dans un interféromètre de Michelson (figure 6.17) en fonction de la position d'un miroir mobile. Mesurez la position du miroir à partir du point où $d_2 = d_1$.

Problèmes supplémentaires

59. La figure 6.29 montre deux sources ponctuelles, S_1 et S_2, qui émettent une lumière d'une longueur d'onde $\lambda = 500$ nm. Les émissions sont isotropes et en phase, et la distance entre les sources est $d = 2{,}00\ \mu$m. À n'importe quel point P sur l'axe des x, l'onde issue de S_1 et celle issue de S_2 causent une interférence. Lorsque P est très éloigné ($x \to \infty$), quels sont a) le déphasage entre les ondes issues de S_1 et S_2 et b) le type d'interférence que ces ondes produisent (plutôt constructive ou plutôt destructive) ? c) Si on déplace ensuite P le long de l'axe des x en direction de S_1, le déphasage entre les ondes issues de S_1 et S_2 augmente-t-il ou diminue-t-il ? d) Faites un tableau qui indique les positions x auxquelles les déphasages sont de 0, 0,50λ, 1,00λ, ... 2,50λ, et indiquez, à chaque position, le type correspondant d'interférence – soit constructive (c), soit destructive (d).

60. Vers la fin des années 1800, la plupart des scientifiques croyaient que la lumière (comme toute onde électromagnétique) avait besoin d'un milieu pour se propager, et qu'elle ne pouvait se propager dans le vide. Cette opinion reposait sur le fait que tous les autres types d'onde connus des scientifiques ne pouvaient se propager hors d'un milieu. Les ondes sonores, par exemple, peuvent voyager dans l'air, dans l'eau et dans le sol, mais non dans le vide. Les scientifiques pensaient donc que la lumière qui se dirigeait vers la Terre en provenance du Soleil ou d'une autre étoile ne pouvait se propager dans le vide, et qu'il devait donc exister un milieu qui remplissait l'espace où la Terre se trouvait et dans lequel la lumière pouvait se propager. On présumait que la lumière avait une certaine vitesse c dans ce milieu, qu'on nommait l'*éther*.

En 1887, Michelson et Edward Morely utilisèrent une version de l'interféromètre de Michelson afin de vérifier les effets de l'éther sur le mouvement de la lumière dans cet instrument. Puisque la Terre tourne autour du Soleil, le mouvement de cet instrument dans l'éther aurait dû affecter la figure d'interférence produite par le dispositif. Les scientifiques supposaient alors que le Soleil était approximativement au repos dans cet éther et que la vitesse de l'interféromètre

dans l'éther devait être la vitesse v de la Terre en orbite autour du Soleil.

La figure 6.37 a) illustre la disposition du système de miroirs dans l'expérience de 1887. Les miroirs étaient montés sur une lourde dalle déposée sur un bassin de mercure, ce qui permettait à la dalle de tourner doucement autour d'un axe vertical. Michelson et Morely voulaient surveiller la figure d'interférence en tournant la dalle, ce qui changeait l'orientation des bras de l'interféromètre par rapport au mouvement dans l'éther. Un décalage des franges dans la figure d'interférence durant la rotation aurait signalé la présence de l'éther.

La figure 6.37 b), qui offre une vue en plongée de ce système, représente le parcours de la lumière. Afin d'augmenter la probabilité d'un décalage, la lumière était réfléchie plusieurs fois dans les bras de l'interféromètre, et non une seule fois dans chaque bras, comme c'était le cas avec l'interféromètre de la figure 6.17. Ces réflexions répétées ont eu pour effet d'augmenter la longueur effective de chaque bras à environ 10 m. Malgré cette complexité accrue, l'interféromètre des figures 6.37 a) et b) fonctionne exactement comme celui de la figure 6.17 : on peut donc utiliser l'équation 6.17 dans ce problème en posant simplement que les longueurs d_1 et d_2 du bras sont toutes les deux de 10 m.

On supposera ici qu'il y a présence d'un éther dans lequel la lumière a une vitesse c. La figure 6.37 c) présente une vue latérale du bras de longueur d_1 dans le référentiel de l'éther, alors que l'interféromètre se déplace dans ce milieu avec une vitesse de module v. (Pour simplifier le problème, le diviseur de faisceau M de la figure 6.17 est représenté parallèlement au miroir M_1 à l'extrémité éloignée du bras.) La figure 6.37 d) présente le bras au moment où une portion de la lumière (représentée par un point) entreprend son parcours dans le bras. On suivra cette lumière pour déterminer la longueur du parcours dans le bras, à partir du diviseur de faisceau jusqu'au miroir M_1 et de retour au diviseur de faisceau.

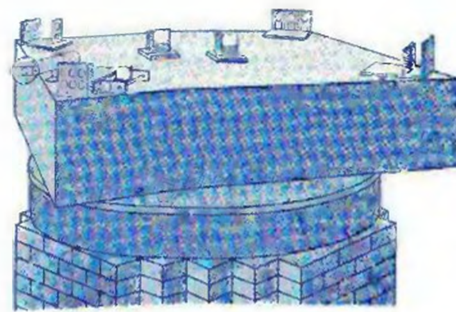
Comme la lumière se déplace vers la droite à une vitesse c dans l'éther et en direction du miroir M_1, ce miroir se déplace vers la droite à la vitesse v. La figure 6.37 e) présente les positions de M et de M_1 au moment où la lumière atteint M_1 et y est réfléchie. La lumière se déplace maintenant vers la gauche dans l'éther à une vitesse c, alors que M se déplace vers la droite. La figure 6.37 f) représente les positions de M et de M_1 au moment où la lumière est revenue à M. a) Démontrez que la durée totale du parcours de cette lumière, de M à M_1 et de retour à M, est

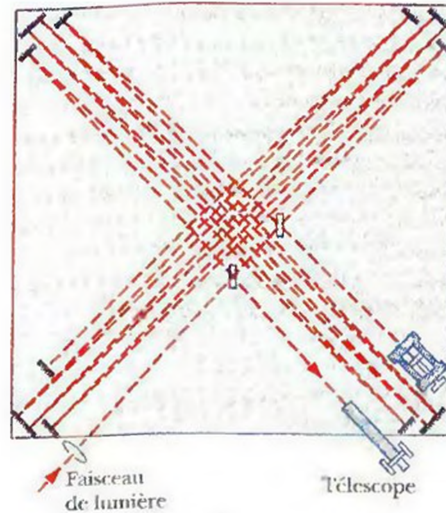
$$t_1 = \frac{2cd_1}{c^2 - v^2}$$

et que la longueur du parcours L_1 suivi par la lumière dans ce bras est de

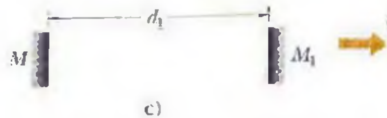
$$L_1 = ct_1 = \frac{2c^2 d_1}{c^2 - v^2}.$$

La figure 6.37 g) illustre le bras de longueur d_2 ; ce bras se déplace également vers la droite avec une vitesse de module v dans l'éther. Pour simplifier le problème, le diviseur de faisceau M de la figure 6.17 est maintenant représenté parallèlement au miroir M_2, à l'extrémité éloignée de ce bras. La figure 6.37 h) présente le bras au moment où une portion de lumière (le point) y entreprend son parcours. Puisque le bras se déplace vers la droite pendant que la lumière se propage, le parcours de la lumière est dévié vers la droite vers la position qu'aura M_2 au moment où la lumière atteindra ce miroir (figure 6.37 i). La réflexion de la lumière à M_2 transmet

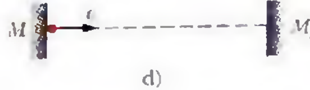

a)



b)



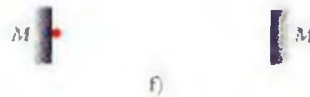
c)



d)



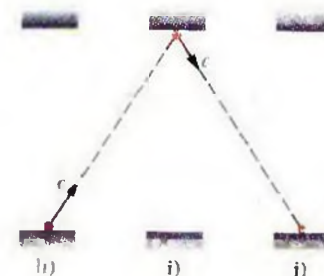
e)



f)



g)



h) i) j)

Figure 6.37 Problème 60

la lumière vers la droite vers la position de M au moment où la lumière revient à M (figure 6.37 j). b) Démontrez que la durée totale du parcours de la lumière, entre M et M_2 et de retour à M, est de

$$t_2 = \frac{2d_2}{\sqrt{c^2 - v^2}}$$

et que la longueur du parcours L_2 suivi par la lumière dans ce bras est

$$L_2 = ct_2 = \frac{2cd_2}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

Substituez d à d_1 et d_2 dans les expressions de L_1 et L_2. Développez ensuite les deux expressions à l'aide du développement du binôme (*voir l'annexe D*) ; retenez les deux premiers termes de chaque développement. c) Démontrez que la longueur du parcours L_1 est plus grande que celle du parcours L_2, et que cette différence ΔL est de

$$\Delta L = \frac{dv^2}{c^2}.$$

d) Démontrez que la différence de phase (exprimée en fonction de la longueur d'onde) entre les parcours L_1 et L_2 est donnée par

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = \frac{dv^2}{\lambda c^2},$$

où λ est la longueur d'onde de la lumière. Cette différence de phase détermine la figure d'interférence produite par la lumière qui atteint le télescope de l'interféromètre.

Tournez maintenant l'interféromètre de 90°, afin que le bras de longueur d_2 suive la direction du déplacement dans l'éther et que le bras de longueur d_1 soit perpendiculaire à ce déplacement. e) Démontrez que le déphasage dans la figure d'interférence, causé par cette rotation, est de

$$\text{déphasage} = \frac{2dv^2}{\lambda c^2}.$$

f) Évaluez le déphasage, en mettant $c = 3{,}0 \times 10^8$ m/s, $d = 10$ m et $\lambda = 500$ nm, et en consultant l'annexe C pour les données concernant la Terre.

Ce déphasage dans la figure d'interférence aurait dû être facile à observer. Toutefois, Michelson et Morely n'observèrent aucun déphasage, ce qui remit fortement en cause l'existence de l'éther. En fait, l'idée même de l'éther ne tarda pas à disparaître. De plus, les résultats non concluants de Michelson et Morely menèrent, du moins indirectement, à la théorie de la relativité restreinte d'Einstein.

7 La diffraction et la polarisation

Georges Seurat a peint *Un dimanche après-midi à l'île de la Grande Jatte* sans utiliser la technique habituelle des coups de pinceaux, mais en apposant plutôt sur la toile des myriades de petits points de couleur, dans un style maintenant connu sous le nom de pointillisme. Vous pouvez voir les points si vous vous approchez suffisamment du tableau, mais ils se fondent et deviennent indiscernables à mesure que vous vous en éloignez. De plus, les couleurs que vous percevez dans le tableau changent lorsque vous prenez du recul – et c'est la raison pour laquelle Seurat a peint en utilisant cette technique.



Qu'est-ce qui cause ce changement de couleur ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.



Figure 7.1 Cette figure de diffraction apparaît sur un écran d'observation lorsqu'une lumière traverse une fente étroite verticale. La diffraction provoque un étalement de la lumière perpendiculairement aux longs côtés de la fente. L'interférence produit une figure de diffraction se composant d'un large maximum central et de maxima secondaires moins intenses et plus étroits, qui sont séparés par des minima.

7.1 La diffraction et la théorie ondulatoire de la lumière

Dans le chapitre 6, on a défini sommairement la diffraction comme étant l'étalement de la lumière qui émerge d'une fente étroite. En réalité, il se produit plus qu'un étalement, car la lumière produit un phénomène d'interférence que l'on nomme **figure de diffraction** ou **patron de diffraction.** Par exemple, lorsqu'une lumière monochromatique issue d'une source éloignée (ou d'un laser) traverse une fente étroite et est ensuite interceptée par un écran d'observation, elle produit sur l'écran une figure de diffraction comme celle de la figure 7.1. Cette figure se compose d'un maximum central large et intense (très brillant) et d'un nombre de maxima moins intenses et plus étroits (nommés maxima **secondaires**) de chaque côté. Les minima sont situés approximativement entre les maxima.

En optique géométrique, une telle figure serait totalement inattendue : si la lumière se propage en ligne droite comme le font les rayons, la fente devrait alors permettre à certains des rayons de passer, et ils devraient former une réplique brillante et nette de la fente sur l'écran d'observation. Comme on l'a fait au chapitre 6, on doit conclure que l'optique géométrique ne fournit qu'une approximation du comportement de la lumière.

La diffraction de la lumière ne se limite pas aux situations où la lumière passe dans une ouverture étroite (comme une fente ou un trou d'épingle). Elle se produit également lorsque la lumière rencontre une arête, comme les bords de la lame de rasoir dont la figure de diffraction est illustrée dans la figure 7.2. Observez les lignes de maxima et de minima plus ou moins parallèles aux bords intérieurs et extérieurs de la lame. Quand la lumière franchit le bord vertical du côté gauche, elle s'étale et interfère, ce qui produit la figure observée. La plus grande partie de cette figure se forme à l'endroit où l'on devrait voir l'ombre de la lame, si les principes de l'optique géométrique s'appliquaient intégralement.

Un exemple commun de diffraction est perceptible quand vous regardez le ciel et que vous voyez des petites taches et des structures semblables à des cheveux qui semblent flotter dans votre champ de vision. Ces *flotteurs*, comme on les appelle, apparaissent lorsque la lumière rencontre les bords de minces dépôts dans l'humeur aqueuse, la substance transparente qui couvre une grande partie de l'œil. Quand un flotteur se trouve dans votre champ de vision, ce que vous voyez est la figure de diffraction produite sur la rétine par l'un de ces dépôts. Si vous regardez à travers un trou d'épingle dans une feuille opaque de manière que la lumière entre dans votre œil comme une onde plane, vous pouvez distinguer des maxima et des minima dans les figures de diffraction.

La diffraction de Fresnel

La théorie ondulatoire de la lumière permet d'expliquer facilement la diffraction. Cette théorie, proposée initialement à la fin des années 1600 par Huygens, et dont Young se servit 123 ans plus tard pour expliquer l'interférence produite par deux fentes, mit toutefois beaucoup de temps à s'imposer, surtout parce qu'elle allait à l'encontre de la théorie de Newton, selon laquelle la lumière est un faisceau de particules.

Cette idée de Newton était le point de vue prédominant dans les cercles scientifiques français au début du XIX[e] siècle, à l'époque où Augustin Fresnel était un jeune ingénieur militaire. Fresnel, qui croyait à la théorie ondulatoire de la lumière, soumit un article à l'Académie française des sciences dans lequel il décrivait ses expériences avec la lumière et ses explications de la théorie ondulatoire.

En 1819, l'Académie, dominée par des partisans de Newton, lança un défi aux tenants de la théorie ondulatoire : elle organisa un concours ayant pour thème un essai sur la diffraction. Fresnel l'emporta. Les partisans de Newton, toutefois, ne furent pas convaincus pour autant. L'un d'eux, Denis Poisson, releva « le résultat étrange » de la théorie de Fresnel, qui impliquait que les ondes lumineuses devraient s'étaler dans la région de l'ombre d'une sphère en franchissant les bords de cette sphère, et produire

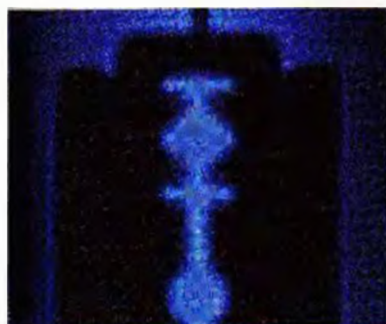


Figure 7.2 La figure de diffraction produite par une lame de rasoir éclairée par une lumière monochromatique. Observez l'alternance des lignes d'intensités maximales et minimales.

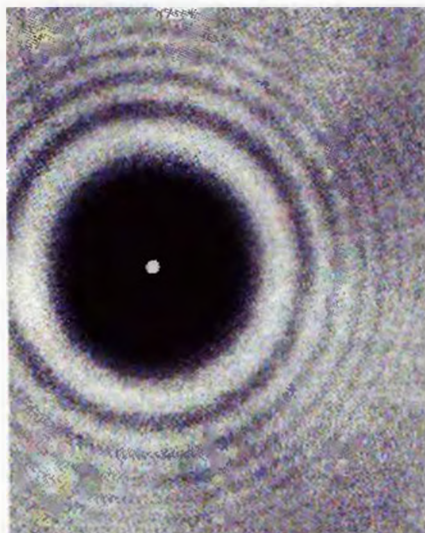


Figure 7.3 Une photographie de la figure de diffraction produite par un disque. Observez les anneaux concentriques et la tache de Poisson au centre de la figure. Cette expérience est essentiellement identique à celle menée par le comité de l'Académie pour vérifier les théories de Fresnel, puisque la sphère utilisée lors de cette expérience avait une section transversale circulaire, comme le disque utilisé ici.

un point brillant au centre de la région obscure. Le comité organisateur prépara une expérience pour vérifier la prédiction du célèbre mathématicien et découvrit (voir la figure 7.3) que la *tache de Poisson*, comme on l'appelle aujourd'hui, se trouvait bien à l'endroit prévu. Rien ne donne autant confiance en une théorie que de voir une de ses prédictions les plus inattendues et surprenantes être confirmée par l'expérience.

7.2 La diffraction produite par une seule fente : localiser les minima

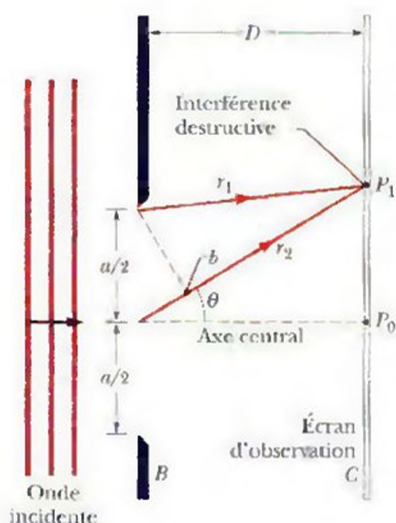
On peut maintenant examiner la figure de diffraction produite par les ondes planes d'une lumière de longueur d'onde λ qui sont diffractées en passant dans une fente longue et étroite de largeur a pratiquée dans un écran opaque B, tel que cela est illustré dans la figure 7.4 a). (Dans cette figure, la fente est perpendiculaire au plan de la page, et les fronts d'onde incidents sont parallèles à l'écran B.) Lorsque la lumière diffractée atteint l'écran d'observation C, les ondes issues des différents points de la fente interfèrent et produisent sur l'écran une figure de diffraction composée de franges brillantes et de franges sombres (les maxima et les minima de diffraction). Pour localiser les franges, on utilisera une méthode assez similaire à celle utilisée pour localiser les franges d'une figure d'interférence produite par deux fentes. Toutefois, la diffraction pose un plus grand défi sur le plan mathématique, et les équations qu'on pourra trouver ne s'appliqueront qu'aux franges sombres.

Avant de procéder à cet examen, on peut quand même expliquer la frange brillante centrale observée dans la figure 7.1 en notant que les petites ondes secondaires de Huygens issues de tous les points de la fente parcourent environ la même distance pour atteindre le centre de la figure et, de ce fait, sont donc en phase lorsqu'elles atteignent cet endroit. Comme dans le cas des autres franges brillantes, on peut seulement dire qu'elles sont approximativement à mi-chemin entre les franges sombres adjacentes.

Pour localiser les franges sombres, on utilisera une stratégie plus simple, qui consiste à grouper en paires tous les rayons qui traversent la fente et à trouver ensuite les conditions qui font que les ondes secondaires des rayons de chaque paire s'annulent les unes les autres. On applique cette stratégie dans la figure 7.4 a) pour localiser la première frange sombre, au point P_1. On suppose d'abord que la fente est divisée en deux *zones* de largeurs égales $a/2$. On trace ensuite, jusqu'au point P_1, un rayon lumineux r_1 à partir du point le plus élevé de la zone du haut, et un rayon lumineux r_2 à partir du point le plus élevé de la zone du bas. On trace un axe central reliant le centre de la fente à l'écran C, où P_1 est situé à un angle θ par rapport à cet axe.

Les petites ondes de la paire de rayons r_1 et r_2 sont en phase en quittant la fente, puisqu'elles proviennent du même front d'onde qui traverse cette fente dans sa largeur. Pour produire la première frange sombre, elles doivent toutefois être déphasées de $\lambda/2$ lorsqu'elles atteignent P_1; ce déphasage est dû à la différence de marche entre les deux rayons, les petites ondes du rayon r_2 parcourant une plus grande distance que celles du rayon r_1 pour atteindre P_1. Pour trouver cette différence de marche, on situe un point b sur le rayon r_2 de façon que la longueur du parcours entre b et P_1 soit égale à la longueur du parcours du rayon r_1. La différence de marche entre les deux rayons correspond à la distance entre le centre de la fente et le point b.

Lorsque l'écran d'observation C est assez rapproché de l'écran B, comme dans la figure 7.4 a), il est difficile de décrire mathématiquement la figure de diffraction sur l'écran C. Cet aspect mathématique peut être simplifié considérablement si la distance D entre la fente et l'écran est beaucoup plus grande que la largeur a de la fente. On peut alors faire l'approximation que les rayons r_1 et r_2 sont parallèles et forment un angle θ avec l'axe central (figure 7.4 b comme dans les autres livres). On peut aussi faire l'approximation que le triangle formé par le point b, le point le plus haut de la fente et le point central de la fente est un triangle rectangle, et qu'un des angles intérieurs de ce triangle est θ. La différence de marche entre les rayons r_1 et r_2 (qui correspond toujours à la distance entre le centre de la fente et le point b) est alors égale à $(a/2)\sin\theta$.



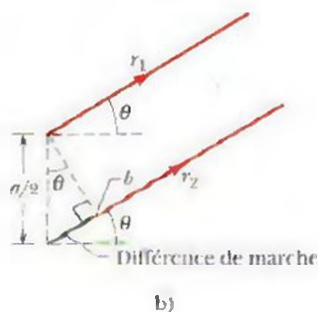


Figure 7.4 a) Les ondes issues des points les plus élevés des deux zones de largeur $a/2$ subissent une interférence destructive au point P_1 sur l'écran d'observation C. b) Quand $D \gg a$, on peut faire l'approximation que les rayons r_1 et r_2 sont parallèles et forment un angle θ avec l'axe central.

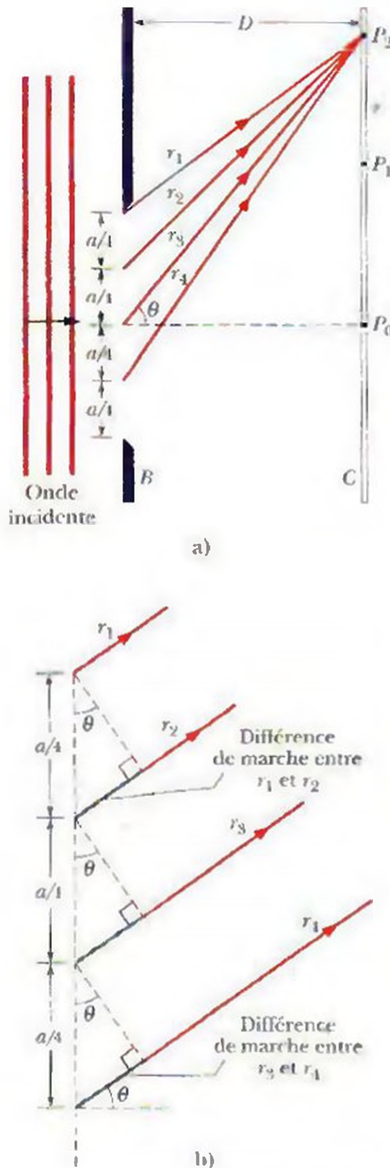


Figure 7.5 a) Les ondes issues des points les plus élevés des quatre zones de largeur $a/4$ subissent une interférence destructive au point P_2. b) Quand $D \gg a$, on peut faire l'approximation que les rayons r_1, r_2, r_3 et r_4 sont parallèles et forment un angle θ avec l'axe central.

On peut reprendre cette analyse avec toute autre paire de rayons issus de points correspondants dans les deux zones (par exemple, les points mitoyens des zones) et qui se prolongent au point P_1. Chacune de ces paires de rayons présente la même différence de marche $(a/2)\sin\theta$. En posant que cette différence de marche commune est égale à $\lambda/2$ (la condition relative à la première frange sombre), on a

$$\frac{a}{2}\sin\theta = \frac{\lambda}{2},$$

ce qui donne

$$a\sin\theta = \lambda \qquad \text{(le premier minimum)}. \qquad (7.1)$$

Dans le cas d'une fente de largeur a et d'une longueur d'onde λ, l'équation 7.1 indique l'angle θ de la première frange sombre au-dessus et (par symétrie) en dessous de l'axe central.

Notez que si on commence avec $a > \lambda$ et qu'on rétrécit ensuite la fente en gardant la longueur d'onde constante, on augmente l'angle auquel les premières franges sombres apparaissent ; l'étendue de la diffraction (ou l'étalement des rayons lumineux et la largeur de la figure) est *plus grande* lorsque la fente est *plus étroite*. En réduisant la largeur de la fente à la valeur de la longueur d'onde (de sorte que $a = \lambda$), l'angle de la première frange sombre est de 90°. Puisque les premières franges sombres délimitent les deux bords de la frange brillante centrale, cette frange brillante doit alors couvrir la totalité de l'écran d'observation.

On trouve les deuxièmes franges sombres au-dessus et en dessous de l'axe central comme on a trouvé les premières franges sombres, sauf qu'on divise maintenant la fente en *quatre* zones de largeurs égales $a/4$, comme on l'indique dans la figure 7.5 a). On prolonge ensuite les rayons r_1, r_2, r_3 et r_4 issus des points les plus élevés des zones jusqu'au point P_2, soit la position de la deuxième frange sombre au-dessus de l'axe central. Pour produire cette frange, la différence de marche entre r_1 et r_2, celle entre r_2 et r_3, et celle entre r_3 et r_4 doivent toutes être égales à $\lambda/2$.

Lorsque $D \gg a$, on peut faire l'approximation que ces quatre rayons sont parallèles et forment un angle θ avec l'axe central. Pour trouver leur différence de marche, on trace une ligne perpendiculaire entre chaque paire de rayons adjacents, comme le montre la figure 7.5 b), et on forme ainsi une série de triangles rectangles. la différence de marche formant un côté de chacun de ces triangles. On voit dans le triangle du haut que la différence de marche entre r_1 et r_2 correspond à $(a/4)\sin\theta$. De façon similaire, on voit dans le triangle du bas que la différence de marche entre r_3 et r_4 correspond également à $(a/4)\sin\theta$. En fait, la différence de marche entre chaque paire de rayons issus de points correspondants dans deux zones adjacentes est de $(a/4)\sin\theta$. Puisque la différence de marche est égale à $\lambda/2$ dans chaque cas, on a

$$\frac{a}{4}\sin\theta = \frac{\lambda}{2},$$

ce qui donne

$$a\sin\theta = 2\lambda \qquad \text{(le deuxième minimum)}. \qquad (7.2)$$

On pourrait continuer ainsi à localiser les franges sombres dans la figure de diffraction en divisant la fente en un plus grand nombre de zones de largeurs égales. On prend toujours un nombre pair de zones pour ainsi pouvoir regrouper les zones (et leurs ondes) en paires, comme on l'a fait précédemment. Un tel procédé montre que les franges sombres au-dessus et en dessous de l'axe central peuvent être localisées à l'aide de cette équation générale :

$$a\sin\theta = m\lambda, \text{ lorsque } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \qquad \text{(les minima – franges sombres)}. \qquad (7.3)$$

Les valeurs positives de m décrivent les minima au-dessus de l'axe central et les valeurs négatives de m décrivent les minima sous l'axe central. Vous pouvez vous rappeler l'équation donnant les franges sombres de la façon suivante. Tracez un triangle comme celui de la figure 7.4 b), mais en fonction de la fente entière de largeur a, et notez que la différence de marche entre le rayon du dessus et celui du bas, tous deux issus de la fente, est égale à $a\sin\theta$. L'équation 7.3 vous indique donc ce qui suit.

Dans une expérience sur la diffraction produite par une seule fente, des franges sombres sont produites aux endroits où la différence de marche ($a\sin\theta$) entre le rayon du haut et celui du bas est égale à $\pm\lambda$, $\pm 2\lambda$, $\pm 3\lambda$, ...

Cela peut sembler inexact, puisque les ondes de ces deux rayons particuliers seront en phase parfaite lorsque leur différence de marche sera un nombre entier de longueurs d'onde. Toutefois, ces ondes font toujours partie d'une paire d'ondes en opposition de phase l'une par rapport à l'autre ; il s'ensuit donc que *chacune* de ces ondes sera annulée par une autre onde, et il en résultera de l'obscurité.

Les équations 7.1, 7.2 et 7.3 ont été dérivées en fonction des situations où $D \gg a$. Elles s'appliquent également si on place une lentille convergente entre la fente et l'écran d'observation, et qu'on déplace ensuite l'écran pour le faire coïncider avec le plan focal de la lentille. La lentille fait en sorte que les rayons qui atteignent un point quelconque de l'écran sont maintenant *parfaitement* parallèles (et non plus de manière approximative) au niveau de la fente. Ils sont comme les rayons initialement parallèles de la figure 5.12 a), qui convergent au foyer d'une lentille convergente.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : On produit une figure de diffraction sur un écran d'observation au moyen d'une longue fente mince éclairée par une lumière bleue. La figure s'étend-elle en s'éloignant du centre brillant (les maxima et les minima se déplaçant à partir du centre) ou s'en rapproche-t-elle a) si on remplace la lumière bleue par une lumière jaune et b) si on diminue la largeur de la fente ?

Exemple 7.1

Une fente de largeur a est éclairée par une lumière blanche (composée de toutes les longueurs d'onde de la lumière visible).

a) À quelle valeur de a le premier minimum se rapportant à une lumière rouge de longueur d'onde $\lambda = 650$ nm apparaîtra-t-il à $\theta = 15°$?

SOLUTION : Le concept clé, dans ce cas, est que la diffraction se produit séparément pour chaque longueur d'onde de la gamme des longueurs d'onde qui traversent la fente, et qu'on peut localiser les minima de chaque longueur d'onde à l'aide de l'équation 7.3 ($a \sin \theta = m\lambda$). Lorsqu'on pose $m = 1$ (pour le premier minimum), et qu'on substitue les valeurs données à θ et à λ, l'équation 7.3 donne

$$a = \frac{m\lambda}{\sin\theta} = \frac{(1)(650\text{ nm})}{\sin 15°} = 2\,511\text{ nm} \approx 2{,}5\ \mu\text{m}. \qquad \text{(réponse)}$$

Pour que la lumière incidente s'étale autant (à $\pm 15°$ au premier minimum), la fente doit être très mince – elle doit équivaloir à environ quatre fois la longueur d'onde. En comparaison, un cheveu humain a un diamètre d'environ 100 μm.

b) Quelle est la longueur d'onde λ' d'une lumière dont le premier maximum secondaire est à 15°, ce qui le fait coïncider avec le premier minimum de la lumière rouge ?

SOLUTION : Dans cette situation, le concept clé est que, pour une longueur d'onde donnée, le premier maximum secondaire est environ à mi-chemin entre le premier et le deuxième minimum correspondant à cette longueur d'onde. L'équation 7.3 permet de localiser ces deux minima si on établit que, respectivement, $m = 1$ et $m = 2$. Le premier maximum secondaire peut ensuite être localisé *approximativement* si on pose que $m = 1{,}5$. L'équation 7.3 devient alors

$$a \sin \theta = 1{,}5\ \lambda'.$$

En résolvant l'équation pour trouver λ' et en insérant les valeurs connues, on obtient

$$\lambda' = \frac{a\sin\theta}{1{,}5} = \frac{(2\,511\text{ nm})(\sin 15°)}{1{,}5} = 430\text{ nm}. \qquad \text{(réponse)}$$

La lumière de cette longueur d'onde est violette. Pour une lumière de cette longueur d'onde (430 nm), le premier maximum secondaire coïncidera toujours avec le premier minimum de la lumière d'une longueur d'onde de 650 nm, peu importe la largeur de la fente. Si elle est relativement étroite, l'angle θ auquel ce chevauchement survient sera relativement grand, et vice versa.

7.3 L'intensité lumineuse dans une figure de diffraction produite par une seule fente : approche qualitative

Dans la section 7.2, on a appris à localiser les minima et les maxima dans une figure de diffraction produite par une seule fente. On aborde maintenant un problème plus général : trouver une expression pour l'intensité I de la figure de diffraction en fonction de θ, la position angulaire d'un point sur l'écran d'observation.

Pour ce faire, on divise la fente de la figure 7.4 a) en N zones de largeurs égales Δx, assez petites pour que chaque zone agisse comme une source ponctuelle d'ondes secondaires de Huygens. On veut superposer les petites ondes qui arrivent à un point arbitraire P de l'écran d'observation, à un angle θ avec l'axe central, afin de pouvoir déterminer l'amplitude E_θ de la composante du champ électrique de l'onde résultante à P. L'intensité de la lumière à P est alors proportionnelle au carré de cette amplitude.

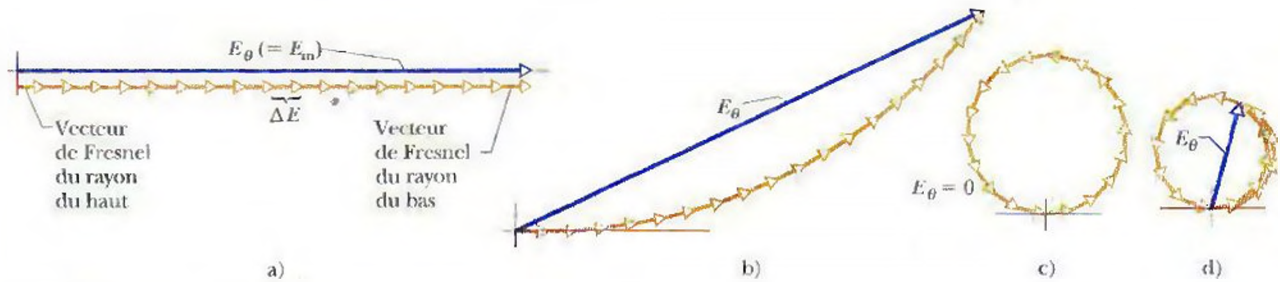


Figure 7.6 Diagrammes des vecteurs de Fresnel pour $N = 18$ vecteurs de Fresnel, ce qui correspond à la division d'une fente simple en 18 zones. Les amplitudes résultantes E_θ sont indiquées en fonction a) du maximum central à $\theta = 0$, b) d'un point sur l'écran situé à un petit angle θ par rapport à l'axe central, c) du premier minimum et d) du premier maximum secondaire.

Pour trouver E_θ, on doit connaître la relation de phase entre les ondes secondaires qui atteignent un point donné. La différence de phase entre les petites ondes issues de zones adjacentes est donnée par

$$\begin{pmatrix}\text{différence}\\ \text{de phase}\end{pmatrix} = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)\begin{pmatrix}\text{différence}\\ \text{de marche}\end{pmatrix}.$$

Dans le cas d'un point P à l'angle θ, la différence de marche entre des ondes secondaires issues de zones adjacentes est $\Delta x \sin \theta$; la différence de phase $\Delta\phi$ entre les ondes secondaires issues de zones adjacentes est donc

$$\Delta\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(\Delta x \sin \theta). \tag{7.4}$$

On suppose que les ondes secondaires qui arrivent à P ont toutes la même amplitude ΔE. Pour trouver l'amplitude E_θ de l'onde résultante à P, on additionne les amplitudes ΔE en utilisant la méthode des vecteurs de Fresnel. Pour ce faire, on fait un diagramme de N vecteurs de Fresnel, chacun correspondant à l'onde secondaire issue de chaque zone de la fente.

Relativement au point P_0 à $\theta = 0$ sur l'axe central de la figure 7.4 a), l'équation 7.4 indique que la différence de phase $\Delta\phi$ entre les ondes secondaires est nulle : les ondes secondaires qui arrivent sont donc toutes en phase. La figure 7.6 a) est le diagramme des vecteurs de Fresnel correspondant ; les vecteurs de Fresnel adjacents représentent les ondes secondaires issues des zones adjacentes et sont tracés les uns à la suite des autres. Comme il n'y a aucune différence de phase entre les ondes secondaires, l'angle est nul entre chaque paire de vecteurs de Fresnel adjacents. L'amplitude E_θ de l'onde nette à P_0 est la somme vectorielle de ces vecteurs de Fresnel. Cet arrangement de vecteurs de Fresnel est celui qui donne la plus grande valeur à l'amplitude E_θ. On appelle cette valeur E_m ; E_m est donc la valeur de E_θ lorsque $\theta = 0$.

On peut maintenant considérer un point P formant un petit angle θ avec l'axe central. L'équation 7.4 indique ici que la différence de phase entre les ondes secondaires issues de zones adjacentes n'est plus nulle. La figure 7.6 b) représente le diagramme de vecteurs de Fresnel correspondant ; comme auparavant, les vecteurs de Fresnel sont tracés les uns à la suite des autres, mais il y a maintenant un angle $\Delta\phi$ entre les vecteurs de Fresnel adjacents. L'amplitude E_θ à ce nouveau point est encore la somme vectorielle des vecteurs de Fresnel, mais elle est plus petite que celle de la figure 7.6 a), ce qui signifie que l'intensité de la lumière est moindre à ce nouveau point P qu'elle ne l'était à P_0.

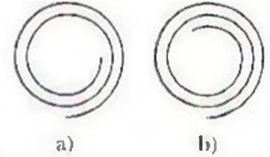
Si on continue à augmenter la valeur de θ, l'angle $\Delta\phi$ entre les vecteurs de Fresnel adjacents augmente également, et la chaîne de vecteurs de Fresnel forme finalement un cercle où l'extrémité du dernier vecteur de Fresnel rejoint l'origine du premier (figure 7.6 c). L'amplitude E_θ est maintenant nulle, ce qui signifie que l'intensité de la lumière est également nulle. On a atteint le premier minimum, ou frange sombre, dans la figure de diffraction. Il y a maintenant une différence de phase de 2π rad entre le premier et le dernier vecteur de Fresnel, ce qui signifie que la différence de marche entre les rayons du haut de la fente et ceux du bas de la fente correspond à une longueur d'onde. Rappelez-vous que c'est la condition qu'on avait fixée pour le premier minimum dans la figure de diffraction.

Si on continue à augmenter la valeur de θ, l'angle $\Delta\phi$ entre les vecteurs de Fresnel adjacents continue aussi à augmenter, la chaîne de vecteurs de Fresnel commence

à se refermer sur elle-même, et l'enroulement résultant commence à rétrécir. L'amplitude E_θ augmente alors jusqu'à la valeur maximale dans l'arrangement illustré dans la figure 7.6 d). Cet arrangement correspond au premier maximum secondaire dans la figure de diffraction.

Si on augmente un peu plus la valeur de θ, le rétrécissement observé dans l'enroulement a pour effet de diminuer E_θ, ce qui signifie que l'intensité diminue également. Lorsque l'augmentation de θ est suffisante, l'extrémité du dernier vecteur de Fresnel rejoint de nouveau l'origine du premier. On a alors atteint le deuxième minimum. On pourrait continuer à exploiter cette méthode qualitative de détermination des maxima et des minima dans la figure de diffraction, mais on utilisera maintenant plutôt une méthode quantitative.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : Les figures ci-contre représentent, dans une forme plus arrondie (avec davantage de vecteurs de Fresnel) que celle de la figure 7.6, les diagrammes de vecteurs de Fresnel correspondant à deux points d'une figure de diffraction, situés de part et d'autre d'un maximum donné. a) De quel maximum s'agit-il ? b) Quelle est la valeur approximative de m (dans l'équation 7.3) qui correspond à ce maximum ?



7.4 L'intensité lumineuse dans une figure de diffraction produite par une fente simple : approche quantitative

L'équation 7.3 indique comment localiser les minima de la figure de diffraction produite par une fente simple sur l'écran C de la figure 7.4 a), et ce, en fonction de l'angle θ qu'on y trouve. On veut maintenant dériver une expression pour décrire l'intensité $I(\theta)$ de la figure de diffraction, en fonction de θ. On démontrera ci-dessous que l'intensité est donnée par

$$I(\theta) = I_m\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2, \quad (7.5)$$

où

$$\alpha = \frac{\phi}{2} = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta. \quad (7.6)$$

Le symbole α est simplement un lien pratique entre l'angle θ qui situe un point sur l'écran d'observation et l'intensité de la lumière $I(\theta)$ à ce point. Par ailleurs, I_m est la plus grande valeur de l'intensité $I(\theta)$ et survient au maximum central (où $\theta = 0$), et ϕ est la différence de phase (en radians) entre le rayon du haut et celui du bas issus de la fente de largeur a.

L'examen de l'équation 7.5 montre que les minima d'intensité surviendront où

$$\alpha = m\pi, \quad \text{lorsque } m = \pm1, \pm2, \pm3, \ldots \quad (7.7)$$

Si on insère ce résultat dans l'équation 7.6, on peut déterminer que

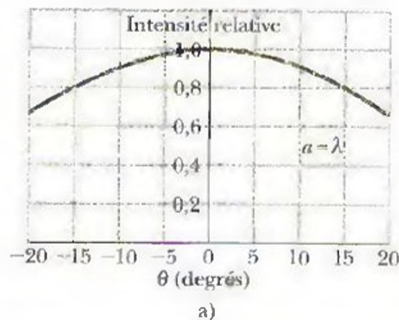
$$m\pi = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta, \quad \text{lorsque } m = \pm1, \pm2, \pm3, \ldots$$

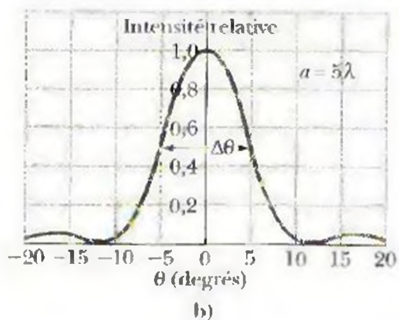
ou

$$a\sin\theta = m\lambda, \quad \text{lorsque } m = \pm1, \pm2, \pm3, \ldots \quad \text{(les minima – franges sombres)}, \quad (7.8)$$

ce qui correspond exactement à l'équation 7.3, l'expression qu'on a dérivée précédemment pour localiser les minima.

La figure 7.7 représente graphiquement l'intensité d'une figure de diffraction produite par une fente simple, calculée à l'aide des équations 7.5 et 7.6 en fonction de trois largeurs de fente : $a = \lambda$, $a = 5\lambda$ et $a = 10\lambda$. Notez que, lorsque la largeur de la fente augmente (par rapport à la longueur d'onde), la largeur du *maximum central de diffraction* (la partie centrale du graphique) diminue, ce qui signifie que la fente produit un moins grand étalement de la lumière. La largeur des maxima secondaires diminue également (et les maxima deviennent plus faibles). Dans la limite d'une largeur de fente a beaucoup





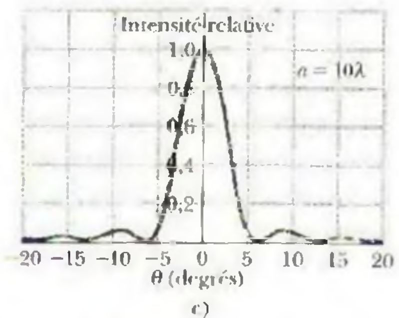


Figure 7.7 L'intensité relative dans la diffraction causée par une fente simple, en fonction de trois valeurs du rapport a/λ. Plus la fente est large, plus le maximum central est étroit.

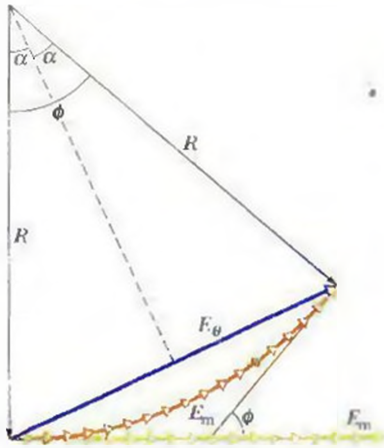


Figure 7.8 La construction utilisée pour calculer l'intensité dans une figure de diffraction produite par une fente simple. La situation illustrée correspond à celle de la figure 7.6 b).

plus grande que la longueur d'onde λ, les maxima secondaires produits par la fente disparaissent : on n'a donc plus de diffraction causée par une fente simple (mais on a encore une diffraction causée par les bords d'une fente large, comme celle produite par les bords de la lame de rasoir de la figure 7.2).

Démonstration des équations 7.5 et 7.6

L'arc de vecteurs de Fresnel de la figure 7.8 représente les ondes secondaires qui atteignent un point arbitraire P sur l'écran d'observation de la figure 7.4, point qui se situe à un petit angle θ. L'amplitude E_θ de l'onde résultante à P est la somme vectorielle de ces vecteurs de Fresnel. Si on divise la fente de la figure 7.4 en zones infinitésimales de largeur Δx, l'arc de vecteurs de Fresnel de la figure 7.8 se rapproche d'un arc de cercle ; son rayon est R, comme on l'indique dans cette figure. La longueur de l'arc doit être E_m, l'amplitude au centre de la figure de diffraction, puisque, si on redressait l'arc pour le rendre droit, on obtiendrait l'arrangement de vecteurs de Fresnel de la figure 7.6 a) (illustré en couleur plus pâle dans la figure 7.8).

L'angle ϕ dans la partie inférieure de la figure 7.8 est la différence de phase entre les vecteurs infinitésimaux des extrémités gauche et droite de l'arc E_m. Dans une perspective géométrique, ϕ est également l'angle entre les deux rayons R de la figure 7.8. La ligne pointillée, bissectrice de ϕ, forme alors deux triangles rectangles congruents. On peut exprimer l'un ou l'autre de ces triangles sous la forme

$$\sin\left(\frac{\phi}{2}\right) = \frac{E_\theta}{2R}. \tag{7.9}$$

Mesuré en radians, ϕ vaut (en considérant E_m comme un arc circulaire)

$$\phi = \frac{E_m}{R}.$$

En isolant R et en substituant le résultat dans l'équation 7.9, on obtient

$$E_\theta = \frac{E_m}{\frac{\phi}{2}} \sin\left(\frac{\phi}{2}\right). \tag{7.10}$$

Comme on l'a vu dans la section 4.4, l'intensité d'une onde électromagnétique est proportionnelle au carré de l'amplitude de son champ électrique. Dans le cas présent, cela signifie que l'intensité maximale I_m (qui survient au centre de la figure de diffraction) est proportionnelle à E_m^2, et que l'intensité $I(\theta)$ à l'angle θ est proportionnelle à E_θ^2. On peut donc écrire

$$\frac{I(\theta)}{I_m} = \frac{E_\theta^2}{E_m^2}. \tag{7.11}$$

En substituant l'équation 7.10 à E_θ et en insérant ensuite $\alpha = \frac{\phi}{2}$, on obtient l'expression suivante pour décrire l'intensité en fonction de θ :

$$I(\theta) = I_m\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2.$$

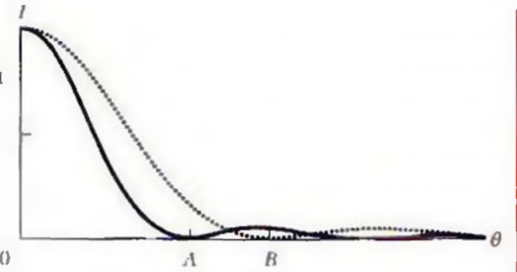
Cela correspond exactement à l'équation 7.5, une des deux équations dont on voulait faire la démonstration.

L'autre équation qu'on veut démontrer relie α à θ. La différence de phase ϕ entre les rayons issus du haut et du bas de la fente peut être reliée à la différence de marche en utilisant l'équation 7.4, qui indique que

$$\phi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)(a\sin\theta),$$

où a est la somme des largeurs Δx des zones infinitésimales. On note toutefois que $\phi = 2\alpha$, et cette équation se réduit à l'équation 7.6.

✔ VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Deux longueurs d'onde de 650 nm (rouge) et 430 nm (violet) sont utilisées séparément dans une expérience sur la diffraction produite par une fente simple. La figure ci-contre est une représentation graphique de l'intensité I en fonction de l'angle θ, pour les deux figures de diffraction. Si on utilise ensuite les deux longueurs d'onde simultanément, quelle couleur observera-t-on dans la figure de diffraction combinée a) à l'angle A et b) à l'angle B ?



Exemple 7.2

Trouvez les intensités des trois premiers maxima secondaires dans la figure de diffraction de la figure 7.1, mesurées par rapport à l'intensité du maximum central.

SOLUTION : Le premier concept clé utilisé ici est le suivant : les maxima secondaires se trouvent approximativement à mi-chemin entre les minima, dont les positions angulaires sont données par l'équation 7.7 ($\alpha = m\pi$). Les positions des maxima secondaires sont alors données (approximativement) par

$$\alpha = (m + \tfrac{1}{2})\pi, \quad \text{lorsque } m = 1, \pm 2, \pm 3, \ldots,$$

où α est mesuré en radians.

Selon un autre concept clé, on peut relier l'intensité I de tout point de la figure de diffraction à l'intensité I_m du maximum central à l'aide de l'équation 7.5. Il s'ensuit donc qu'on peut substituer les valeurs approximatives de α aux maxima secondaires dans l'équation 7.5, et obtenir les intensités relatives à ces maxima. On a

$$\frac{I}{I_m} = \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 = \left(\frac{\sin(m+\frac{1}{2})\pi}{(m+\frac{1}{2})\pi}\right)^2, \quad \text{lorsque } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$$

Le premier maximum secondaire survient à $m = 1$, et son intensité relative est

$$\frac{I_1}{I_m} = \left(\frac{\sin(1+\frac{1}{2})\pi}{(1+\frac{1}{2})\pi}\right)^2 = \left(\frac{\sin 1{,}5\pi}{1{,}5\pi}\right)^2$$
$$= 4{,}50 \times 10^{-2} \approx 4{,}5\,\%. \quad \text{(réponse)}$$

Quand $m = 2$ et $m = 3$, on détermine que

$$\frac{I_2}{I_m} = 1{,}6\,\% \quad \text{et} \quad \frac{I_3}{I_m} = 0{,}83\,\%. \quad \text{(réponse)}$$

L'intensité des maxima secondaires suivants diminue rapidement. La figure 7.1 a été surexposée délibérément afin de mieux les illustrer.

7.5 La diffraction produite par une ouverture circulaire

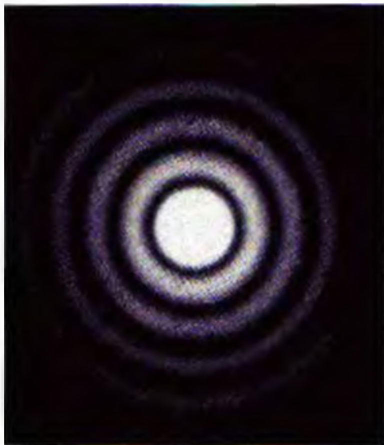


Figure 7.9 La figure de diffraction produite par une ouverture circulaire. Observez le maximum central et les maxima secondaires circulaires. L'image a été surexposée afin de mettre en évidence ces maxima secondaires, qui sont beaucoup moins intenses que le maximum central.

On examinera maintenant la diffraction causée par une ouverture circulaire – une ouverture comme celle qu'on trouve dans une lentille circulaire à travers laquelle la lumière peut passer. La figure 7.9 représente l'image d'une source lumineuse ponctuelle éloignée (une étoile, par exemple) formée sur une pellicule photographique placée dans le plan focal d'une lentille convergente. Cette image n'est pas un point, conclusion à laquelle l'optique géométrique pourrait mener, mais un disque entouré de plusieurs anneaux secondaires dont l'intensité diminue progressivement. Si on compare cette image avec la figure 7.1, on a tout lieu de croire qu'il s'agit bien d'un phénomène de diffraction. Dans le cas présent, toutefois, l'ouverture est un cercle de diamètre d, et non une fente rectangulaire.

L'analyse d'une figure de diffraction de ce type s'avère complexe ; elle démontre cependant que le premier minimum dans une figure de diffraction produite par une ouverture circulaire de diamètre d peut être localisé à l'aide de

$$\sin\theta = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d} \quad \text{(le premier minimum, ouverture circulaire).} \qquad (7.12)$$

L'angle θ est ici l'angle formé entre l'axe central et tout point sur ce minimum (circulaire). On peut comparer cela avec l'équation 7.1,

$$\sin\theta = \frac{\lambda}{a} \quad \text{(le premier minimum, fente simple),} \qquad (7.13)$$

qui permet de localiser le premier minimum dans le cas d'une longue fente étroite de largeur a. La différence principale est le facteur 1,22, qui intervient à cause de la forme circulaire de l'ouverture.

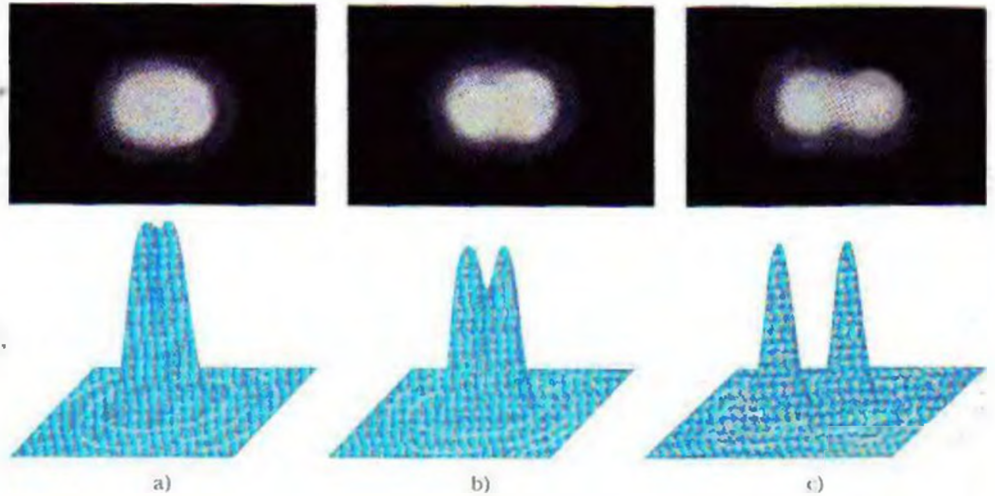


Figure 7.10 La partie supérieure de l'illustration représente les images de deux sources ponctuelles (des étoiles) formées par une lentille convergente. Dans le bas de la figure, on trouve les représentations des intensités lumineuses de ces images. En a), la séparation angulaire des sources est trop petite pour qu'on puisse les distinguer. En b), on peut à peine les distinguer et, en c), on peut clairement les distinguer. Les exigences relatives au critère de Rayleigh sont satisfaites en b), où le maximum central d'une figure de diffraction coïncide avec le premier minimum de l'autre figure.

La résolution

Le fait que les images produites par des lentilles constituent des figures de diffraction a son importance lorsqu'on souhaite *séparer* (distinguer) deux objets ponctuels éloignés présentant une faible séparation angulaire. La figure 7.10 montre trois cas différents d'apparence visuelle, et les figures représentant la distribution de l'intensité lumineuse de deux objets éloignés (des étoiles) présentant une faible séparation angulaire. Dans la figure 7.10 a), les objets ne sont pas séparés, à cause de la diffraction ; leurs figures de diffraction (surtout leur maximum central) se chevauchent, et les deux objets ne peuvent être distingués. Dans la figure 7.10 b), les objets sont tout juste séparés, et ils sont complètement séparés dans la figure 7.10 c).

Dans la figure 7.10 b), la séparation angulaire des deux sources ponctuelles fait en sorte que le maximum central d'une source est centré sur le premier minimum de l'autre source ; cette condition se nomme le **critère de Rayleigh.** D'après l'équation 7.12, deux objets qui sont tout juste séparés suivant ce critère doivent avoir une séparation angulaire θ_R de

$$\theta_R = \sin^{-1}\left(\frac{1{,}22\,\lambda}{d}\right).$$

Puisque les angles sont petits, on peut remplacer $\sin\theta_R$ par θ_R, où θ_R est exprimé en radians.

$$\theta_R = 1{,}22\,\frac{\lambda}{d} \quad \text{(le critère de Rayleigh).} \qquad (7.14)$$

Le critère de Rayleigh n'est qu'approximatif, puisque la résolution dépend de nombreux facteurs tels que la brillance relative des sources et de leur environnement, la turbulence de l'air entre les sources et l'observateur, et le fonctionnement du système visuel de l'observateur. Des résultats expérimentaux démontrent que la plus petite séparation angulaire permettant la résolution est généralement un peu plus grande que la valeur donnée par l'équation 7.14. Toutefois, à des fins de calculs, on considérera ici l'équation 7.14 comme un critère précis. Si la séparation angulaire θ entre les sources est plus grande que θ_R, on peut distinguer les sources ; si elle est plus petite, on ne peut les distinguer.

Le critère de Rayleigh peut expliquer la perception des couleurs émanant du tableau de Seurat, *Un dimanche après-midi à l'île de la Grande Jatte* (ou de tout autre tableau peint à l'aide de la technique du pointillisme). Lorsque vous êtes assez près de la peinture, les séparations angulaires θ des points adjacents sont plus grandes que θ_R, et les points peuvent être vus individuellement. Leurs couleurs sont les couleurs de la peinture utilisée par Seurat. Toutefois, si vous êtes assez éloigné du tableau, les séparations angulaires θ sont plus petites que θ_R, et les points ne peuvent alors être vus individuellement. Le mélange de couleurs résultant qui parvient à vos yeux en provenance de tout groupe de points peut alors inciter votre cerveau à « fabriquer » une couleur correspondant à ce

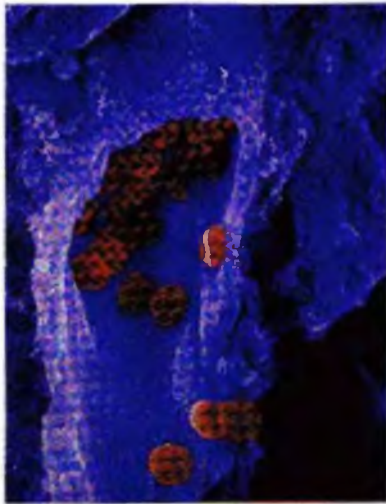


Figure 7.11 Une micrographie d'une veine contenant des globules rouges, obtenue à l'aide d'un microscope électronique.

groupe – une couleur qui n'existe peut-être pas réellement dans ce groupe de points. Ainsi, Seurat se sert de votre système visuel pour créer les couleurs de ses œuvres.

Lorsqu'on utilise une lentille au lieu de ses yeux pour distinguer des objets présentant une faible séparation angulaire, on souhaite obtenir la plus petite figure de diffraction possible. D'après l'équation 7.14, on peut y arriver en augmentant le diamètre de la lentille ou en utilisant une lumière d'une plus petite longueur d'onde.

C'est pour cette raison qu'on utilise souvent la lumière ultraviolette lorsqu'on travaille avec un microscope ; à cause de sa petite longueur d'onde, cette lumière permet d'examiner des détails qu'on ne pourrait voir avec le même microscope si on utilisait la lumière visible. Dans le chapitre 9, on démontre que, dans certaines circonstances, les faisceaux d'électrons se comportent comme des ondes. Dans un *microscope électronique*, ces faisceaux peuvent avoir une longueur d'onde effective valant 10^{-5} fois la longueur d'onde de la lumière visible. Ils permettent un examen détaillé de structures minuscules, comme celle de la figure 7.11, qui apparaîtrait floue si on utilisait un microscope optique.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 : Supposez que vous pouvez à peine distinguer deux points rouges à cause de la diffraction produite par la pupille de vos yeux. Si on augmente l'intensité de l'éclairage ambiant autour de vous et que le diamètre de vos pupilles diminue, votre pouvoir de résolution augmente-t-il ou diminue-t-il ? Tenez seulement compte de la diffraction. (Vous pouvez vérifier expérimentalement votre réponse.)

Exemple 7.3

Une lentille convergente circulaire, de diamètre d = 32 mm et de distance focale f = 24 cm, forme des images de sources ponctuelles éloignées dans son plan focal. On utilise une lumière de longueur d'onde λ = 550 nm.

a) En tenant compte de la diffraction causée par la lentille, quelle séparation angulaire les deux sources ponctuelles doivent-elles avoir pour satisfaire aux exigences du critère de Rayleigh ?

SOLUTION : La figure 7.12 montre deux sources ponctuelles éloignées P_1 et P_2, la lentille, et un écran d'observation situé dans le plan focal de la lentille. On voit également, dans la partie droite de la figure, une représentation graphique de l'intensité I en fonction de la position sur l'écran du maximum central des images formées par la lentille. Notez que la séparation angulaire θ_o des objets est égale à la séparation angulaire θ_i des images. On utilise ici le concept clé suivant : si les images doivent satisfaire aux exigences du critère de Rayleigh concernant la résolution, il s'ensuit que les séparations angulaires des deux côtés de la lentille doivent être données par l'équation 7.14 (en supposant que les angles sont petits). En insérant les données connues, on obtient, à l'aide de l'équation 7.14,

$$\theta_o = \theta_i = \theta_R = 1{,}22\frac{\lambda}{d}$$

$$= \frac{(1{,}22)(550 \times 10^{-9}\ \text{m})}{32 \times 10^{-3}\ \text{m}} = 2{,}1 \times 10^{-5}\ \text{rad.} \quad \text{(réponse)}$$

À cause de cette séparation angulaire, le maximum central de chacune des deux courbes d'intensité de la figure 7.12 est centré sur le premier minimum de l'autre courbe.

b) Quelle est la distance Δx entre les centres des *images* dans le plan focal (ou la distance entre les pics *centraux* des deux courbes) ?

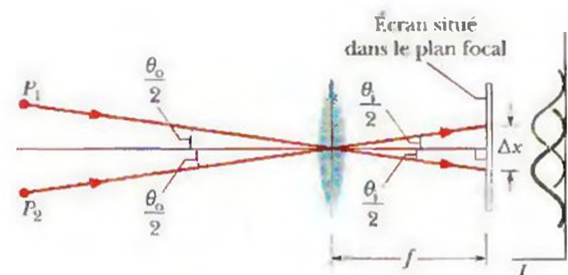


Figure 7.12 Exemple 7.3 Une lumière issue de deux sources ponctuelles éloignées P_1 et P_2 traverse une lentille convergente et forme des images sur un écran d'observation, dans le plan focal de la lentille. Un seul rayon représentant chaque source a été illustré. Les images ne sont pas des points, mais bien des figures de diffraction, dont les intensités approximatives sont représentées dans la partie droite du graphique. La séparation angulaire des objets est θ_o, et celle des images est θ_i ; les maxima centraux des images sont séparés par une distance Δx.

SOLUTION : Le concept clé, dans ce cas, consiste à relier la distance Δx à l'angle θ_i, que l'on connaît maintenant. Dans la figure 7.12, on peut voir dans l'un ou l'autre des triangles formés entre la lentille et l'écran d'observation que $\theta_i/2 = \Delta x/(2f)$. En réarrangeant ce résultat et en faisant l'approximation que $\tan\theta \approx \theta$, on peut déterminer que

$$\Delta x = f\theta_i, \tag{7.15}$$

où θ_i est mesuré en radians. En insérant les données connues, on obtient ensuite

$$\Delta x = (0{,}24\ \text{m})(2{,}1 \times 10^{-5}\ \text{rad}) = 5{,}0\ \mu\text{m.} \quad \text{(réponse)}$$

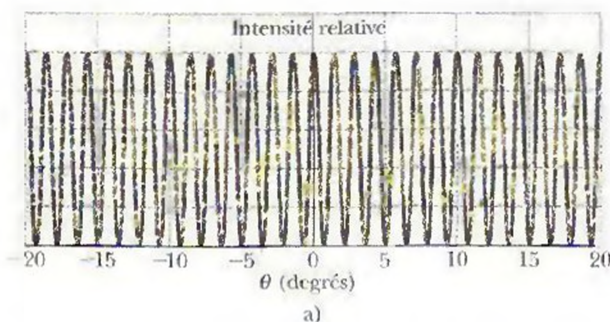
7.6 La diffraction produite par deux fentes

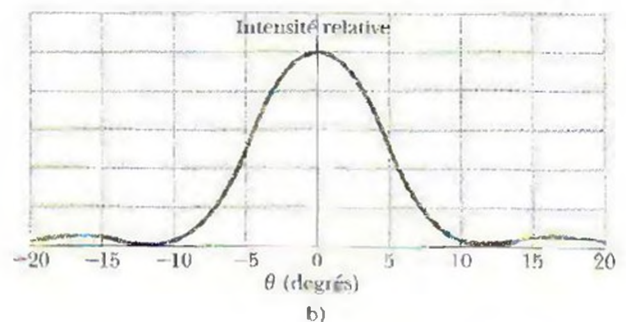
Dans les expériences sur l'interférence produite par deux fentes du chapitre 6, on supposait implicitement que les fentes étaient très étroites par rapport à la longueur d'onde de la lumière qui les éclairait ; ce qui revenait à dire que $a \ll \lambda$. Avec des fentes aussi étroites, le maximum central de la figure de diffraction de l'une ou l'autre des fentes couvrait la totalité de l'écran d'observation. De plus, l'interférence de la lumière issue des deux fentes produisait des franges brillantes qui avaient approximativement la même intensité (figure 6.9).

Lorsqu'on utilise la lumière visible, toutefois, on ne rencontre pas toujours cette condition ($a \ll \lambda$). Dans le cas de fentes relativement larges, l'interférence de la lumière issue des deux fentes produit des franges brillantes qui n'ont pas toutes la même intensité. En effet, dans une figure d'interférence produite par deux fentes, l'intensité des franges est modifiée par la diffraction de la lumière qui traverse chaque fente.

Par exemple, le graphique de la distribution de l'intensité lumineuse de la figure 7.13 a) représente la figure d'interférence créée par deux fentes qui se produirait si les fentes étaient infiniment étroites ($a \ll \lambda$) ; toutes les franges d'interférence brillantes auraient la même intensité. Le graphique de la figure 7.13 b) correspond à la diffraction causée par une fente simple ; la figure de diffraction comporte un maximum central large et des maxima secondaires plus faibles à ±17°. Le graphique de la figure 7.13 c) représente la figure d'interférence produite par deux fentes réelles. Ce graphique a été fait en utilisant la figure 7.13 b) comme une enveloppe du graphique de l'intensité de la figure 7.13 a). Les positions des franges n'ont pas changé ; seule l'intensité a été affectée.

La figure 7.14 a) représente une figure réelle dans laquelle on voit clairement l'interférence produite par deux fentes et la diffraction. Si une fente est couverte, il en résulte une figure de diffraction produite par une seule fente, illustrée dans la figure 7.14 b). Notez les correspondances entre les figures 7.14 a) et 7.13 c), et entre les figures 7.14 b) et 7.13 b). En comparant ces figures, gardez à l'esprit que les photographies de la figure 7.14 ont été volontairement surexposées afin de mettre en évidence les maxima secondaires, qui étaient pâles, et que deux maxima secondaires sont illustrés, au lieu d'un seul.





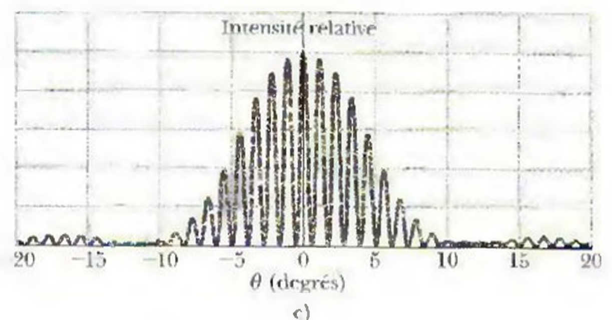


Figure 7.13 a) Graphique de la distribution de l'intensité lumineuse prévue par l'interférence produite par deux fentes infiniment étroites.
b) Graphique de la distribution de l'intensité lumineuse dans une figure de diffraction créée par une fente de largeur a (non infiniment étroite).
c) Graphique de la distribution de l'intensité lumineuse prévue en fonction de deux fentes de largeur a. La courbe de la figure b) agit comme une enveloppe qui délimite l'intensité des franges de la figure à deux fentes de la figure a). Notez que les premiers minima de la figure de diffraction de la figure b) éliminent les franges de la figure produite par deux fentes qui pourraient apparaître à environ ±12 dans la figure c).



Figure 7.14 a) Franges d'interférence dans un système réel à deux fentes ; comparez cette figure avec la figure 7.13 c). b) Figure de diffraction créée par une fente simple ; comparez cette figure avec la figure 7.13 b).

Si on tient compte des effets de la diffraction, l'intensité lumineuse de la figure d'interférence créée par un système à deux fentes est donnée par

$$I(\theta) = I_m(\cos^2 \beta)\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2 \quad \text{(le système à deux fentes),} \qquad (7.16)$$

où

$$\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta \qquad (7.17)$$

et

$$\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta. \qquad (7.18)$$

Dans cette équation, d représente la distance entre les centres des fentes, et a est la largeur de chaque fente. Prenez soin de noter que le membre de droite de l'équation 7.16 est le produit de I_m et de deux facteurs : 1) le *facteur d'interférence* $\cos^2 \beta$, qui correspond à l'interférence entre les deux fentes séparées par une distance d (qu'on détermine à l'aide des équations 6.21 et 6.22) ; 2) le *facteur de diffraction* $[(\sin \alpha)/\alpha]^2$, qui correspond à la diffraction d'une fente simple de largeur a (qu'on détermine à l'aide des équations 7.5 et 7.6).

On vérifie ici ces deux facteurs. Si on met $a \to 0$ dans l'équation 7.18, par exemple, il s'ensuit que $\alpha \to 0$ et $(\sin \alpha)/\alpha \to 1$. L'équation 7.16 se réduit alors, comme il se doit, à une équation décrivant la figure d'interférence produite par deux fentes infiniment étroites séparées par une distance d. De façon similaire, si on pose que $d = 0$ dans l'équation 7.17, cela équivaut à joindre physiquement les deux fentes en une seule fente de largeur a. L'équation 7.17 donne alors $\beta = 0$ et $\cos^2 \beta = 1$. Dans ce cas, l'équation 7.16 se réduit, comme il se doit, à une équation décrivant la figure de diffraction produite par une fente simple de largeur a.

La figure créée par un système à deux fentes décrite par l'équation 7.16 et illustrée à la figure 7.14 a) combine les phénomènes de diffraction et d'interférence. Les deux sont des effets de superposition, car ils résultent de la combinaison d'ondes présentant des différences de phase à un point donné. Si les ondes combinées sont issues d'un petit nombre de sources élémentaires cohérentes – comme dans une expérience avec deux fentes où $a \ll \lambda$ –, ce processus se nomme alors *interférence*. Si les ondes combinées sont issues d'un seul front d'onde – comme dans une expérience avec une fente simple –, ce processus se nomme *diffraction*. Cette distinction entre l'interférence et la diffraction (qui est quelque peu arbitraire et ne fait pas toujours l'unanimité) est une distinction pratique, mais on ne doit pas oublier que ces deux phénomènes constituent des effets de superposition et qu'on peut habituellement les observer en même temps (comme on le voit dans la figure 7.14 a).

Exemple 7.4

Dans une expérience sur la diffraction créée par deux fentes, la longueur d'onde λ de la source lumineuse est de 405 nm, la distance d entre les fentes est de 19,44 μm et la largeur a de chaque fente est de 4,050 μm. Tenez compte de l'interférence de la lumière issue des deux fentes et de la diffraction de la lumière dans chacune des fentes.

a) Combien de franges d'interférence brillantes sont comprises dans le pic central de l'enveloppe de diffraction ?

SOLUTION : On doit d'abord analyser les deux mécanismes responsables de la figure optique produite dans cette expérience.

Diffraction produite par une fente simple : Dans ce cas, le concept clé est que les limites du pic central coïncident avec les premiers minima de la figure de diffraction créée par chaque fente, prise individuellement (*voir la figure 7.13*). Les positions angulaires de ces minima sont données par l'équation 7.3 ($a \sin \theta = m\lambda$). On écrit cette équation sous la forme $a \sin \theta = m_1\lambda$, l'indice 1 référant à la diffraction causée par une fente. Pour trouver les premiers minima dans la figure de diffraction, on remplace m_1 par 1 et on obtient

$$a \sin \theta = \lambda. \quad (7.19)$$

Interférence produite par deux fentes : Dans ce cas, le concept clé est que, dans une interférence produite par deux fentes, les positions angulaires des franges brillantes sont données par l'équation 6.14, qu'on peut écrire sous la forme

$$d \sin \theta = m_2\lambda, \quad \text{lorsque } m_2 = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad (7.20)$$

où l'indice 2 réfère à l'interférence produite par deux fentes.

On peut localiser le premier minimum de diffraction dans la figure de diffraction produite par deux fentes en divisant l'équation 7.20 par l'équation 7.19, et en isolant m_2. En utilisant ensuite les données connues, on obtient

$$m_2 = \frac{d}{a} = \frac{19{,}44\ \mu\text{m}}{4{,}050\ \mu\text{m}} = 4{,}8.$$

Ce résultat indique que la frange brillante correspondant à $m_2 = 4$ est comprise dans le pic central de la figure de diffraction à fente simple, mais que la frange correspondant à $m_2 = 5$ n'est pas comprise dans ce pic. Dans le pic central de diffraction, on a la frange brillante centrale ($m_2 = 0$) et quatre franges brillantes (jusqu'à $m_2 = 4$) de chaque côté. Il y a donc un total de neuf franges brillantes dans la figure d'interférence produite par un système à deux fentes à l'intérieur du pic central délimité par l'enveloppe de diffraction. Les franges brillantes d'un côté de la frange brillante centrale sont illustrées dans la figure 7.15.

b) Combien de franges brillantes sont comprises dans l'un ou l'autre des premiers pics secondaires de l'enveloppe de diffraction ?

SOLUTION : Le concept clé est que les limites supérieures des premiers pics secondaires de diffraction coïncident avec les deuxièmes minima de diffraction, chacun d'eux étant à l'angle θ donné par $a \sin \theta = m_1\lambda$, quand $m_1 = 2$:

$$a \sin \theta = 2\lambda. \quad (7.21)$$

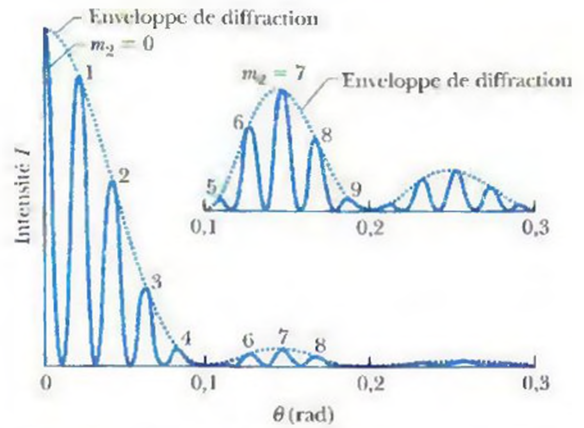


Figure 7.15 Exemple 7.4 Un côté du graphique de la distribution de l'intensité lumineuse dans une expérience d'interférence produite par deux fentes ; l'enveloppe de diffraction est indiquée par la courbe pointillée. Le petit encart montre le graphique de la distribution de l'intensité lumineuse (étendu verticalement) dans le premier et le deuxième pic secondaire de l'enveloppe de diffraction.

Si on divise l'équation 7.20 par l'équation 7.21, on peut déterminer que

$$m_2 = \frac{2d}{a} = \frac{(2)(19{,}44\ \mu\text{m})}{4{,}050\ \mu\text{m}} = 9{,}6.$$

Ce résultat indique que le deuxième minimum de diffraction survient juste avant la frange brillante d'interférence associée à $m_2 = 10$ dans l'équation 7.20. Dans l'un ou l'autre des premiers pics secondaires de diffraction, on a les franges produites quand $m_2 = 5$ à $m_2 = 9$, ce qui donne un total de cinq franges brillantes dans la figure d'interférence produite par deux fentes (illustrée dans l'encart de la figure 7.15). Toutefois, si on considère que la frange brillante correspondant à $m_2 = 5$, qui est presque complètement éliminée par le premier minimum de diffraction, est trop pâle pour être comptée, on a alors seulement quatre franges brillantes dans le premier pic secondaire de diffraction.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5 : Si on augmente à 550 nm la longueur d'onde de la source lumineuse mentionnée dans l'exemple 7.4, a) est-ce que la largeur du pic central de diffraction diminuera, augmentera ou restera la même ? b) Est-ce que le nombre de franges brillantes d'interférence comprises dans ce pic augmentera, diminuera ou restera le même ?

7.7 Les réseaux de diffraction

Dans l'étude de la lumière et des objets qui émettent et absorbent de la lumière, le **réseau de diffraction** constitue l'un des outils les plus pratiques. Ce dispositif est similaire à l'arrangement de deux fentes de la figure 6.8, mais comprend un plus grand nombre N de fentes ; il peut comprendre, par exemple, plusieurs milliers de fentes par millimètre.

La figure 7.16 représente un réseau idéal composé de seulement cinq fentes. Lorsqu'une lumière monochromatique est transmise par les fentes, elle forme de minces franges d'interférence ; l'analyse de ces franges permet de déterminer la longueur d'onde de la lumière. (Les réseaux de diffraction peuvent également être des surfaces

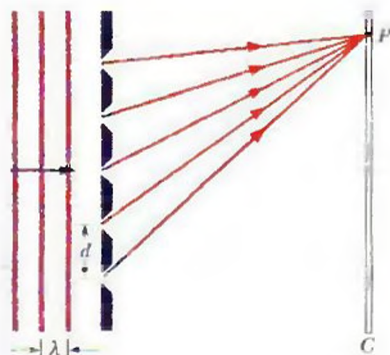


Figure 7.16 Un réseau de diffraction idéal, composé de seulement cinq fentes, qui produit une figure d'interférence sur un écran d'observation éloigné C.

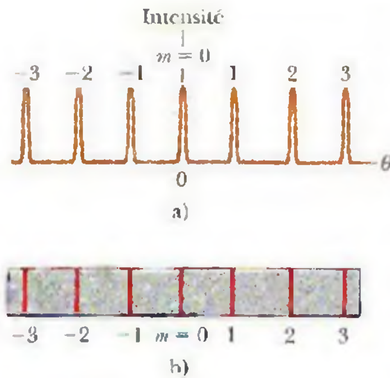


Figure 7.17 a) Le graphique de la distribution de l'intensité lumineuse produit par un réseau de diffraction comportant un grand nombre de fentes se compose de pics étroits, qu'on a identifiés par l'ordre correspondant à chacun. b) Les franges brillantes correspondantes observées sur l'écran se nomment raies : elles sont également identifiées par leur ordre m. La ligne centrale ($m = 0$) de même que les pics de premier ordre, de deuxième ordre et de troisième ordre sont illustrés.

opaques comportant de minces sillons parallèles (des traits), comme les fentes de la figure 7.16. La lumière est alors diffusée depuis ces sillons et forme des franges d'interférence au lieu d'être transmise par des fentes ouvertes.)

Si on a une lumière monochromatique incidente sur un réseau de diffraction et qu'on augmente graduellement la quantité de fentes de deux à un nombre élevé N, le graphique de la distribution de l'intensité lumineuse change, et du graphique habituel correspondant à un système à deux fentes, comme celui de la figure 7.13 c), on passe à un graphique plus complexe qui finit par devenir un simple graphique comme celui de la figure 7.17 a). Si on utilisait une lumière monochromatique rouge provenant d'un laser à hélium-néon, par exemple, vous verriez sur un écran d'observation une figure d'interférence semblable à celle illustrée dans la figure 7.17 b). Les maxima y sont très étroits (et sont nommés *lignes* ou *raies*), et séparés par des régions sombres relativement larges.

On utilise une méthode familière pour localiser les pics brillants sur l'écran d'observation. On suppose d'abord que l'écran est assez éloigné du réseau pour que les rayons qui atteignent un point donné P sur l'écran soient approximativement parallèles lorsqu'ils quittent le réseau (figure 7.18). On applique ensuite à chaque paire de fentes adjacentes le raisonnement qu'on a appliqué dans le cas d'une interférence par deux fentes. La distance d entre les fentes (ou les traits) se nomme le *pas du réseau*. (Si N fentes occupent une largeur totale ℓ, il s'ensuit que $d = \ell/N$.) La différence de marche entre les rayons adjacents est toujours $d \sin\theta$ (figure 7.18), où θ est l'angle formé entre l'axe central du réseau (et de la figure de diffraction) et le point P. Un pic sera localisé à P lorsque la différence de marche entre des rayons adjacents sera un nombre entier de longueurs d'onde, c'est-à-dire si

$$d \sin\theta = m\lambda, \quad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(les maxima – raies)}, \qquad (7.22)$$

où λ est la longueur d'onde de la lumière. Chaque nombre entier m représente un pic différent ; ces nombres entiers peuvent donc servir à identifier les pics, comme on l'a fait dans la figure 7.17. Les nombres entiers sont alors appelés *l'ordre*, et on nomme les pics selon leur ordre : le pic d'ordre zéro (le pic central, où $m = 0$), le pic de premier ordre, le pic de deuxième ordre, et ainsi de suite.

Si on récrit l'équation 7.22 sous la forme $\theta = \sin^{-1}(m\lambda/d)$, on voit que, pour un réseau de diffraction donné, l'angle entre l'axe central et un pic quelconque (le pic de troisième ordre, par exemple) dépend de la longueur d'onde de la lumière utilisée. Donc, lorsqu'une lumière de longueur d'onde inconnue est transmise dans un réseau de diffraction, les mesures de l'angle aux pics les plus grands dans l'ordre peuvent être utilisées dans l'équation 7.22 pour déterminer la longueur d'onde. Même une lumière comprenant plusieurs longueurs d'onde inconnues peut être identifiée et reconnue de cette façon. On ne peut le faire, cependant, avec l'arrangement à deux fentes de la section 6.4, malgré le fait que la même équation et le même rapport à la longueur d'onde s'appliquent. Pour l'interférence produite par deux fentes, les franges brillantes créées par les différentes longueurs d'onde se chevauchent trop pour qu'on puisse les distinguer.

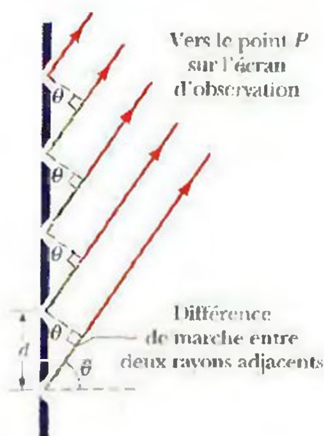


Figure 7.18 Les rayons issus des fentes d'un réseau de diffraction qui se dirigent vers un point distant P sont approximativement parallèles. La différence de marche entre les rayons adjacents est $d \sin\theta$, où θ est mesuré comme on l'indique. (Les fentes s'étendent perpendiculairement au plan de la page.)

La largeur angulaire des pics

La capacité d'un réseau de séparer les pics de différentes longueurs d'onde dépend de la largeur angulaire de ces pics. On doit trouver ici une expression pour décrire la *demi-largeur angulaire* du pic central (celui où $m = 0$), et on conviendra d'une expression pour décrire les demi-largeurs angulaires des pics des autres ordres. La demi-largeur angulaire du pic central a comme mesure l'angle $\Delta\theta_{dl}$ qui va du centre du pic à $\theta = 0$, jusqu'à l'endroit où la zone sombre commence (figure 7.19). À un tel minimum, les N rayons issus des N fentes du réseau s'annulent mutuellement. (La largeur angulaire réelle du pic central est bien sûr $2(\Delta\theta_{dl})$, mais on compare habituellement les largeurs angulaires des pics à l'aide des demi-largeurs angulaires.)

On a vu, dans la section 7.2, qu'un grand nombre de rayons s'annulaient aussi en raison de la diffraction produite par une fente simple. On a alors développé l'équation 7.3 qui, à cause de la ressemblance entre les deux situations, permet de localiser le premier minimum dans le cas présent. Cette équation indique que le premier minimum survient là où la différence de marche entre le rayon du haut et celui du bas est égale à λ. Pour la diffraction produite par une fente simple, cette différence est $a \sin\theta$. Dans le cas d'un

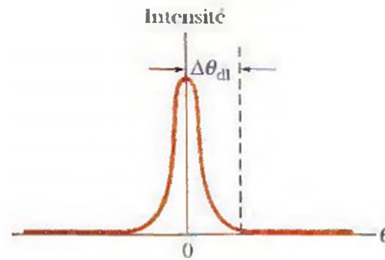


Figure 7.19 La demi-largeur angulaire $\Delta\theta_{dl}$ du pic central se mesure entre le centre de ce pic et le minimum adjacent dans un graphique de I en fonction de θ, comme celui de la figure 7.17 a).

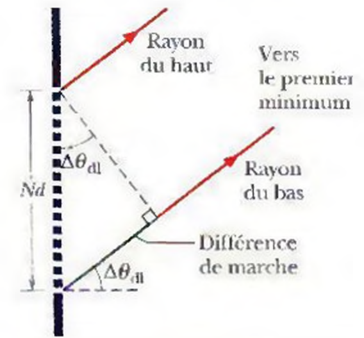


Figure 7.20 Les fentes du haut et du bas d'un réseau de diffraction comportant N fentes sont séparées par une distance Nd. Le rayon du haut et celui du bas, qui traversent ces fentes, ont une différence de marche de $Nd \sin \Delta\theta_{dl}$, où $\Delta\theta_{dl}$ est l'angle au premier minimum. (On a exagéré l'angle dans la figure par souci de clarté.)

réseau de N fentes, où chaque fente est séparée de la suivante par la distance d, la distance entre l'élément du haut et celui du bas est Nd (figure 7.20), ce qui fait que la différence de marche entre le rayon du haut et celui du bas est $Nd \sin \Delta\theta_{dl}$. Le premier minimum survient donc à l'endroit où

$$Nd \sin \Delta\theta_{dl} = \lambda. \quad (7.23)$$

Comme $\Delta\theta_{dl}$ est petit, $\sin \Delta\theta_{dl} = \Delta\theta_{dl}$ (en radians). En insérant ces données dans l'équation 7.23, on obtient la demi-largeur angulaire du pic central, sous la forme

$$\Delta\theta_{dl} = \frac{\lambda}{Nd} \quad \text{(la demi-largeur angulaire du pic central).} \quad (7.24)$$

On admet sans démonstration que la demi-largeur angulaire de tout autre pic dépend de sa position par rapport à l'axe central, et est

$$\Delta\theta_{dl} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} \quad \text{(la demi-largeur angulaire d'un pic à } \theta\text{).} \quad (7.25)$$

Notez que, dans le cas d'une lumière d'une longueur d'onde λ, et avec une distance d entre les fentes, les largeurs angulaires des pics diminuent lorsque le nombre N de fentes augmente. Il s'ensuit donc qu'entre deux réseaux de diffraction, celui ayant la plus grande valeur de N permet mieux de distinguer les longueurs d'onde, puisque ses pics de diffraction sont plus étroits et produisent moins de chevauchements.

Une application des réseaux de diffraction

Les réseaux de diffraction sont largement utilisés pour déterminer les longueurs d'onde émises par des sources lumineuses, qu'il s'agisse d'étoiles ou de simples lampadaires. La figure 7.21 montre un *spectroscope à réseau* qui utilise un réseau de diffraction à cette fin. La lumière provenant de la source S est focalisée par la lentille L_1 sur une fente verticale F_1 placée dans le plan focal de la lentille L_2. La lumière émergeant du tube C (nommé *collimateur*) est une onde plane qui arrive à incidence normale sur un réseau R, où elle est diffractée et forme une figure de diffraction avec le pic d'ordre $m = 0$ diffracté à l'angle $\theta = 0$ par rapport à l'axe central du réseau.

On peut observer la figure de diffraction qui apparaîtrait sur un écran d'observation à tout angle θ en orientant simplement le télescope T de la figure 7.21 à cet angle. La lentille L_3 du télescope focalise alors la lumière diffractée à l'angle θ (et à des angles un peu plus petits ou un peu plus grands) dans un plan focal FF' à l'intérieur du télescope. Lorsqu'on regarde dans l'oculaire O, on voit une vue agrandie de cette image mise au foyer.

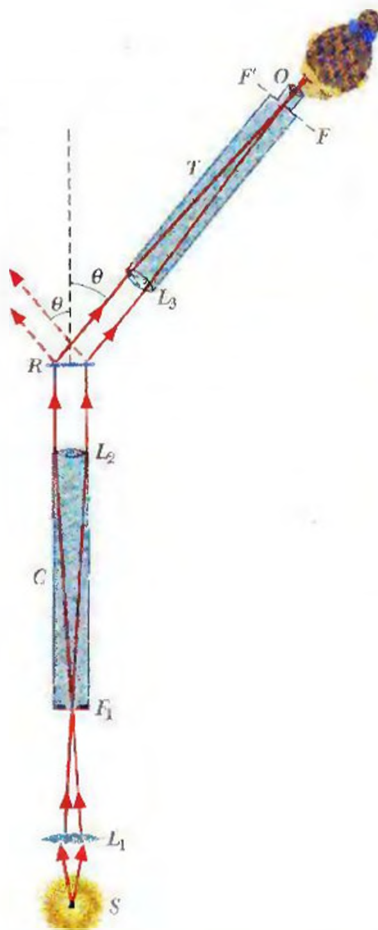


Figure 7.21 Un type de spectroscope à réseau utilisé pour analyser les longueurs d'onde de la lumière émise par la source S.

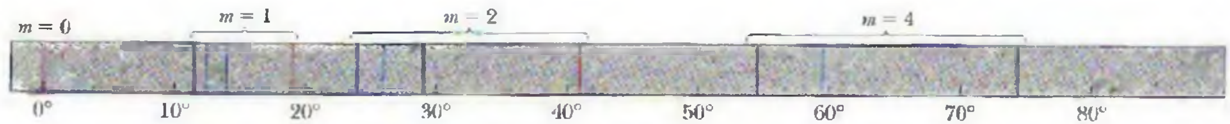


Figure 7.22 L'ordre zéro, le premier ordre, le deuxième ordre et le quatrième ordre des raies d'émission visibles produites par une lampe à l'hydrogène. Notez que les raies sont plus espacées à de plus grands angles. (Elles sont aussi plus pâles et plus larges, ce qui n'est pas illustré ici.)



Figure 7.23 Les raies d'émission visibles du cadmium, telles qu'on les voit avec un spectroscope à réseau.

En changeant l'angle θ du télescope, on peut examiner en entier la figure de diffraction. Pour tout ordre autre que $m = 0$, la lumière initiale est étalée suivant la longueur d'onde (ou la couleur), ce qui permet de déterminer, à l'aide de l'équation 7.22, les longueurs d'onde émises par la source. Si la source émet des longueurs d'onde discrètes, on voit, en tournant le télescope horizontalement et aux angles correspondant à un ordre m, une ligne verticale de couleur pour chaque longueur d'onde, la ligne de la plus petite longueur d'onde se trouvant à un plus petit angle θ que les lignes des plus grandes longueurs d'onde.

Par exemple, la lumière émise par une lampe à l'hydrogène, qui contient du gaz hydrogène, a quatre longueurs d'onde discrètes dans la partie visible du spectre. Quand vos yeux interceptent cette lumière directement, elle vous semble rose. Si vous la voyiez plutôt avec un spectroscope à réseau, vous pourriez distinguer, à plusieurs ordres, les pics des quatre couleurs correspondant à ces longueurs d'onde visibles (ces pics se nomment *raies d'émission*). Quatre ordres sont représentés dans la figure 7.22. Dans l'ordre central ($m = 0$), les pics correspondant aux quatre longueurs d'onde sont superposés, ce qui donne une seule ligne blanche à $\theta = 0$. Les couleurs sont séparées dans les ordres plus élevés.

Le troisième ordre n'est pas illustré dans la figure 7.22, par souci de clarté; en réalité, il chevauche le deuxième et le quatrième ordre. La raie rouge du quatrième ordre n'apparaît pas car elle n'est pas formée à l'aide du réseau utilisé dans ce cas. C'est-à-dire que lorsqu'on essaie de résoudre l'équation 7.22 en fonction de l'angle θ afin de trouver la longueur d'onde rouge correspondant à $m = 4$, on découvre que $\sin\theta$ est plus grand que 1, ce qui est impossible. On dit alors que le quatrième ordre est *incomplet* pour ce réseau ; il ne le serait peut-être pas avec un réseau qui aurait un plus grand espacement d, où les raies seraient moins espacées que dans la figure 7.22. La figure 7.23 est une photographie des raies d'émission visibles produites par le cadmium. D'autres spectres d'émission apparaissent à la figure 10.16.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 6 : La figure ci-dessous représente des raies d'ordres différents produites par un réseau de diffraction alors qu'on utilise une lumière monochromatique rouge. a) Le centre de la figure est-il à gauche ou à droite ? b) Si on utilise plutôt une lumière monochromatique verte, les demi-largeurs angulaires des pics produits dans les mêmes ordres seront-elles plus grandes, plus petites ou les mêmes que les demi-largeurs des pics illustrés ?





Sur un disque compact, les minces sillons d'une largeur de 0,5 μm agissent comme un réseau de diffraction. Lorsqu'une petite source de lumière blanche éclaire le disque, la lumière diffractée forme des « bandes » colorées qui sont les composantes des figures de diffraction produites par les sillons.

7.8 Les réseaux : le pouvoir dispersif et le pouvoir de résolution

Le pouvoir dispersif

Pour permettre à un observateur de distinguer des longueurs d'onde voisines (comme dans un spectroscope à réseau), un réseau doit pouvoir étaler les raies de diffraction associées aux différentes longueurs d'onde. Cet étalement, qu'on nomme **pouvoir dispersif,** se définit ainsi :

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} \quad \text{(la définition du pouvoir dispersif).} \tag{7.26}$$

Dans cette formule, $\Delta\theta$ est la séparation angulaire de deux raies dont les longueurs d'onde ont une différence de $\Delta\lambda$. Plus D est grand, plus grande est la distance entre deux raies d'émission dont les longueurs d'onde diffèrent de $\Delta\lambda$. On démontrera bientôt que le pouvoir dispersif d'un réseau à l'angle θ est donné par

$$D = \frac{m}{d\cos\theta} \quad \text{(le pouvoir dispersif d'un réseau).} \tag{7.27}$$

Donc, pour obtenir un grand pouvoir dispersif, on doit utiliser un réseau ayant un petit espacement d et utiliser un ordre m élevé. Notez que le pouvoir dispersif ne dépend pas du nombre N de fentes dans le réseau. L'unité SI de D est le degré par mètre, ou le radian par mètre.

Le pouvoir de résolution

Pour *séparer* des raies dont les longueurs d'onde sont très rapprochées (afin de pouvoir les distinguer), le réseau doit produire des raies aussi étroites que possible. En d'autres mots, le réseau doit avoir un grand **pouvoir de résolution** R, qu'on définit ainsi :

$$R = \frac{\lambda_{moy}}{\Delta\lambda} \quad \text{(la définition du pouvoir de résolution).} \tag{7.28}$$

Ici, λ_{moy} est la longueur d'onde moyenne de deux raies d'émission qui peuvent tout juste être séparées, et $\Delta\lambda$ est la différence de longueur d'onde entre elles. Plus R est grand, plus deux raies d'émission peuvent être rapprochées tout en étant distinctes. On démontrera bientôt que le pouvoir de résolution d'un réseau est donné par l'expression

$$R = Nm \quad \text{(le pouvoir de résolution d'un réseau).} \tag{7.29}$$

Pour obtenir un grand pouvoir de résolution, on doit utiliser de nombreuses fentes (une grande valeur de N dans l'équation 7.29).

Démonstration de l'équation 7.27

On commence d'abord avec l'équation 7.22, qui exprime les positions des raies dans la figure de diffraction d'un réseau :

$$d\sin\theta = m\lambda.$$

On considère ensuite que θ et λ sont des variables et on calcule la différentielle de cette équation. On détermine alors que

$$d\cos\theta\, d\theta = m\, d\lambda.$$

Quand les angles sont suffisamment petits, on peut écrire les différentielles comme s'il s'agissait de petites différences, et on obtient

$$d \cos \theta \, \Delta\theta = m \, \Delta\lambda \tag{7.30}$$

ou

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}.$$

Le rapport du membre de gauche est simplement D (voir l'équation 7.26), et on a donc effectivement démontré l'équation 7.27.

Démonstration de l'équation 7.29

On commence avec l'équation 7.30, qui a été dérivée de l'équation 7.22, laquelle exprime les positions des raies dans la figure de diffraction d'un réseau. Ici, $\Delta\lambda$ est la petite différence de longueur d'onde entre deux ondes qui sont diffractées par le réseau, et $\Delta\theta$ est la séparation angulaire entre elles dans la figure de diffraction. Si $\Delta\theta$ est le plus petit angle permettant aux deux raies d'être distinguées, il doit être égal (d'après le critère de Rayleigh) à la demi-largeur angulaire de chaque raie, qui est donnée par l'équation 7.25 :

$$\Delta\theta_{dl} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}.$$

Si on substitue $\Delta\theta_{dl}$ tel qu'il est donné ici à $\Delta\theta$ dans l'équation 7.30, on détermine que

$$\frac{\lambda}{N} = m \, \Delta\lambda,$$

résultat duquel on déduit facilement que

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm.$$

Cela correspond exactement à l'équation 7.29, que l'on voulait démontrer.

La distinction entre le pouvoir dispersif et le pouvoir de résolution

On ne doit pas confondre le pouvoir de résolution d'un réseau avec son pouvoir dispersif. Le tableau 7.1 présente les caractéristiques de trois réseaux, tous éclairés par une lumière de longueur d'onde $\lambda = 589$ nm, et dont la lumière diffractée est observée dans le premier ordre ($m = 1$ dans l'équation 7.22). Vous devriez vérifier si les valeurs de D et de R données dans le tableau peuvent être calculées à l'aide des équations 7.27 et 7.29, respectivement. (Dans les calculs de D, vous devrez convertir les radians par mètre en degrés par micromètre.)

Relativement aux conditions indiquées dans le tableau 7.1, les réseaux A et B ont le même *pouvoir dispersif*, et A et C ont le même *pouvoir de résolution*.

La figure 7.24 montre les figures d'intensité (qu'on nomme également *formes des raies*) qui auraient été produites par ces réseaux en fonction de deux longueurs d'onde λ_1 et λ_2, dont la valeur moyenne avoisine $\lambda = 589$ nm. Le réseau B, qui a le plus grand pouvoir de résolution, forme des lignes plus étroites et permet donc de distinguer des lignes plus rapprochées, au plan des longueurs d'onde. Le réseau C, qui a le plus grand pouvoir dispersif, produit la plus grande séparation angulaire entre les lignes.

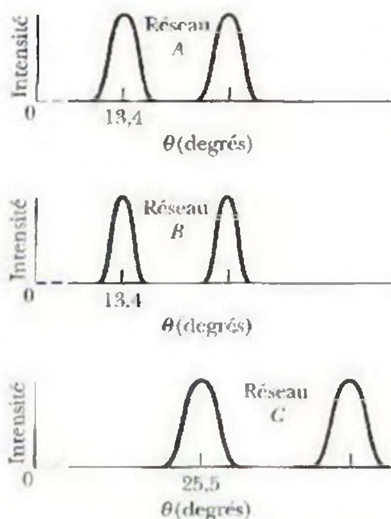


Figure 7.24 Courbes de la distribution d'intensité relative produite par une lumière composée de deux longueurs d'onde transmise dans les réseaux du tableau 7.1. Le réseau B a un plus grand pouvoir de résolution, et le réseau C a un plus grand pouvoir dispersif.

TABLEAU 7.1 Trois réseaux*

Réseau	N	d (nm)	θ	D (°/μm)	R
A	10 000	2 540	13,4°	23,2	10 000
B	20 000	2 540	13,4°	23,2	20 000
C	10 000	1 370	25,5°	46,3	10 000

* Les données correspondent à $\lambda = 589$ nm et à $m = 1$.

Exemple 7.5

Un réseau de diffraction a $1,26 \times 10^4$ fentes uniformément espacées sur une largeur $\ell = 25,4$ mm. Il est éclairé à incidence normale par une lumière jaune produite par une lampe à la vapeur de sodium. Cette lumière contient deux raies d'émission peu espacées (qu'on nomme le doublet du sodium) qui ont des longueurs d'onde de 589,00 nm et de 589,59 nm.

a) À quel angle le maximum de premier ordre se produit-il (d'un côté ou de l'autre du centre de la figure de diffraction) quand la longueur d'onde est de 589,00 nm ?

SOLUTION: Le concept clé, ici, est que les maxima produits par le réseau de diffraction peuvent être localisés à l'aide de l'équation 7.22 ($d \sin \theta = m\lambda$). Le pas du réseau d est ici de

$$d = \frac{\ell}{N} = \frac{25,4 \times 10^{-3}\text{ m}}{1,26 \times 10^4} = 2,016 \times 10^{-6}\text{ m} = 2016\text{ nm}.$$

Le maximum de premier ordre correspond à $m = 1$. En substituant ces valeurs à d et à m dans l'équation 7.22, on obtient

$$\theta = \sin^{-1}\frac{m\lambda}{d} = \sin^{-1}\left(\frac{(1)(589,00\text{ nm})}{2016\text{ nm}}\right) = 16,99° \approx 17,0°. \quad \text{(réponse)}$$

b) En utilisant le pouvoir dispersif du réseau, calculez la séparation angulaire des deux raies du premier ordre.

SOLUTION: Le premier concept clé qu'on utilise ici est le suivant : la séparation angulaire $\Delta\theta$ des deux raies du premier ordre dépend de la différence de longueur d'onde $\Delta\lambda$ entre ces lignes et du pouvoir dispersif D du réseau, suivant l'équation 7.26 ($D = \Delta\theta/\Delta\lambda$). Le second concept clé est le suivant : le pouvoir dispersif D dépend de l'angle θ auquel on doit l'évaluer. On peut supposer que, dans le premier ordre, les deux raies de la lumière au sodium sont assez rapprochées pour qu'on évalue D à l'angle $\theta = 16,99°$, comme le résultat trouvé dans la partie a), relativement à l'une de ces raies. L'équation 7.27 donne alors le pouvoir dispersif :

$$D = \frac{m}{d\cos\theta} = \frac{1}{(2016\text{ nm})(\cos 16,99°)} = 5,187 \times 10^{-4}\text{ rad/nm}.$$

D'après l'équation 7.26, on a alors

$$\Delta\theta = D\,\Delta\lambda = (5,187 \times 10^{-4}\text{ rad/nm})(589,59\text{ nm} - 589,00\text{ nm}) = 3,06 \times 10^{-4}\text{ rad} = 0,017\,5°. \quad \text{(réponse)}$$

Vous pouvez démontrer que ce résultat dépend du pas du réseau d, et non du nombre de fentes qu'il y a dans le réseau.

c) Quel est le nombre minimum de fentes qu'un réseau doit contenir s'il permet de distinguer le doublet de sodium dans le premier ordre ?

SOLUTION: Un premier concept clé est que le pouvoir de résolution d'un réseau, dans tout ordre m, est établi physiquement par le nombre N de fentes éclairées qu'il comprend, suivant l'équation 7.29 ($R = Nm$). Un autre concept clé est que la plus petite différence de longueur d'onde $\Delta\lambda$ permettant la séparation dépend de la longueur d'onde moyenne dans le réseau, et du pouvoir de résolution R du réseau, suivant l'équation 7.28 ($R = \lambda_{moy}/\Delta\lambda$). Pour que les raies d'émission du doublet de sodium puissent être tout juste séparées, $\Delta\lambda$ doit être égale à leur différence de longueur d'onde de 0,59 nm, et λ_{moy} doit être leur longueur d'onde moyenne de 589,30 nm.

En regroupant ces concepts, on découvre que le nombre minimum de fentes éclairées qu'un réseau doit contenir pour pouvoir séparer le doublet de sodium est

$$N = \frac{R}{m} = \frac{\lambda_{moy}}{m\Delta\lambda} = \frac{589,30\text{ nm}}{(1)(0,59\text{ nm})} = 999\text{ fentes.} \quad \text{(réponse)}$$

7.9 La diffraction des rayons X

Les rayons X sont des rayonnements électromagnétiques dont les longueurs d'onde sont de l'ordre de 1 Å (= 10^{-10} m)*. La figure 7.25 montre la production de rayons X lorsque des électrons qui s'échappent d'un filament chauffé F sont accélérés par une différence de potentiel V et frappent une cible métallique M.

Un réseau de diffraction optique conventionnel ne permet pas de faire la distinction entre des longueurs d'onde de l'ordre de celles des rayons X. Dans le cas où $\lambda = 1$ Å (= 0,1 nm) et $d = 3\,000$ nm, par exemple, l'équation 7.22 indique que le maximum de premier ordre se produit à

$$\theta = \sin^{-1}\frac{m\lambda}{d} = \sin^{-1}\frac{(1)(0,1\text{ nm})}{3\,000\text{ nm}} = 0,001\,9°.$$

Cet écart avec le maximum central est trop petit pour être discernable. Un réseau où $d \approx \lambda$ serait idéal, mais comme les longueurs d'onde des rayons X sont approximativement égales aux diamètres atomiques, il est impossible de construire un tel réseau de façon mécanique.

En 1912, le physicien allemand Max von Laue constata qu'un solide cristallin, composé d'un réseau régulier d'atomes, pouvait former un « réseau de diffraction » tridimensionnel pour les rayons X. Ce phénomène est dû au fait que, dans un cristal comme le chlorure de sodium (NaCl), un motif d'atomes de base (nommé *maille élémentaire*) se répète dans l'ensemble du réseau. Dans le NaCl, quatre ions de sodium

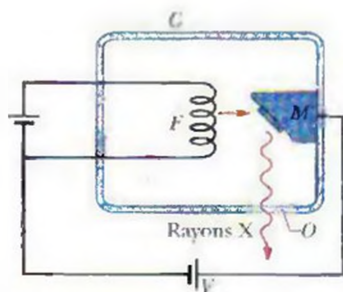


Figure 7.25 Des rayons X sont générés lorsque des électrons qui s'échappent du filament chauffé F sont accélérés par une différence de potentiel V et frappent une cible métallique M. L'ouverture O dans la chambre à vide C laisse passer les rayons X.

* L'angstrom (Å) est une unité de longueur utilisée en physique atomique.

et quatre ions de chlore sont associés à chaque maille élémentaire. La figure 7.26 a) représente une coupe transversale d'un cristal de NaCl qui permet de distinguer cette unité de base. La maille élémentaire forme un cube mesurant a_0 de chaque côté.

Lorsqu'un faisceau de rayons X entre dans un cristal comme le NaCl, les rayons sont *dispersés* – c'est-à-dire qu'ils sont dirigés dans toutes les directions par la structure du cristal. Dans certaines directions, les ondes « redirigées » subissent une interférence destructive, qui produit les minima d'intensité ; dans d'autres directions, l'interférence est constructive, ce qui produit les maxima d'intensité. Ce processus de dispersion et d'interférence constitue une forme de diffraction, même si cette dernière diffère de la diffraction de la lumière sortant d'une fente ou rencontrant un obstacle, dont on a discuté précédemment.

Même si le processus de diffraction des rayons X dans un cristal est complexe, les maxima se trouvent dans les directions où les rayons X agissent *comme* s'ils étaient réfléchis par un ensemble de *plans réfléchissants* parallèles (ou *plans cristallins*) qui seraient créés par les atomes dans les cristaux et qui comporteraient des réseaux réguliers d'atomes. (Les rayons X ne sont pas réellement réfléchis ; on utilise ces plans fictifs pour simplifier l'analyse du véritable processus de diffraction.)

La figure 7.26 b) montre trois ensembles de plans, ayant un *espacement interplanaire d*, sur lesquels les rayons incidents illustrés sont censés être réfléchis. Les rayons 1, 2 et 3 sont respectivement réfléchis sur le premier, le deuxième et le troisième plan. Relativement à chaque réflexion, l'angle d'incidence et l'angle de réflexion sont représentés par θ. Contrairement à ce qui est habituellement admis en optique, ces angles sont définis par rapport à la *surface* du plan réfléchissant, et non par rapport à la normale de cette surface. Dans la figure 7.26 b), l'espacement interplanaire est égal à la maille élémentaire de dimension a_0.

La figure 7.26 c) montre une vue de côté de la réflexion sur deux plans adjacents. Les ondes des rayons 1 et 2 sont en phase lorsqu'elles atteignent le cristal. Après leur réflexion, elles doivent être encore en phase, puisque les réflexions et les plans réfléchissants ont été définis uniquement pour expliquer les maxima d'intensité dans la diffraction des rayons X par un cristal. Contrairement aux rayons lumineux, les rayons X

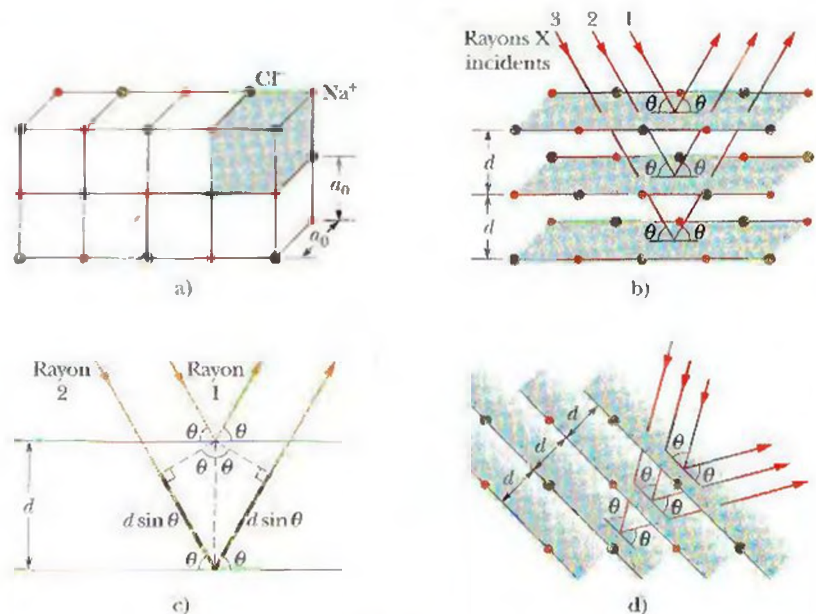


Figure 7.26 a) La structure cubique du cristal NaCl, qui montre les ions de sodium et de chlore, et une maille élémentaire (colorée). b) Les rayons X incidents sont diffractés par la structure de a). Les rayons X sont diffractés comme s'ils étaient réfléchis par un ensemble de plans parallèles, suivant un angle de réflexion égal à l'angle d'incidence, les deux angles étant mesurés par rapport aux plans (et non par rapport à une normale, comme c'est le cas en optique). c) La différence de marche entre les ondes effectivement réfléchies par deux plans adjacents est $2d \sin \theta$. d) Une orientation différente des rayons X incidents par rapport à la structure. Un autre ensemble de plans parallèles réfléchit maintenant effectivement les rayons X.

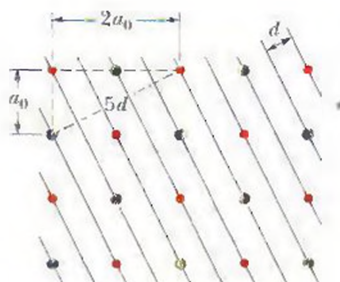


Figure 7.27 Un ensemble de plans dans la structure de la figure 7.26 a), et une technique permettant de relier la longueur du côté a_0 d'une maille élémentaire à l'espacement interplanaire d.

ne sont pas réfractés en entrant dans le cristal ; de plus, on n'a pas spécifié d'indice de réfraction pour cette situation. Il s'ensuit donc que la phase relative entre les ondes des rayons 1 et 2 au moment où ils sortent du cristal est uniquement déterminée par la différence de marche entre ces rayons. Pour que ces rayons soient en phase, la différence de marche doit être égale à un multiple entier de la longueur d'onde λ des rayons X. Le tracé des perpendiculaires (les lignes pointillées) de la figure 7.26 c) indique que la différence de marche est $2d \sin \theta$. En fait, cela s'applique à toute paire de plans adjacents dans l'ensemble de plans représenté dans la figure 7.26 b). On arrive donc au critère suivant relativement aux maxima d'intensité dans la diffraction des rayons X :

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad \text{lorsque } m = 1, 2, 3, \ldots \quad \text{(la condition de Bragg).} \tag{7.31}$$

où m est l'ordre d'un maximum d'intensité. L'équation 7.31 se nomme la **condition de Bragg** en l'honneur du physicien britannique William Lawrence Bragg, qui fut le premier à la dériver. (Lui et son père William Henry Bragg ont partagé le prix Nobel en 1915 pour leur usage des rayons X dans l'étude des structures cristallines.) Dans l'équation 7.31, l'angle d'incidence et de réflexion se nomme *angle de Bragg*. Peu importe l'angle auquel des rayons X entrent dans un cristal, il y a toujours un ensemble de plans sur lesquels ils sont réfléchis, et on peut donc appliquer la condition de Bragg. Notez que, dans la figure 7.26 d), la structure de cristal a la même orientation que dans la figure 7.26 a), mais l'angle auquel le faisceau entre dans cette structure diffère de celui illustré dans la figure 7.26 b). Ce nouvel angle doit impliquer la création d'un nouvel ensemble de plans réfléchissants, comportant un espacement interplanaire d différent et un angle de Bragg différent, si on veut expliquer la diffraction des rayons X par la condition de Bragg.

La figure 7.27 illustre de quelle façon l'espacement interplanaire d peut être relié à la dimension de la maille élémentaire a_0. Pour l'ensemble de plans illustré ici, le théorème de Pythagore donne

$$5d = \sqrt{5}a_0,$$

ou

$$d = \frac{a_0}{\sqrt{5}}. \tag{7.32}$$

La figure 7.27 indique de quelle façon on peut trouver les dimensions de la maille élémentaire, une fois que l'espacement interplanaire a été mesuré par la diffraction des rayons X.

La diffraction des rayons X est un outil important dans l'étude des spectres de rayons X et de l'agencement des atomes dans les cristaux. Pour étudier les spectres, on choisit un ensemble particulier de plans dans le cristal, séparés par un espacement d connu. Ces plans réfléchissent effectivement différentes longueurs d'onde à différents angles. Un détecteur pouvant effectuer des mesures à différents angles peut alors servir à déterminer la longueur d'onde des rayons qui l'atteignent. Le cristal lui-même peut être étudié à l'aide d'un faisceau monochromatique de rayons X, lequel permet de déterminer non seulement l'espacement entre les différents plans du cristal, mais aussi la structure de la maille élémentaire.

7.10 La polarisation

En Angleterre, les antennes de télévision VHS (des mots anglais *very high frequency*) ont une orientation verticale, alors qu'en Amérique du Nord leur orientation est horizontale. Cette différence est due à la direction des oscillations des ondes électromagnétiques qui transportent le signal. En Angleterre, les équipements de transmission sont conçus pour produire des ondes qui sont **polarisées** verticalement ; c'est donc dire que leur champ électrique oscille verticalement. Alors, pour que le champ électrique des ondes incidentes de télévision alimentent un courant le long d'une antenne (et fournissent un signal à un récepteur de télévision), l'antenne doit être verticale. En Amérique du Nord, les ondes sont polarisées horizontalement.

La figure 7.28 a) montre une onde électromagnétique dont le champ électrique oscille parallèlement à l'axe des y. Le plan dans lequel évoluent les vecteurs $\vec{E}$

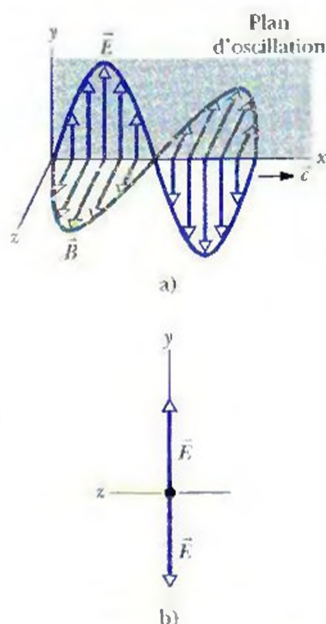


Figure 7.28 a) Le plan d'oscillation d'une onde électromagnétique polarisée. b) Pour représenter la polarisation, on visualise « de face » le plan d'oscillation et on indique les directions du champ électrique oscillant par une flèche bidirectionnelle.

se nomme le **plan d'oscillation** de l'onde (on dit alors que l'onde est *polarisée linéairement* dans la direction des y). On peut représenter la *polarisation* de l'onde (le fait qu'elle est polarisée) en indiquant les directions des oscillations du champ électrique dans une « vue de face » du plan d'oscillation, comme on le voit dans la figure 7.28 b). La flèche bidirectionnelle verticale indique qu'au moment où l'onde vous dépasse, son champ électrique oscille verticalement – il change continuellement sa direction de haut en bas le long de l'axe des y.

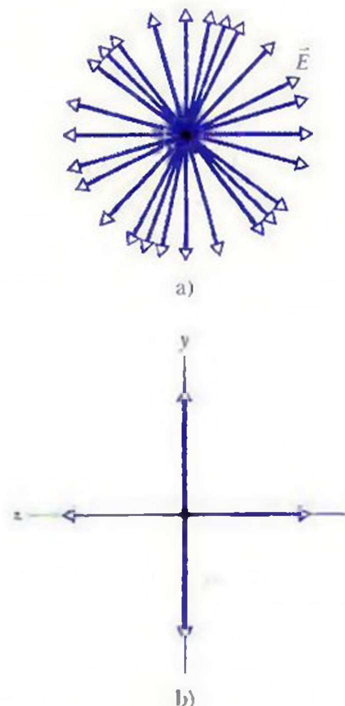


Figure 7.29 a) La lumière non polarisée se compose d'ondes dont les champs électriques ont une direction aléatoire. Les ondes se propagent toutes suivant le même axe, sortant directement du plan de la page, et ont toutes la même amplitude E. b) Une autre façon de représenter la lumière non polarisée – la lumière est la superposition de deux ondes polarisées dont les plans d'oscillation sont perpendiculaires entre eux.

La lumière polarisée

Les ondes électromagnétiques émises par une station de télévision ont toutes la même polarisation, mais les ondes électromagnétiques émises par une source de lumière quelconque (comme le Soleil ou une ampoule électrique, par exemple) ont une **polarisation aléatoire** ou sont **non polarisées,** ce qui signifie qu'en tout point donné, le champ électrique est toujours perpendiculaire à la direction du parcours des ondes, mais change de direction de façon aléatoire. Donc, si on essaie de représenter une vue de face de ces oscillations dans un intervalle de temps, on n'obtient pas un simple motif avec une flèche bidirectionnelle comme celle de la figure 7.28 b) ; on a plutôt un ensemble désordonné de flèches bidirectionnelles, comme celui de la figure 7.29 a).

En principe, on peut simplifier cet ensemble désordonné en décomposant chacun des champs électriques de la figure 7.29 a) en ses composantes y et z. Lorsque l'onde vous dépasse, la composante résultante y oscille parallèlement à l'axe des y, et la composante résultante z oscille parallèlement à l'axe des z. On peut ensuite représenter la lumière non polarisée par une paire de flèches bidirectionnelles, comme dans la figure 7.29 b). La flèche bidirectionnelle le long de l'axe des y représente les oscillations de la composante résultante y du champ électrique. La flèche bidirectionnelle le long de l'axe des z représente les oscillations de la composante résultante z du champ électrique. De cette façon, on change effectivement la lumière non polarisée en une superposition de deux ondes polarisées dont les plans d'oscillation sont perpendiculaires – un plan est parallèle à l'axe des y et l'autre est parallèle à l'axe des z. Ce changement se justifie par le fait que le dessin de la figure 7.29 b) est beaucoup plus facile à interpréter que celui de la figure 7.29 a).

On peut dessiner des schémas semblables pour représenter la lumière **partiellement polarisée** (les oscillations de son champ électrique ne sont pas complètement aléatoires, comme dans la figure 7.29 a), ni parallèles à un axe, comme dans la figure 7.28 b). Pour représenter cette situation, on peut dessiner une flèche bidirectionnelle plus longue que l'autre, dans l'agencement perpendiculaire des flèches.

Il est possible de transformer la lumière visible non polarisée en lumière polarisée si la lumière est transmise par un *polariseur*, comme le montre la figure 7.30. Ces polariseurs, commercialisés sous le nom de polaroïd ou de filtres polaroïd, ont été inventées en 1932 par Edwin Land alors qu'il poursuivait ses études. Un polariseur est une feuille mince qui se compose de certaines molécules longues imbriquées dans du plastique. Lors de sa fabrication, la feuille est étirée afin d'aligner les molécules en rangs parallèles, comme des sillons dans un champ labouré. Lorsque la lumière est envoyée à travers la feuille, les composantes du champ électrique orientées dans une direction passent à travers la feuille, alors que les composantes perpendiculaires à cette direction sont absorbées par les molécules et disparaissent.

On ne s'attardera pas sur ces types de molécules, mais on attribuera au polariseur un *axe de transmision*, dans lequel les composantes du champ électrique sont transmises.

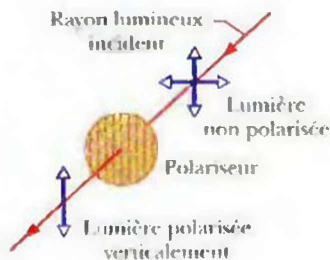


Figure 7.30 La lumière non polarisée devient polarisée lorsqu'elle passe à travers un polariseur. Sa direction de polarisation est alors parallèle à celle du polariseur, qui est représentée ici par les lignes verticales tracées sur celui-ci.

➤ La composante du champ électrique parallèle à l'axe de transmission est *transmise* par le polariseur ; la composante perpendiculaire à cet axe est absorbée.

Le champ électrique de la lumière qui émerge alors de la feuille se compose strictement des composantes parallèles à l'axe de transmission de la feuille : la lumière est donc polarisée dans cette direction. Dans la figure 7.30, les composantes verticales du champ électrique sont transmises par la feuille ; les composantes horizontales sont absorbées. Les ondes transmises sont alors polarisées verticalement.

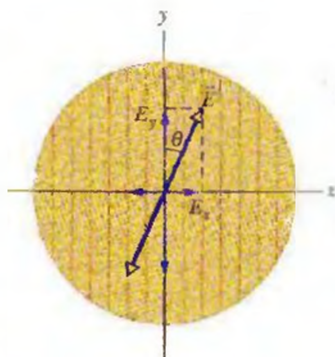


Figure 7.31 Lumière polarisée s'approchant d'un polariseur. On peut décomposer le champ électrique $\vec{E}$ de la lumière en ses composantes E_y (parallèle à l'axe de transmission du polariseur) et E_z (perpendiculaire à cet axe). La composante E_y sera transmise par le polariseur ; la composante E_z sera absorbée.

L'intensité de la lumière polarisée transmise

Considérons maintenant l'intensité de la lumière transmise par un polariseur. On procède d'abord avec la lumière non polarisée, dont les oscillations du champ électrique exprimées selon les composantes y et z sont représentées dans la figure 7.29 b). On peut aussi faire en sorte que l'axe des y soit parallèle à l'axe de transmission du polariseur. Alors, seules les composantes y du champ électrique de la lumière sont transmises par le polariseur ; les composantes z sont absorbées. Tel que cela est suggéré par la figure 7.29 b), si les ondes initiales ont une orientation aléatoire, la somme des composantes y et celle des composantes z sont égales. Lorsque les composantes z sont absorbées, la moitié de l'intensité I_i de la lumière initiale est perdue. L'intensité I de la lumière polarisée émergente est alors

$$I = \frac{I_i}{2}. \qquad (7.33)$$

On nomme cette règle la *règle de la moitié* ; on ne peut l'utiliser *que* lorsque la lumière qui atteint le polariseur est non polarisée.

Supposons maintenant que la lumière qui atteint un polariseur est déjà polarisée. La figure 7.31 représente un polariseur orienté dans le plan de la page, et le champ électrique $\vec{E}$ d'une onde lumineuse polarisée se dirigeant vers le polariseur (donc, avant que se produise toute absorption). On peut décomposer $\vec{E}$ en ses deux composantes par rapport à l'axe de transmission du polariseur : la composante parallèle E_y est transmise par le polariseur, et la composante perpendiculaire E_z est absorbée. Puisque l'angle entre $\vec{E}$ et l'axe de transmission du polariseur est θ, la composante parallèle transmise est

$$E_y = E\cos\theta. \qquad (7.34)$$

Rappelez-vous que l'intensité d'une onde électromagnétique (comme l'onde lumineuse) est proportionnelle au carré de l'amplitude du champ électrique (équation 4.26). Dans le présent exemple, l'intensité I de l'onde émergente est proportionnelle à E_y^2, et l'intensité I_i de l'onde initiale est proportionnelle à E_i^2. Donc, en fonction de l'équation 7.34, on peut écrire $I/I_i = \cos^2\theta$, ou

$$I = I_i\cos^2\theta. \qquad (7.35)$$

Cette équation est la *loi de Malus* ; on ne peut l'utiliser que lorsque la lumière qui atteint le polariseur est déjà polarisée. L'intensité transmise I atteint alors un maximum et est égale à l'intensité initiale I_i, lorsque l'onde initiale est polarisée parallèlement à l'axe de transmission du polariseur (lorsque l'angle θ de l'équation 7.35 est de 0° ou de 180°). I est nulle lorsque l'onde initiale est polarisée perpendiculairement à l'axe de transmission du polariseur (lorsque θ vaut 90°).

La figure 7.32 présente un arrangement dans lequel une lumière initialement non polarisée est dirigée vers deux polariseurs, P_1 et P_2. (On appelle souvent la première feuille le *polariseur*, et la deuxième feuille, l'*analyseur*). Puisque l'axe de transmission de P_1 est vertical, la lumière transmise par P_1 à P_2 est polarisée verticalement. Si l'axe de transmission de P_2 est également vertical, toute la lumière transmise par P_1 est aussi transmise par P_2. Si l'axe de transmission de P_2 est horizontal, aucune lumière transmise par P_1 ne sera transmise par P_2. On arrive aux mêmes conclusions en considérant seulement les orientations *relatives* des deux polariseurs : si leurs axes de transmission sont parallèles, toute la lumière transmise par le premier polariseur l'est également par le deuxième. Si ces axes sont perpendiculaires (on dit alors que les polariseurs sont *croisés*), aucune lumière n'est transmise par le deuxième polariseur. Ces deux extrêmes sont représentés par des verres polarisés dans la figure 7.33.

Finalement, si les deux axes de transmission de la figure 7.32 forment un angle compris entre 0° et 90°, une partie de la lumière transmise par P_1 sera transmise par P_2. L'intensité de cette lumière est déterminée par l'équation 7.35.

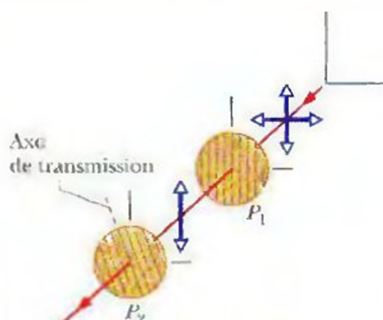


Figure 7.32 La lumière transmise par le polariseur P_1 est polarisée verticalement, telle qu'elle est représentée par la flèche verticale bidirectionnelle. L'intensité lumineuse qui sera ensuite transmise par le polariseur P_2 dépend de l'angle entre la direction de polarisation de cette lumière et l'axe de transmission de P_2 (indiqué par les lignes tracées dans le polariseur, et par la ligne pointillée).

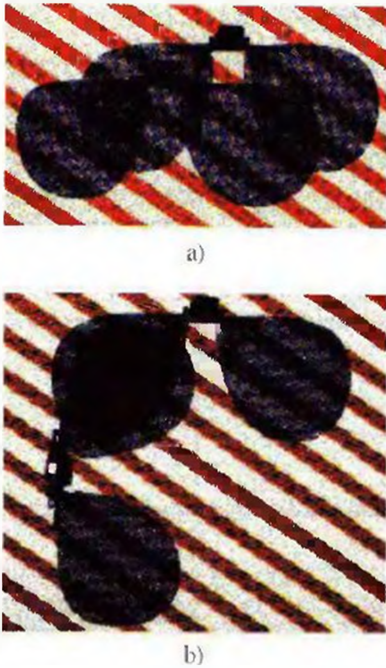


Figure 7.33 Les lunettes de soleil polarisées comportent des lentilles dont l'axe de transmission est vertical quand on les porte. a) Des verres superposés transmettent bien la lumière lorsque leurs axes de transmission sont les mêmes, mais b) ils bloquent la plus grande partie de la lumière lorsqu'ils sont croisés.

La lumière peut être polarisée autrement qu'à l'aide d'un polariseur ; elle peut l'être par la réflexion, par exemple (qu'on étudiera dans la section 7.11), ou par diffusion des atomes ou des molécules. Lors de la *diffusion*, la lumière qui a été interceptée par un objet, une molécule, par exemple, est renvoyée dans plusieurs directions, sans doute aléatoires. On en a un exemple dans la diffusion de la lumière du soleil par les molécules de l'atmosphère, qui donne sa teinte particulière au ciel.

Même si la lumière provenant directement du Soleil est non polarisée, la lumière qui vient d'une bonne partie du ciel est partiellement polarisée par cette diffusion. Les abeilles utilisent la polarisation de la lumière du ciel pour s'orienter dans leur va-et-vient autour des ruches. Les Vikings l'utilisaient également pour naviguer dans la mer du Nord, lorsque le soleil du jour était sous l'horizon (à cause de la latitude élevée de la mer du Nord). Ces premiers explorateurs avaient découvert certains cristaux (qu'on appelle maintenant cordiérites) qui changeaient de couleur lorsqu'on les tournait dans la lumière polarisée. En regardant le ciel à travers ce cristal, en le faisant pivoter dans leur ligne de vue, ils pouvaient localiser le soleil couché et déterminer ainsi la direction sud.

Exemple 7.6

La figure 7.34 a) représente un système de trois polariseurs placés dans le parcours d'une lumière initialement non polarisée. L'axe de transmission du premier polariseur est parallèle à l'axe des y, celui du deuxième forme un angle de 60° par rapport à l'axe des y mesuré dans le sens antihoraire et celui du troisième est parallèle à l'axe des x. Quelle fraction de l'intensité initiale I_0 émerge du système, et comment cette lumière est-elle polarisée ?

SOLUTION : Les concepts clés sont les suivants.

1. On analyse le système en s'intéressant à un polariseur à la fois, du premier qui intercepte la lumière au dernier.
2. Pour trouver l'intensité transmise par un polariseur, on applique soit la règle de la moitié, soit la loi de Malus, selon que la lumière qui atteint le polariseur est non polarisée ou déjà polarisée.
3. La lumière transmise par un polariseur est toujours polarisée parallèlement à l'axe de transmission du polariseur.

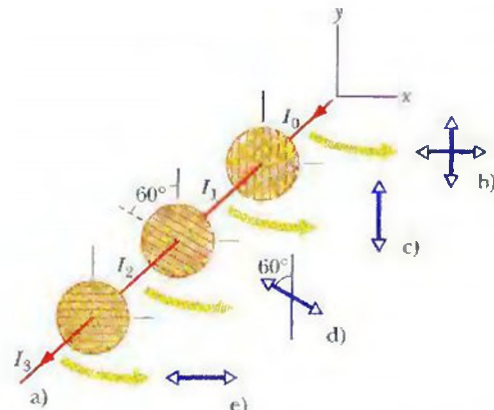


Figure 7.34 Exemple 7.6 a) Une lumière initialement non polarisée d'intensité I_0 est envoyée dans un système de trois polariseurs. Les intensités I_1, I_2 et I_3 de la lumière transmise par les polariseurs sont indiquées. On indique aussi la direction de polarisation, vue de face, b) de la lumière initiale et de la lumière transmise c) par le premier polariseur, d) par le deuxième polariseur et e) par le troisième polariseur.

Premier polariseur : L'onde lumineuse initiale est représentée dans la figure 7.34 b) à l'aide de la représentation par flèches bidirectionnelles de la figure 7.29 b). Puisque la lumière était initialement non polarisée, l'intensité I_1 de la lumière transmise par le premier polariseur est donnée par la règle de la moitié (équation 7.33) :

$$I_1 = \frac{I_0}{2}.$$

Puisque l'axe de transmission du premier polariseur est parallèle à l'axe des y, la polarisation de la lumière transmise par le polariseur l'est aussi, comme le montre la vue de face de la figure 7.34 c).

Deuxième polariseur : Puisque la lumière qui atteint le deuxième polariseur est polarisée, l'intensité I_2 de la lumière transmise par ce polariseur est donnée par la loi de Malus (équation 7.35). Dans cette règle, l'angle θ est l'angle entre la direction de polarisation de la lumière incidente (parallèle à l'axe des y) et l'axe de transmission du deuxième polariseur (60° par rapport à l'axe des y en sens antihoraire), ce qui fait que θ vaut 60°. Alors,

$$I_2 = I_1 \cos^2 60°.$$

La polarisation de cette lumière transmise est parallèle à l'axe de transmission du polariseur qui la transmet – c'est-à-dire 60° par rapport à l'axe des y, en sens antihoraire, comme le montre la vue de face de la figure 7.34 d).

Troisième polariseur : Puisque la lumière qui atteint le troisième polariseur est polarisée, l'intensité I_3 de la lumière transmise par ce polariseur est donnée par la loi de Malus. L'angle θ est maintenant l'angle formé par la direction de polarisation de la lumière incidente (figure 7.34 d) et par l'axe de transmission du troisième polariseur (parallèle à l'axe des x), de sorte que $\theta = 30°$. Donc,

$$I_3 = I_2 \cos^2 30°.$$

Cette dernière lumière transmise est polarisée parallèlement à l'axe des x (figure 7.34 e). On trouve son intensité en insérant d'abord I_2 et, ensuite, I_1 dans l'équation suivante :

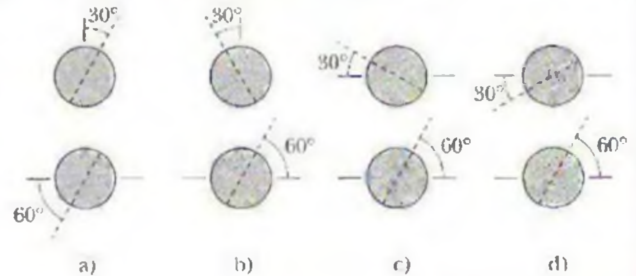
$$I_3 = I_2 \cos^2 30° = (I_1 \cos^2 60°) \cos^2 30°$$
$$= (\tfrac{1}{2}I_0) \cos^2 60° \cos^2 30° = 0{,}094I_0.$$

Donc,

$$\frac{I_3}{I_0} = 0{,}094. \quad \text{(réponse)}$$

Cela revient à dire que 9,4 % de l'intensité initiale émerge du système formé des trois polariseurs. (Si on enlevait maintenant le deuxième polariseur, quelle fraction de l'intensité initiale émergerait du système ?)

✔ VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 7 : La figure représente quatre paires de polariseurs, vues de face. Chaque paire est placée dans le parcours d'une lumière initialement non polarisée (comme l'étaient les trois polariseurs de la figure 7.34 a). L'axe de transmission de chaque polariseur (indiqué par la ligne pointillée) est mesuré par rapport à un axe horizontal x ou à un axe vertical y. Classez ces paires en ordre décroissant selon la fraction de l'intensité initiale qu'elles transmettent.



7.11 La polarisation par réflexion

Vous pouvez faire varier l'éclat de la lumière du soleil qui est réfléchie par l'eau en regardant à travers un polariseur (comme des lunettes solaires polarisées) et en tournant l'axe de polarisation du polariseur. Cette variation de l'intensité se produit parce que la lumière réfléchie est totalement ou partiellement polarisée par la réflexion sur une surface.

La figure 7.35 illustre un rayon de lumière non polarisée incident à une surface de verre. On décompose le vecteur champ électrique de ce rayon de lumière en deux composantes. La *composante perpendiculaire* est perpendiculaire au plan d'incidence, donc également au plan de la page dans la figure 7.35 ; cette composante est représentée par des points (comme si on voyait les bouts des vecteurs). La *composante parallèle* est parallèle au plan d'incidence et à celui de la page ; elle est représentée par des flèches bidirectionnelles. Comme la lumière est non polarisée, les deux composantes ont une amplitude égale.

En général, la lumière réfléchie a également deux composantes, mais d'amplitudes différentes. Cela signifie que la lumière réfléchie est partiellement polarisée – le champ électrique oscillant dans une direction donnée a une plus grande amplitude que ceux oscillant dans d'autres directions. Toutefois, lorsque la lumière est à un angle d'incidence particulier, nommé l'*angle de Brewster* (ou *angle de polarisation*), θ_B, la lumière réfléchie n'a qu'une composante perpendiculaire, comme le montre la figure 7.35. La lumière réfléchie est alors totalement polarisée, perpendiculairement au plan d'incidence. La composante parallèle de la lumière incidente ne disparaît pas, mais (tout comme la composante perpendiculaire) elle est réfractée dans le verre.

Le verre, l'eau et les autres substances diélectriques dont on a discuté dans la section 5.7 du volume 2 peuvent polariser totalement ou partiellement la lumière par réflexion. Lorsque vous interceptez la lumière du soleil réfléchie par une surface de ce type, vous voyez un point brillant (le reflet) sur la surface, là où la réflexion se produit. Si la surface est horizontale, comme celle de la figure 7.35, la lumière réfléchie est partiellement ou totalement polarisée horizontalement. Pour éliminer ces reflets des surfaces horizontales, les lentilles des lunettes solaires polarisées sont montées de façon que leur axe de transmission soit vertical.

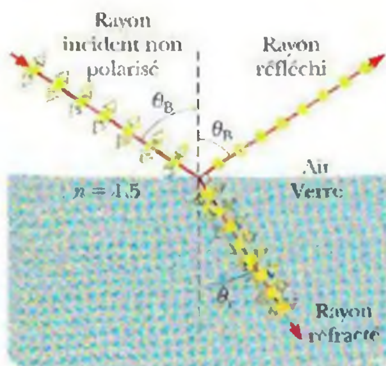


Figure 7.35 Un rayon de lumière non polarisée dans l'air est incident à une surface de verre à un angle de Brewster θ_B. Les champs électriques de ce rayon ont été décomposés selon une composante perpendiculaire au plan de la page (le plan d'incidence, de réflexion et de réfraction) et une composante parallèle au plan de la page. La lumière réfléchie ne possède qu'une composante perpendiculaire au plan de la page, et est donc polarisée dans cette direction. La lumière réfractée possède la composante initiale parallèle au plan de la page, et une composante plus faible perpendiculaire à ce plan ; cette lumière est partiellement polarisée.

La loi de Brewster

Pour une lumière incidente à l'angle de Brewster θ_B, on peut déterminer, expérimentalement, que les rayons réfléchis et les rayons réfractés sont perpendiculaires les uns par rapport aux autres. Comme le rayon est réfléchi à l'angle θ_B dans la figure 7.35 et que le rayon est réfracté à un angle θ_r, on a

$$\theta_B + \theta_r = 90°. \quad (7.36)$$

Ces deux angles peuvent aussi être reliés par l'équation 4.41. Si on assigne arbitrairement, dans cette équation, l'indice 1 à la substance dans laquelle les rayons incidents sont réfléchis, cette équation donne

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin \theta_r.$$

En combinant ces équations, on obtient

$$n_1 \sin \theta_B = n_2 \sin(90° - \theta_B) = n_2 \cos \theta_B,$$

ce qui donne

$$\theta_B = \tan^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad \text{(l'angle de Brewster).} \quad (7.37)$$

(Notez bien que les indices dans l'équation 7.37 *ne* sont *pas* arbitraires ; ils doivent respecter la signification qu'on leur a donnée ; n_1 est l'indice du milieu où se propagent les rayons incidents et réfléchis et n_2 est l'indice du milieu où les rayons sont réfractés.) Si les rayons incidents et réfléchis voyagent *dans l'air*, on peut faire l'approximation que n_1 vaut un, et représenter n_2 par n pour écrire l'équation 7.37 sous cette forme :

$$\theta_B = \tan^{-1} n \quad \text{(la loi de Brewster).} \quad (7.38)$$

Cette version simplifiée de l'équation 7.37 est nommée la **loi de Brewster.** Comme θ_B, elle porte le nom de Sir David Brewster, qui la démontra expérimentalement en 1812.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

La diffraction Lorsque des ondes rencontrent une arête, un obstacle ou une ouverture dont la taille est comparable à leur longueur d'onde, elles se dispersent en se propageant et produisent de l'interférence. C'est ce qu'on nomme la **diffraction.**

La diffraction produite par une fente unique Les ondes qui passent par une fente longue et mince de largeur a génèrent une **figure de diffraction** produite par l'interférence entre les différentes ondes qui parcourent des distances différentes avant d'atteindre l'écran d'observation. La figure comporte un maximum central et d'autres maxima séparés par des minima, dont la position angulaire θ par rapport à l'axe central correspond à

$$a \sin \theta = m\lambda, \quad \text{lorsque } m = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots \quad \text{(les minima).} \quad (7.3)$$

Pour un angle θ donné, l'intensité lumineuse de la figure de diffraction est

$$I(\theta) = I_m\left(\frac{\sin \alpha}{\alpha}\right)^2, \quad \text{où } \alpha = \frac{\pi a}{\lambda}\sin\theta \quad (7.5, 7.6)$$

et où I_m est l'intensité au centre de la figure.

La diffraction produite par une ouverture circulaire La diffraction produite par une ouverture circulaire ou par une lentille de diamètre d produit un maximum central entouré de minima et maxima concentriques, et la position angulaire θ du premier minimum est donnée par

$$\sin \theta = 1{,}22\frac{\lambda}{d} \quad \text{(le premier minimum, ouverture circulaire).} \quad (7.12)$$

Le critère de Rayleigh Selon le *critère de Rayleigh*, deux objets sont tout juste séparés lorsque le maximum central de l'un coïncide avec le premier minimum de l'autre. Leur séparation angulaire doit alors être d'au moins

$$\theta_R = 1{,}22\frac{\lambda}{d} \quad \text{(le critère de Rayleigh),} \quad (7.14)$$

où d est le diamètre de l'ouverture par laquelle la lumière passe.

La diffraction produite par deux fentes Les ondes qui passent à travers deux fentes de même largeur a dont les centres sont séparés par une distance d produisent des figures de diffraction dont l'intensité I, à l'angle θ, est

$$I(\theta) = I_m(\cos^2\beta)\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \quad \text{(le système à deux fentes),} \quad (7.16)$$

où $\beta = (\pi d/\lambda)\sin\theta$, et α a la même valeur que dans une diffraction produite par une fente unique.

La diffraction produite par des fentes multiples La diffraction produite par N fentes (fentes multiples) produit des maxima (pics) aux angles θ de manière que

$$d \sin \theta = m\lambda, \quad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{(les maxima)}. \qquad (7.22)$$

et les demi-largeurs angulaires des pics sont données par

$$\Delta\theta_{\text{d}} = \frac{\lambda}{Nd \cos\theta} \quad \text{(la demi-largeur angulaire d'un pic à } \theta\text{)}. \qquad (7.25)$$

Les réseaux de diffraction Un *réseau de diffraction* est une série de « fentes » ou de « traits » qui permet de séparer une onde incidente en ses différentes longueurs d'onde, en projetant les maxima de diffraction de ces longueurs d'onde sur un écran. Un réseau est caractérisé par son pouvoir dispersif D et son pouvoir de résolution R :

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos\theta} \qquad (7.26, 7.27)$$

$$R = \frac{\lambda_{\text{moy}}}{\Delta\lambda} = Nm. \qquad (7.28, 7.29)$$

La diffraction des rayons X Le réseau régulier des atomes d'un cristal constitue un réseau de diffraction tridimensionnel pour des ondes de petite longueur d'onde comme les rayons X. À des fins d'analyse, les atomes peuvent être représentés suivant différents plans où d représente l'espacement entre ces plans. Les maxima de diffraction (générés par une interférence constructive) se produisent si la direction incidente de l'onde, mesurée à partir de la surface de ces plans, et la longueur d'onde λ du rayonnement satisfont aux exigences de la **condition de Bragg** :

$$2d \sin \theta = m\lambda, \quad \text{lorsque } m = 1, 2, 3, \ldots \quad \text{(la condition de Bragg)}. \qquad (7.31)$$

La polarisation Les ondes électromagnétiques sont **polarisées** si les vecteurs de leur champ électrique sont tous dans le même plan, nommé *plan d'oscillation*. Les ondes lumineuses de sources communes ne sont pas polarisées ; on dit qu'elles sont **non polarisées**, ou qu'elles ont une **polarisation aléatoire**.

La polariseurs Lorsqu'un polariseur est placé dans le parcours de la lumière, seules les composantes du champ électrique de la lumière parallèles à l'**axe de transmission** du polariseur sont *transmises* ; les composantes perpendiculaires à l'axe de transmission sont absorbées. La lumière qui émerge d'un polariseur est polarisée parallèlement à l'axe de transmission du polariseur.

Si la lumière est initialement polarisée, l'intensité I transmise vaut la moitié de l'intensité initiale I_i :

$$I = \frac{I_i}{2}. \qquad (7.33)$$

Si la lumière est initialement polarisée, l'intensité I transmise dépend de l'angle θ entre la direction de la polarisation de la lumière initiale et l'axe de transmission du polariseur :

$$I = I_i \cos^2 \theta. \qquad (7.35)$$

La polarisation par réflexion Une onde réfléchie sera totalement **polarisée**, et ses vecteurs $\vec{E}$ seront perpendiculaires au plan d'incidence, si elle rencontre une interface à l'**angle de Brewster** θ_B, où

$$\theta_B = \tan^{-1}\frac{n_2}{n_1} \quad \text{(l'angle de Brewster)}. \qquad (7.37)$$

QUESTIONS

1. Une lumière de fréquence f qui éclaire une longue fente mince produit une figure de diffraction. a) Si la fréquence de la lumière est plutôt $1{,}3f$, la figure se dilate-t-elle ou se rapproche-t-elle du centre ? b) La figure se dilate-t-elle ou se contracte-t-elle si on immerge le système dans du sirop de maïs clair ?

2. Vous menez une expérience sur la diffraction produite par une fente unique avec une lumière de longueur d'onde λ. Sur un écran d'observation éloigné, qu'est-ce qui apparaît au point où le rayon issu du haut et celui issu du bas de la fente ont une différence de marche égale a) à 5λ et b) à $4{,}5\lambda$?

3. Si vous parlez en gardant le même niveau d'intensité avec et sans un mégaphone devant votre bouche, dans quelle situation serez-vous perçu avec la plus grande intensité par une personne qui est directement en face de vous ?

4. La figure 7.36 montre quatre ouvertures rectangulaires possibles pour une source d'ondes sonores ou d'ondes lumineuses. Les côtés ont des longueurs L ou $2L$, L valant 3,0 fois la longueur d'onde des ondes. Classez les ouvertures en ordre décroissant a) selon l'étendue de l'étalement horizontal des ondes causé par la diffraction et b) selon l'étendue de l'étalement vertical des ondes.

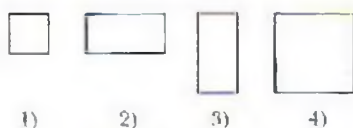


Figure 7.36 Question 4

5. Dans une expérience sur la diffraction produite par une fente unique, le rayon du haut et celui du bas de la fente arrivent à un certain point sur l'écran d'observation avec une différence de marche de $4{,}0\lambda$. Dans un diagramme de vecteurs de Fresnel comme celui de la figure 7.6, combien de cercles superposés la chaîne de vecteurs de Fresnel forme-t-elle ?

6. La nuit, de nombreuses personnes voient des anneaux (nommés *halos entoptiques*) autour de la lumière des lampadaires extérieurs situés dans des zones obscures. Les anneaux sont les premiers maxima secondaires des figures de diffraction produites par des structures de la cornée (ou du cristallin) dans l'œil de l'observateur. (Les maxima centraux de ces figures chevauchent les lumières des lampadaires.) a) Un anneau donné deviendrait-il plus petit ou plus grand si on utilisait une lumière rouge plutôt qu'une lumière bleue dans le lampadaire ? b) Si un lampadaire émet une lumière blanche, la lumière est-elle bleue ou rouge au bord extérieur de l'anneau ?

7. La figure 7.37 représente les franges brillantes comprises dans l'enveloppe centrale d'une figure de diffraction lors d'expériences sur la diffraction produite par deux fentes ; on a utilisé la même longueur d'onde dans les deux expériences. a) La largeur a de la fente, b) la distance d entre les fentes et c) le rapport d/a de l'expérience B sont-ils plus grands, moins grands ou les mêmes que ceux de l'expérience A ?

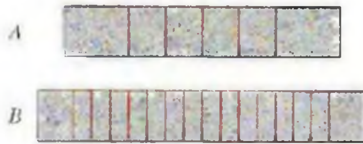


Figure 7.37 Question 7

8. La figure 7.38 représente une raie rouge et une raie verte du même ordre dans la figure produite par un réseau de diffraction. Si on augmente le nombre de fentes éclairées dans le réseau, en enlevant, par exemple, un ruban qui recouvre la moitié des fentes, est-ce que a) les demi-largeurs angulaires des raies et b) la distance entre les raies augmenteront, diminueront ou resteront les mêmes ? c) Les raies seront-elles décalées vers la droite ou vers la gauche, ou resteront-elles au même endroit ?



Figure 7.38 Questions 8 et 9

9. Retournez à la situation décrite dans la question 8 et à la figure 7.38. Si on augmente plutôt le pas du réseau, a) les demi-largeurs angulaires des raies et b) la distance entre les raies augmenteront-elles, diminueront-elles ou resteront-elles les mêmes ? c) Les raies seront-elles décalées vers la droite ou vers la gauche, ou resteront-elles au même endroit ?

10. a) La figure 7.39 a) représente les raies produites par des réseaux de diffraction A et B utilisant de la lumière qui a la même longueur d'onde ; les raies sont du même ordre et apparaissent aux mêmes angles θ. Quel réseau a le plus grand nombre de fentes éclairées ? b) La figure 7.39 b) représente les raies de deux ordres produites par un seul réseau de diffraction utilisant une lumière composée de deux longueurs d'onde, situées toutes les deux dans la région rouge du spectre. Quelles raies correspondent à l'ordre où m est le plus grand : celles de la paire de gauche ou celles de la paire de droite ? c) Le centre de la figure de diffraction est-il à gauche ou à droite dans la figure 7.39 a) ? d) Et dans la figure 7.39 b) ?



Figure 7.39 Question 10

11. a) Dans un réseau de diffraction donné, la plus petite différence $\Delta\lambda$ entre deux longueurs d'onde pouvant être séparées augmente-t-elle, diminue-t-elle ou reste-t-elle la même lorsque la longueur d'onde augmente ? b) Dans une plage de longueur d'onde donnée (environ 550 nm, par exemple), $\Delta\lambda$ est-elle plus grande dans le premier ordre ou dans le troisième ordre ?

12. La figure 7.40 représente une lumière qui atteint un polariseur dont l'axe de transmission est parallèle à un axe des y. On tourne le polariseur de 40° dans le sens horaire par rapport au parcours de la lumière indiqué. Durant cette rotation, la fraction de l'intensité lumineuse initiale transmise par le polariseur augmente-t-elle, diminue-t-elle ou reste-t-elle la même si la lumière est a) initialement non polarisée, b) initialement polarisée parallèlement à l'axe des x et c) initialement polarisée parallèlement à l'axe des y ?

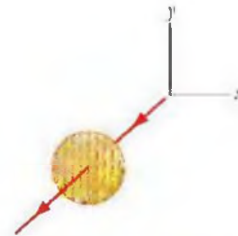


Figure 7.40 Question 12

13. Reportez-vous à la figure 7.34 a). Procédez d'abord avec la lumière qui est initialement polarisée parallèlement à l'axe des x, et écrivez le rapport entre son intensité finale I_3 et son intensité initiale I_0 en utilisant la forme $I_3/I_1 = A \cos^n \theta$. Trouvez A, n et θ lorsqu'on tourne l'axe de transmission du premier polariseur a) de 60° dans le sens antihoraire et b) de 90° dans le sens horaire, par rapport à l'illustration.

14. Supposez maintenant qu'on tourne le deuxième polariseur de la figure 7.34 a), en alignant d'abord son axe de transmission avec l'axe des y ($\theta = 0$) et en l'alignant ensuite avec l'axe des x ($\theta = 90°$). Laquelle des trois courbes de la figure 7.41 illustre le mieux l'intensité de la lumière qui traverse le système des trois polariseurs pendant cette rotation de 90° ?



Figure 7.41 Question 14

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 7.2 La diffraction produite par une seule fente : localiser les minima

1E. Une lumière incidente d'une longueur d'onde de 633 nm éclaire une fente mince. L'angle entre les premiers minima de chaque côté du maximum central est de 1,20°. Quelle est la largeur de la fente ?

2E. Une lumière monochromatique incidente d'une longueur d'onde de 441 nm éclaire une fente mince. Sur un écran éloigné de 2,00 m, la distance entre le deuxième minimum de diffraction et le maximum central est de 1,50 cm. a) Calculez l'angle θ du deuxième minimum. b) Déterminez la largeur de la fente.

3E. Une fente simple est éclairée par une lumière ayant des longueurs d'onde de λ_a et de λ_b, choisies afin que le premier minimum de diffraction de la composante λ_a coïncide avec le deuxième minimum de la composante λ_b. a) Quelle est la relation entre les deux longueurs d'onde ? b) Y a-t-il d'autres minima qui coïncident dans les deux figures de diffraction ?

4E. La distance entre le premier minimum et le cinquième minimum d'une figure de diffraction produite par une fente simple est de 0,35 mm lorsque l'écran est à 40 cm de la fente, et que la lumière a une longueur d'onde de 550 nm. a) Déterminez la largeur de la fente. b) Calculez la position angulaire θ du premier minimum de diffraction.

5E. Une onde plane incidente d'une longueur d'onde de 590 nm éclaire une fente de largeur $a = 0,40$ mm. Une mince lentille convergente

d'une distance focale de +70 cm est placée entre la fente et un écran d'observation, et focalise la lumière sur l'écran. a) À quelle distance de la lentille se trouve l'écran ? b) Quelle est la distance, sur l'écran, entre le centre de la figure de diffraction et le premier minimum ?

6P. Des ondes sonores d'une fréquence de 3 000 Hz et ayant une vitesse de 343 m/s sont diffractées en passant dans l'ouverture rectangulaire d'un haut-parleur et entrent dans un grand auditorium. L'ouverture, dont la largeur horizontale est de 30,0 cm, fait face à un mur éloigné de 100 m (figure 7.42). Par rapport à ce mur, à quel endroit un auditeur se trouve-t-il s'il est au premier minimum de diffraction et qu'il a, de ce fait, de la difficulté à entendre le son ? (Négligez les réflexions.)

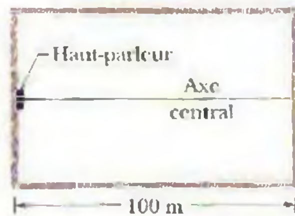


Figure 7.42 Problème 6

7P. Une fente large de 1,00 mm est éclairée par une lumière d'une longueur d'onde de 589 nm. On observe une figure de diffraction sur un écran situé à 3,00 m de distance. Quelle est la distance entre les deux premiers minima de diffraction du même côté du maximum central ? www

SECTION 7.4 L'intensité lumineuse dans une figure de diffraction produite par une fente simple

8E. Une fente large de 0,10 mm est éclairée par une lumière d'une longueur d'onde de 589 nm. Soit le point P d'un écran sur lequel on observe la figure de diffraction créée par la fente ; ce point est à 30° de l'axe central de la fente. Quelle est la différence de phase entre les ondes secondaires de Huygens qui arrivent au point P en provenance du haut et du milieu de la fente ? (*Indice :* Voyez l'équation 7.4.)

9E. Si vous doublez la largeur d'une fente simple, l'intensité du maximum central de la figure de diffraction est multipliée par 4, bien que l'énergie qui passe par la fente ne soit que doublée. Expliquez ce phénomène quantitativement.

10E. Une lumière monochromatique d'une longueur d'onde de 538 nm est incidente sur une fente large de 0,025 mm. Il y a une distance de 3,5 m entre la fente et un écran. Soit un point sur l'écran, situé à 1,1 cm du maximum central. a) Calculez l'angle θ de ce point. b) Calculez α. c) Calculez le rapport entre l'intensité à ce point et l'intensité au maximum central.

11P. La largeur à mi-hauteur d'un maximum central de diffraction est l'angle entre les deux points dans la figure où l'intensité vaut la moitié de celle au centre de la figure (*voir la figure 7.7 b*). a) Démontrez que l'intensité diminue à la moitié de sa valeur maximale lorsque $\sin^2 \alpha = \alpha^2/2$. b) Vérifiez si $\alpha = 1{,}39$ rad (environ 80°) est une solution de l'équation transcendante de a). c) Démontrez que la pleine largeur à la mi-hauteur du maximum est $\Delta\theta = 2 \sin^{-1}(0{,}443\lambda/a)$, où a est la largeur de la fente. d) Calculez la largeur à mi-hauteur du maximum central pour des fentes larges de 1,00, de 5,00 et de 10,0 longueurs d'onde. www

12P. *Le principe de Babinet.* Un faisceau monochromatique de lumière parallèle est incident à un trou « collimateur » de diamètre $x \gg \lambda$. Le point P se trouve dans une zone sombre sur un *écran éloigné* (figure 7.43 a). Deux objets diffractants, illustrés dans la figure 7.43 b), sont placés tour à tour sur le trou du collimateur. A est un cercle opaque comportant un trou et B est le « négatif » de A. À l'aide des concepts relatifs à la superposition, démontrez que l'intensité à P est identique, qu'on emploie l'objet A ou l'objet B.

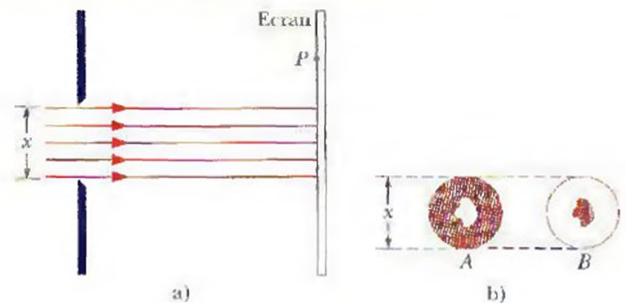


Figure 7.43 Problème 12

13P. a) Démontrez que les valeurs de α, où les maxima d'intensité d'une figure de diffraction créée par une fente unique apparaissent, peuvent être trouvées précisément en dérivant l'équation 7.5 par rapport à α et en posant le résultat égal à zéro pour obtenir la situation où $\tan \alpha = \alpha$. b) Trouvez les valeurs de α qui correspondent à cette équation en faisant le graphique de la courbe $y = \tan \alpha$ et celui de la ligne droite $y = \alpha$, et en trouvant leur point d'intersection, ou en utilisant une calculatrice pour trouver une valeur appropriée de α par la méthode itérative. c) Trouvez les valeurs (non entières) de m correspondant aux maxima successifs dans la figure de diffraction produite par une fente simple. Notez que les maxima secondaires ne se trouvent pas exactement à mi-chemin entre les minima.

SECTION 7.5 La diffraction produite par une ouverture circulaire

14E. Supposez que le lampadaire de la question 6 émet une lumière d'une longueur d'onde de 550 nm. Si le diamètre angulaire d'un anneau est 2,5°, quel est le diamètre (linéaire) approximatif de la pupille qui cause la perception de l'anneau ?

15E. Les deux phares avant d'une voiture qui s'approche sont espacés de 1,4 m. a) À quelle séparation angulaire et b) à quelle distance maximale l'œil pourra-t-il les distinguer ? Supposez que le diamètre de la pupille mesure 5,0 mm et que la longueur d'onde de la lumière est de 550 nm. Supposez également que seuls les effets de la diffraction limitent le pouvoir de résolution, et que le critère de Rayleigh peut être appliqué.

16E. Une astronaute à bord d'une navette spatiale affirme qu'elle peut tout juste distinguer deux sources ponctuelles à la surface de la Terre, à une distance de 160 km. Calculez a) la séparation angulaire et b) la distance linéaire entre ces sources, en supposant que les conditions sont idéales. Posez que $\lambda = 540$ nm et que le diamètre de la pupille de l'astronaute est de 5,0 mm.

17E. Trouvez la distance entre deux points à la surface de la Lune qui peuvent tout juste être distingués par le télescope du mont Palomar, qui a un diamètre de 5,1 m, en supposant que cette distance est déterminée par les effets de la diffraction uniquement. La distance entre la Terre et la Lune est de $3{,}82 \times 10^5$ km, et la lumière a une longueur d'onde de 550 nm. www

18E. Le mur d'une grande chambre est recouvert de tuiles acoustiques parsemées de petits trous dont les centres sont espacés de 5,0 mm. À quelle distance maximale de ces tuiles une personne peut-elle se trouver et encore distinguer les trous, si on suppose que les conditions sont idéales, que la pupille de la personne a un diamètre de 4,0 mm et que la lumière a une longueur d'onde de 550 nm ?

19E. Estimez la distance entre deux objets sur la planète Mars si ces objets peuvent tout juste être distingués de la Terre, dans des

conditions idéales, a) à l'œil nu et b) à l'aide du télescope de 5,1 m de diamètre du mont Palomar. Utilisez les données suivantes : distance Terre-Mars = $8,0 \times 10^7$ km, diamètre de la pupille = 5,0 mm, longueur d'onde de la lumière = 550 nm.

20E Le système de radar d'un croiseur de la marine transmet des données à une longueur d'onde de 1,6 cm et à l'aide d'une antenne circulaire dont le diamètre est de 2,3 m. Dans un rayon de 6,2 km, quelle est la plus petite distance qu'il peut y avoir entre deux vedettes pour que le système de radar puisse encore les distinguer comme deux objets séparés ?

21P Les ailes des cicindèles (figure 7.44) doivent leurs couleurs à une interférence causée par une substance qui forme de fines couches semblables à des cuticules. Ces couches sont disposées en plaques larges de 60 μm et produisent différentes couleurs. La couleur que vous percevez est un effet de pointillisme et d'interférence de pellicules minces, qui varie selon votre perspective. À quelle distance approximative pouvez-vous observer une aile tout en restant dans les limites vous permettant de distinguer les différentes plaques de couleur, d'après le critère de Rayleigh ? La longueur d'onde de la lumière est de 550 nm et le diamètre de votre pupille est de 3,00 mm.

22P En juin 1985, un faisceau de rayons laser fut émis par la station d'optique de l'armée de l'air américaine à Maui, en Hawaii, et réfléchi par la navette *Discovery*, qui se trouvait à 354 km d'altitude au-dessus de la station. Le diamètre du maximum central du rayon laser à la position de la navette était de 9,1 m, et la longueur d'onde du faisceau était de 500 nm. Quel est le diamètre de l'ouverture du laser de la station de Maui ? (*Indice* : Un faisceau laser s'étend seulement sous l'effet de la diffraction ; l'ouverture du laser est circulaire.)

23P Les systèmes radars à ondes millimétriques génèrent un faisceau plus étroit que les radars à micro-ondes conventionnels, ce qui les rend moins vulnérables aux attaques des missiles antiradars. a) Calculez la largeur angulaire du maximum central, produit par un faisceau radar de 220 GHz émis par une antenne circulaire de 55,0 cm de diamètre. (La fréquence est choisie pour coïncider avec une « fenêtre » de faible absorption atmosphérique.) b) Calculez la même quantité en fonction du radar du croiseur décrit dans l'exercice 20. www

24P Un obstacle de forme circulaire d'un diamètre donné produit la même figure de diffraction qu'un trou circulaire de même diamètre (sauf dans le cas des valeurs très proches de $\theta = 0$). Les gouttes de pluie en suspension dans l'air sont des exemples de tels obstacles. Quand vous voyez la Lune à travers des gouttes d'eau en suspension, comme dans un brouillard, vous interceptez une figure de diffraction provenant de nombreuses gouttes. L'ensemble des maxima centraux de diffraction de ces gouttes forme une nappe blanche autour de la Lune et peut l'obscurcir. La figure 7.45 est une photographie où l'on voit la Lune obscurcie. Il y a deux anneaux pâles et colorés autour de la Lune (le plus grand anneau est peut-être trop pâle pour être discernable sur cette photographie). Le plus petit anneau est sur le bord extérieur des maxima centraux produits par les gouttes ; le plus grand anneau est sur le bord extérieur des plus petits maxima secondaires produits par les gouttes (*voir la figure* 7.9). La couleur est visible parce que les anneaux sont adjacents aux minima de diffraction (anneaux sombres) dans les figures. (Les couleurs des autres régions de la figure se chevauchent trop pour être visibles.)

a) Quelle est la couleur des anneaux sur les bords extérieurs des maxima de diffraction ? b) Dans la figure 7.45, l'anneau coloré autour des maxima centraux a un diamètre angulaire valant 1,35 fois celui de la Lune, qui est de 0,50°. Supposez que toutes les gouttes ont le même diamètre. Quel est le diamètre approximatif des gouttes d'eau ?

25P a) Quelle est la séparation angulaire de deux étoiles si leurs images sont tout juste séparées par le télescope de Thaw de l'observatoire Allegheny de Pittsburgh ? La lentille a un diamètre de 76 cm et sa distance focale est de 14 m. Posez λ = 550 nm. b) Trouvez la distance entre ces étoiles tout juste séparées si chacune d'elles est à 10 années-lumière de la Terre. c) Par rapport à l'image d'une de ces étoiles vue avec le télescope, trouvez le diamètre du premier anneau sombre dans la figure de diffraction, tel qu'il serait mesuré sur une plaque photographique placée au plan focal de la lentille du télescope. Supposez que la structure de l'image est entièrement associée à la diffraction à l'ouverture de la lentille, non aux « erreurs » de la lentille.

26P Dans une expérience franco-soviétique visant à analyser la surface de la Lune au moyen d'un faisceau lumineux, le rayonnement

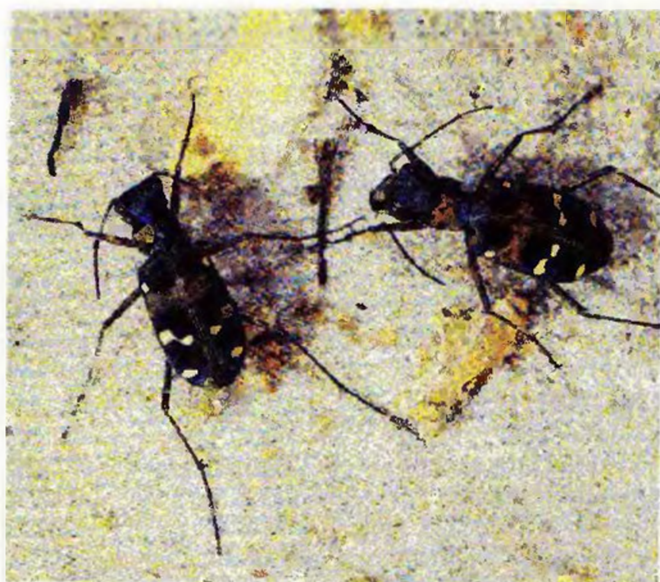


Figure 7.44 Problème 21 Les cicindèles doivent leurs couleurs à une interférence causée par la répartition de fines couches ponctuelles de couleurs, semblables à des cuticules.

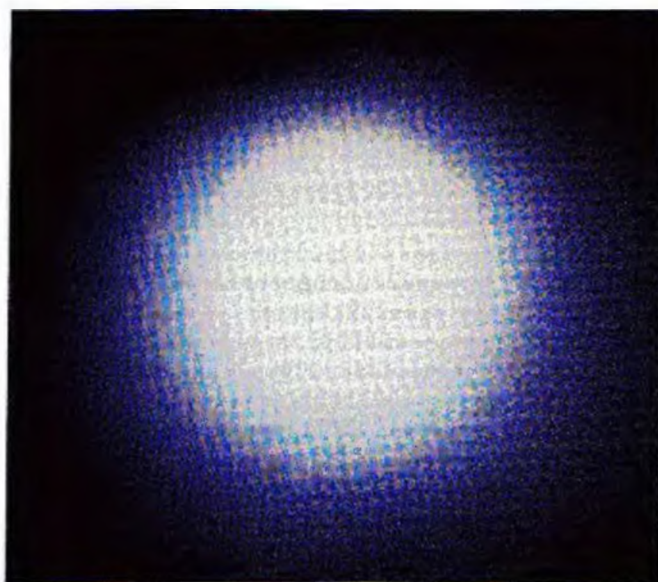


Figure 7.45 Problème 24 La couronne autour de la Lune est la superposition des figures de diffraction provenant de nombreuses gouttes d'eau en suspension dans l'air.

émis par un laser à rubis ($\lambda = 0{,}69\ \mu m$) a été dirigé vers la Lune par un télescope dont le miroir avait un rayon de 1,3 m. Un réflecteur sur la Lune a agi comme un miroir plan circulaire dont le rayon est de 10 m, en réfléchissant la lumière directement vers le télescope sur la Terre. La lumière réfléchie a ensuite été détectée après avoir été mise au foyer par ce télescope. Quelle fraction de l'énergie lumineuse initiale a été captée par ce détecteur ? Supposez que, dans chaque direction du parcours, toute l'énergie est comprise dans le pic central de diffraction.

SECTION 7.6 La diffraction produite par deux fentes

27E. Supposez que l'enveloppe centrale d'une figure de diffraction produite par deux fentes contient 11 franges brillantes, et que les premiers minima de diffraction éliminent (en coïncidant avec elles) les franges brillantes. Combien y a-t-il de franges brillantes entre les premier et deuxième minima de l'enveloppe de diffraction ?

28E. Dans une expérience sur la diffraction créée par deux fentes, la distance d entre le centre des deux fentes vaut 2 fois la largeur a des fentes. Combien de franges brillantes sont comprises dans l'enveloppe centrale de diffraction ?

29P. a) Dans une expérience sur la diffraction créée par deux fentes, quel rapport d/a a pour effet d'éliminer par diffraction la quatrième frange brillante due au phénomène d'interférence entre les deux fentes ? b) Quelles autres franges brillantes sont également éliminées ?

30P. Deux fentes de largeur a et séparées par une distance d sont éclairées par un faisceau de lumière cohérente de longueur d'onde λ. Quelle est la distance entre les franges d'interférence brillantes observées sur un écran situé à une distance D?

31P. a) Combien de franges brillantes apparaissent entre les premiers minima de l'enveloppe de diffraction d'un côté ou de l'autre du maximum central dans une figure créée par deux fentes si $\lambda = 550$ nm, $d = 0{,}150$ mm et $a = 30{,}0\ \mu m$? b) Quel est le rapport entre l'intensité de la troisième frange brillante et l'intensité de la frange centrale ?

32P. Une lumière d'une longueur d'onde de 440 nm passe dans un système à deux fentes, créant une figure de diffraction dont le graphique de l'intensité lumineuse en fonction de la position angulaire θ est illustré à la figure 7.46. Calculez a) la largeur de chaque fente et b) la distance entre les fentes. c) Vérifiez les intensités représentées quand $m = 1$ et $m = 2$ pour les franges d'interférence.

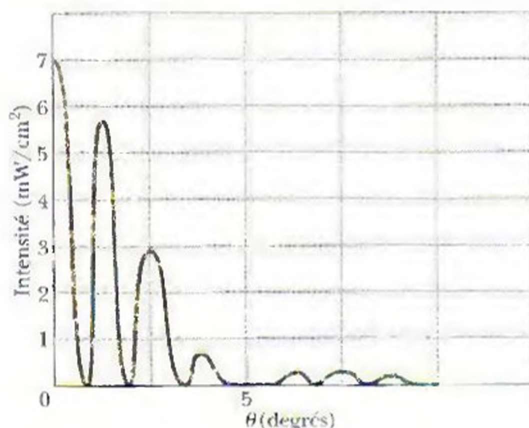


Figure 7.46 Problème 32

SECTION 7.7 Les réseaux de diffraction

33E. Un réseau de diffraction large de 20,0 mm comporte 6 000 fentes. a) Calculez la distance d entre deux fentes adjacents. b) À quels angles θ les maxima d'intensité se produisent-ils sur un écran d'observation, si les rayons incidents sur le réseau ont une longueur d'onde de 589 nm ?

34E. Un réseau comporte 315 fentes/mm. À quelles longueurs d'onde du spectre visible peut-on observer une figure de diffraction au cinquième ordre, lors d'une expérience sur la diffraction ?

35E. Un réseau comporte 400 fentes/mm. Dans le spectre visible (de 400 nm à 700 nm), combien d'ordres positifs peut-il produire lors d'une expérience sur la diffraction, en plus de l'ordre $m = 0$? www

36E. Pour échapper à leurs prédateurs, certains coléoptères (les gyrins) sont colorés par une interférence optique causée par des écailles dont l'alignement forme un réseau de diffraction (qui disperse la lumière au lieu de la transmettre). Lorsque les rayons lumineux incidents sont perpendiculaires au réseau, l'angle entre le maximum du premier ordre et le maximum central (de part et d'autre du maximum central) est d'environ 26°, pour une lumière d'une longueur d'onde de 550 nm. Quel est le pas du réseau du gyrin ?

37P. Une lumière d'une longueur d'onde de 600 nm arrive à incidence normale sur un réseau de diffraction. Deux maxima adjacents se produisent à des angles donnés par $\sin\theta = 0{,}2$ et $\sin\theta = 0{,}3$. Il n'y a pas de maxima au quatrième ordre. a) Quelle est la distance entre deux fentes adjacentes ? b) Quelle est la plus petite largeur de fente qu'on peut observer dans ce réseau ? c) Quels ordres produits par le réseau sont visibles, si l'on considère les valeurs dérivées de a) et de b) ?

38P. Un réseau se compose de fentes d'une largeur de 300 nm espacées de 900 nm. Le réseau est éclairé par des ondes planes monochromatiques de longueur d'onde $\lambda = 600$ nm qui sont incidentes selon la normale. a) Combien de maxima y a-t-il dans la figure de diffraction entière ? b) Quelle est la largeur d'une raie spectrale observée au premier ordre, s'il y a 1 000 fentes dans le réseau ?

39P. Supposez qu'on fixe arbitrairement les limites du spectre visible à 430 nm et à 680 nm. Calculez le nombre de fentes par millimètre dans un réseau qui dispersera le spectre du premier ordre suivant un angle de 20°. www

40P. Lorsqu'une lumière incidente provenant d'un tube à décharge tombe selon la normale sur un réseau dans lequel la distance entre les fentes est de $1{,}73\ \mu m$, de fins maxima de couleur verte sont produits aux angles $\theta = \pm 17{,}6°$, 37,3°, −37,1°, 65,2° et −65,0°. Calculez la longueur d'onde de la lumière verte qui correspond le mieux à ces données.

41P. Une lumière éclaire un réseau à un angle d'incidence ψ, comme l'illustre la figure 7.47. Démontrez que des franges brillantes apparaissent aux angles θ qui correspondent à l'équation

$$d(\sin\psi + \sin\theta) = m\lambda, \qquad \text{lorsque } m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$$

(Comparez cette équation avec l'équation 7.22.) Dans ce chapitre, on n'a traité que du cas particulier où $\psi = 0$.

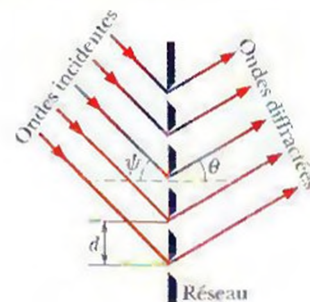


Figure 7.47 Problème 41

42P. Un réseau dans lequel $d = 1{,}50\ \mu m$ est éclairé en fonction de différents angles d'incidence par une lumière ayant une longueur d'onde de 600 nm. Représentez graphiquement la déviation angulaire du maximum de premier ordre par rapport à la direction d'incidence, en fonction de l'angle d'incidence (de 0 à 90°). *(Voir le problème 41.)*

43P. Dérivez l'équation 7.25, l'expression des demi-largeurs angulaires des raies obtenues pour la figure de diffraction d'un réseau.

44P. Un réseau comporte 350 fentes par millimètre et est éclairé à incidence normale par une lumière blanche. Un spectre se forme sur un écran situé à 30 cm du réseau. Si on perce un trou de 10 mm de côté dans l'écran, son côté intérieur se trouvant à 50 mm du maximum central et parallèle à ce dernier, quelle sera la gamme de longueurs d'onde de la lumière qui passera par le trou ?

45P*. Dérivez cette expression donnant l'intensité lumineuse de la figure de diffraction obtenue à partir d'un « réseau » comportant trois fentes :

$$I = \frac{1}{9}I_m(1 + 4\cos\phi + 4\cos^2\phi),$$

où $\phi = (2\pi d \sin\theta)/\lambda$. Posez $a \ll \lambda$; basez-vous sur la dérivation de la formule correspondante pour deux fentes (l'équation 6.21).

SECTION 7.8 Les réseaux : le pouvoir dispersif et le pouvoir de résolution

46E. La ligne *D* dans le spectre du sodium est un doublet dont les longueurs d'onde sont de 589,0 nm et de 589,6 nm. Calculez le nombre minimum de fentes requis dans un réseau qui permet de séparer ce doublet au deuxième ordre. Voyez l'exemple 7.5.

47E. Une source lumineuse contenant un mélange d'atomes d'hydrogène et de deutérium émet une lumière rouge à deux longueurs d'onde qui ont une différence de 0,180 nm et dont la moyenne est de 656,3 nm. Trouvez le nombre minimum de fentes qu'un réseau de diffraction doit avoir pour séparer ces raies au premier ordre. www

48E. Un réseau comporte 600 fentes/mm et a une largeur de 5,0 mm. a) Quel est le plus petit intervalle de longueur d'onde qu'il peut séparer dans le troisième ordre à $\lambda = 500$ nm ? b) Combien d'ordres plus élevés peuvent être observés ?

49E. Démontrez que le pouvoir dispersif d'un réseau est égal à $D = (\tan\theta)/\lambda$.

50E. Dans un certain réseau, le doublet du sodium (*voir l'exemple 7.5*) est observé au troisième ordre, à 10° de la normale, et est tout juste séparé. Trouvez a) le pas du réseau et b) la largeur minimale du réseau.

51P. Un réseau de diffraction a un pouvoir de résolution $R = \lambda_{moy}/\Delta\lambda = Nm$. a) Démontrez que la gamme de fréquences correspondante Δf, où les fréquences peuvent tout juste être séparées, est donnée par $\Delta f = c/(Nm\lambda)$. b) À l'aide de la figure 7.18, démontrez que le temps que prend la lumière pour se propager le long d'un rayon qui part de la fente du bas diffère d'une quantité $\Delta t = (Nd/c) \sin\theta$ par rapport au temps qu'elle prend pour se propager le long d'un rayon qui part de la fente du haut. c) Démontrez que $(\Delta f)(\Delta t) = 1$, cette relation étant indépendante des divers paramètres des réseaux. Posez $N \gg 1$.

52P. a) Effectuez le produit de la demi-largeur angulaire d'une raie obtenue par un réseau et du pouvoir de résolution du réseau, et exprimez-le en fonction de l'angle θ situant cette raie. b) Évaluez ce produit pour le réseau du problème 38, au premier ordre.

SECTION 7.9 La diffraction des rayons X

53E. Des rayons X d'une longueur d'onde de 0,12 nm sont réfléchis au deuxième ordre, à un angle de 28°, sur un cristal de fluorure de lithium. Quel est l'espacement entre les plans atomiques réfléchissants dans le cristal ?

54E. La figure 7.48 est un graphique de la distribution de l'intensité lumineuse, en fonction de la position angulaire θ, pour la diffraction d'un faisceau de rayons X par un cristal. Le faisceau comporte deux longueurs d'onde, et l'espacement entre les plans atomiques réfléchissants est de 0,94 nm. Quelles sont les deux longueurs d'onde ?

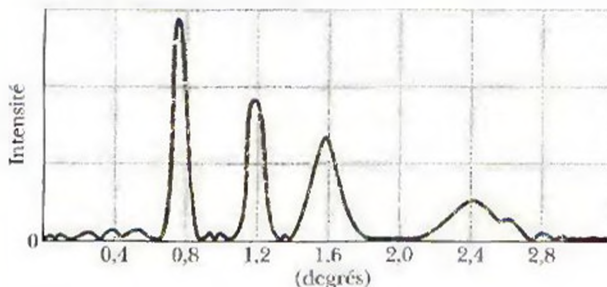


Figure 7.48 Exercice 54

55E. Un faisceau de rayons X d'une longueur d'onde donnée tombe sur un cristal de NaCl, à un angle d'incidence de 30,0° par rapport à un ensemble donné de plans atomiques réfléchissants séparés par un espacement de 39,8 pm. Si la réflexion à ces plans se produit au premier ordre, quelle est la longueur d'onde des rayons X ?

56E. Un faisceau de rayons X de longueur d'onde *A* est réfléchi au premier ordre dans un cristal lorsque son angle d'incidence à une face du cristal est de 23°, et un faisceau de rayons X de longueur d'onde de 97 pm est réfléchi au troisième ordre lorsque son angle d'incidence est de 60° par rapport à cette face. Supposez que les deux faisceaux sont réfléchis par le même ensemble de plans atomiques réfléchissants. Trouvez a) l'espacement entre les plans et b) la longueur d'onde *A*.

57P. Démontrez qu'il est impossible de déterminer simultanément la longueur d'onde d'un rayonnement incident et l'espacement entre les plans réfléchissants dans un cristal en mesurant l'angle des maxima en fonction de plusieurs ordres.

58P. Dans la figure 7.49, une réflexion au premier ordre se produit aux plans réfléchissants illustrés lorsqu'un faisceau de rayons X d'une longueur d'onde de 0,260 nm forme un angle de 63,8° avec la face supérieure du cristal. Quelle est la taille de la maille élémentaire a_0 ?

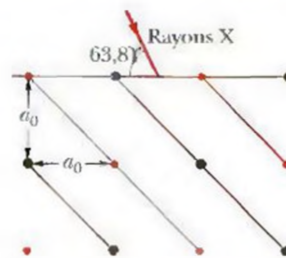


Figure 7.49 Problème 58

59P. Examinez une structure de cristal carrée et bidimensionnelle, par exemple un côté de la structure illustrée dans la figure 7.26 a). L'espacement entre les plans réfléchissants correspond à la taille de la maille élémentaire a_0. a) Calculez les cinq plus petits espacements suivants et faites-en le schéma. b) Démontrez que vos résultats en a) correspondent à la formule générale

$$d = \frac{a_0}{\sqrt{h^2 + k^2}},$$

où *h* et *k* sont des nombres entiers premiers (ils n'ont aucun facteur commun autre que l'unité). www

60P. Dans la figure 7.50, un faisceau de rayons X, dont les longueurs d'onde vont de 95,0 pm à 140 pm, arrive à un angle d'incidence de 45° par rapport à un ensemble de plans réfléchissants séparés

par un espacement $d = 275$ pm. À quelles longueurs d'onde ces plans produiront-ils des maxima d'intensité lors de leurs réflexions ?

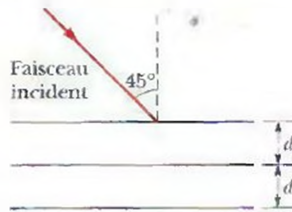


Figure 7.50 Problèmes 60 et 61

61P. Dans la figure 7.50, un faisceau de rayons X d'une longueur d'onde de 0,125 nm tombe sur un cristal de NaCl, à un angle d'incidence de 45° avec la surface supérieure du cristal et un ensemble de plans réfléchissants séparés par un espacement $d = 0{,}252$ nm. À quels angles doit-on faire pivoter le cristal sur un axe perpendiculaire au plan de la page si on veut que ces plans réfléchissants produisent des maxima d'intensité lors de leurs réflexions ?

SECTION 7.10 La polarisation

62E. Les équations du champ magnétique d'une onde électromagnétique dans le vide sont $B_x = B\sin(ky + \omega t)$ et $B_y = B_z = 0$. a) Quelle est la direction de la propagation ? b) Écrivez les équations du champ électrique. c) L'onde est-elle polarisée ? Si oui, dans quelle direction ?

63E. Un rayon de lumière non polarisée d'une intensité de 10 mW/m² est transmis à travers un polariseur, comme l'illustre la figure 7.30. a) Trouvez la valeur maximale du champ électrique du rayon transmis. b) Quelle est la pression de radiation exercée sur le polariseur ?

64E. Dans la figure 7.51, une lumière initialement non polarisée est transmise à travers trois polariseurs dont les axes de transmission forment des angles de $\theta_1 = \theta_2 = \theta_3 = 50°$ par rapport à l'axe des y. Quel pourcentage de l'intensité initiale de lumière est transmis par le système des trois polariseurs ? (*Indice :* Prêtez attention à la façon dont les angles sont définis dans la figure 7.51.)

65E. Dans la figure 7.51, une lumière initialement non polarisée traverse trois polariseurs dont les axes de transmission forment des angles $\theta_1 = 40°$, $\theta_2 = 20°$ et $\theta_3 = 40°$ par rapport à l'axe des y. Quel pourcentage de l'intensité initiale de lumière est transmis par le système ? (*Indice :* Prêtez attention à la façon dont les angles sont définis dans la figure 7.51.)

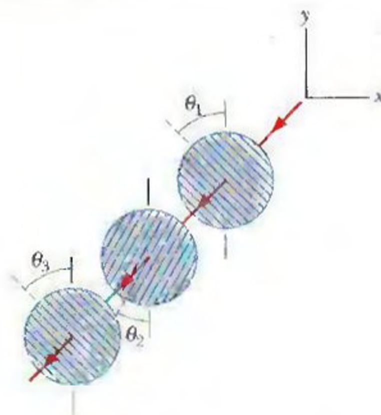


Figure 7.51 Exercices 64 et 65

66P. Un rayon de lumière polarisée traverse un système de deux polariseurs. Par rapport à la direction de polarisation de cette lumière incidente, l'axe de transmission des polariseurs forme un angle θ pour le premier polariseur et un angle de 90° pour le deuxième. Si 10 % de l'intensité incidente est transmise par les deux polariseurs, quelle est la valeur de θ ?

67P. Un faisceau horizontal de lumière polarisée verticalement et d'une intensité de 43 W/m² traverse deux polariseurs. L'axe de transmission du premier forme un angle de 70° avec la verticale, et celui du deuxième est horizontal. Quelle est l'intensité de la lumière transmise par le système des deux polariseurs ? www

68P. Reportez-vous au problème 67 et supposez que la lumière initiale est non polarisée. Quelle est alors l'intensité de la lumière transmise ?

69P. Un faisceau de lumière partiellement polarisée peut être considéré comme un mélange de lumière polarisée et non polarisée. Supposez qu'un tel faisceau traverse un polariseur, et qu'on tourne ensuite le polariseur de 360° en le maintenant perpendiculaire au faisceau. Si l'intensité de la lumière transmise varie par un facteur de 5,0 pendant cette rotation, quelle fraction de l'intensité du faisceau initial est associée à la lumière polarisée du faisceau ? www

70P. Sur une plage, la lumière est généralement polarisée partiellement, à cause des réflexions sur le sable et à la surface de l'eau. À un endroit particulier et un peu avant le coucher du soleil, la composante horizontale du vecteur champ électrique vaut 2,3 fois la composante verticale. Un baigneur met ses lunettes solaires polarisées ; les lentilles éliminent la composante horizontale du champ. a) Quelle fraction de l'intensité lumineuse reçue avant que le baigneur mette ses lunettes atteint maintenant ses yeux ? b) Le baigneur, qui porte toujours ses lunettes, s'étend sur le côté. Quelle fraction de l'intensité lumineuse reçue avant qu'il mette ses lunettes atteint maintenant ses yeux ?

71P. On veut changer de 90° la direction de polarisation d'un faisceau de lumière polarisée en lui faisant traverser un ou plusieurs polariseurs. a) Quel est le nombre minimum de polariseurs requis ? b) Quel est le nombre minimum de polariseurs requis pour que l'intensité transmise soit supérieure à 60 % de l'intensité initiale ?

SECTION 7.11 La polarisation par réflexion

72E. a) À quel angle d'incidence la lumière réfléchie sur l'eau sera-t-elle entièrement polarisée ? b) Cet angle dépend-il de la longueur d'onde de la lumière ?

73E. De la lumière qui se propage dans l'eau, dont l'indice de réfraction est 1,33, est incidente à une plaque de verre dont l'indice de réfraction est 1,53. À quel angle d'incidence la lumière réfléchie sera-t-elle entièrement polarisée ?

74E. Calculez les limites supérieure et inférieure des angles de Brewster d'une lumière blanche incidente à un verre de silice. Supposez que la longueur d'onde de la lumière se situe entre 400 nm et 700 nm.

Problèmes supplémentaires

75. Dans un système de télévision conventionnel, les signaux sont transmis des tours de transmission aux postes récepteurs. Même si un récepteur n'est pas dans la ligne directe d'une tour à cause d'un obstacle naturel ou d'un édifice, il peut tout de même intercepter un signal si celui-ci est suffisamment diffracté autour de l'obstacle, dans la « zone sombre » de l'obstacle. Les signaux de télévision courants ont une longueur d'onde d'environ 50 cm, mais les nouveaux signaux numériques de télévision qui seront transmis des tours auront une longueur d'onde d'environ 10 mm. a) Ce changement dans la longueur d'onde augmentera-t-il ou diminuera-t-il la diffraction des signaux dans les zones sombres des obstacles ? Supposez qu'un signal passe dans une ouverture de 5,0 m de largeur entre deux édifices adjacents. Quel est l'étalement angulaire du

maximum central de diffraction (jusqu'aux premiers minima) par rapport à des longueurs d'onde de b) 50 cm et c) 10 mm ?

76. On pose ici que le critère de Rayleigh donne la limite du pouvoir de résolution des yeux d'un astronaute qui regarde la surface de la Terre depuis une navette spatiale se trouvant à une altitude de 400 km. a) Dans ces conditions, estimez la plus petite séparation linéaire que l'astronaute peut distinguer à la surface de la Terre. Le diamètre de la pupille de l'astronaute est de 5,0 mm et la longueur d'onde de la lumière visible est de 550 nm. b) L'astronaute peut-il distinguer la Grande Muraille de Chine (figure 7.52), qui mesure plus de 3 000 km de long, a entre 5 m et 10 m d'épaisseur à sa base, 4 m à son sommet et 8 m de haut ? c) L'astronaute peut-il distinguer des signes de vie intelligente à la surface de la Terre ?



Figure 7.52 Problème 76

77. *Flotteurs.* Comme on l'a mentionné dans la section 7.1, les petites taches et les structures semblables à des cheveux que vous voyez parfois flotter dans votre champ de vision sont, en réalité, des figures de diffraction produites sur votre rétine. Elles sont toujours présentes, mais elles ne sont discernables que lorsque vous regardez vers un arrière-plan uniforme et clair, comme le ciel ou un mur brillamment éclairé. Les figures sont produites lorsque la lumière frappe des dépôts dans le gel (l'humeur aqueuse) qui remplit une grande partie de vos yeux. La lumière est diffractée autour de ces dépôts et dans leur « zone sombre », comme la lumière dans l'expérience de Fresnel décrite dans la section 7.1. Vous ne percevez pas les dépôts eux-mêmes, mais bien leurs figures de diffraction sur votre rétine. On appelle ces figures des « flotteurs » car, lorsque vous bougez vos yeux, le gel se trouble (un peu comme un dessert à la gélatine qu'on secouerait), ce qui fait déplacer les figures de diffraction sur votre rétine. Avec l'âge, le gel peut se troubler davantage, car il adhère moins bien aux parois intérieures de l'œil ; vous remarquerez donc davantage ces flotteurs en vieillissant, ce qui vous rappellera le phénomène de diffraction.

Si vous voulez étudier ces figures, vous pouvez les rendre plus facilement discernables en regardant à travers un trou d'aiguille, qui agit comme une source ponctuelle de lumière (comme on le voit dans la figure 6.5 c). Vous pourrez alors voir des flotteurs de forme circulaire dotés d'un centre brillant entouré d'un ou de plusieurs anneaux sombres (figure 7.53 a) ; ils peuvent aussi avoir la forme d'un cheveu comportant un centre brillant et quelques bandes sombres sur les côtés (figure 7.53 b).

Pour estimer la taille des dépôts à la surface de vos yeux, procédez de la façon suivante : percez un trou dans une feuille de carton opaque, à une distance du bord de la feuille semblable à la distance entre votre nez et le centre de vos yeux. Tracez un cercle de diamètre $D = 2$ mm sur une autre feuille de carton. Placez le trou directement en face de votre œil droit et tenez la figure du cercle en face de votre œil gauche. Regardez le ciel à travers le trou d'aiguille avec votre œil droit, en même temps que vous regardez le cercle avec votre œil gauche. Avec un peu de pratique, vous pourrez faire coïncider les deux images, et le cercle apparaîtra alors parmi les flotteurs.

Ajustez la distance entre le cercle et votre œil gauche jusqu'à ce que le cercle ait approximativement la même taille qu'un des flotteurs circulaires. Demandez à quelqu'un de mesurer la distance L entre le cercle et votre œil gauche (une estimation suffira). La figure 7.53 c) représente une vue schématisée du cercle que vous percevrez : des rayons passent à travers la lentille (le cristallin) de l'œil et forment une image du cercle sur la rétine, à une distance $L' = 2{,}0$ cm derrière la lentille. En vous fondant sur cette perception du cercle et sur la valeur de L, trouvez le diamètre D' de l'image du cercle (et de celle d'une des figures) sur la rétine.

On peut faire l'approximation que le dépôt a une forme sphérique. Sa figure de diffraction est alors identique (sauf en son centre) à celle d'une ouverture circulaire du même diamètre ; votre perception visuelle du dépôt est donc identique (sauf au centre) à la figure illustrée dans la figure 7.9. De plus, la position du premier minimum de la figure de diffraction du dépôt est donnée par l'équation 7.12 ($\sin\theta = 1{,}22\lambda/d$). Supposez que la longueur d'onde de la lumière est de 550 nm. Servez-vous de la figure 7.53 d) pour relier l'angle θ au rayon $\frac{1}{2}D'$ de l'image du cercle sur la rétine et à la distance x entre le dépôt et la rétine. Supposez que la valeur de x se situe entre 1 mm et 1,5 mm. Quel est alors le diamètre approximatif des dépôts à la surface de votre œil ?

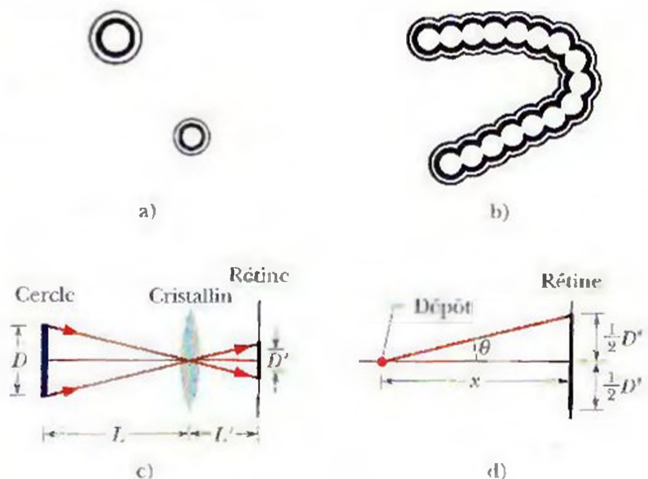


Figure 7.53 Problème 77

78. Dans la figure 7.54, un rayon de lumière dans l'air est incident à une couche plane (substance 2) dont l'indice de réfraction est $n_2 = 1{,}5$. Sous la substance 2 se trouve la substance 3, dont l'indice de réfraction est n_3. Le rayon incident à l'interface entre l'air et la substance 2 forme un angle de Brewster à cette interface. Le rayon de lumière réfracté dans la substance 3 est incident à l'interface entre la substance 2 et la substance 3 et forme un angle de Brewster à cette interface. Quelle est la valeur de n_3 ?

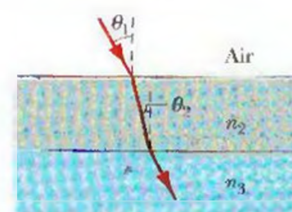


Figure 7.54 Problème 78

8 La relativité restreinte

Aujourd'hui, dans le domaine de la navigation sur de longues distances, la position et la vitesse précises d'un avion sont continuellement suivies et mises à jour. Un système de satellites de navigation appelé NAVSTAR permet de déterminer les positions et les vitesses partout sur Terre, avec des incertitudes respectives de 16 m et de 2 cm/s. Cependant, si on ne tenait pas compte de la relativité, il serait impossible d'obtenir une incertitude sur la vitesse inférieure à 20 cm/s, ce qui est inacceptable en navigation moderne.

Comment se fait-il qu'une théorie aussi abstraite que la relativité restreinte d'Einstein soit nécessaire à une chose aussi pratique que la navigation ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.



8.1 Qu'est-ce que la relativité ?

Un des principaux objets de la **relativité restreinte** est constitué des mesures des événements (des phénomènes qui arrivent), c'est-à-dire de l'instant et de l'endroit où ils se produisent, ainsi que des intervalles qui séparent deux événements dans l'espace et dans le temps. La relativité a aussi trait à la transformation de mesures entre des référentiels se déplaçant les uns par rapport aux autres (d'où le nom *relativité*). On en a déjà parlé dans les sections 4.9 et 4.10 du volume 1.

En 1905, les physiciens connaissaient bien les transformations et les référentiels en mouvement. C'est à cette époque qu'Albert Einstein publia sa **théorie de la relativité restreinte.** L'adjectif *restreinte* signifie que cette théorie ne concerne que des **référentiels d'inertie,** ou **référentiels inertiels**, qui sont ceux où la première loi de Newton s'applique. Autrement dit, elle n'a trait qu'aux cas où les référentiels n'accélèrent pas, où ils se déplacent à des vitesses constantes les uns par rapport aux autres. (La *théorie de la relativité générale* d'Einstein traite de l'équivalence locale entre un référentiel accéléré et la gravitation [voir la section 14.9 du volume 1]. Dans ce chapitre, le terme *relativité* ne réfère qu'à la relativité restreinte.)

À partir de deux postulats incroyablement simples, Einstein a étonné la communauté scientifique en démontrant que certaines vieilles idées sur la relativité étaient fausses, même si elles étaient familières à tout le monde et que personne ne remettait le gros bon sens en question. Ce gros bon sens était toutefois basé sur des expériences ne mettant en jeu que des objets se déplaçant plutôt lentement. La relativité d'Einstein, qui se révéla juste pour toutes les vitesses possibles, prédisait de nombreux effets qui semblaient bizarres à première vue, parce que personne n'en avait fait l'expérience.

Einstein démontra en particulier que l'espace et le temps forment un tout qu'on appelle l'espace-temps : le temps qui sépare deux événements dépend de la distance qui sépare ces événements, et vice versa. De plus, les mesures d'intervalles de temps et de distances sont différentes pour des observateurs qui se déplacent les uns par rapport aux autres. L'enseignement qui en résulte est que le temps ne s'écoule pas de façon fixe, comme s'il était réglé par la régularité mécanique d'une horloge qui contrôlerait l'Univers. Au contraire, l'écoulement du temps peut plutôt s'ajuster : le mouvement relatif peut modifier l'écoulement du temps. Avant 1905, personne*, sauf un rêveur, n'aurait pu l'imaginer. Aujourd'hui, les ingénieurs et les scientifiques tiennent ce fait pour acquis, car leur expérience avec la relativité restreinte a remodelé leur gros bon sens.



Figure 8.1 Einstein, au début des années 1900, à son pupitre du Bureau des brevets de Berne (Suisse), où il travaillait quand il a publié sa théorie de la relativité restreinte.

* Les résultats d'Einstein ont été découverts de façon indépendante à la même époque par le mathématicien français Henri Poincaré.

La relativité restreinte a la réputation d'être complexe. Elle n'est pas difficile du point de vue mathématique, du moins, pas ici. Cependant, la difficulté provient du fait que, pour les mesures liées à un événement, il faut tenir compte de *qui* mesure *quoi* et de *comment* ces mesures sont prises (ce qui peut être difficile, parce que cela peut aller à l'encontre de notre expérience courante).

8.2 Les postulats

On examinera maintenant les deux postulats sur lesquels se fonde la théorie d'Einstein.

> **1. Le postulat de la relativité :** les lois de la physique sont les mêmes pour tous les observateurs se trouvant dans des référentiels inertiels. Tous les référentiels inertiels sont équivalents.

Galilée croyait que les lois de la *mécanique* étaient les mêmes dans tous les référentiels inertiels. (La première loi de Newton en est une conséquence importante.) Einstein a élargi cette idée pour y inclure *toutes* les lois de la physique, notamment celles de l'électromagnétisme et de l'optique. Ce postulat *ne* dit *pas* que les valeurs de toutes les grandeurs physiques mesurées sont les mêmes pour tous les observateurs inertiels : certaines le sont (on dit qu'elles sont invariantes), mais la plupart ne le sont pas (on dit qu'elles sont relatives). Ce sont plutôt les *lois de la physique*, qui font le lien entre ces mesures, qui sont les mêmes.

> **2. Le postulat de la vitesse de la lumière :** la vitesse de la lumière dans le vide a la même valeur c dans toutes les directions et dans tous les référentiels inertiels.

On peut également formuler ce postulat de façon à dire qu'il y a, dans la nature, une *vitesse c limite,* identique dans toutes les directions et dans tous les référentiels inertiels. C'est un invariant relativiste. La lumière voyage donc à cette vitesse limite, comme toute particule sans masse (les neutrinos en sont peut-être un exemple). Cependant, aucune entité qui transporte de l'énergie ou de l'information ne peut dépasser cette vitesse. D'ailleurs, aucune particule ayant une masse ne peut atteindre cette vitesse c, peu importe le module et la durée de son accélération. Cette vitesse limite n'est pas une propriété de l'onde électromagnétique, mais bien une propriété de la structure de l'espace-temps.

On a testé ces deux postulats de manière exhaustive ; on n'a décelé aucune exception.

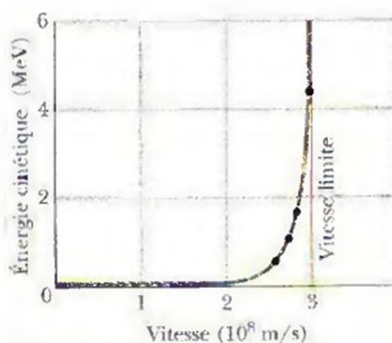


Figure 8.2 Les points représentent les valeurs mesurées de l'énergie cinétique d'un électron en fonction de sa vitesse mesurée. Peu importe la quantité d'énergie fournie à un électron (ou à toute autre particule ayant une masse), sa vitesse ne peut jamais égaler ni dépasser la vitesse limite c. (La courbe qui relie les points illustre les prédictions de la théorie de la relativité restreinte d'Einstein.)

La vitesse limite

L'existence d'une vitesse limite pour les électrons accélérés a été démontrée lors d'une expérience menée par W. Bertozzi en 1964. Il a accéléré des électrons à différentes vitesses mesurées (voir la figure 8.2) et a également mesuré leurs énergies cinétiques (à l'aide d'une méthode indépendante). Il a trouvé que, à mesure que la force sur un électron très rapide augmente, l'énergie cinétique mesurée de l'électron augmente jusqu'à de très grandes valeurs alors que sa vitesse n'augmente pas de manière appréciable. Les électrons ont atteint une vitesse d'au moins 0,999 999 999 95 fois celle de la lumière (dans certains accélérateurs de particules), mais, bien qu'elle s'en approche, cette vitesse est encore inférieure à la vitesse limite c.

Le mètre est maintenant défini de manière à ce que la valeur exacte de cette vitesse limite soit :

$$c = 299\,792\,458 \text{ m/s}. \tag{8.1}$$

Jusqu'à maintenant, dans ce livre, on l'a arrondie (de manière appropriée) à $3{,}0 \times 10^8$ m/s ; dans ce chapitre, on l'arrondira plutôt à $2{,}998 \times 10^8$ m/s. Vous pouvez entrer la valeur exacte dans la mémoire de votre calculatrice (si elle n'y est pas déjà) pour la rappeler au besoin.

Tester le postulat de la vitesse de la lumière

Si la vitesse de la lumière est la même dans tous les référentiels inertiels, la vitesse de la lumière émise par une source en mouvement doit être la même que celle de la lumière provenant d'une source au repos en laboratoire. Cette affirmation a été testée directement lors d'une expérience de haute précision. La « source lumineuse » était un *pion neutre* (symbole π^0), une particule subatomique instable à courte vie qu'on peut produire par des collisions dans un accélérateur de particules. Cette particule se désintègre en deux rayons gamma de la manière suivante :

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma. \tag{8.2}$$

Puisque les rayons gamma font partie du spectre électromagnétique (à très hautes fréquences), ils obéissent aux postulats de la vitesse de la lumière, comme c'est le cas de la lumière visible.

En 1964, au cours d'une expérience, les physiciens du CERN, le laboratoire européen de physique des particules situé près de Genève, ont généré un faisceau de pions voyageant à $0{,}999\,75c$ par rapport au laboratoire. Les expérimentateurs ont alors mesuré la vitesse des rayons gamma émis par ces sources se déplaçant à haute vitesse. Ils ont constaté que la lumière émise par ces pions était identique à celle qu'ils auraient émise s'ils avaient été immobiles dans le laboratoire.

8.3 Mesurer un événement

Un **événement** est quelque chose qui se produit et qui marque une position de l'espace-temps. Un observateur peut décrire cet événement à l'aide de trois coordonnées de position et une coordonnée de temps. Parmi de nombreux événements possibles, on trouve la mise sous tension ou hors tension d'une minuscule ampoule électrique, la collision de deux particules, le passage d'une impulsion lumineuse à un point déterminé, une explosion et la coïncidence de l'aiguille d'une horloge avec une marque située à la circonférence du cadran. Par exemple, un certain observateur, immobile dans un référentiel inertiel donné, pourrait attribuer à un événement A les coordonnées fournies dans le tableau 8.1. Étant donné que la théorie de la relativité lie étroitement temps et espace, on peut qualifier collectivement ces coordonnées de coordonnées d'*espace-temps* de l'événement. Il faut noter que le système de coordonnées lui-même fait partie du référentiel de l'observateur.

Un événement donné peut être observé par un grand nombre d'observateurs, chacun se trouvant dans son propre référentiel inertiel. En général, différents observateurs attribueront différentes coordonnées d'espace-temps au même événement. Notez qu'un événement n'« appartient » pas à un référentiel inertiel particulier. Un événement n'est qu'un phénomène qui se produit, et toute personne se trouvant dans un référentiel peut l'observer et y attribuer des coordonnées d'espace-temps.

Une telle attribution peut être compliquée par un problème pratique. Par exemple, supposez qu'un ballon éclate à 1 km à votre droite à l'instant même où une fusée pyrotechnique explose à 2 km à votre gauche, les deux événements se produisant à 9 h 00. Vous ne voyez aucun de ces événements à 9 h 00 précises, parce que la lumière émise par ces événements ne vous a pas encore atteint. Étant donné que la lumière provenant de la fusée pyrotechnique doit parcourir une distance plus grande, elle atteint vos yeux après celle qui provient de l'éclatement du ballon ; l'explosion de la fusée vous semblera donc se produire plus tard que l'éclatement du ballon. Pour déterminer l'instant précis où ces événements ont eu lieu, soit 9 h 00, vous devez calculer la durée du trajet de chaque rayon lumineux, puis soustraire ce temps de l'heure d'arrivée de la lumière.

Cette méthode peut s'avérer très compliquée dans des situations difficiles ; il en faudrait une plus facile, qui éliminerait automatiquement toute relation au temps de parcours entre un événement et l'observateur. Pour élaborer une telle méthode, on peut construire un réseau imaginaire de tiges graduées et d'horloges dans le référentiel inertiel de l'observateur (ce réseau se déplace de manière rigide avec l'observateur). Cette construction peut sembler artificielle, mais elle vous évitera beaucoup de confusion et de calculs, et vous permettra de déterminer les coordonnées de position, la coordonnée de temps et les coordonnées d'espace-temps de la manière suivante.

TABLEAU 8.1 Enregistrement de l'événement A

Coordonnée	Valeur
x	3,58 m
y	1,29 m
z	0 m
t	34,5 s

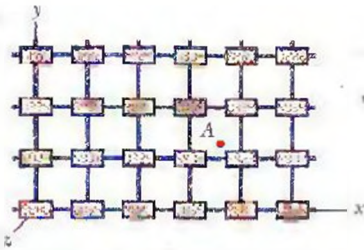


Figure 8.3 Section d'un réseau à trois dimensions d'horloges et de tiges graduées qui permet à un observateur d'attribuer des coordonnées d'espace-temps à un événement, comme à un éclair lumineux situé au point A. Les coordonnées de position de l'événement sont approximativement $x = 3{,}7$ longueurs de tige, $y = 1{,}2$ longueur de tige et $z = 0$. La coordonnée de temps correspond au temps indiqué par l'horloge qui est la plus près de A à l'instant où l'éclair se produit.

1. **Les coordonnées de position.** Imaginez que le système de coordonnées de l'observateur est quadrillé par un réseau à trois dimensions de tiges graduées rapprochées, chacun des trois axes de coordonnées ayant un ensemble de tiges qui lui est parallèle. Supposez maintenant que l'événement est la mise sous tension d'une petite ampoule électrique. Pour localiser l'événement, l'observateur n'a besoin que de lire les trois coordonnées de position de l'ampoule.
2. **La coordonnée de temps.** Pour déterminer la coordonnée de temps, imaginez que chaque intersection des tiges graduées renferme une minuscule horloge, que l'observateur peut lire grâce à la lumière générée par l'événement. La figure 8.3 suggère un plan du réseau formé par ces horloges et ces tiges.

   Les horloges doivent être adéquatement synchronisées. Il ne suffit pas de rassembler des horloges identiques, de les régler à la même heure et de les placer à leurs positions finales. On ne sait pas, par exemple, si le fait de déplacer les horloges modifiera leurs temps indiqués (il le fera). Il faut donc placer les horloges *avant* de les synchroniser.

   Si on pouvait transmettre les signaux à une vitesse infinie, cette synchronisation serait simple. Cependant, aucun signal connu n'a cette propriété. C'est pourquoi on choisit la lumière (dans laquelle on inclut grossièrement tout le spectre électromagnétique) pour transmettre des signaux synchronisés parce que, dans le vide, la lumière voyage à la plus grande vitesse possible, à savoir la vitesse limite c.

   Voici l'une des nombreuses méthodes qu'un observateur pourrait employer pour synchroniser un réseau d'horloges à l'aide de signaux lumineux : l'observateur recourt à un grand nombre d'assistants temporaires, soit un pour chaque horloge. L'observateur se tient au point choisi comme origine et émet une impulsion de lumière quand l'horloge d'origine affiche $t = 0$. Quand l'impulsion lumineuse atteint un assistant, celui-ci règle son horloge à $t = r/c$, où r est la distance qui le sépare de l'origine. Les horloges sont alors synchronisées.
3. **Les coordonnées d'espace-temps.** L'observateur peut maintenant attribuer les coordonnées d'espace-temps à un événement en notant tout simplement le temps indiqué sur l'horloge qui est la plus près de l'événement et la position indiquée par les tiges graduées les plus près. S'il y a deux événements, l'observateur détermine l'intervalle de temps entre eux en calculant la différence entre les temps indiqués sur les horloges les plus près, et leur distance, en calculant la différence entre les coordonnées des tiges près de chacun d'eux. On évite alors le problème pratique qui consiste à calculer les temps de parcours des signaux entre les événements et l'observateur.

8.4 La relativité de la simultanéité

Supposez qu'un observateur, Samuel, note que deux événements indépendants (événement Rouge et événement Bleu) se produisent au même instant. Supposez aussi qu'une observatrice, Sophie, qui se déplace à vitesse constante $\vec{v}$ par rapport à Samuel, note également ces deux mêmes événements. Sophie considérera-t-elle également que ces deux événements se produisent au même instant ?

La réponse est généralement non.

> Si deux observateurs se déplacent l'un par rapport à l'autre, ils ne seront généralement pas d'accord sur la simultanéité de deux événements. Si un observateur les considère comme étant simultanés, ce ne sera généralement pas le cas de l'autre.

On ne peut pas dire que la mesure de l'un des observateurs est bonne et que la mesure de l'autre observateur est mauvaise. Leurs observations sont toutes les deux valables ; il n'y a aucune raison de favoriser l'une plutôt que l'autre.

Le fait que deux énoncés contradictoires sur un même événement physique soient justes est une conséquence de la théorie d'Einstein qui peut sembler bizarre. Cependant, dans la section 3.8, on a étudié une autre situation où le mouvement peut influencer les mesures, sans s'étonner des résultats contradictoires : la fréquence d'une onde sonore mesurée par un observateur dépend du mouvement de l'observateur et de la source. Donc, deux observateurs se déplaçant l'un par rapport à l'autre peuvent déterminer différentes fréquences pour la même onde – les deux mesures étant correctes, c'est l'effet Doppler.

Voici donc la conclusion qu'on peut tirer de ce qui précède.

> La simultanéité n'est pas un concept absolu, mais relatif ; elle dépend du mouvement de l'observateur.

Si la vitesse relative des observateurs est très inférieure à la vitesse de la lumière, les disparités de mesures sont si petites qu'elles ne sont pas appréciables. Tel est le cas de toutes vos expériences quotidiennes ; c'est pourquoi la relativité de la simultanéité vous semble étrange.

La relativité de la simultanéité en détail

On peut clarifier l'idée de la relativité de la simultanéité à l'aide d'un exemple fondé sur les postulats de la relativité et dans lequel aucune horloge ni tige graduée n'entrent directement en jeu. La figure 8.4 montre deux longs vaisseaux spatiaux (le VS *Sophie* et le VS *Samuel*) qui peuvent servir de référentiels inertiels pour les observateurs Sophie et Samuel. Ces deux observateurs se trouvent au centre de leur vaisseau respectif. Les vaisseaux se déplacent le long d'un axe des x commun, la vitesse de *Sophie* par rapport à *Samuel* étant $\vec{v}$. La figure 8.4 a) montre ces vaisseaux à l'instant où les deux observateurs sont momentanément alignés.

Deux gros météorites heurtent les vaisseaux, l'un émettant un éclair lumineux rouge (événement Rouge), l'autre, un éclair bleu (événement Bleu), pas nécessairement simultanément. Chaque événement laisse une marque permanente sur chaque vaisseau, aux positions R, R' et B, B'.

Supposez que les fronts d'ondes émanant des deux événements atteignent Samuel au même instant, comme le montre la figure 8.4 c). Supposez aussi que, mesurant les marques B et R laissées sur son vaisseau, Samuel constate qu'il se trouvait exactement à mi-chemin entre les marques R et B quand les deux événements se sont produits. Il dira :

« L'éclair de l'événement Rouge et l'éclair de l'événement Bleu ont atteint ma position au même instant. Selon les marques laissées sur mon vaisseau spatial, je constate que je me trouvais à mi-chemin entre les deux sources quand les éclairs ont atteint ma position. Par conséquent, l'événement Rouge et l'événement Bleu étaient simultanés. »

Comme on peut le constater en étudiant la figure 8.4, Sophie et le front d'onde émanant de l'événement Rouge se dirigent l'un *vers* l'autre, alors qu'elle-même et le front d'onde émanant de l'événement Bleu se déplacent dans la *même direction*. Par conséquent, le front d'onde de l'événement Rouge atteindra Sophie *avant* celui de l'événement Bleu. Sophie dira alors :

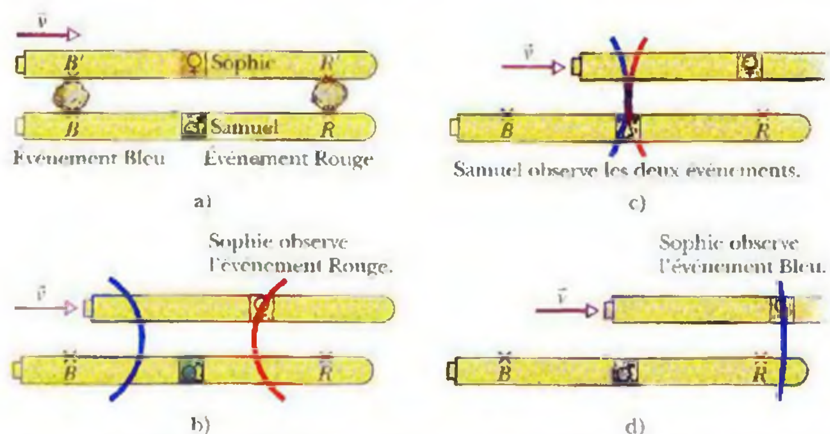


Figure 8.4 Les vaisseaux spatiaux de Sophie et de Samuel et les deux événements du point de vue de Samuel. Le vaisseau de Sophie se déplace vers la droite à une vitesse $\vec{v}$. a) L'événement Rouge se produit aux positions R, R', l'événement Bleu, aux positions B, B' ; chaque événement émet une onde lumineuse. b) Sophie observe la lumière de l'événement Rouge. c) Samuel observe simultanément les ondes des événements Rouge et Bleu. d) Sophie observe l'onde de l'événement Bleu.

« L'éclair de l'événement Rouge est arrivé avant celui de l'événement Bleu. D'après les marques laissées sur mon vaisseau spatial, je constate que je me trouvais également à mi-chemin entre les deux sources. Par conséquent, ces événements *n'étaient pas* simultanés ; il y a d'abord eu l'événement Rouge, puis l'événement Bleu. »

Ces deux rapports ne concordent pas. Les mesures des *deux* observateurs sont néanmoins justes.

Il faut bien noter qu'il n'y a qu'un front d'onde émanant du site de chaque événement, et que *ce front d'onde se déplace à la même vitesse c dans les deux référentiels,* exactement comme l'indique le postulat de la vitesse de la lumière.

Il aurait été *possible* que les météorites heurtent les vaisseaux de manière à ce que les deux collisions paraissent simultanées à Sophie. Dans un tel cas, Samuel aurait déclaré que ces collisions n'étaient pas simultanées.

8.5 La relativité du temps

Si des observateurs qui se déplacent l'un par rapport à l'autre mesurent l'intervalle de temps entre deux événements, ils obtiendront généralement des résultats différents. Pourquoi ? Parce que la distance entre des événements peut influencer les intervalles de temps mesurés par les observateurs.

➤ L'intervalle de temps entre deux événements dépend du mouvement de l'observateur.

Dans cette section, on aborde la relativité du temps à l'aide d'un exemple ; cependant, cet exemple est un cas particulier : *pour l'un des deux observateurs, les deux événements se produisent au même endroit.* Les exemples généraux seront étudiés à partir de la section 8.7.

La figure 8.5 a) illustre une expérience réalisée par Sophie pendant qu'elle voyageait avec son matériel de laboratoire dans un train se déplaçant à vitesse constante $\vec{v}$ par rapport à une gare. Une impulsion lumineuse quitte une source *B* (événement 1), monte verticalement, est réfléchie verticalement vers le bas par un miroir, puis est détectée à son retour à la source (événement 2). Sophie mesure un certain intervalle de temps Δt_0 entre

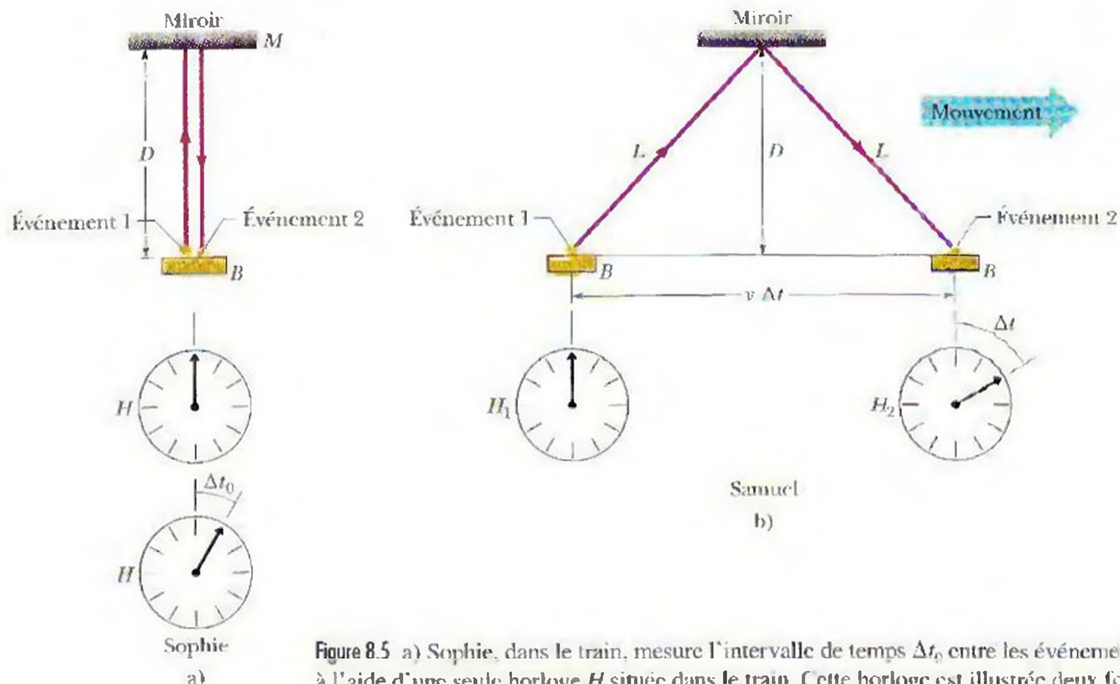


Figure 8.5 a) Sophie, dans le train, mesure l'intervalle de temps Δt_0 entre les événements 1 et 2 à l'aide d'une seule horloge *H* située dans le train. Cette horloge est illustrée deux fois : d'abord pour l'événement 1, puis pour l'événement 2. b) Samuel, observant l'événement depuis la gare, a besoin de deux horloges synchronisées, soit H_1 à l'événement 1 et H_2 à l'événement 2, pour mesurer l'intervalle de temps entre les deux événements ; sa mesure de l'intervalle de temps est Δt.

ces deux événements. Cet intervalle est relié à la distance D qui sépare la source et le miroir par l'équation suivante :

$$\Delta t_0 = \frac{2D}{c} \quad \text{(Sophie)}. \tag{8.3}$$

Les deux événements se produisant au même endroit dans le référentiel de Sophie, celle-ci n'a besoin que d'une horloge H à cet endroit pour mesurer cet intervalle. L'horloge H est illustrée deux fois à la figure 8.5, soit au début et à la fin de l'intervalle.

On peut maintenant examiner comment Samuel mesure ces deux mêmes événements à partir du quai de la gare où il se trouve quand le train passe. Étant donné que le matériel de laboratoire se déplace avec le train durant le temps où la lumière voyage, Samuel perçoit la trajectoire de la lumière de la manière illustrée dans la figure 8.5 b). Pour lui, les deux événements se produisent à des endroits différents dans son référentiel ; par conséquent, pour mesurer l'intervalle de temps entre les deux événements, Samuel doit utiliser *deux* horloges synchronisées, H_1 et H_2, la première étant à la position de l'événement 1, la seconde, à la position de l'événement 2. Selon le postulat de la vitesse de la lumière, celle-ci voyage à la même vitesse c tant pour Samuel que pour Sophie. Cependant, la lumière parcourt la distance $2L$ entre les événements 1 et 2. Samuel mesure alors l'intervalle de temps suivant :

$$\Delta t = \frac{2L}{c} \quad \text{(Samuel)}, \tag{8.4}$$

où

$$L = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}v\,\Delta t\right)^2 + D^2}. \tag{8.5}$$

Selon l'équation 8.3, on peut l'écrire ainsi :

$$L = \sqrt{\left(\tfrac{1}{2}v\,\Delta t\right)^2 + \left(\tfrac{1}{2}c\,\Delta t_0\right)^2}. \tag{8.6}$$

Si on élimine L entre les équations 8.4 et 8.6 et si on isole Δt, on obtient :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}}. \tag{8.7}$$

L'équation 8.7 indique comment l'intervalle Δt mesuré par Samuel entre les événements se compare à celui mesuré par Sophie, Δt_0. Étant donné que v doit être inférieure à c, le dénominateur de l'équation 8.7 doit être inférieur à 1. Donc, Δt doit avoir une valeur *supérieure* à Δt_0 : l'intervalle mesuré par Samuel est supérieur à celui de Sophie. Samuel et Sophie ont mesuré l'intervalle de temps séparant les deux *mêmes* événements, mais leur mouvement relatif a rendu leurs mesures *différentes*. On en conclut que le mouvement relatif peut faire varier l'écoulement du temps entre deux événements ; la clé est que la vitesse de la lumière est la même pour les deux observateurs.

On distingue les mesures de Samuel et de Sophie en employant la terminologie suivante.

Quand deux événements se produisent au même endroit dans un référentiel inertiel, l'intervalle de temps, Δt_0, qui les sépare, mesuré dans ce référentiel, est appelé **intervalle de temps propre.** Une mesure du même intervalle de temps effectuée dans un autre référentiel inertiel sera toujours supérieure.

Donc, Sophie mesure un intervalle de temps propre. (Le terme *propre* signifie que l'intervalle de temps a été mesuré par une horloge immobile.) La différence entre un intervalle de temps et un intervalle de temps propre correspondant s'appelle **dilatation du temps.**

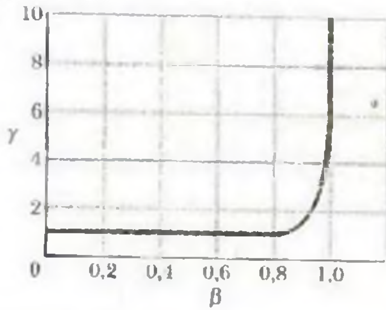


Figure 8.6 Graphique représentant le facteur de Lorentz γ en fonction du paramètre de vitesse β (= v/c)

On représente souvent le rapport sans dimension v/c de l'équation 8.7 par le symbole β, appelé **paramètre de vitesse**, et l'inverse de la racine carrée sans dimension de l'équation 8.7 par γ, appelé **facteur relativiste** ou **facteur de Lorentz** :

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} \tag{8.8}$$

On peut alors écrire l'équation 8.7 ainsi :

$$\Delta t = \gamma\, \Delta t_0 \quad \text{(dilatation du temps).} \tag{8.9}$$

Le paramètre de vitesse β est toujours inférieur à 1 et γ est toujours supérieur ou égal à 1. Cependant, la différence entre γ et 1 est négligeable, à moins que $v > 0{,}1c$. Donc, en général, la « relativité galiléenne » s'applique quand $v < 0{,}1c$, mais c'est la relativité restreinte qui entre en jeu quand v a une grande valeur. Comme le montre la figure 8.6, la valeur de γ augmente rapidement quand β approche de 1 (quand v approche de c). Par conséquent, plus la vitesse relative entre Sophie et Samuel est grande, plus l'intervalle de temps mesuré par Samuel sera grand, jusqu'à ce que la vitesse soit assez grande pour que l'intervalle soit « infini ».

Vous devez vous demander ce que Sophie dirait à propos de l'intervalle plus grand mesuré par Samuel. La mesure de ce dernier ne la surprend pas parce que, pour elle, il n'a pas bien synchronisé ses horloges H_1 et H_2 même s'il insiste pour lui dire qu'il l'a fait. Rappelez-vous que des observateurs en mouvement relatif ne s'accordent pas sur la simultanéité. Ici, Samuel insiste sur le fait que ses deux horloges indiquaient simultanément le même temps quand l'événement 1 s'est produit. Cependant, pour Sophie, Samuel a malencontreusement réglé en avance son horloge 2. Donc, aux yeux de Sophie, Samuel y a lu un temps avancé à l'événement 2, ce qui explique pourquoi il a mesuré un intervalle de temps supérieur à celui qu'elle-même a mesuré.

Le temps propre est un invariant relativiste

Sophie et Samuel ne s'entendent pas sur l'intervalle de temps entre l'émission de l'impulsion lumineuse (événement 1) et sa détection (événement 2). Par contre, il y a une façon de calculer le temps propre entre les deux événements pour que Samuel et Sophie obtiennent le même résultat. Si un observateur mesure un intervalle de temps Δt et une distance Δx entre deux événements, alors le carré du temps propre entre les deux événements est :

$$(\Delta t_0)^2 = (\Delta t)^2 - (\Delta x)^2/c^2. \tag{8.10}$$

On vérifie facilement que Sophie et Samuel vont calculer la même chose. Pour Samuel, l'intervalle de temps entre les deux événements est $\Delta t_{\text{Samuel}} = \gamma \Delta t_0$ mais les deux événements sont distants de $\Delta x_{\text{Samuel}} = v\Delta t_{\text{Samuel}} = v\gamma\Delta t_0$. Si on insère ces valeurs dans l'équation 8.10, on obtient :

$$(\Delta t_{\text{Samuel}})^2 - (\Delta x_{\text{Samuel}})^2/c^2 = \gamma^2(\Delta t)^2 - \frac{v^2\gamma^2(\Delta t)^2}{c^2}$$

$$= \frac{(\Delta t_0)^2}{1 - v^2/c^2}(1 - v^2/c^2) = (\Delta t_0)^2.$$

Pour Sophie, les deux événements se produisent au même point ($\Delta x_{\text{Sophie}} = 0$) et elle mesure un intervalle de temps propre ($\Delta t_{\text{Sophie}} = \Delta t_0$). En remplaçant ces valeurs dans l'équation 8.10, on obtient :

$$(\Delta t_{\text{Sophie}})^2 - (\Delta x_{\text{Sophie}})^2/c^2 = (\Delta t_0)^2 - 0^2 = (\Delta t_0)^2.$$

Comme Sophie et Samuel calculent le même résultat, on peut alors dire que l'intervalle de temps propre entre deux événements est un **invariant relativiste** : tous les observateurs vont calculer le même résultat.

Deux tests de la dilatation du temps

1. **Horloges microscopiques.** Les particules élémentaires appelées *muons* sont instables : quand un muon est produit, il n'existe que durant une courte période avant de se *désintégrer* (il se transforme en particules d'autres types). La *durée de vie* d'un muon est l'intervalle de temps qui sépare sa production (événement 1) et sa désintégration (événement 2). Quand les muons sont immobiles et que leurs durées de vie sont mesurées à l'aide d'horloges immobiles (en laboratoire, par exemple), on obtient une durée de vie moyenne de 2,200 μs. C'est un intervalle de temps propre parce que, pour chaque muon, les événements 1 et 2 se produisent au même endroit dans le référentiel du muon, c'est-à-dire au muon lui-même. On peut représenter cet intervalle de temps propre par le symbole Δt_0 ; de plus, on peut appeler référentiel propre du muon le référentiel dans lequel cette mesure est prise.

   Par contre, si les muons se déplaçaient dans le laboratoire, les mesures de leurs durées de vie prises à l'aide des horloges du laboratoire devraient indiquer une durée plus longue (une durée de vie moyenne dilatée). Pour vérifier cette conclusion, on a mesuré la durée de vie moyenne de muons voyageant à une vitesse de 0,999 4c par rapport aux horloges d'un laboratoire. D'après l'équation 8.8, si $\beta = 0{,}999\,4$, le facteur de Lorentz de cette vitesse est

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0{,}999\,4)^2}} = 28{,}87.$$

   L'équation 8.9 donne alors une durée de vie dilatée moyenne de

$$\Delta t = \gamma\, \Delta t_0 = (28{,}87)(2{,}200\ \mu\text{s}) = 63{,}52\ \mu\text{s}.$$

   La valeur expérimentale mesurée correspond à ce résultat.

2. **Horloges macroscopiques.** En octobre 1977, Joseph Hafele et Richard Keating ont réalisé ce qui a dû être une expérience difficile. Ils ont fait voyager quatre horloges atomiques portatives deux fois autour du monde dans des avions de ligne commerciaux, soit une fois dans chaque direction. Ils voulaient ainsi « tester la théorie de la relativité d'Einstein avec des horloges macroscopiques ». On vient de voir que la prédiction de la dilatation du temps a été confirmée à une échelle microscopique, mais sa confirmation avec une vraie horloge est plus convaincante. De telles mesures macroscopiques sont aujourd'hui possibles grâce à la très haute précision des horloges atomiques modernes. Hafele et Keating ont vérifié les prédictions de la théorie avec une incertitude de moins de 10 %. (La théorie de la relativité *générale* d'Einstein, qui prédit que l'écoulement du temps est influencé par la position d'une horloge dans un champ gravitationnel, joue également un rôle dans cette expérience.)

   Quelques années plus tard, des physiciens de l'université du Maryland ont réalisé une expérience semblable, mais avec une précision accrue. Ils ont fait voler une horloge atomique autour de la baie Chesapeake sur des vols durant 15 h et ont réussi à vérifier la prédiction de dilatation du temps avec une incertitude inférieure à 1 %. Aujourd'hui, quand on transporte des horloges atomiques d'un endroit à un autre, pour un étalonnage par exemple, on tient toujours compte de la dilatation du temps causée par leur mouvement.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : Debout à côté d'un chemin de fer, vous êtes soudainement surpris par un wagon relativiste qui vous double ; comme le montre la figure, une personne bien équipée envoie une impulsion laser de l'avant du wagon vers l'arrière. a) La vitesse de l'impulsion que vous mesurez est-elle supérieure, inférieure ou égale à celle mesurée par la personne qui est dans le train ? b) La durée du trajet de l'impulsion que la personne mesure dans le train constitue-t-elle un intervalle de temps propre ? c) Sa mesure et la vôtre sont-elles reliées par l'équation 8.9 ?



Exemple 8.1

Votre vaisseau spatial passe près de la Terre à une vitesse relative de 0,999 0c. Après avoir voyagé 10,0 a (votre temps), vous vous arrêtez au poste d'observation LP13, virez, puis revenez vers la Terre à la même vitesse relative. Le voyage de retour dure encore 10,0 a (votre temps). Combien de temps le voyage aller-retour dure-t-il, selon le temps mesuré sur la Terre ? (Négligez tout effet relatif à l'accélération en jeu lors de l'immobilisation, du virage et du rétablissement de la vitesse de croisière.)

SOLUTION : On commence en n'analysant que le trajet à l'aller, et en tenant compte des concepts clés suivants.

1. Ce problème met en jeu des mesures prises à partir de deux référentiels (inertiels), l'un relié à la Terre, l'autre (le vôtre) relié à votre vaisseau.
2. À l'aller, le voyage comporte deux événements : le départ près de la Terre et l'arrivée à LP13.
3. Votre mesure de 10,0 a pour le trajet à l'aller est l'intervalle de temps propre Δt_0 entre ces deux événements, car ceux-ci se produisent au même endroit dans votre référentiel, à savoir dans votre vaisseau.
4. À partir du référentiel de la Terre, la mesure de l'intervalle de temps Δt pour le trajet à l'aller doit être supérieure à Δt_0, selon l'équation 8.9 ($\Delta t = \gamma\,\Delta t_0$) relative à la dilatation du temps.

Si on utilise l'équation 8.8 pour remplacer γ dans l'équation 8.9, on constate que

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{10{,}0\ \text{a}}{\sqrt{1-(0{,}999\,0c/c)^2}} = (22{,}37)(10{,}0\ \text{a}) = 223{,}7\ \text{a}.$$

Lors du voyage de retour, on a la même situation et les mêmes données. Donc, le voyage aller-retour prend 20,0 a selon votre temps, mais

$$\Delta t_{\text{total}} = (2)(223{,}7\ \text{a}) = 447\ \text{a} \qquad \text{(réponse)}$$

selon le temps mesuré sur la Terre. Autrement dit, vous avez vieilli de 20,0 a pendant que la Terre vieillissait de 447 ans. Bien qu'on ne puisse voyager dans le passé (selon nos connaissances), on peut voyager dans l'avenir de la Terre, par exemple en utilisant le mouvement relatif à haute vitesse pour régler l'écoulement du temps.

Exemple 8.2

La particule élémentaire appelée *kaon positif* (K^+) a une durée de vie moyenne de 0,123 7 μs quand elle est immobile, c'est-à-dire quand la durée de vie est mesurée dans le référentiel propre du kaon. Si un kaon positif a une vitesse de 0,990c par rapport au référentiel du laboratoire quand il est produit, quelle distance peut-il parcourir dans le laboratoire durant sa durée de vie selon la *physique newtonienne* (approximation valable pour des vitesses très inférieures à c) et selon la relativité restreinte (qui est bonne à toutes les vitesses physiquement possibles) ?

SOLUTION : On commence avec les concepts clés suivants.

1. Ce problème met en jeu deux mesures effectuées dans deux référentiels (inertiels), l'un relié au kaon, l'autre relié au laboratoire.
2. Ce problème implique également deux événements : le départ du kaon (quand il est produit) et son arrivée (quand il se désintègre).
3. L'équation suivante relie la distance parcourue par le kaon entre ces deux événements avec sa vitesse v et la durée de son mouvement

$$v = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{intervalle de temps}} \qquad (8.11)$$

Avec ces concepts en tête, on détermine d'abord la distance parcourue d'après la physique newtonienne, puis en fonction de la relativité restreinte.

Mécanique newtonienne : En mécanique newtonienne, on se fonde sur ce concept clé : on devrait trouver la même distance et le même intervalle de temps (dans l'équation 8.11), qu'on les mesure dans le référentiel du kaon ou dans le référentiel du laboratoire. On n'a donc pas à tenir compte du référentiel où les mesures sont prises. Pour déterminer la distance parcourue par le kaon, d_{pn}, selon la physique newtonienne, il faut d'abord reformuler l'équation 8.11 ainsi :

$$d_{pn} = v\,\Delta t, \qquad (8.12)$$

où Δt est l'intervalle de temps qui sépare les deux événements dans n'importe quel référentiel. Si on remplace ensuite v par 0,990c et Δt par 0,123 7 μs dans l'équation 8.12, on obtient :

$$d_{pn} = (0{,}990c)\Delta t = (0{,}990)(2{,}998\times10^8\ \text{m/s})(0{,}123\,7\times10^{-6}\ \text{s}) = 36{,}7\ \text{m}. \qquad \text{(réponse)}$$

C'est la distance que le kaon parcourrait si la physique newtonienne s'appliquait à des vitesses proches de c.

Relativité restreinte : Lorsqu'on aborde le problème à l'aide de la relativité restreinte, on utilise le concept clé suivant : il faut bien s'assurer que la distance et l'intervalle de temps de l'équation 8.11 sont tous les deux mesurés dans le même référentiel, particulièrement quand la vitesse se rapproche de c, comme c'est le cas ici. Donc, pour déterminer la distance réellement parcourue, d_{rr}, par le kaon, telle qu'elle est *mesurée dans le référentiel du laboratoire* et selon la relativité restreinte, on reformule l'équation 8.11 ainsi :

$$d_{rr} = v\,\Delta t, \qquad (8.13)$$

où Δt est l'intervalle de temps qui sépare ces deux événements *mesurés dans le référentiel du laboratoire*.

Avant de pouvoir évaluer d_{rr} dans l'équation 8.13, il faut déterminer Δt en faisant appel au concept clé suivant : l'intervalle de 0,123 7 μs est un intervalle de temps propre parce que les deux événements se produisent au même endroit dans le référentiel du kaon, à savoir au kaon lui-même. Par conséquent, on représente l'intervalle de temps propre par Δt_0. On peut alors utiliser l'équation 8.9 ($\Delta t = \gamma\,\Delta t_0$) relative à la dilatation du temps pour déterminer l'intervalle de temps Δt tel qu'il est mesuré dans le référentiel du laboratoire. Dans l'équation 8.9, si on remplace γ par l'expression de l'équation 8.8, on obtient :

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{0{,}123\,7\times10^{-6}\ \text{s}}{\sqrt{1-(0{,}990c/c)^2}} = 8{,}769\times10^{-7}\ \text{s}.$$

ce qui représente environ sept fois la durée de vie propre du kaon. C'est donc dire que le kaon existe environ sept fois plus longtemps dans le référentiel du laboratoire que dans son référentiel propre – sa durée de vie est dilatée. On peut maintenant évaluer l'équation 8.13 pour déterminer la distance parcourue, d_{rr}, dans le référentiel du laboratoire :

$$\begin{aligned} d_{rr} &= v\,\Delta t = (0{,}990c)\,\Delta t \\ &= (0{,}990)(2{,}998 \times 10^8 \text{ m/s})(8{,}769 \times 10^{-7} \text{ s}) \\ &= 260 \text{ m}. \end{aligned} \qquad \text{(réponse)}$$

Cela représente environ sept fois d_{pn}. Des expériences comme celle qu'on a décrite ici, qui permet de vérifier la relativité restreinte, font partie de la routine dans les laboratoires de physique depuis des décennies. Quand des ingénieurs conçoivent des équipements scientifiques ou médicaux qui emploient des particules à haute vitesse, ils doivent tenir compte de la relativité.

8.6 La relativité de la longueur

Pour mesurer la longueur d'une tige qui est immobile par rapport à vous, vous pouvez (à votre guise) noter les positions de ses extrémités sur une règle et soustraire l'une des lectures de l'autre. Cependant, si la tige se déplace, vous devez noter *simultanément* les positions de ses extrémités (dans votre référentiel), sinon votre mesure ne peut s'appeler longueur. La figure 8.7 illustre la méthode pour mesurer la longueur d'un manchot qui marche : il faut situer son devant et son derrière en même temps et non à différents instants. Étant donné que la simultanéité est relative et qu'elle fait partie des mesures de longueur, la longueur devrait également être une grandeur relative. Et elle l'est.

Soit L_0 la longueur d'une tige que vous mesurez quand elle est immobile (ce qui signifie que vous et elle êtes dans le même référentiel, son référentiel propre). Par contre, s'il y a un mouvement relatif de vitesse v entre vous et la tige *dans le sens de la longueur de celle-ci*, la mesure simultanée vous donnera une longueur L déterminée par

$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2} = \frac{L_0}{\gamma} \quad \text{(la contraction des longueurs).} \qquad (8.14)$$

Étant donné que le facteur de Lorentz γ est toujours plus grand que 1 lorsqu'il y a un mouvement relatif, L est inférieure à L_0. Le mouvement relatif provoque une *contraction de la longueur*, et L est appelée *longueur contractée*. Étant donné que γ augmente avec la vitesse v, la contraction des longueurs augmente aussi avec v.

La longueur L_0 d'un objet mesuré dans son référentiel propre est sa **longueur propre.** Une mesure de la longueur dans tout autre référentiel en mouvement parallèle à cette longueur est toujours inférieure à la longueur propre.

Attention : la contraction de la longueur se produit toujours dans la direction du mouvement relatif. Les longueurs perpendiculaires au mouvement relatif ne sont pas modifiées. De plus, la longueur mesurée n'est pas obligatoirement celle d'un objet comme une tige ou un cercle ; il peut aussi s'agir de la longueur (ou distance) entre deux objets se trouvant dans le même référentiel propre – par exemple, le Soleil et une étoile voisine (qui sont, du moins approximativement, au repos l'un par rapport à l'autre).

Un objet en mouvement rétrécit-il *réellement* ? La réalité est basée sur les observations et les mesures ; si les résultats sont toujours conséquents et si on ne peut y déceler aucune erreur, ce qui est observé et mesuré est alors réel. De ce point de vue, l'objet rétrécit réellement. Cependant, il est plus juste de dire que la mesure réelle indique un objet plus court – le mouvement influe sur cette mesure, donc sur la réalité.

Quand vous mesurez la longueur contractée d'une tige, par exemple, qu'est-ce qu'un observateur se déplaçant avec la tige dira de votre mesure ? Pour lui, vous n'avez pas situé les deux extrémités de la tige simultanément. (Rappelez-vous que deux observateurs



Figure 8.7 Pour mesurer la longueur d'avant en arrière d'un manchot qui marche, vous devez noter les positions de son devant et de son derrière simultanément (dans votre référentiel), comme en a), plutôt qu'à des instants différents, comme en b).

en mouvement l'un par rapport à l'autre ne sont pas d'accord sur la simultanéité.) Pour l'observateur, vous avez d'abord situé l'extrémité avant de la tige et, légèrement plus tard, son extrémité arrière ; c'est pourquoi la longueur que vous avez mesurée est inférieure à la longueur propre.

Démonstration de l'équation 8.14

La contraction de la longueur est une conséquence directe de la dilatation du temps. On retrouve ici nos observateurs Sophie et Samuel. Cette fois, Sophie est assise dans un train qui traverse une gare, et Samuel, debout sur le quai de la gare. Ils veulent tous deux mesurer la longueur du quai. Samuel, qui utilise un ruban à mesurer, détermine que la longueur est L_0, longueur propre parce que le quai est immobile par rapport à lui. Il constate également que Sophie, dans le train, traverse cette longueur dans un temps $\Delta t = L_0/v$, où v est la vitesse du train ; c'est-à-dire que

$$L_0 = v\,\Delta t \quad \text{(Samuel).} \tag{8.15}$$

Cet intervalle Δt n'est pas un intervalle de temps propre parce que les deux événements qui le définissent (Sophie passe l'extrémité arrière du quai et elle passe l'extrémité avant) se produisent à deux endroits différents, de sorte que Samuel doit utiliser deux horloges synchronisées pour le mesurer.

Cependant, pour Sophie, le quai se déplace. Elle constate que les deux événements mesurés par Samuel se produisent *au même endroit* dans son référentiel. Elle peut les chronométrer avec une seule horloge immobile, donc l'intervalle Δt_0 qu'elle mesure est un intervalle de temps propre. De son point de vue, la longueur L du quai est déterminée par

$$L = v\,\Delta t_0 \quad \text{(Sophie).} \tag{8.16}$$

Si on divise l'équation 8.16 par l'équation 8.15 et qu'on y applique l'équation 8.9, l'équation de dilatation du temps, on a

$$\frac{L}{L_0} = \frac{v\,\Delta t_0}{v\,\Delta t} = \frac{1}{\gamma} \tag{8.17}$$

ou

$$L = \frac{L_0}{\gamma},$$

ce qui est l'équation 8.14, soit l'équation de la contraction des longueurs.

Exemple 8.3

Dans la figure 8.8, Sophie (située au point A) et le vaisseau spatial de Samuel (d'une longueur propre $L_0 = 230$ m) passent l'un près de l'autre à une vitesse relative constante $\vec{v}$. Sophie mesure 3,57 μs pour l'intervalle de temps nécessaire au vaisseau pour la dépasser (du passage du point B au passage du point C). Quelle est la vitesse relative v entre Sophie et le vaisseau, exprimée en fonction de la vitesse de la lumière c ?



Figure 8.8 Exemple 8.3 Sophie, située au point A, mesure le temps qu'il faut au vaisseau pour la dépasser.

SOLUTION : On suppose ici que la vitesse v est proche de la vitesse de la lumière. On peut alors commencer avec les concepts clés suivants.

1. Ce problème met en jeu des mesures prises dans deux référentiels (inertiels), l'un lié à Sophie, l'autre lié à Samuel et son vaisseau spatial.
2. Ce problème met également en jeu deux événements : le premier est le passage du point B vis-à-vis Sophie ; le second, le passage du point C.
3. Pour chaque référentiel, l'autre référentiel passe à une vitesse v et parcourt une certaine distance dans l'intervalle de temps entre les deux événements :

$$v = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{intervalle de temps}}. \tag{8.18}$$

Étant donné qu'on suppose que v se rapproche de la vitesse de la lumière, il faut s'assurer que la distance et l'intervalle de temps utilisés dans l'équation 8.18 sont mesurés dans le *même* référentiel.

On peut choisir le référentiel que l'on veut pour prendre ses mesures. Puisqu'on sait que l'intervalle de temps Δt mesuré dans le référentiel de Sophie entre les deux événements est 3,57 μs, on utilisera aussi la distance L entre ces deux événements, mesurée dans son référentiel. L'équation 8.18 devient alors

$$v = \frac{L}{\Delta t}. \tag{8.19}$$

On ne connaît pas la valeur de L, mais le concept clé suivant donne la relation entre celle-ci et la valeur de L_0 fournie : la distance mesurée entre les deux événements dans le référentiel de Samuel est la longueur propre du vaisseau L_0. Donc, la distance L mesurée dans le référentiel

de Sophie doit être inférieure à L_0, comme l'indique l'équation 8.14 ($L = L_0/\gamma$) de la contraction des longueurs. Si on remplace L par L_0/γ dans l'équation 8.19, puis si on remplace γ par l'équation 8.8, on obtient :

$$v = \frac{L_0/\gamma}{\Delta t} = \frac{L_0\sqrt{1-(v/c)^2}}{\Delta t}.$$

Si on isole v, on obtient :

$$\begin{aligned} v &= \frac{L_0 c}{\sqrt{(c\,\Delta t)^2 + L_0^2}} \\ &= \frac{(230 \text{ m})c}{\sqrt{(2{,}998\times10^8 \text{ m/s})^2(3{,}57\times10^{-6} \text{ s})^2 + (230 \text{ m})^2}} \\ &= 0{,}210c. \qquad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

Par conséquent, la vitesse relative entre Sophie et le vaisseau est égale à 21 % de la vitesse de la lumière. Notez que seul le mouvement relatif de Sophie et de Samuel importe ici ; le fait que l'un soit immobile par rapport à un vaisseau spatial, par exemple, n'est pas pertinent. Dans la figure 8.8, on considère que Sophie est immobile, mais on peut tout aussi bien considérer que c'est le vaisseau qui est immobile et que c'est Sophie qui passe à côté. Le résultat sera le même.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : Dans l'exemple ci-dessus, Sophie mesure le temps qu'il faut au vaisseau pour la dépasser. Si Samuel mesure aussi cet intervalle de temps, a) qui de Sophie ou de Samuel mesure un temps propre et b) quelle mesure donne un intervalle de temps plus court ?

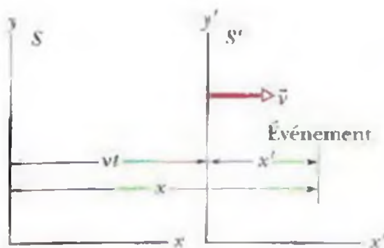


Figure 8.9 Deux référentiels inertiels : le référentiel S' se déplace à une vitesse $\vec{v}$ par rapport au référentiel S.

8.7 La transformation de Lorentz

La figure 8.9 montre le référentiel inertiel S' qui se déplace à une vitesse $\vec{v}$ par rapport au référentiel S, dans la direction positive commune de leurs axes horizontaux (nommés x et x'). Un observateur se trouvant dans S mesure les coordonnées d'espace-temps x, y, z, t d'un événement ; un observateur se trouvant dans S' mesure x', y', z', t' pour le même événement. Quelle est la relation entre ces deux ensembles de mesures ?

Il est montré à la section 8.13 que les coordonnées y et z, étant perpendiculaires au mouvement, ne sont pas influencées par ce dernier ; autrement dit, $y = y'$ et $z = z'$. On peut alors se concentrer sur la relation entre x et x', puis sur celle entre t et t'.

Les équations de la transformation de Galilée

Avant qu'Einstein ne publie sa théorie de la relativité restreinte, on considérait que les quatre coordonnées qui nous intéressent ici étaient reliées par les *équations de la transformation de Galilée* :

$$x' = x - vt \qquad t' = t$$

(équations de la transformation de Galilée ; approximativement valides à basses vitesses). (8.20)

(Ces équations ont été formulées en fonction de la supposition que $t = t' = 0$ quand les origines de S et de S' coïncident.) Vous pouvez vérifier la première équation à l'aide de la figure 8.9. Par la seconde équation, on affirme que l'écoulement du temps est le même pour les observateurs dans les deux référentiels. Avant Einstein, cette affirmation était si évidente aux yeux d'un scientifique qu'il n'en aurait même pas fait mention. Quand la vitesse v est petite par rapport à c, les équations 8.20 s'appliquent généralement bien.

Les équations de la transformation de Lorentz

On démontrera à la section 8.13 que les bonnes équations de transformation, qui demeurent valides pour toutes les vitesses jusqu'à la vitesse de la lumière, découlent des postulats de la relativité. Les résultats, appelés **équations de la transformation de Lorentz*** ou, parfois, (plus familièrement) la transformation de Lorentz, sont

$$x' = \gamma(x - vt), \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

(équations de la transformation de Lorentz ; valides à toutes les vitesses physiquement possibles). (8.21)

(Ces équations ont été formulées avec la supposition que $t = t' = 0$ quand les origines de S et de S' coïncident.) Notez que la coordonnée de position x et la coordonnée de

* Vous devez vous demander pourquoi on ne les appelle pas *équations de la transformation d'Einstein* (et pourquoi on n'appelle pas γ *facteur d'Einstein*). C'est que Hendrick Antoon Lorentz a dérivé ces équations avant Einstein, mais, comme il l'a lui-même concédé, il n'a pas interprété ces équations comme une description de la vraie nature de l'espace et du temps. C'est cette interprétation, pour la première fois effectuée par Einstein, qui est au cœur de la théorie de la relativité.

TABLEAU 8.2 **Les équations de la transformation de Lorentz pour des paires d'événements**

1. $\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\,\Delta t')$	1'. $\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\,\Delta t)$
2. $\Delta t = \gamma(\Delta t' + v\,\Delta x'/c^2)$	2'. $\Delta t' = \gamma(\Delta t - v\,\Delta x/c^2)$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Le référentiel S' se déplace à la vitesse $\vec{v}$ dans la direction de l'axe des x positifs par rapport au référentiel S.

temps t sont liées dans la première et la dernière équation. Ce lien entre l'espace et le temps était un des principaux messages de la théorie d'Einstein, message longtemps rejeté par plusieurs de ses contemporains.

Une condition obligatoire que doivent respecter les équations relativistes est de se réduire aux équations non relativistes familières si on considère que c approche l'infini. Autrement dit, si la vitesse de la lumière était infiniment grande, *toutes* les vitesses finies seraient « faibles » et les équations non relativistes seraient toujours valides. Si on prend la limite $c \to \infty$ dans les équations 8.21, $\gamma \to 1$ et ces équations se réduisent (comme on s'y attendait) aux équations galiléennes (équations 8.20). Vous devriez le vérifier.

La forme des équations 8.21 est utile si on connaît les valeurs de x et de t et qu'on veut déterminer celles de x' et de t'. On peut toutefois vouloir déterminer les valeurs de x et de t à partir de x' et de t'. Dans ce cas, on isole simplement x et t dans les équations 8.21 pour obtenir

$$x = \gamma(x' + vt') \quad \text{et} \quad t = \gamma(t' + vx'/c^2). \tag{8.22}$$

On trouve, en les comparant, que les équations 8.22 sont obtenues à partir des équations 8.21 en interchangeant les grandeurs primes et non primes et en inversant le signe devant le module de la vitesse relative v (pour l'observateur dans le référentiel S', le référentiel S se déplace à vitesse $\vec{v}$ vers la gauche).

Les équations 8.21 et 8.22 relient les coordonnées d'un événement unique perçu par deux observateurs. Mais, parfois, on ne veut pas connaître les coordonnées d'un événement unique, mais plutôt les différences entre les coordonnées d'une paire d'événements. Alors, dans ce cas, si on nomme les événements observés 1 et 2, on peut effectuer la relation suivante :

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad \text{et} \quad \Delta t = t_2 - t_1,$$

comme le mesure un observateur dans le référentiel S, et

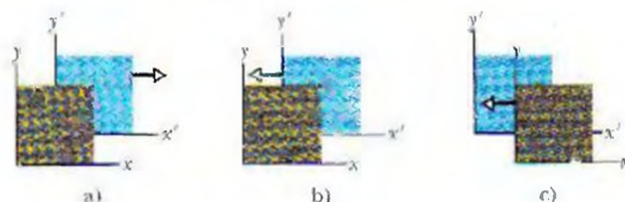
$$\Delta x' = x_2' - x_1' \quad \text{et} \quad \Delta t' = t_2' - t_1',$$

comme le mesure un observateur dans le référentiel S'.

Le tableau 8.2 présente les équations de Lorentz sous la forme de différences, applicables à l'analyse d'une paire d'événements. Les équations de ce tableau ont été dérivées simplement en remplaçant les quatre variables des équations 8.21 et 8.22 par des différences (comme Δx et $\Delta x'$).

Attention : en remplaçant les valeurs par les différences, assurez-vous d'être cohérent : ne mélangez pas les valeurs du premier événement avec celles du second. De même, si, par exemple, Δx a une valeur négative, il faut inscrire le signe négatif lors de la substitution.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : La figure illustre trois situations où un référentiel bleu et un référentiel vert sont en mouvement relatif dans la direction commune de leurs axes des x et des x', comme l'indique le vecteur vitesse attaché à l'un d'eux. Dans chaque cas, si on dit que c'est le référentiel bleu qui est immobile, les signes devant v dans les équations du tableau 8.2 doivent-ils être changés ?



8.8 Quelques conséquences de la transformation de Lorentz

Ici, on fait appel aux équations de la transformation présentées dans le tableau 8.2 pour obtenir certaines des conclusions que nous avons déjà trouvées en utilisant directement les postulats d'Einstein.

La simultanéité

On prend l'équation 2 du tableau 8.2,

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v\,\Delta x'}{c^2}\right). \tag{8.23}$$

Si deux événements se produisent à des endroits différents dans le référentiel S' de la figure 8.9, $\Delta x'$ a une valeur non nulle dans cette équation. Donc, même si ces événements sont simultanés dans S' ($\Delta t' = 0$), ils ne le seront pas dans le référentiel S (ce qui concorde avec la conclusion émise dans la section 8.4). Dans S, l'intervalle de temps entre les événements sera

$$\Delta t = \gamma\frac{v\,\Delta x'}{c^2} \quad \text{(événements simultanés dans } S'\text{)}.$$

La dilatation du temps

On suppose maintenant que deux événements se produisent au même endroit dans S' ($\Delta x' = 0$), mais à des instants différents ($\Delta t' \neq 0$). L'équation 8.23 se réduit alors à

$$\Delta t = \gamma\,\Delta t' \quad \text{(événements se produisant au même endroit dans } S'\text{)}, \tag{8.24}$$

ce qui confirme la dilatation du temps. Puisque les deux événements se produisent au même endroit dans S', on peut mesurer l'intervalle de temps $\Delta t'$ qui les sépare à l'aide d'une seule horloge, située à cet endroit. Dans ces conditions, on mesure un intervalle de temps propre, qu'on peut nommer Δt_0. Donc, l'équation 8.24 devient

$$\Delta t = \gamma\,\Delta t_0 \quad \text{(dilatation du temps)},$$

qui est exactement l'équation 8.9, l'équation de la dilatation du temps.

La contraction des longueurs

On prend l'équation 1′ du tableau 8.2,

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\,\Delta t). \tag{8.25}$$

Si une tige est parallèle aux axes des x et des x' de la figure 8.9 et est immobile dans le référentiel S', un observateur se trouvant dans S' peut mesurer sa longueur à sa guise. Il peut alors soustraire les coordonnées de ses extrémités. La valeur de $\Delta x'$ obtenue sera la longueur propre L_0 de la tige.

Supposez maintenant que la tige se déplace dans le référentiel S. Cela signifie qu'on peut décrire Δx comme étant la longueur L de la tige dans le référentiel S seulement si on mesure *simultanément* les coordonnées des extrémités de la tige, c'est-à-dire si $\Delta t = 0$. Si on insère $\Delta x' = L_0$, $\Delta x = L$ et $\Delta t = 0$ dans l'équation 8.25, on obtient

$$L = \frac{L_0}{\gamma} \quad \text{(contraction des longueurs)}, \tag{8.26}$$

ce qui correspond exactement à l'équation 8.14, l'équation de la contraction des longueurs.

Exemple 8.4

Un vaisseau spatial terrien a été envoyé pour connaître l'état d'un poste avancé sur la planète P1407, dont la lune abrite un groupe de combattants reptuliens, souvent hostiles. Sur une trajectoire rectiligne qui passe d'abord près de la planète, puis près de la lune, le vaisseau détecte une émission de micro-ondes à haute énergie à la base lunaire des Reptuliens puis, 1,10 s plus tard, une explosion au poste avancé terrien, qui se trouve à $4{,}00 \times 10^8$ m de la base reptulienne, distance mesurée dans le référentiel du vaisseau. Les Reptuliens ont apparemment attaqué le poste avancé terrien, si bien qu'à l'intérieur du vaisseau, on se prépare pour un affrontement.

a) La vitesse du vaisseau par rapport à la planète et à sa lune est de $0{,}980c$. Quels sont la distance et l'intervalle de temps entre l'émission et l'explosion, mesurés dans le référentiel inertiel planète-lune (donc, selon la perspective des occupants du poste avancé) ?

SOLUTION : On commence avec les concepts clés suivants.

1. Ce problème met en jeu des mesures prises dans deux référentiels, le référentiel planète-lune et le référentiel du vaisseau.
2. Ce problème met en jeu deux événements : l'émission et l'explosion.
3. Il faut transformer en données appropriées au référentiel planète-lune les données relatives aux temps des deux événements et à la distance les séparant mesurées dans le référentiel du vaisseau.

Avant d'effectuer la transformation, il faut soigneusement choisir la notation. On commence en traçant un croquis de la situation, comme dans la figure 8.10. On y a établi que le référentiel du vaisseau S est immobile et que le référentiel planète-lune S' est en mouvement avec une vitesse vers la droite. (Ce choix est arbitraire ; on aurait pu considérer comme immobile le référentiel planète-lune. Il aurait alors fallu redessiner $\vec{v}$ dans la figure 8.10 en l'attachant au référentiel S et en indiquant un mouvement vers la gauche ; les signes devant v auraient alors été changés. Les résultats auraient toutefois été les mêmes.) On décrit l'explosion avec l'indice x et l'émission avec l'indice m. Les données fournies, toutes dans le référentiel S (du vaisseau), sont alors

$$\Delta x = x_x - x_m = +4{,}00 \times 10^8 \text{ m}$$

et

$$\Delta t = t_x - t_m = +1{,}10 \text{ s}.$$

Ici, Δx est une valeur positive parce que, dans la figure 8.10, la coordonnée x_x de l'explosion est supérieure à la coordonnée x_m de l'émission ; Δt est aussi une valeur positive parce que le temps t_x de l'explosion est supérieur (après) au temps t_m de l'émission.

On cherche $\Delta x'$ et $\Delta t'$, que l'on devra obtenir en transformant les données du référentiel S en données du référentiel planète-lune S'. Étant donné qu'on étudie une paire d'événements, on utilise les équations de transformation du tableau 8.2, à savoir les équations 1' et 2' :

$$\Delta x' = \gamma(\Delta x - v\,\Delta t) \quad (8.27)$$

et

$$\Delta t' = \gamma\left(\Delta t - \frac{v\,\Delta x}{c^2}\right). \quad (8.28)$$

Ici, $v = +0{,}980c$, et le facteur de Lorentz est

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-(+0{,}980c/c)^2}} = 5{,}025\,2.$$

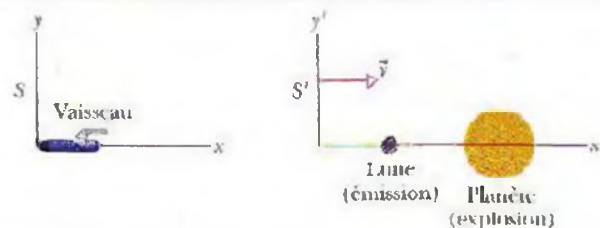


Figure 8.10 Exemple 8.4 Une planète et sa lune dans le référentiel S' se déplacent vers la droite à une vitesse $\vec{v}$ par rapport à un vaisseau se trouvant dans le référentiel S.

L'équation 8.27 devient alors

$$\begin{aligned}\Delta x' &= (5{,}025\,2) \\ &\quad \times [4{,}00 \times 10^8 \text{ m} - (+0{,}980)(2{,}998 \times 10^8 \text{ m/s})(1{,}10 \text{ s})] \\ &= 3{,}86 \times 10^8 \text{ m}, \end{aligned} \qquad \text{(réponse)}$$

et l'équation 8.28 devient

$$\begin{aligned}\Delta t' &= (5{,}025\,2) \\ &\quad \times \left[(1{,}10 \text{ s}) - \frac{(+0{,}980)(2{,}998 \times 10^8 \text{ m/s})(4{,}00 \times 10^8 \text{ m})}{(2{,}998 \times 10^8 \text{ m/s})^2}\right] \\ &= -1{,}04 \text{ s}. \end{aligned} \qquad \text{(réponse)}$$

b) Que signifie le signe négatif dans la valeur de $\Delta t'$?

SOLUTION : L'important ici est d'être cohérent avec la notation que l'on a choisie en a). Rappelez-vous comment on a d'abord défini l'intervalle de temps entre l'émission et l'explosion : $\Delta t = t_x - t_m = +1{,}10$ s. Pour être cohérent avec cette notation, on doit définir $\Delta t'$ comme étant $t'_x - t'_m$; on constate donc que

$$\Delta t' = t'_x - t'_m = -1{,}04 \text{ s}.$$

Le signe négatif indique que $t'_m > t'_x$; c'est donc dire que, dans le référentiel planète-lune, l'émission s'est produite 1,04 s *après* l'explosion, et non pas 1,10 s *avant* l'explosion, comme on l'a perçu à partir du référentiel du vaisseau.

c) L'émission a-t-elle provoqué l'explosion, ou est-ce le contraire ?

SOLUTION : L'ordre des événements perçu dans le référentiel planète-lune est l'inverse de l'ordre perçu dans le référentiel du vaisseau. Ici, le concept clé est que, dans l'une ou l'autre de ces situations, s'il y a une relation de cause à effet entre les deux événements, l'information doit voyager d'un endroit à l'autre pour provoquer le second événement. On vérifie donc la vitesse à laquelle cette information doit voyager. Dans le référentiel du vaisseau, cette vitesse est

$$v_{\text{info}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4{,}00 \times 10^8 \text{ m}}{1{,}10 \text{ s}} = 3{,}64 \times 10^8 \text{ m/s},$$

vitesse impossible parce qu'elle dépasse c. Dans le référentiel planète-lune, la vitesse obtenue est $3{,}70 \times 10^8$ m/s, également impossible. Par conséquent, aucun des événements ne peut avoir provoqué l'autre ; autrement dit, il s'agit de deux événements ***indépendants***. Donc, les occupants du vaisseau ne doivent pas s'en prendre aux Reptuliens.

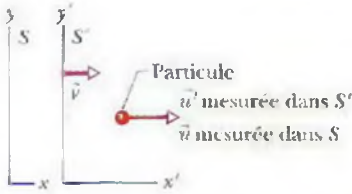


Figure 8.11 Le référentiel S' se déplace à une vitesse $\vec{v}$ par rapport au référentiel S. Une particule possède une vitesse $\vec{u}'$ par rapport au référentiel S' et une vitesse $\vec{u}$ par rapport au référentiel S.

8.9 La transformation relativiste des vitesses

Dans cette section, on utilisera les équations de la transformation de Lorentz pour obtenir une relation entre la vitesse d'une particule mesurée par un observateur se trouvant dans un référentiel S et la vitesse de la même particule mesurée par un observateur se trouvant dans un référentiel S'. On suppose d'abord que S' se déplace à une vitesse $\vec{v}$ orientée vers l'axe des x positifs par rapport à S.

On suppose ensuite que la particule, voyageant à vitesse constante orientée parallèlement aux axes des x et des x' dans la figure 8.11, émet deux signaux. Chaque observateur mesure l'intervalle de temps et la distance qui séparent ces deux événements. Ces quatre mesures sont reliées par les équations 1 et 2 du tableau 8.2,

$$\Delta x = \gamma(\Delta x' + v\,\Delta t')$$

et

$$\Delta t = \gamma\left(\Delta t' + \frac{v\,\Delta x'}{c^2}\right). \qquad (8.23)$$

Si on divise la première de ces équations par la seconde, on obtient

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x' + v\,\Delta t'}{\Delta t' + v\,\Delta x'/c^2}.$$

Si on divise le numérateur et le dénominateur du membre de droite par $\Delta t'$, on obtient

$$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x'/\Delta t' + v}{1 + v\,(\Delta x'/\Delta t')/c^2}.$$

Cependant, lorsqu'on prend la limite $\Delta t \to 0$, $\Delta x/\Delta t$ devient u, la vitesse de la particule mesurée dans S, et $\Delta x'/\Delta t'$ devient u', la vitesse de la particule mesurée dans S'. On a alors, finalement,

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \quad \text{(transformation relativiste de la vitesse)} \qquad (8.29)$$

comme équation de transformation relativiste de la vitesse. Cette équation se réduit à une équation de transformation de la vitesse galiléenne,

$$u = u' + v \quad \text{(transformation de la vitesse galiléenne)} \qquad (8.30)$$

quand on applique la limite non relativiste qui consiste à considérer $c \to \infty$. Autrement dit, l'équation 8.29 s'applique à toutes les vitesses physiquement possibles, alors que l'équation 8.30 est approximativement valable pour des vitesses très inférieures à c. Remarquez que, si on remplace la particule par une impulsion lumineuse qui se déplace à la vitesse de la lumière dans le référentiel S' (donc $u' = c$), la vitesse dans S est aussi égale à c, quelle que soit la vitesse relative v entre les deux référentiels.

L'équation 8.29 est la transformation relativiste de la vitesse lorsque la vitesse de la particule est parallèle à la vitesse relative entre les deux référentiels. En général, si dans le référentiel S' (qui se déplace dans la direction de l'axe des x positifs par rapport au référentiel S) le vecteur vitesse de la particule a des composantes u'_x, u'_y, et u'_z, les composantes du vecteur vitesse de la particule mesurées dans le référentiel S seront données par :

$$u_x = \frac{u'_x + v}{1 + u'_x v/c^2}$$

$$u_y = \frac{u'_y}{\gamma(1 + u'_x v/c^2)}, \qquad (8.31)$$

$$u_z = \frac{u'_z}{\gamma(1 + u'_x v/c^2)}.$$

8.10 L'effet Doppler relativiste

Dans la section 3.8, on a abordé l'effet Doppler (décalage de la fréquence mesurée) pour les ondes sonores voyageant dans l'air. Dans le cas de telles ondes, l'effet Doppler dépend de deux vitesses, à savoir les vitesses de la source et du détecteur par rapport à l'air. (L'air est le milieu qui transmet les ondes.)

Ce n'est pas le cas avec les ondes lumineuses, car celles-ci (et les autres ondes électromagnétiques) n'ont besoin d'aucun milieu de transmission : elles peuvent même voyager dans le vide. L'effet Doppler pour les ondes lumineuses ne dépend que d'une vitesse, la vitesse relative $\vec{v}$ entre la source et le détecteur, mesurée dans l'un des deux référentiels. Soit f_0 la **fréquence propre** de la source, c'est-à-dire la fréquence mesurée par un observateur dans le référentiel propre de la source. Soit f la fréquence mesurée par un observateur se déplaçant à une vitesse $\vec{v}$ par rapport au référentiel propre de la source. Ainsi, quand l'observateur s'éloigne directement de la source,

$$f = f_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} \quad \text{(source et détecteur s'éloignant l'un de l'autre).} \qquad (8.32)$$

où $\beta = v/c$. Quand l'observateur se dirige directement vers la source, il faut changer les signes devant les deux symboles β dans l'équation 8.32. La démonstration de l'équation 8.32 est présentée à la section 8.13.

L'effet Doppler pour de faibles vitesses

Dans le cas de faibles vitesses ($\beta \ll 1$), l'équation 8.32 peut être développée en série, ce qui donne l'approximation suivante :

$$f = f_0(1 - \beta + \tfrac{1}{2}\beta^2) \quad \text{(source et détecteur s'éloignant, } \beta \ll 1\text{).} \qquad (8.33)$$

L'équation de l'effet Doppler des ondes sonores pour de faibles vitesses possède les deux mêmes premiers termes, mais son troisième terme affiche un coefficient différent. Donc, l'effet relativiste pour des sources lumineuses et des détecteurs voyageant à faible vitesse n'apparaît qu'avec le terme β^2.

Pour mesurer la vitesse v d'une auto, un cinémomètre de police (communément appelé radar) fait appel à l'effet Doppler sur les micro-ondes. Une source placée dans l'appareil émet un faisceau de micro-ondes à une certaine fréquence (propre) f_0 sur la route. Une voiture qui se dirige vers l'appareil intercepte ce faisceau, mais à une fréquence décalée vers le haut par l'effet Doppler, en raison de son mouvement vers l'appareil radar. L'auto réfléchit le faisceau vers l'appareil. Étant donné que l'auto se dirige vers l'appareil, le capteur de ce dernier intercepte un faisceau réfléchi dont la fréquence est encore plus décalée vers le haut. L'appareil compare cette nouvelle fréquence avec f_0 et calcule la vitesse v de l'auto.

L'effet Doppler astronomique

Lorsque vous observez des étoiles, des galaxies ou toute autre source lumineuse, vous pouvez déterminer la vitesse de la source, qui s'éloigne ou qui se rapproche de vous, en mesurant le *déplacement Doppler* de la lumière qui vous parvient. Si une certaine étoile était immobile par rapport à vous, vous détecteriez sa lumière à une certaine fréquence propre f_0. Cependant, si cette étoile s'éloignait ou se rapprochait directement de vous, vous détecteriez une lumière possédant une fréquence f décalée de f_0 par l'effet Doppler. C'est le mouvement *radial* de l'étoile (s'approchant ou s'éloignant directement de vous) qui provoque ce décalage, de sorte que sa mesure vous permet seulement de déterminer la *vitesse radiale* v de l'étoile – soit uniquement la composante radiale de la vitesse de l'étoile par rapport à vous.

Supposez que la vitesse radiale v d'une certaine source lumineuse est assez faible (β est assez proche de zéro) pour que vous puissiez négliger le terme β^2 de l'équation 8.33. Placez également un $\pm$ devant le terme β (le signe négatif correspond au mouvement radial s'éloignant de vous ; le signe positif, au mouvement radial se rapprochant). L'équation 8.33 devient alors

$$f = f_0(1 \pm \beta). \qquad (8.34)$$

Habituellement, en astronomie, on mesure la longueur d'onde plutôt que la fréquence de la lumière ; on remplace donc f par c/λ et f_0 par c/λ_0, où λ est la longueur d'onde mesurée et λ_0 est la **longueur d'onde propre.** Si on remplace également β par v/c dans l'équation 8.34, on obtient

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0}\left(1 \pm \frac{v}{c}\right),$$

ce qui mène à

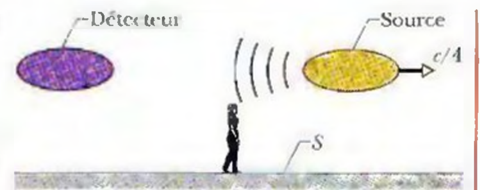
$$v = \pm \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda} c.$$

Par convention, on écrit cette équation ainsi :

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c \quad \text{(vitesse radiale de la source lumineuse, } v \ll c\text{)}, \qquad (8.35)$$

où $\Delta\lambda = |\lambda - \lambda_0|$ est le déplacement Doppler de la *longueur d'onde* de la source lumineuse. Si la source s'éloigne de vous, λ est supérieure à λ_0 ; on parle alors de *déplacement vers le rouge*. (Cette expression ne signifie toutefois pas que la lumière détectée soit rouge ou même visible : elle signifie plutôt que la longueur d'onde augmente.) De même, si la source se rapproche de vous, λ est inférieure à λ_0, et on parle de *déplacement vers le bleu.*

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 : La figure illustre une source qui émet une lumière de fréquence propre f_0 en se déplaçant directement vers la droite à une vitesse $c/4$ mesurée dans le référentiel S. La figure montre également un détecteur qui mesure cette lumière à une fréquence $f > f_0$. a) Le détecteur se déplace-t-il vers la gauche ou vers la droite ? b) La vitesse du détecteur mesurée dans le référentiel S est-elle supérieure à $c/4$, inférieure à $c/4$ ou égale à $c/4$?



L'effet Doppler transversal

Jusqu'à maintenant, ici et dans le chapitre 3, on n'a abordé l'effet Doppler que dans des situations où la source et le détecteur se rapprochent ou s'éloignent directement l'un de l'autre. La figure 8.12 illustre une situation différente, dans laquelle une source S passe près d'un détecteur D. Quand S atteint le point P, sa vitesse est perpendiculaire à la ligne la joignant à D et, à cet instant, elle ne se rapproche ni ne s'éloigne de D. Si cette source émet des ondes sonores de fréquence f_0, D détecte cette fréquence (sans effet Doppler) en captant les ondes émises au point P. Cependant, si la source émet des ondes lumineuses, il y a toujours un effet Doppler, dit **transversal.** Dans ce cas, quand la source se trouve au point P, le détecteur capte une lumière de fréquence

$$f = f_0\sqrt{1 - \beta^2} \quad \text{(effet Doppler transversal)}. \qquad (8.36)$$

Pour de faibles vitesses ($\beta \ll 1$), l'équation 8.36 peut être développée en série ; on obtient alors l'approximation suivante :

$$f = f_0(1 - \tfrac{1}{2}\beta^2) \quad \text{(faibles vitesses)}. \qquad (8.37)$$

Ici, le premier terme correspond à ce à quoi on pourrait s'attendre en présence d'ondes sonores. De plus, l'effet Doppler relativiste pour les sources et les détecteurs à faibles vitesses fait intervenir un terme proportionnel à β^2.

En principe, un cinémomètre de police peut déterminer la vitesse d'une auto même quand la trajectoire du faisceau radar est perpendiculaire (transversale) au mouvement de l'auto. Cependant, selon l'équation 8.37, étant donné que β a une petite valeur même pour une voiture rapide, le terme relativiste $\beta^2/2$ dans l'effet Doppler transversal a une valeur extrêmement faible. Donc, $f \approx f_0$, de sorte que le cinémomètre calcule une vitesse nulle. C'est pourquoi les policiers essaient toujours d'aligner le faisceau radar sur le trajet de l'auto pour obtenir un déplacement Doppler donnant la vitesse réelle de l'auto. Toute déviation par rapport à cet alignement favorise le conducteur de l'auto parce qu'elle réduit la mesure de la vitesse.

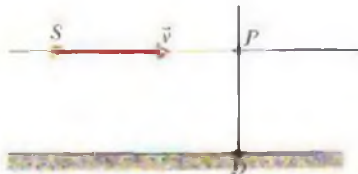


Figure 8.12 Une source lumineuse S se déplace à une vitesse $\vec{v}$ en passant près d'un détecteur situé au point D. La théorie de la relativité restreinte prédit un effet Doppler transversal à l'instant où la source passe au point P, où la direction de son déplacement est perpendiculaire à la ligne passant par D. La théorie non relativiste ne prédit aucun effet semblable.

L'effet Doppler transversal constitue également un autre moyen permettant de tester la dilatation du temps. Si on reformule l'équation 8.36 en employant la période T de l'oscillation de l'onde lumineuse émise au lieu de la fréquence, on obtient (puisque $T = 1/f$)

$$T = \frac{T_0}{\sqrt{1-\beta^2}} = \gamma T_0. \tag{8.38}$$

où T_0 (= $1/f_0$) est la **période propre** de la source. Comme le démontre une comparaison avec l'équation 8.9, l'équation 8.38 est simplement la formule de la dilatation du temps, puisqu'une période est un intervalle de temps.

Le système de navigation NAVSTAR

Chaque satellite NAVSTAR émet continuellement des signaux radio donnant sa position, à une fréquence réglée et contrôlée par des horloges atomiques de grande précision. Quand un de ces signaux est capté par le détecteur d'un avion commercial, par exemple, sa fréquence a été décalée par l'effet Doppler. En captant simultanément les signaux de plusieurs satellites NAVSTAR, le détecteur peut déterminer la direction de n'importe lequel d'entre eux et la direction de son vecteur vitesse. En se fondant sur le déplacement Doppler du signal, le détecteur peut déterminer la vitesse de l'avion. (Il faut aussi considérer un effet Doppler causé par la relativité générale.)

On peut faire un calcul rapide pour constater l'efficacité de ce phénomène. La vitesse d'un satellite NAVSTAR par rapport au centre de la Terre est approximativement de $1{,}0 \times 10^4$ m/s. La valeur de β correspondante est d'environ $3{,}0 \times 10^{-5}$. Donc, le terme $\beta^2/2$ des équations 8.33 et 8.37 (qui est le terme de la relativité) est approximativement $4{,}5 \times 10^{-10}$. Autrement dit, la relativité modifie le déplacement Doppler du signal perçu d'environ 4,5 parties sur 10^{10}, ce qui n'est pas très considérable.

Cependant, ce décalage est quand même important. Les horloges atomiques qui se trouvent dans les satellites sont si précises que la variation de fréquence du signal du satellite n'est que de 2 parties sur 10^{12}. Par l'équation 8.37, on constate que β (et par conséquent v) dépend de la racine carrée de f/f_0. Donc, la variation de 2×10^{-12} de la fréquence de l'horloge provoque une variation de

$$\sqrt{2 \times 10^{-12}} = 1{,}4 \times 10^{-6}$$

de la valeur mesurée de la vitesse relative v entre le satellite et l'avion.

Puisque la valeur de la vitesse relative entre l'avion et le satellite v découle principalement de la grande vitesse du satellite, $1{,}0 \times 10^4$ m/s, cela signifie que v (et par conséquent, la vitesse de l'avion) peut être déterminée avec une précision approximative de

$$(1{,}4 \times 10^{-6})(1{,}0 \times 10^4 \text{ m/s}) = 1{,}4 \text{ cm/s}.$$

Supposez que l'avion vole durant 1 h (3 600 s). Si vous connaissez la vitesse approximative à 1,4 cm/s, vous pouvez prédire la position de l'avion à la fin de cette heure avec une précision de

$$(0{,}014 \text{ m/s})(3\,600 \text{ s}) = 50 \text{ m},$$

ce qui est acceptable en navigation aérienne moderne.

Si on ne tenait pas compte des effets de la relativité, il serait impossible de déterminer la vitesse de l'avion avec une précision inférieure à 21 cm/s, ce qui ne permettrait pas de prédire une position avec une incertitude inférieure à 760 m.

Exemple 8.5

La figure 8.13 a) représente graphiquement l'intensité, en fonction de la longueur d'onde, d'une lumière provenant de gaz interstellaires se trouvant à des côtés opposés de la galaxie M87 (figure 8.13 b)). Une courbe atteint un pic à 499,8 nm, l'autre, à 501,6 nm. Le gaz orbite autour du cœur de la galaxie à un rayon r = 100 années-lumière ; il se dirige apparemment vers la Terre d'un côté du cœur, et s'en éloigne du côté opposé.

a) Quelle courbe correspond au gaz se dirigeant vers la Terre ? b) Quelle est la vitesse de ce gaz par rapport à la Terre (et par rapport au cœur de la galaxie) ?

SOLUTION : Les concepts clés sont les suivants :

1. Si le gaz ne tournait pas autour du cœur de la galaxie, la lumière qu'il émet serait détectée à une certaine longueur d'onde.
2. En raison de l'effet Doppler, le mouvement du gaz modifie la longueur d'onde détectée, l'augmentant dans le cas du gaz qui s'éloigne de la Terre et la diminuant dans le cas du gaz qui s'en rapproche.

Donc, le pic de la courbe à 501,6 nm correspond au mouvement qui s'éloigne de la Terre ; le pic à 499,8 nm, au mouvement qui s'en rapproche.

On peut supposer ici que l'augmentation et la diminution de la longueur d'onde provoquées par le mouvement du gaz sont d'égale grandeur. La longueur d'onde non décalée, que l'on considérera comme une longueur d'onde propre λ_0, doit alors être la moyenne des deux longueurs d'ondes décalées :

$$\lambda_0 = \frac{501{,}6 \text{ nm} + 499{,}8 \text{ nm}}{2} = 500{,}7 \text{ nm}.$$

Le déplacement Doppler $\Delta\lambda$ de la lumière provenant du gaz s'éloignant de la Terre est alors

$$\Delta\lambda = |\lambda - \lambda_0| = 501{,}6 \text{ nm} - 500{,}7 \text{ nm} = 0{,}90 \text{ nm}.$$

Si on insère cette valeur et $\lambda = 501{,}6$ nm dans l'équation 8.35, on constate que la vitesse du gaz est

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda}c = \frac{0{,}9 \text{ nm}}{501{,}6 \text{ nm}} 2{,}998 \times 10^8 \text{ m/s} \approx 5 \times 10^5 \text{ m/s}. \quad \text{(réponse)}$$

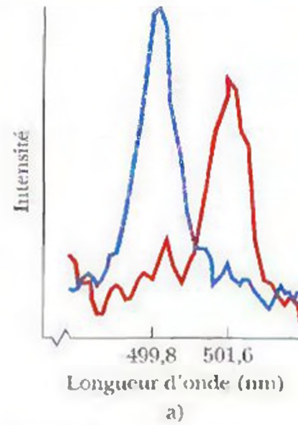
b) Le gaz tourne autour du cœur de la galaxie parce qu'il subit une force gravitationnelle générée par la masse M de ce cœur. Quelle est cette masse exprimée en multiples de la masse du Soleil, M_S ($= 1{,}99 \times 10^{30}$ kg) ?

SOLUTION : Ici, deux concepts clés entrent en jeu.

1. D'après l'équation 14.1 du volume 1, le module F de la force gravitationnelle exercée sur un élément gazeux de masse m orbitant à un rayon r est

$$F = \frac{GMm}{r^2}.$$

2. Si l'élément gazeux décrit un cercle autour du cœur de la galaxie, il doit avoir une accélération centripète de module $a_c = v^2/r$, orientée vers le cœur.
3. Selon la deuxième loi de Newton, formulée pour un axe radial sortant du cœur et se dirigeant vers l'élément gazeux, $F_{rés,r} = ma_r$.



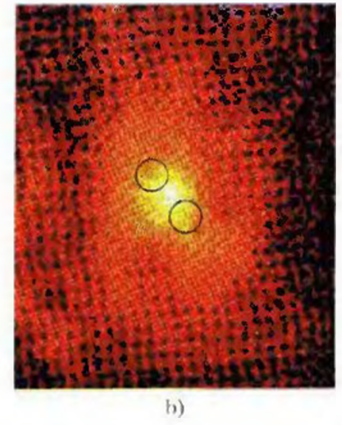


Figure 8.13 Exemple 8.5 a) Courbes de l'intensité, en fonction de la longueur d'onde, de la lumière émise par des gaz situés à des côtés opposés de la galaxie M87 et détectée sur Terre b) La région centrale de M87. Les cercles indiquent les positions des gaz dont les intensités sont données en a). Le cœur de M87 se trouve à mi-chemin entre ces cercles.

Si on rassemble ces trois concepts, on obtient :

$$\frac{GMm}{r^2} = m\frac{v^2}{r}.$$

Si on isole M et si on insère les données fournies, on obtient

$$M = \frac{v^2 r}{G} = \frac{(5{,}38 \times 10^5 \text{ m/s})^2 (100 \text{ al})(9{,}46 \times 10^{15} \text{ m/al})}{6{,}67 \times 10^{-11} \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{kg}^2} = 4 \times 10^{39} \text{ kg} = (2 \times 10^9) M_s. \quad \text{(réponse)}$$

Ce résultat indique qu'une masse équivalant à deux milliards de soleils est comprimée dans le cœur de la galaxie, ce qui suggère fortement qu'un trou noir extrêmement massif occupe ce cœur.

8.11 La quantité de mouvement en relativité

Supposez qu'un certain nombre d'observateurs, chacun dans un référentiel inertiel distinct, observent une collision isolée entre deux particules. En mécanique newtonienne, on a vu que, même si les observateurs mesurent différentes vitesses pour les particules, ils détermineront tous que le principe de la conservation de la quantité de mouvement est respecté, soit que la quantité de mouvement totale du système de particules est la même avant et après la collision.

Comment la relativité influence-t-elle cette situation ? On constate que, si on continue de définir la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'une particule par l'expression $m\vec{v}$, soit le produit de sa masse et de sa vitesse, la quantité de mouvement totale *n'est pas* conservée pour des observateurs se trouvant dans des référentiels inertiels différents. On a alors deux choix : abandonner le principe de conservation de la quantité de mouvement ou voir si on peut redéfinir la quantité de mouvement d'une particule de façon à ce que ce principe continue de s'appliquer. Le second choix est le bon.

Imaginez une particule se déplaçant à une vitesse constante $\vec{v}$ dans la direction positive de l'axe des x. Selon la définition de Newton, le module de la quantité de mouvement de la particule est

$$p = mv = m\frac{\Delta x}{\Delta t} \quad \text{(quantité de mouvement newtonienne)}, \qquad (8.39)$$

où Δx est la distance parcourue dans l'intervalle de temps Δt. Pour formuler une expression relativiste de la quantité de mouvement, on remplace l'intervalle de temps par un invariant relativiste : l'intervalle de temps propre :

$$p = m\frac{\Delta x}{\Delta t_0}.$$

Ici, comme avant, Δx est la distance parcourue par une particule en mouvement telle qu'elle est vue par un observateur. Cependant, Δt_0 est le temps requis pour parcourir cette distance, temps mesuré non par l'observateur surveillant la particule en mouvement, mais par un observateur se déplaçant avec cette particule. La particule est immobile par rapport à ce second observateur, ce qui a pour résultat que ce dernier mesure un temps propre.

Si on fait appel à la formule de dilatation du temps (équation 8.9), on peut écrire que

$$p = m\frac{\Delta x}{\Delta t_0} = m\frac{\Delta x}{\Delta t}\frac{\Delta t}{\Delta t_0} = m\frac{\Delta x}{\Delta t}\gamma.$$

Cependant, puisque $\Delta x/\Delta t$ est la vitesse v de la particule,

$$p = \gamma m v \quad \text{(quantité de mouvement).} \tag{8.40}$$

Notez que le facteur de Lorentz constitue la seule différence entre cette expression et la définition newtonienne qu'est l'équation 8.39. Cependant, cette différence* est importante : la quantité de mouvement relativiste s'approche d'une valeur infinie quand v approche c, ce qui n'est pas le cas quand il est question de la quantité de mouvement newtonienne.

On peut généraliser l'équation 8.40 sous forme vectorielle :

$$\vec{p} = \gamma m\vec{v} \quad \text{(quantité de mouvement).} \tag{8.41}$$

Cette équation constitue la bonne définition de la quantité de mouvement pour toutes les vitesses physiquement possibles. Dans le cas d'une vitesse très inférieure à c, elle se réduit à la définition newtonienne de la quantité de mouvement ($\vec{p} = m\vec{v}$).

8.12 L'énergie en relativité

L'énergie au repos

La chimie s'est d'abord développée avec l'idée que, lors des réactions chimiques, l'énergie et la masse étaient conservées de manière indépendante. En 1905, Einstein a démontré que, en conséquence de la théorie de la relativité restreinte, la masse peut être considérée comme une autre forme d'énergie (la démonstration d'Einstein est présentée à la section 8.13). Donc, le principe de conservation de l'énergie est en fait le principe de conservation de l'ensemble masse-énergie.

Dans une *réaction chimique* (processus où des atomes et des molécules interagissent), la quantité de masse transformée en d'autres formes d'énergie (ou vice versa) constitue une fraction si infime de la masse totale en jeu qu'il est impossible de mesurer la variation de cette masse, même avec les meilleures balances. Il *semble* que la masse et l'énergie soient réellement conservées séparément. Cependant, dans une *réaction nucléaire* (où des noyaux et des particules subatomiques interagissent), l'énergie dégagée est souvent un million de fois supérieure à celle d'une réaction chimique, de sorte qu'on peut facilement mesurer la variation de masse. Le transfert masse-énergie qui se produit lors d'une réaction nucléaire est connu depuis longtemps.

* Certains auteurs interprètent l'expression γm comme une masse relativiste. Nous ne faisons pas cette interprétation newtonienne dans ce volume. Il est préférable de changer la définition de la quantité de mouvement plutôt que de changer la définition de la masse qui apparaît dans la quantité de mouvement.

TABLEAU 8.3 Les énergies au repos de quelques objets

Objet	Masse (kg)	Énergie au repos	
Électron	$9{,}11 \times 10^{-31}$	$8{,}19 \times 10^{-14}$ J	(= 511 keV)
Proton	$1{,}67 \times 10^{-27}$	$1{,}50 \times 10^{-10}$ J	(= 938 MeV)
Atome d'uranium	$3{,}95 \times 10^{-25}$	$3{,}55 \times 10^{-8}$ J	(= 225 GeV)
Particule de poussière	1×10^{-13}	1×10^{4} J	(= 2 kcal)
Pièce de 1 cent	$2{,}25 \times 10^{-3}$	$2{,}02 \times 10^{14}$ J	(= 56,2 GW · h)

La relation entre la masse m d'un objet et son énergie au repos E_0 est

$$E_0 = mc^2, \tag{8.42}$$

qui est, sans l'indice 0, l'équation scientifique la plus connue de tous les temps. La démonstration de cette relation apparaît à la section 8.13. L'énergie associée à la masse d'un objet est appelée **équivalence masse-énergie**, ou **énergie au repos**. La seconde expression suggère que E_0 est une énergie que même l'objet au repos possède, tout simplement parce qu'il a une masse. (Si vous poursuivez vos études de physique après ce cours, vous lirez des textes traitant plus à fond de la relation entre la masse et l'énergie. Vous pourrez même en lire qui contesteront la nature et la signification de cette relation.)

Le tableau 8.3 donne l'équivalence masse-énergie, ou énergie au repos, de quelques objets. Par exemple, celle d'une pièce de 1 cent est énorme, soit l'équivalent d'une quantité d'énergie qui coûterait près de quatre millions de dollars. Par ailleurs, toute la production annuelle d'énergie électrique de la centrale Robert-Bourassa (la plus grosse centrale hydro-électrique du Québec) correspond à un équivalent de seulement 2 kg de matière (pierres, pommes de terre ou n'importe quoi d'autre).

En pratique, on n'utilise que rarement les unités SI dans l'équation 8.42 parce qu'elles sont trop grandes pour être commodes. On y exprime plutôt les masses en unités de masse atomique, où

$$1 \text{ u} = 1{,}66 \times 10^{-27} \text{ kg}, \tag{8.43}$$

et l'énergie, en électronvolts ou en ses multiples, où

$$1 \text{ eV} = 1{,}60 \times 10^{-19} \text{ J}. \tag{8.44}$$

Exprimée en unités des équations 8.43 et 8.44, la constante de multiplication c^2 a les valeurs suivantes :

$$c^2 = 9{,}315 \times 10^8 \text{ eV/u} = 9{,}315 \times 10^5 \text{ keV/u}$$
$$= 931{,}5 \text{ MeV/u}. \tag{8.45}$$

On écrit aussi parfois la masse des particules subatomiques en MeV/c^2. (Voir l'annexe B.) Par exemple, la masse d'un proton est 938,3 MeV/c^2. Cela indique que son énergie au repos est égale à 938,3 MeV.

L'énergie totale

L'équation 8.42 donne la masse au repos (ou l'équivalent masse-énergie) E_0 associée à la masse m d'un objet, peu importe que ce dernier soit au repos ou en mouvement. S'il se déplace, il possède une énergie additionnelle appelée énergie cinétique, K. Si on suppose que son énergie potentielle est nulle, son énergie totale E est la somme de son énergie au repos et de son énergie cinétique :

$$E = E_0 + K = mc^2 + K. \tag{8.46}$$

On ne le démontrera pas ici, mais l'énergie totale E peut également être exprimée ainsi :

$$E = \gamma mc^2, \tag{8.47}$$

où γ est le facteur de Lorentz relatif au mouvement de l'objet.

Depuis le chapitre 7 du volume 1, on a étudié de nombreux exemples où interviennent les variations d'énergie totale d'une particule ou d'un système de particules. Cependant, on n'y a pas inclus celles de l'énergie au repos parce que ses variations étaient soit nulles, soit assez petites pour être négligeables. Or, le principe de conservation de l'énergie totale s'applique toujours même si les variations de l'énergie au repos sont importantes. Donc, peu importe ce qui arrive à l'énergie au repos, l'énoncé suivant, tiré de la section 8.7 du volume 1, demeure vrai :

L'énergie totale E d'un *système isolé* ne peut pas varier.

Par exemple, si la somme des énergies au repos de deux particules en interaction dans un système isolé diminue, un autre type d'énergie du système doit augmenter parce que l'énergie totale ne peut varier.

Dans un système qui subit une réaction chimique ou nucléaire, une variation de l'énergie au repos du système causée par la réaction s'exprime souvent par la valeur Q. La valeur Q d'une réaction s'obtient par la relation

$$\begin{pmatrix}\text{énergie au repos}\\ \text{initiale du système}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{énergie au repos}\\ \text{finale du système}\end{pmatrix} + Q$$

ou

$$E_{0\mathrm{i}} = E_{0\mathrm{f}} + Q. \qquad (8.48)$$

À l'aide de l'équation 8.42 ($E_0 = mc^2$), on peut récrire cette relation en employant la masse *totale* initiale M_i et la masse *totale* finale M_f ainsi :

$$M_\mathrm{i}c^2 = M_\mathrm{f}c^2 + Q$$

ou

$$Q = M_\mathrm{i}c^2 - M_\mathrm{f}c^2 = -\Delta M c^2, \qquad (8.49)$$

où la variation de masse causée par la réaction est $\Delta M = M_\mathrm{f} - M_\mathrm{i}$.

Si une réaction se solde par une transformation d'énergie au repos en énergie cinétique des produits de la réaction, par exemple, l'énergie au repos totale du système E_0 (et sa masse totale M) diminue et Q est positive. Si une réaction requiert plutôt que cette énergie soit transformée en énergie au repos, l'énergie au repos totale du système E_0 (et sa masse totale M) augmente et Q est négative.

Par exemple, on peut supposer que deux noyaux d'hydrogène subissent une *réaction de fusion* au cours de laquelle ils s'unissent pour former un noyau unique et libèrent deux particules. L'énergie au repos (et la masse totale) du système comprenant le noyau qui en résulte et les deux particules libérées est inférieure à l'énergie au repos totale (et à la masse totale) des noyaux d'hydrogène initiaux. Donc, la valeur Q de la fusion est positive, et l'énergie est dite *dégagée* (transformée à partir de l'énergie au repos) par la réaction. Ce dégagement d'énergie est important pour nous tous parce que la fusion des noyaux d'hydrogène qui se produit dans le Soleil fait partie du processus qui donne le rayonnement du Soleil sur Terre et qui rend la vie possible.

L'énergie cinétique

Dans le chapitre 7 du volume 1, on a défini de la manière suivante l'énergie cinétique K d'un objet de masse m se déplaçant à une vitesse v très inférieure à c :

$$K = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \text{(approximation non relativiste).} \qquad (8.50)$$

Cependant, cette équation non relativiste n'est qu'une approximation suffisamment bonne quand la vitesse en jeu est très inférieure à celle de la lumière.

Il faut maintenant trouver une expression pour l'énergie cinétique bonne pour *toutes* les vitesses physiquement possibles, y compris celles qui se rapprochent de c. Si on isole K dans l'équation 8.46 et qu'on remplace E par son expression de l'équation 8.47, on obtient

$$\begin{aligned} K &= E - mc^2 = \gamma mc^2 - mc^2 \\ &= mc^2(\gamma - 1) \quad \text{(énergie cinétique),} \end{aligned} \qquad (8.51)$$

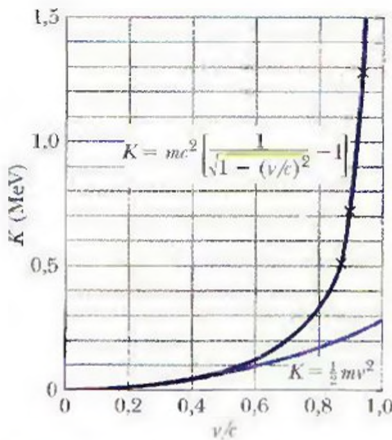


Figure 8.14 Les équations relativiste (équation 8.51) et non relativiste (équation 8.50) de l'énergie cinétique d'un électron représentées graphiquement en fonction de v/c, où v est la vitesse de l'électron et c est la vitesse de la lumière. Notez que les deux courbes coïncident à de faibles vitesses et qu'elles sont très différentes à des vitesses élevées. Les données expérimentales (marquées par des X) montrent que, à des vitesses élevées, la courbe relativiste décrit très bien les données expérimentales alors que la courbe non relativiste ne décrit pas du tout ces points.

où $\gamma (= 1/\sqrt{1-(v/c)^2})$ est le facteur de Lorentz relatif au mouvement de l'objet.

La figure 8.14 représente graphiquement l'énergie cinétique d'un électron calculée à l'aide de la bonne définition (équation 8.51) et selon son approximation non relativiste (équation 8.50), toutes deux en fonction de v/c. Dans la partie gauche du graphique, notez que les deux courbes coïncident ; c'est la partie du graphique (relative aux basses vitesses) qui correspond aux calculs des énergies cinétiques qu'on a effectués jusqu'ici. Cette partie indique qu'on a eu raison d'employer l'expression non relativiste de l'équation 8.50 pour calculer l'énergie cinétique. Cependant, dans la partie droite du graphique (relative aux vitesses se rapprochant de c), les deux courbes sont complètement différentes. Quand v/c s'approche de 1,0, la courbe de la définition non relativiste n'augmente que modérément, alors que celle de la définition relativiste (la bonne) augmente considérablement. Donc, quand la vitesse v d'un objet s'approche de c, il *faut* utiliser l'équation 8.51 pour calculer l'énergie cinétique.

La figure 8.14 révèle également un fait important sur le travail qu'il faut effectuer sur un objet pour augmenter sa vitesse, de 1 %, par exemple. Le travail W nécessaire est égal à la variation de l'énergie cinétique ΔK de l'objet. Pour que cette variation se réalise dans la partie relative aux faibles vitesses (gauche) du graphique 8.14, le travail nécessaire peut être modeste. Cependant, si la variation doit se produire dans la partie relative aux hautes vitesses (droite), il faut fournir un travail énorme, parce que l'énergie cinétique K augmente très rapidement dans cette partie quand la vitesse v augmente. Pour augmenter la vitesse d'un objet à c, il faudrait, en principe, une quantité infinie d'énergie ; par conséquent, il est impossible de le faire.

On exprime souvent les énergies cinétiques des électrons, protons et autres particules en électronvolts ou en un de ses multiples utilisé comme adjectif. Par exemple, un électron possédant une énergie cinétique de 20 MeV peut être décrit comme un électron de 20 MeV.

La quantité de mouvement et l'énergie cinétique

En mécanique non relativiste (ou newtonienne), le module de la quantité de mouvement p d'une particule est mv et son énergie cinétique K est $\frac{1}{2}mv^2$. Si on élimine v de ces deux expressions, on obtient une relation directe entre la quantité de mouvement et l'énergie cinétique :

$$p^2 = 2Km \quad \text{(non relativiste)}. \tag{8.52}$$

On peut trouver une relation semblable en relativité ; pour ce faire, on élimine v de la définition relativiste de la quantité de mouvement (équation 8.40) et de la définition relativiste de l'énergie cinétique (équation 8.51). On obtient alors, après un peu d'algèbre,

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2. \tag{8.53}$$

Avec l'aide de l'équation 8.46, on peut transformer l'équation 8.53 en une relation entre la quantité de mouvement p et l'énergie totale E d'une particule :

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2. \tag{8.54}$$

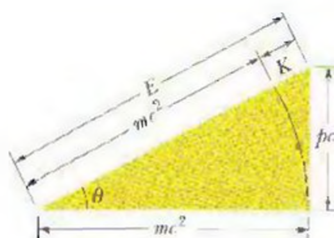


Figure 8.15 Voici un truc mnémonique utile pour retenir les relations relativistes entre l'énergie totale E, l'énergie au repos (ou équivalence masse-énergie) mc^2, l'énergie cinétique K et la quantité de mouvement p.

Le triangle rectangle de la figure 8.15 peut vous aider à vous souvenir de ces relations utiles. Vous pouvez également démontrer les expressions suivantes dans ce triangle

$$\sin\theta = \beta \quad \text{et} \quad \cos\theta = 1/\gamma. \tag{8.55}$$

Dans l'équation 8.54, on peut constater que le produit pc doit avoir les mêmes unités que l'énergie E ; la quantité de mouvement p doit donc s'exprimer comme une unité d'énergie divisée par c. En fait, la quantité de mouvement en physique des particules s'exprime souvent en MeV/c ou en GeV/c.

On peut aussi réécrire l'équation 8.54 sous la forme :

$$E_0^2 - (mc^2)^2 = E^2 - (pc)^2. \tag{8.56}$$

Cette équation a la même forme que l'équation 8.10, qui indique que le temps propre est un invariant relativiste. L'équation 8.56 indique que l'énergie au repos (et donc la masse) d'une particule est un invariant relativiste. L'équation 8.54 est valable quel que soit le référentiel utilisé.

Pour une particule sans masse (comme le photon, la particule de lumière qui sera introduite au prochain chapitre), l'équation 8.54 donne une relation entre l'énergie et la quantité de mouvement :

$$E = pc \qquad \text{(particule sans masse)} \tag{8.57}$$

✔ VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5 : a) L'énergie cinétique et b) l'énergie totale d'un électron de 1 GeV sont-elles supérieures, inférieures ou égales à celles d'un proton de 1 GeV ?

Exemple 8.6

a) Quelle est l'énergie totale E d'un électron de 2,53 MeV ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : selon l'équation 8.46, l'énergie totale E est la somme de l'énergie au repos (ou équivalence masse-énergie) de l'électron mc^2 et de son énergie cinétique :

$$E = mc^2 + K. \tag{8.58}$$

Dans l'énoncé du problème, l'adjectif « 2,53 MeV » signifie que l'électron possède une énergie cinétique de 2,53 MeV. Pour évaluer l'énergie au repos mc^2 de l'électron, on remplace sa masse m par sa valeur donnée dans l'annexe B, ce qui donne

$$mc^2 = (9{,}109 \times 10^{-31}\ \text{kg})(2{,}998 \times 10^8\ \text{m/s})^2$$
$$= 8{,}187 \times 10^{-14}\ \text{J}.$$

Si on divise ensuite ce résultat par $1{,}602 \times 10^{-13}$ J/MeV, on obtient une énergie au repos de 0,511 MeV pour l'électron. (On peut confirmer cette valeur dans le tableau 8.3. On aurait pu aussi utiliser la masse de l'électron donnée à l'annexe B en MeV/c^2.) Cela indique que l'énergie au repos d'un électron est égale à 0,511 MeV. L'équation 8.58 donne alors

$$E = 0{,}511\ \text{MeV} + 2{,}53\ \text{MeV} = 3{,}04\ \text{MeV}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Quel est le module de la quantité de mouvement p de l'électron, exprimé en MeV/c ?

SOLUTION : Ici, le concept clé est le suivant : on peut déterminer p à partir de l'énergie totale E et de l'énergie au repos mc^2 à l'aide de l'équation 8.54,

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2.$$

Si on isole pc, on obtient :

$$pc = \sqrt{E^2 - (mc^2)^2}$$
$$= \sqrt{(3{,}04\ \text{MeV})^2 - (0{,}511\ \text{MeV})^2} = 3{,}00\ \text{MeV}.$$

Finalement, si on divise les deux membres par c, on obtient :

$$p = 3{,}00\ \text{MeV}/c. \qquad \text{(réponse)}$$

Exemple 8.7

Le proton ayant la plus grande quantité d'énergie jamais détectée dans les rayons cosmiques atteignant la Terre possédait une étonnante énergie cinétique de $3{,}0 \times 10^{20}$ eV (suffisamment d'énergie pour faire grimper de quelques degrés Celsius la température d'une cuillère à thé d'eau).

a) Quels étaient le facteur de Lorentz γ du proton et sa vitesse v (tous deux par rapport au détecteur sur Terre) ?

SOLUTION : On emploie ici un premier concept clé : le facteur de Lorentz γ du proton relie l'énergie totale E avec l'énergie au repos mc^2 par l'équation 8.47 ($E = \gamma mc^2$). Le deuxième concept clé est que l'énergie totale du proton est la somme de son énergie au repos mc^2 et de son énergie cinétique K (connue). Si on combine ces deux concepts, on obtient :

$$\gamma = \frac{E}{mc^2} = \frac{mc^2 + K}{mc^2} = 1 + \frac{K}{mc^2}.$$

On peut obtenir l'énergie au repos mc^2 du proton à partir de sa masse (exprimée en MeV/c^2 dans l'annexe B), comme on l'a fait pour l'électron de l'exemple 8.6 a). Ainsi, mc^2 est 938 MeV (comme l'indique le tableau 8.3). Si on insère cette valeur et l'énergie cinétique connue dans l'équation précédente, on obtient :

$$\gamma = 1 + \frac{(3{,}0 \times 10^{20}\ \text{eV})}{(938 \times 10^6\ \text{eV})}$$
$$= 3{,}198 \times 10^{11} \approx 3{,}2 \times 10^{11}. \qquad \text{(réponse)}$$

Cette valeur de γ est si grande qu'on ne peut utiliser la définition de γ (équation 8.8) pour déterminer v. Essayez-le ; votre calculatrice vous indiquera que β a une valeur égale à 1 et que v est égale à c. En fait, v est très proche de c, mais on veut une valeur plus précise, que l'on peut obtenir en résolvant d'abord l'équation 8.8 en fonction de $1 - \beta$. Pour commencer, on écrit

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}} = \frac{1}{\sqrt{2(1-\beta)}},$$

où on a utilisé le fait que β est si près de l'unité que $1 + \beta$ possède une valeur très proche de 2. La vitesse que l'on cherche est contenue dans le terme $1 - \beta$. Si on isole $1 - \beta$, on obtient :

$$1 - \beta = \frac{1}{2\gamma^2} = \frac{1}{(2)(3{,}198 \times 10^{11})^2}$$
$$= 4{,}9 \times 10^{-24} \approx 5 \times 10^{-24}.$$

Donc, $\beta = 1 - 5 \times 10^{-24}$.

Et, puisque $v = \beta c$,

$v \approx 0{,}999\ 999\ 999\ 999\ 999\ 999\ 999\ 995c$. (réponse)

b) Supposez que le proton traverse la Voie lactée sur son diamètre ($9{,}8 \times 10^4$ al). Combien de temps lui faut-il, approximativement, pour parcourir cette distance si on le mesure du référentiel commun de la Terre et de la Galaxie ?

SOLUTION : On vient juste de voir que ce proton *ultrarelativiste* voyage à une vitesse très peu inférieure à c. Donc, le concept clé applicable ici est que, selon la définition de l'année-lumière, la lumière prend 1 a pour parcourir 1 al ; elle devrait donc prendre $9{,}8 \times 10^4$ a pour parcourir $9{,}8 \times 10^4$ al, et ce proton devrait prendre à peu près le même temps. Par conséquent, du référentiel Terre-Voie lactée, le voyage du proton prend

$\Delta t = 9{,}8 \times 10^4$ a. (réponse)

c) Combien de temps ce voyage dure-t-il dans le référentiel du proton ?

SOLUTION : Ici, on a besoin de quatre concepts clés.

1. Ce problème met en jeu deux mesures effectuées dans deux référentiels (inertiels), le référentiel Terre-Voie lactée et le référentiel du proton.
2. Ce problème met aussi en jeu deux événements : le premier se produit quand le proton entre dans la Galaxie, le second, quand il en sort.
3. Dans le référentiel du proton, on mesure un intervalle de temps propre Δt_0 parce que les événements s'y produisent au même endroit, à savoir au proton lui-même.
4. On peut déterminer l'intervalle de temps propre Δt_0 à l'aide de l'intervalle de temps Δt mesuré dans le référentiel Terre-Voie lactée en utilisant l'équation 8.9 ($\Delta t = \gamma \Delta t_0$) de la dilatation du temps.

Si on isole Δt_0 dans l'équation 8.9 et si on remplace γ par sa valeur obtenue en a) et Δt par sa valeur obtenue en b), on obtient :

$$\Delta t_0 = \frac{\Delta t}{\gamma} = \frac{9{,}8 \times 10^4 \text{ a}}{3{,}198 \times 10^{11}}$$
$$= 3{,}06 \times 10^{-7} \text{ a} = 9{,}7 \text{ s}. \quad \text{(réponse)}$$

Dans le référentiel Terre-Voie lactée, le voyage dure 98 000 a. Dans le référentiel du proton, il dure... 9,7 s ! Comme on l'a énoncé au début du chapitre, le mouvement relatif peut modifier l'écoulement du temps ; on en a ici un exemple extrême.

8.13 Trois démonstrations

La transformation de Lorentz

La démonstration des équations 8.21 de la transformation de Lorentz s'effectue en trois étapes. On considère nos deux observateurs, Samuel et Sophie. On suppose que Sophie est dans un train qui se déplace à une vitesse $\vec{v}$ par rapport à Samuel. On appellera S le référentiel de Samuel et S' le référentiel de Sophie.

D'abord, il faut démontrer que les longueurs perpendiculaires au mouvement ne sont pas changées. Nos observateurs font l'expérience suivante : Sophie est dans un train qui se déplace à une vitesse $\vec{v}$ et Samuel est sur le quai de la gare. Sur ce quai, il y a un mur. Samuel a tracé une ligne rouge tout le long du mur, en utilisant un pinceau attaché au bout d'une tige de 1 m qu'il maintient perpendiculairement au sol. Une ligne rouge a donc été tracée sur le mur par Samuel à une hauteur de 1 m. Sophie trace de la même façon une ligne bleue sur le mur en utilisant un pinceau au bout d'un mètre.

Supposons que la longueur perpendiculaire au mouvement d'une tige est contractée. Dans ce cas, pour Samuel, la tige de Sophie est en mouvement et sera contractée. Cela

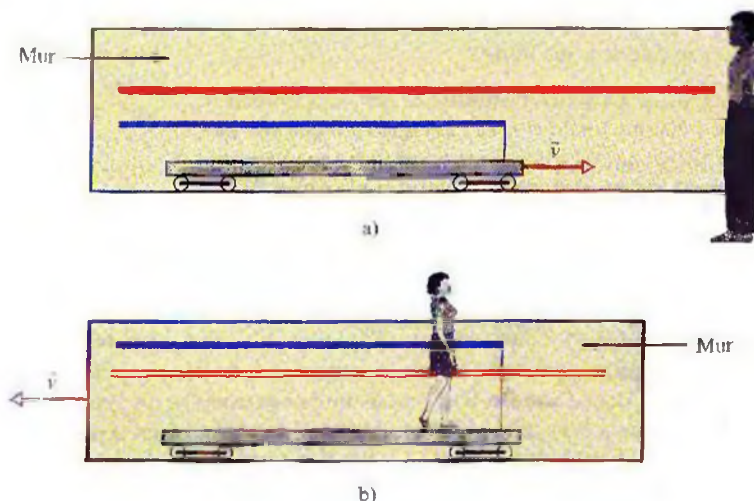


Figure 8.16 a) Pour Samuel, la tige de Sophie est en mouvement : elle est donc contractée. La tige se trouvant dans le train trace une ligne bleue plus basse que la ligne rouge. b) Pour Sophie, c'est le mur qui est en mouvement et la hauteur de la ligne rouge sera contractée. La ligne rouge sera donc plus basse.

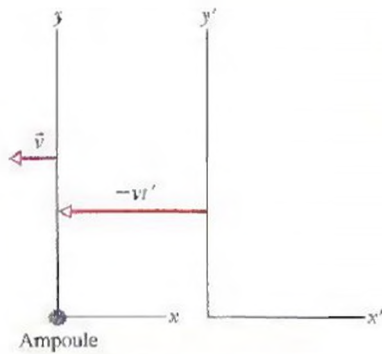


Figure 8.17 Pour Sophie, l'ampoule se déplace vers la gauche. Elle émet une impulsion au temps t' à la position $x' = -vt'$.

produira une ligne bleue à une hauteur plus basse que la ligne rouge, comme l'illustre la figure 8.16 a). La figure 8.16 b) illustre les observations de Sophie : pour elle, c'est le mur qui est en mouvement et sa hauteur (incluant la ligne rouge que Samuel a tracée) sera contractée. Donc, pour Sophie, la ligne bleue sera supérieure à la ligne rouge. Il y a alors une contradiction entre les observations de Sophie et celles de Samuel. Et cette fois, on ne peut pas faire intervenir la relativité de la simultanéité pour expliquer la différence dans les observations. On ne peut pas avoir en même temps une ligne rouge au-dessus de la ligne bleue pour un observateur et une ligne bleue au-dessus de la ligne rouge pour l'autre observateur. La seule façon d'éliminer la contradiction est de dire que les longueurs perpendiculaires au mouvement d'un référentiel par rapport à un autre ne changent pas. Les deux lignes colorées seront alors superposées.

Samuel et Sophie font une deuxième expérience pour trouver cette fois la transformation des coordonnées pour un objet situé à l'origine du référentiel de Samuel. D'abord, à $t = 0$ et $t' = 0$, le système de coordonnées de Sophie ($x'y'z'$) et celui de Samuel (xyz) coïncident. Comme les dimensions perpendiculaires au déplacement, qui s'effectue le long des axes des x et des x', ne sont pas changées :

$$y' = y$$
$$z' = z. \tag{8.59}$$

Supposons que dans le référentiel S (le référentiel de Samuel), il y a une petite ampoule située à l'origine ($x = 0$) qui émet une impulsion lumineuse au temps t. Dans le référentiel S' (celui de Sophie), à quel endroit et à quel temps cette impulsion est-elle émise ? Pour Sophie, l'ampoule se déplace vers l'axe des x' négatifs. Comme l'ampoule était à la position $x' = 0$ à $t' = 0$, elle doit se trouver à $x' = -vt'$ après un temps t', où t' est le temps mesuré par Sophie (voir la figure 8.17). Le temps $t = t_0$ est un temps propre pour Samuel, car l'ampoule est immobile dans son référentiel. On obtient alors, d'après l'équation 8.9 de la dilatation du temps :

$$t' = \gamma t. \tag{8.60}$$

Comme $x' = -vt'$, alors :

$$x' = -\gamma vt. \tag{8.61}$$

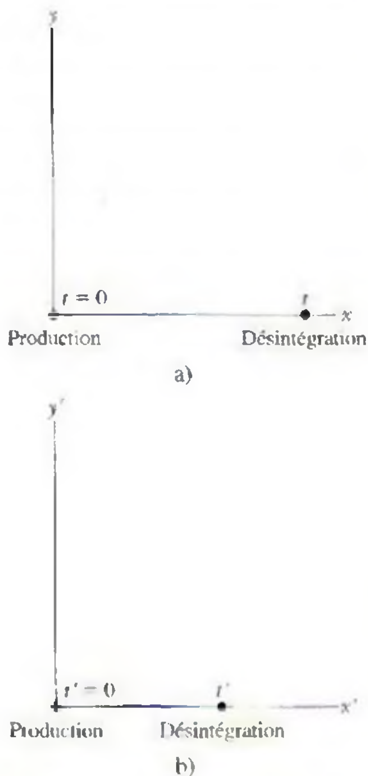


Figure 8.18 Une particule est produite à l'origine et se déplace vers la droite avant de se désintégrer. a) Samuel observe cette désintégration au temps t et à la position x. b) Sophie observe la désintégration au temps t' et à la position x'.

Pour compléter la démonstration de la transformation de Lorentz, on considère une troisième expérience, décrite à la figure 8.18. Une particule subatomique (par exemple un muon) est produite. Sophie et Samuel choisissent la position de la particule lors de sa production comme étant l'origine de leurs référentiels. Les coordonnées d'espace-temps de la particule lors de sa production sont alors ($t = 0$; $x = 0$) pour Samuel et ($t' = 0$; $x' = 0$) pour Sophie. La particule se déplace vers l'axe des x positifs (et l'axe des x' positifs) avant de se désintégrer. Samuel mesure que la particule se désintègre au temps t et à la position x (figure 8.18 a]). Pour Sophie, la particule se désintègre au temps t' et à la position x' (figure 8.18 b]). La relation de transformation entre ces coordonnées doit être une relation linéaire :

$$x' = Ax + Bt$$
$$t' = Dx + Et,$$

où A, B, D et E ne dépendent ni de la position ni du temps de l'événement. Dans la partie 2 de la démonstration, nous avons obtenu la transformation pour un événement se situant à $x = 0$. En posant $x = 0$ dans les équations précédentes, et en comparant les résultats aux équations 8.60 et 8.61, on obtient $E = \gamma$ et $B = -\gamma v$. Les transformations deviennent :

$$x' = Ax - \gamma vt$$
$$t' = Dx + \gamma t. \tag{8.62}$$

Pour obtenir les coefficients A et D, on considère les mesures de Sophie (t' et x') et celles de Samuel (t et x). La durée de vie de la particule est un temps propre t_0 pour celle-ci. Ce temps propre peut être calculé par n'importe quel observateur en utilisant l'équation 8.10. Ce temps est un invariant relativiste :

$$t_0^2 = t'^2 - x'^2/c^2 = t^2 - x^2/c^2. \tag{8.63}$$

En insérant l'équation de transformation 8.62 dans l'équation 8.63, on obtient :

$$t'^2 - x'^2/c^2 = \gamma^2 t^2 + 2\gamma D x t + D^2 x^2 - \frac{1}{c^2}(A^2 x^2 - 2A\gamma v x t + \gamma^2 v^2 t^2)$$
$$= t^2\gamma^2[1 - v^2/c^2] + 2\gamma[D + Av/c^2]\,xt - [A^2 - D^2c^2]\,x^2/c^2.$$

Comme les valeurs de x et de t sont arbitraires, il faut que le terme proportionnel à xt soit nul et que le terme proportionnel à x^2/c^2 soit égal à 1 :

$$D + Av/c^2 = 0$$
$$A^2 - D^2c^2 = 1.$$

La solution de ce système d'équations donne : $A = \gamma$ et $D = -\gamma v/c^2$. On obtient alors les équations 8.21 de la transformation de Lorentz :

$$x' = \gamma(x - vt)$$
$$t' = \gamma(t - vx/c^2). \tag{8.64}$$

L'effet Doppler relativiste

Pour démontrer l'équation 8.32, on suppose que Sophie est dans son train en mouvement à une vitesse $\vec{v}$ en s'éloignant de Samuel. Samuel envoie une onde lumineuse (comme à la figure 8.17) qui a une fréquence propre f_0. Samuel mesure une période propre T_0. Pour Sophie, la période qu'elle mesure sera un intervalle de temps dilaté $\Delta t' = \gamma T_0$. De plus, pour elle, la source s'est déplacée vers la gauche d'une distance $v\,\Delta t'$. L'onde a donc besoin de parcourir une distance supplémentaire $v\Delta t'$, ce qu'elle fera dans un temps $v\Delta t'/c$. L'intervalle total entre deux fronts d'onde observés par Sophie sera donc :

$$T = \Delta t' + v\Delta t'/c = \gamma T_0(1 + \beta).$$

Comme $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2} = 1/\sqrt{(1-\beta)(1+\beta)}$, on obtient :

$$T = T_0\sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}.$$

La fréquence étant l'inverse de la période, on obtient l'équation 8.32

$$f = f_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}. \tag{8.65}$$

L'énergie au repos

L'équivalent masse-énergie (ou énergie au repos) a été découvert par Albert Einstein en 1905. L'année suivante, il a donné une jolie et simple démonstration en considérant le centre de masse d'une boîte qui contient une source lumineuse.

Considérons une boîte de longueur L qui est au repos sur une surface sans frottement. Comme le présente la figure 8.19, la boîte contient une source lumineuse. Elle émet une impulsion lumineuse. Comme la lumière transporte de la quantité de mouvement, la boîte doit avoir une vitesse de recul $\vec{v}$ orientée vers la gauche pour que la quantité de mouvement soit conservée. D'après l'équation 8.57, la quantité de mouvement de l'impulsion lumineuse est $p = E/c$. En supposant que la masse de la boîte, M, soit assez grande pour que sa vitesse de recul soit non relativiste, on obtient :

$$-Mv + E/c = 0. \tag{8.66}$$

Lorsque l'impulsion lumineuse arrive à l'extrémité de la boîte, elle est absorbée, ce qui immobilise la boîte.

Analysons le mouvement du centre de masse. La somme des forces extérieures qui s'exercent sur la boîte est nulle. Cela implique que le centre de masse ne peut pas changer de position (voir le chapitre 9 du volume 1). Cependant, comme la boîte recule, elle transporte de la masse vers la gauche. Pour compenser ce mouvement, il faut que

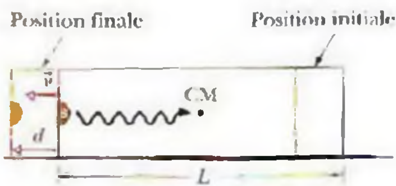


Figure 8.19 Une source émet une impulsion vers la droite. Pour conserver la quantité de mouvement, la boîte doit reculer. L'impulsion transporte une masse équivalente $m = E/c^2$ vers la droite, de telle sorte que le centre de masse ne change pas de position.

l'impulsion lumineuse transporte une certaine masse m vers la droite. Cela est possible s'il y a une équivalence entre l'énergie et la masse.

L'impulsion lumineuse prend un temps L/c pour se déplacer d'un côté à l'autre de la boîte. Pendant ce temps, la boîte recule d'une distance $d = vt = vL/c = LE/(Mc^2)$ (comme le côté droit de la boîte se déplace vers l'impulsion, le temps sera légèrement inférieur à L/c, mais cette différence est négligeable car $v \ll c$). Le déplacement du centre de masse (qui est nul) est donné par:

$$-Md + mL = 0$$

$$mL = M\frac{LE}{Mc^2}.$$

$$\Rightarrow m = \frac{E}{c^2}. \qquad (8.67)$$

On trouve alors que l'impulsion lumineuse, ayant une énergie E, est équivalente à une masse $m = E/c^2$.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Les postulats La **théorie de la relativité restreinte** d'Einstein est fondée sur deux postulats.

1. Les lois de la physique sont les mêmes pour tous les observateurs se trouvant dans des référentiels inertiels. Tous les référentiels inertiels sont équivalents.
2. La vitesse de la lumière dans le vide possède la même valeur c dans toutes les directions et dans tous les référentiels inertiels.

La vitesse de la lumière c dans le vide est une vitesse limite qu'aucune entité transportant de l'énergie ou de l'information ne peut dépasser.

Les coordonnées d'un événement Trois coordonnées de position et une coordonnée de temps **situent** un événement dans l'espace-temps. À l'aide de la relativité restreinte, on peut relier les coordonnées d'un événement attribuées par deux observateurs en mouvement uniforme l'un par rapport à l'autre.

Les événements simultanés Si deux observateurs sont en mouvement relatif, ils ne seront généralement pas d'accord quant à la simultanéité de deux événements. Si l'un d'entre eux observe deux événements simultanés se produisant à deux endroits différents, l'autre ne les observera pas comme étant simultanés, et vice versa. La simultanéité *n'est pas* une notion absolue, mais relative, selon le mouvement de l'observateur. La relativité de la simultanéité est une conséquence directe de la vitesse limite finie c.

La dilatation du temps Si deux événements successifs se produisent au même endroit dans un référentiel inertiel, l'intervalle de temps Δt_0 qui les sépare et qui est mesuré à l'aide d'une horloge unique située à l'endroit où ils se produisent est l'**intervalle de temps propre** entre ces événements. *Les observateurs se trouvant dans des référentiels en mouvement par rapport au référentiel propre mesureront un intervalle de temps plus grand.* Pour un observateur se déplaçant à une vitesse relative $\vec{v}$, l'intervalle de temps mesuré est

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-(v/c)^2}} = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$= \gamma\Delta t_0 \quad \text{(dilatation du temps).} \qquad (8.7 \text{ à } 8.9)$$

Ici, $\beta = v/c$ est le **paramètre de vitesse** et $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ est le **facteur de Lorentz.** La dilatation du temps a comme importante conséquence que les horloges en mouvement sont plus lentes quand elles sont observées par quelqu'un qui est au repos.

La contraction des longueurs Quand un observateur mesure la longueur d'un objet immobile dans son référentiel inertiel, on parle de **longueur propre**. *Les observateurs se trouvant dans des référentiels inertiels qui se déplacent dans un mouvement relatif à ce référentiel et parallèle à la longueur de l'objet mesureront une longueur plus courte.* Pour un observateur se déplaçant à une vitesse relative $\vec{v}$, la longueur contractée est

$$L = L_0\sqrt{1-\beta^2} = \frac{L_0}{\gamma} \quad \text{(contraction des longueurs)} \qquad (8.14)$$

La transformation de Lorentz Les équations de la *transformation de Lorentz* relient les coordonnées d'espace-temps d'un événement unique tel que l'ont perçu des observateurs se trouvant dans deux référentiels inertiels, S et S', où S' se déplace par rapport à S à une vitesse $\vec{v}$ dans la direction de l'axe des x positifs. Les quatre coordonnées sont reliées de la manière suivante:

$$x' = \gamma(x - vt), \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = \gamma(t - vx/c^2)$$

(équations de la transformation de Lorentz; valables à toutes les vitesses physiquement possibles). (8.21)

Les transformations des vitesses Quand une particule se déplace à une vitesse $\vec{u}'$ dans la direction de l'axe des x' positifs dans un référentiel inertiel S' qui se déplace lui-même à une vitesse $\vec{v}$ parallèle à la direction de l'axe des x d'un deuxième référentiel inertiel S, le module de la vitesse $\vec{u}$ de la particule mesurée dans S est

$$u = \frac{u' + v}{1 + u'v/c^2} \quad \text{(vitesse relativiste).} \qquad (8.29)$$

L'effet Doppler relativiste Si une source émettant des ondes lumineuses de fréquence f_0 s'éloigne directement d'un détecteur à une vitesse radiale relative $\vec{v}$, la fréquence f mesurée par le détecteur (en fonction du paramètre de vitesse $\beta = v/c$) est

$$f = f_0\sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}. \qquad (8.32)$$

Si la source se dirige directement vers le détecteur, les signes devant β sont inversés dans l'équation 8.32.

Dans les observations astronomiques, on mesure l'effet Doppler en longueurs d'ondes. Pour des vitesses très inférieures à c, l'équation 8.32 mène à

$$v = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} c, \qquad (8.35)$$

où $\Delta\lambda$ est le déplacement Doppler de la longueur d'onde (valeur absolue de la variation de la longueur d'onde) causé par le mouvement.

L'effet Doppler transversal Si le mouvement relatif de la source lumineuse est perpendiculaire à une ligne joignant cette source et le détecteur, la fréquence captée par le détecteur est

$$f = f_0\sqrt{1 - \beta^2}. \qquad (8.36)$$

Cet **effet Doppler transversal** est causé par la dilatation du temps.

La quantité de mouvement et l'énergie Les définitions suivantes de la quantité de mouvement $\vec{p}$, de l'énergie cinétique K et de l'énergie totale E d'une particule de masse m s'appliquent à toute vitesse physiquement possible :

$$\vec{p} = \gamma m\vec{v} \quad \text{(quantité de mouvement)}, \qquad (8.41)$$

$$E = mc^2 + K = \gamma mc^2 \quad \text{(énergie totale)}, \qquad (8.46, 8.47)$$

$$K = mc^2(\gamma - 1) \quad \text{(énergie cinétique)}. \qquad (8.51)$$

Ici, γ est le facteur de Lorentz relatif au mouvement de la particule, et mc^2 est l'équivalence *masse-énergie*, ou *énergie au repos*, associée à la masse de la particule. Ces équations mènent aux relations suivantes :

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2, \qquad (8.53)$$

et

$$E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2. \qquad (8.54)$$

Quand un système de particules subit une réaction chimique ou nucléaire, la valeur Q de la réaction est l'inverse de la variation d'énergie au repos totale du système :

$$Q = M_i c^2 - M_f c^2 = -\Delta M\, c^2, \qquad (8.49)$$

où M_i est la masse totale du système avant la réaction et M_f est sa masse totale après la réaction.

QUESTIONS

1. Dans la figure 8.20, le vaisseau A envoie une impulsion laser vers un vaisseau B en approche pendant que le vaisseau éclaireur C s'éloigne. Les vitesses indiquées sont toutes mesurées dans le même référentiel. Classez les vaisseaux selon le module de la vitesse de l'impulsion mesurée par chacun d'eux, en commençant par la valeur la plus élevée.



Figure 8.20 Questions 1 et 7

2. La figure 8.21 a) montre deux horloges dans un référentiel immobile S (elles sont synchronisées dans ce référentiel) et une horloge qui se déplace dans le référentiel S'. Les horloges H_1 et H_1' indiquent zéro à l'instant où elles se croisent. Quand les horloges H_1' et H_2 se croisent, a) laquelle indique la valeur la plus basse et b) laquelle mesure un intervalle de temps propre ?

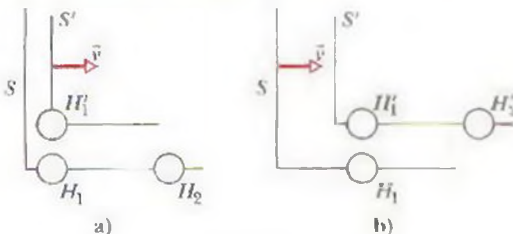


Figure 8.21 Questions 2 et 3

3. La figure 8.21 b) montre deux horloges dans un référentiel immobile S' (elles sont synchronisées dans ce référentiel) et une horloge qui se déplace dans le référentiel S. Les horloges H_1 et H_1' indiquent zéro à l'instant où elles se croisent. Quand les horloges H_1 et H_2' se croisent, a) laquelle indique la valeur la plus basse et b) laquelle mesure un intervalle de temps propre ?

4. Samuel quitte Vénus dans un vaisseau spatial en direction de Mars. Il croise Sophie, qui se trouve sur Terre, à une vitesse relative de $0{,}5c$. a) Chacun mesure la durée du voyage Vénus-Mars. Qui mesure un temps propre : Samuel, Sophie ou aucun des deux ? b) En chemin, Samuel envoie une impulsion lumineuse vers Mars. Chacun mesure la durée du voyage de cette impulsion. Qui mesure une durée propre ?

5. La figure 8.22 illustre un vaisseau (dont le référentiel est S') passant près de la Terre (dont le référentiel est S). On tire un proton à une vitesse proche de celle de la lumière sur la longueur du vaisseau, de l'avant vers l'arrière. a) Le déplacement $\Delta x'$ entre le point de lancement du proton et son impact est-il positif ou négatif ? b) L'intervalle de temps $\Delta t'$ entre ces événements est-il positif ou négatif ?

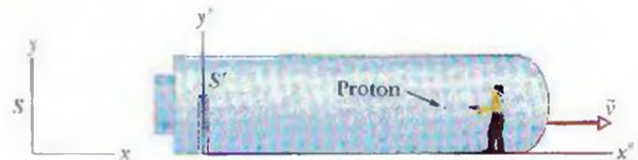


Figure 8.22 Question 5

6. a) Dans la figure 8.9, on suppose qu'un observateur se trouvant dans le référentiel S' mesure deux événements et constate qu'ils se produisent au même endroit (à x', par exemple), mais non au même instant. Un observateur se trouvant dans le référentiel S peut-il les considérer comme se produisant au même endroit ? b) Si deux événements se produisent simultanément au même endroit pour un observateur, se produisent-ils simultanément pour tous les autres observateurs ? c) Se produisent-ils au même endroit pour tous les autres observateurs ?

7. Les vaisseaux A et B de la figure 8.20 se déplacent directement l'un vers l'autre ; les vitesses indiquées sont toutes mesurées dans le même référentiel. La vitesse du vaisseau A par rapport au vaisseau B est-elle inférieure à $0{,}7c$, supérieure à $0{,}7c$ ou égale à $0{,}7c$?

8. La figure 8.23 montre l'un des quatre croiseurs spatiaux qui font une course. Quand chaque croiseur passe la ligne de départ, une navette le quitte pour voyager vers la ligne d'arrivée. En tant que juge de la course, vous êtes immobile par rapport aux lignes de départ et d'arrivée. Les vitesses v_c des croiseurs par rapport à vous et les vitesses v_n des navettes par rapport à leur croiseur respectif sont, dans cet ordre, 1) $0{,}70c$ et $0{,}40c$; 2) $0{,}40c$ et $0{,}70c$; 3) $0{,}20c$ et $0{,}90c$; 4) $0{,}50c$ et $0{,}60c$. a) Sans calcul écrit, classez les navettes selon leurs vitesses par rapport à vous, en commençant par celle ayant la vitesse la plus élevée. b) Toujours sans calcul écrit, classez les navettes selon

les distances que leurs pilotes mesurent entre la ligne de départ et la ligne d'arrivée, en commençant par la distance la plus longue. c) Chaque croiseur envoie un signal à sa navette à une certaine fréquence f_0 mesurée à bord du croiseur. Toujours sans calcul écrit, classez les navettes selon les fréquences qu'elles observent, en commençant par celle ayant la fréquence la plus élevée.

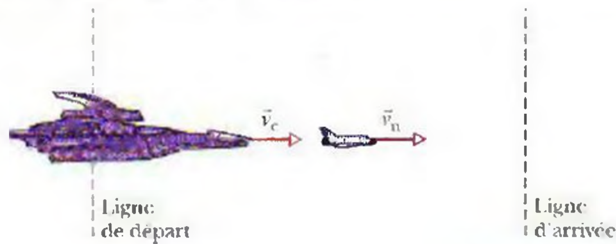


Figure 8.23 Question 8

9. À bord d'un vaisseau spatial, vous interceptez des signaux provenant des navettes qui s'éloignent ou qui se rapprochent directement de vous. Les signaux ont la même fréquence propre f_0. La vitesse (par rapport à vous) des différentes navettes sont respectivement a) de $0,3c$ vers vous, b) de $0,6c$ vers vous, c) de $0,3c$ en s'éloignant de vous et d) de $0,6c$ en s'éloignant de vous. Classez les navettes selon les fréquences que vous recevez, en commençant par la navette ayant la plus élevée.

10. L'énergie au repos et l'énergie totale de trois particules exprimées en fonction d'une constante A sont respectivement 1) A, $2A$; 2) A, $3A$; 3) $3A$, $4A$. Sans calcul écrit, classez ces particules selon a) leur masse, b) leur énergie cinétique, c) leur facteur de Lorentz et d) leur vitesse en commençant, dans chaque cas, par la valeur la plus élevée.

EXERCICES ET PROBLEMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 8.2 Les postulats

1E. Outre le fait qu'il subit l'action de la rotation et de la révolution de la Terre, le référentiel d'un laboratoire n'est pas strictement inertiel parce qu'une particule qui y serait placée au repos ne resterait généralement pas au repos : elle tomberait. Cependant, les événements se produisent souvent si rapidement qu'on peut ignorer l'accélération gravitationnelle et considérer le référentiel comme inertiel. Imaginez, par exemple, un électron projeté à une vitesse $v = 0,992c$ horizontalement dans une salle et parcourant une distance de 20,0 cm. a) Quelle sera la durée de ce mouvement et b) de quelle hauteur l'électron tombera-t-il durant cet intervalle ? Que peut-on conclure sur la fiabilité du laboratoire comme référentiel inertiel dans ce cas ?

2E. Quelle fraction de la vitesse de la lumière chacune des vitesses suivantes représente-t-elle ; en d'autres mots, quel est le paramètre de vitesse β associé à ces différentes situations ? a) La vitesse moyenne de la dérive des continents (3 cm/a). b) La vitesse limite sur une autoroute à 100 km/h. c) Un avion supersonique volant à 1 200 km/h. d) La vitesse de libération d'un projectile de la surface de la Terre (11,2 km/s). e) La vitesse de récession d'un quasar éloigné ($3,0 \times 10^4$ km/s).

SECTION 8.5 La relativité du temps

3E. La durée de vie moyenne mesurée de muons immobiles est de 2,2 μs. La durée de vie moyenne mesurée de muons se déplaçant à haute vitesse, produits par des rayons cosmiques, est de 16 μs. Déterminez la vitesse des muons créés par ces rayons cosmiques par rapport à la Terre.

4E. Quel doit être le paramètre de vitesse β si le facteur de Lorentz γ est a) 1,01, b) 10,0, c) 100 et d) 1 000 ?

5P. Une particule instable à haute énergie laisse une trace de 1,05 mm de longueur sur un détecteur avant de se désintégrer. Sa vitesse par rapport au détecteur était de $0,992c$. Quelle est sa durée de vie propre ? Autrement dit, combien de temps la particule aurait-elle duré avant de se désintégrer si elle avait été immobile par rapport au détecteur ? www

6P. Vous voulez faire un voyage aller-retour dans un vaisseau spatial à partir de la Terre. Vous voulez voyager à vitesse constante et en ligne droite durant 6 mois, puis revenir vers la Terre à la même vitesse constante. De plus, à votre retour, vous voulez retrouver la Terre telle qu'elle sera dans 1 000 ans. a) À quelle vitesse devez-vous voyager ? b) Le fait de voyager en ligne droite est-il important ? Si, par exemple, vous décriviez un cercle durant une année, retrouveriez-vous la Terre 1 000 ans plus tard, selon ses horloges ?

SECTION 8.6 La relativité de la longueur

7E. Une tige est parallèle à l'axe des x du référentiel S ; elle se déplace sur cet axe à une vitesse de $0,630c$. Sa longueur au repos est de 1,70 m. Quelle sera sa longueur mesurée dans le référentiel S ?

8E. Un électron de $\beta = 0,999\,987$ se déplace sur l'axe d'un tube à vide d'une longueur de 3,00 m mesurée par un observateur en laboratoire S au repos par rapport au tube. Un observateur S' au repos par rapport à l'électron verrait toutefois ce tube se déplaçant à une vitesse v ($= \beta c$). De quelle longueur serait le tube pour l'observateur S' ?

9E. Un mètre en bois se trouvant dans un référentiel S' forme un angle de 30° avec l'axe des x'. Si ce référentiel se déplace parallèlement à l'axe des x du référentiel S à une vitesse de $0,900c$ par rapport à ce dernier, quelle est la longueur apparente du mètre dans S ?

10E. Pour un observateur, la longueur mesurée d'un vaisseau spatial est égale à 0,500 fois sa longueur au repos. a) En fonction de c, quelle est la vitesse de ce vaisseau spatial par rapport au référentiel de l'observateur ? b) De quel facteur les horloges du vaisseau spatial sont-elles plus lentes que celles du référentiel de l'observateur ?

11E. Un vaisseau spatial d'une longueur propre de 130 m croise une station de chronométrage à une vitesse de $0,740c$. a) Quelle est la longueur de ce vaisseau telle qu'elle est mesurée par la station ? b) Quel intervalle de temps l'horloge de la station mesurera-t-elle entre les passages de l'avant et de l'arrière du vaisseau ?

12P. a) En principe, une personne peut-elle se rendre de la Terre au centre de la Galaxie (une distance d'environ 23 000 a.l.) dans une durée de vie normale ? Expliquez votre réponse en abordant la dilatation du temps ou la contraction des longueurs. b) Quelle vitesse constante est nécessaire pour faire ce voyage en 30 a (temps propre) ?

13P. Un astronaute quitte la Terre à une vitesse de $0,99c$ vers l'étoile Véga, qui se trouve à 26,0 a.l. Quel intervalle de temps aura passé sur les horloges de la Terre a) quand le voyageur atteindra Véga et

b) quand les observateurs se trouvant sur Terre recevront son message disant qu'il est arrivé ? c) De combien d'années l'astronaute aura-t-il vieilli (en fonction de son référentiel) quand il atteindra Véga ? www

SECTION 8.8 Quelques conséquences de la transformation de Lorentz

14E. L'observateur S rapporte qu'un événement s'est produit sur l'axe des x de son référentiel à $x = 3{,}00 \times 10^8$ m au temps $t = 2{,}50$ s. a) Une observatrice S' et son référentiel se déplacent dans la direction de l'axe des x positifs à une vitesse de $0{,}400c$. De plus, $x = x' = 0$ à $t = t' = 0$. Quelles sont les coordonnées de l'événement selon l'observatrice S' ? b) Quelles seraient ces coordonnées si l'observatrice S' se déplaçait à la même vitesse dans la direction *négative* de l'axe des x ?

15E. L'observateur S attribue les coordonnées d'espace-temps

$$x = 100 \text{ km} \quad \text{et} \quad t = 200\ \mu\text{s}$$

à un événement. Quelles sont les coordonnées de cet événement dans le référentiel S', qui se déplace dans la direction de l'axe des x positifs à une vitesse de $0{,}950c$ par rapport à S ? Supposez que $x = x' = 0$ à $t = t' = 0$.

16E. Le référentiel inertiel S' se déplace à une vitesse de $0{,}60c$ par rapport au référentiel S (figure 8.9). De plus, $x = x' = 0$ à $t = t' = 0$. On rapporte deux événements. Dans le référentiel S, l'événement 1 se produit à l'origine à $t = 0$ et l'événement 2 se produit sur l'axe des x à $x = 3{,}0$ km et à $t = 4{,}0\ \mu$s. À quels temps l'observateur S' rapporte-t-il ces mêmes événements ? Expliquez la différence dans l'ordre des temps.

17E. Un expérimentateur déclenche deux clignotants simultanément et produit un gros éclair à l'origine de son référentiel, et un petit éclair à $x = 30{,}0$ km. Une observatrice se déplaçant à une vitesse de $0{,}250c$ dans la direction de l'axe des x positifs observe les éclairs. a) Quel est l'intervalle de temps entre eux, selon elle ? b) Quel éclair se produit le premier, selon elle ? www

18P. Un observateur S voit un gros éclair lumineux à 1 200 m de lui et un petit éclair lumineux à 720 m plus près de lui, directement dans l'axe du gros éclair. Il détermine que l'intervalle de temps entre les éclairs est de $5{,}00\ \mu$s et que le gros éclair arrive le premier. a) Quelle est la vitesse relative $\vec{v}$ (donnez le module et la direction) d'un second observateur S' pour qui ces éclairs se produisent au même endroit dans le référentiel S' ? b) Du point de vue de S', quel éclair se produit le premier ? c) Quel intervalle de temps S' mesure-t-il entre les deux ?

19P. Une horloge se déplace sur l'axe des x à une vitesse de $0{,}600c$ et indique zéro en passant à l'origine. a) Calculez son facteur de Lorentz. b) Quel temps indique-t-elle en passant à $x = 180$ m ?

20P. L'observateur S du problème 18 voit les deux éclairs aux mêmes endroits qu'avant, mais ils sont maintenant plus rapprochés dans le temps. Quel intervalle de temps les sépare dans le référentiel S pour qu'on puisse encore trouver un référentiel S' dans lequel ils se produisent au même endroit ?

SECTION 8.9 La transformation relativiste des vitesses

21E. Une particule se déplace sur l'axe des x' d'un référentiel S' à une vitesse de $0{,}40c$. Le référentiel S' se déplace à une vitesse de $0{,}60c$ par rapport au référentiel S. Quelle est la vitesse de la particule dans le référentiel S ?

22E. Le référentiel S' se déplace à $0{,}62c$ dans la direction de l'axe des x positifs par rapport au référentiel S. Dans le référentiel S', une particule possède une vitesse mesurée de $0{,}47c$ dans la direction positive de x'. a) Quelle est la vitesse de la particule par rapport à S ? b) Quelle serait la vitesse de la particule par rapport à S si elle voyageait (à $0{,}47c$) dans la direction *négative* de x' dans le référentiel S' ? Dans chaque cas, comparez votre réponse avec la prédiction de l'équation de transformation galiléenne des vitesses.

23E. La galaxie A s'éloigne de la Terre à une vitesse mesurée de $0{,}35c$. La galaxie B, située exactement dans la direction opposée, s'éloigne également de la Terre à la même vitesse. Quels modules de vitesse un observateur se trouvant dans la galaxie A mesurerait-il a) relativement à notre Galaxie et b) relativement à la galaxie B ?

24E. On déduit du déplacement vers le rouge de la lumière émise par le quasar Q_1 que celui-ci s'éloigne de la Terre à une vitesse de $0{,}800c$. Le quasar Q_2, qui se trouve plus près de la Terre dans la même direction, s'éloigne à une vitesse de $0{,}400c$. Pour un observateur se trouvant sur Q_1, à quelle vitesse Q_2 s'éloignera-t-il ?

25P. Un vaisseau spatial dont la longueur au repos est de 350 m se déplace à une vitesse de $0{,}82c$ par rapport à un certain référentiel. Une micrométéorite, voyageant également à une vitesse de $0{,}82c$ dans ce référentiel, mais dans l'autre sens, croise le vaisseau. Combien de temps, mesuré à partir du vaisseau, faut-il à cet objet pour traverser la longueur du vaisseau ? www

26P. Une flotte de vaisseaux spatiaux longue de 1,00 a l (dans son référentiel propre) se déplace à une vitesse de $0{,}800c$ par rapport à la station terrestre S. Un messager voyage de la queue de la flotte vers l'avant à une vitesse de $0{,}950c$ par rapport à S. Combien de temps lui faut-il pour atteindre l'avant tel qu'il est mesuré dans a) son référentiel, b) dans le référentiel de la flotte et c) dans le référentiel d'un observateur se trouvant dans S ?

SECTION 8.10 L'effet Doppler relativiste

27E. Un vaisseau spatial s'éloignant de la Terre à une vitesse de $0{,}900c$ transmet un rapport à une fréquence (mesurée dans le référentiel du vaisseau) de 100 MHz. À quelle fréquence doit-on régler le récepteur sur Terre pour capter le rapport ?

28E. La figure 8.24 est un graphique représentant l'intensité, en fonction de la longueur d'onde, de la lumière atteignant la Terre en provenance de la galaxie NGC 7319, qui se trouve à environ 3×10^8 années-lumière. La lumière la plus intense est émise par l'oxygène se trouvant dans NGC 7319. En laboratoire, cette émission possède une longueur d'onde de $\lambda = 513$ nm mais, dans la lumière nous parvenant de la galaxie, elle est décalée à 525 nm par effet Doppler (toutes les émissions provenant de NGC 7319 sont décalées). a) Quelle est la vitesse radiale de NGC 7319 par rapport à la Terre ? b) La galaxie s'éloigne-t-elle ou s'approche-t-elle de notre planète ?

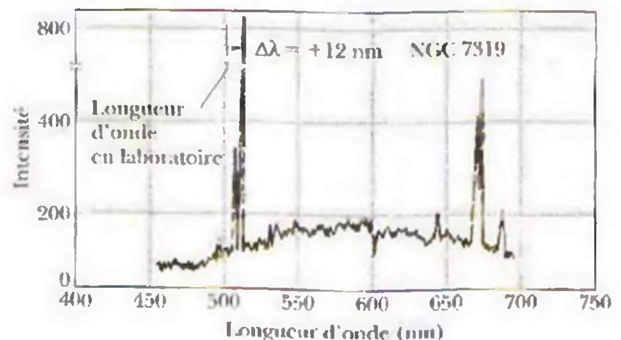


Figure 8.24 Exercice 28

29E. On observe que certaines longueurs d'ondes contenues dans la lumière émise par une galaxie de la constellation de la Vierge sont 0,4 % plus longues que celles de la lumière correspondante provenant de sources terrestres. Quelle est la vitesse radiale de cette galaxie par rapport à la Terre ? S'approche-t-elle ou s'éloigne-t-elle de la Terre ?

30E. En supposant que l'équation 8.35 s'applique, déterminez la vitesse à laquelle vous devriez vous déplacer vers une lumière rouge pour qu'elle vous paraisse verte. Prenez 620 nm comme longueur d'onde de la lumière rouge et 540 nm comme longueur d'onde de la lumière verte.

31P. Un vaisseau spatial s'éloigne de la Terre à une vitesse de $0{,}20c$. Une source lumineuse située à l'arrière du vaisseau semble bleue (λ = 450 nm) aux passagers du vaisseau. De quelle couleur cette source serait-elle pour un observateur la surveillant de la Terre ? www

SECTION 8.12 L'énergie en relativité

32E. Quel travail faudrait-il effectuer pour que la vitesse d'un électron au repos passe à a) $0{,}50c$, b) $0{,}990c$ et c) $0{,}999\,0c$?

33E. Déterminez le paramètre de vitesse β et le facteur de Lorentz γ pour un électron ayant une énergie cinétique de a) 1,00 keV, b) 1,00 MeV et c) 1,00 GeV.

34E. Déterminez le paramètre de vitesse β et le facteur de Lorentz γ pour une particule ayant une énergie cinétique de 10,0 MeV si cette particule est a) un électron, b) un proton et c) une particule alpha ayant une masse de 4,002 6 u.

35E. En fonction de c, quelle est la vitesse d'un électron dont l'énergie cinétique est 100 MeV ?

36E. Dans la réaction suivante :



$$p + {}^{19}F \rightarrow \alpha + {}^{16}O,$$

les valeurs des masses sont

$$m(p) = 1{,}007\,825\text{ u}, \qquad m(\alpha) = 4{,}002\,603\text{ u},$$
$$m(F) = 18{,}998\,405\text{ u}, \qquad m(O) = 15{,}994\,915\text{ u}.$$

Calculez la valeur Q de la réaction en fonction de ces données.

37P. On croit que les quasars sont des noyaux de galaxies actives dans les premiers stades de leur formation. Un quasar typique rayonne son énergie à une puissance de 10^{41} W. À quel taux la masse de ce quasar diminue-t-elle pour fournir cette énergie ? Exprimez votre réponse en masses solaires par année, une unité de masse solaire (1 ums = $2{,}0 \times 10^{30}$ kg) étant la masse de notre Soleil.

38P. Quel travail faut-il effectuer pour augmenter la vitesse d'un électron a) de $0{,}18c$ à $0{,}19c$ et b) de $0{,}98c$ à $0{,}99c$? Notez que la vitesse augmente de $0{,}01c$ dans les deux cas.

39P. Une certaine particule de masse m possède une quantité de mouvement mc. Quels sont a) sa vitesse, b) son facteur de Lorentz et c) son énergie cinétique ?

40P. Quelle est la vitesse d'une particule a) dont l'énergie cinétique représente deux fois son énergie au repos et b) dont l'énergie totale représente deux fois son énergie au repos ?

41P. Quelle doit être la quantité de mouvement d'une particule de masse m pour que son énergie totale représente trois fois son énergie au repos ? www

42P. a) Si l'énergie cinétique K et la quantité de mouvement p d'une particule peuvent être mesurées, il devrait être possible de déterminer la masse m de la particule, donc d'identifier cette dernière. Démontrez que

$$m = \frac{(pc)^2 - K^2}{2Kc^2}.$$

b) Démontrez que cette expression se réduit à un résultat attendu lorsque $u/c \rightarrow 0$, où u est la vitesse de la particule. c) Déterminez la masse d'une particule ayant une énergie cinétique de 55,0 MeV et une quantité de mouvement de 121 MeV/c. Exprimez votre réponse en fonction de la masse de l'électron, m_e.

43P. Un cachet d'aspirine de 5 grains a une masse de 320 mg. Sur combien de kilomètres l'énergie équivalant à cette masse peut-elle faire rouler une automobile ? Supposez une consommation de 12,75 km/L et une chaleur de combustion de $3{,}65 \times 10^7$ J/L pour l'essence utilisée dans l'automobile.

44P. La durée de vie moyenne des muons au repos est de 2,20 μs. Une mesure effectuée en laboratoire sur des muons se déplaçant dans un faisceau émergeant d'un accélérateur de particules donne une durée de vie moyenne de 6,90 μs. Quelles sont a) la vitesse de ces muons dans le laboratoire, b) leur énergie cinétique et c) leur quantité de mouvement ? La masse d'un muon représente 207 fois celle d'un électron.

45P. Lors d'une collision à haute énergie entre un rayon cosmique et une particule située dans la couche supérieure de l'atmosphère terrestre, à 120 km au-dessus du niveau de la mer, il y a production d'un pion chargé. Le pion possède une énergie totale E de $1{,}35 \times 10^5$ MeV et se déplace verticalement vers la surface de la Terre. Dans le référentiel propre du pion, celui-ci se désintègre 35,0 ns après sa création. À quelle altitude au-dessus du niveau de la mer, mesurée dans le référentiel de la Terre, cette désintégration se produit-elle ? L'énergie au repos d'un pion est 139,6 MeV. www

46P. Dans la section 8.5 du volume 2, on a démontré qu'une particule de charge q et de masse m se déplaçant à une vitesse $\vec{v}$ perpendiculaire à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ décrit un cercle de rayon r déterminé par l'équation 8.16 :

$$r = \frac{mv}{qB}.$$

Il a également été démontré que la période T du mouvement circulaire est indépendante de la vitesse de la particule. Ces résultats sont valides seulement si $v \ll c$. Dans le cas de particules voyageant à des vitesses supérieures, on doit déterminer le rayon de la trajectoire circulaire à l'aide de l'équation suivante :

$$r = \frac{p}{qB} = \frac{\gamma mv}{qB} = \frac{mv}{qB\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Cette équation est valable pour toutes les vitesses physiquement possibles. Calculez le rayon de la trajectoire d'un électron de 10,0 MeV se déplaçant perpendiculairement à un champ magnétique uniforme de 2,20 T, à l'aide des formules a) non relativiste et b) relativiste. c) Calculez la période $T = 2\pi r/v$ du mouvement circulaire à l'aide de la formule relativiste pour r. Le résultat est-il indépendant de la vitesse de l'électron ?

47P. Les mesures de l'ionisation révèlent qu'une certaine particule nucléaire de faible masse possède une charge de $+2e$ et qu'elle se déplace à une vitesse de $0{,}710c$. Le rayon de courbure de sa trajectoire dans un champ magnétique de 1,00 T est de 6,28 m. (La trajectoire est un cercle dont le plan est perpendiculaire au champ magnétique.) Déterminez la masse de la particule et identifiez-la. (*Indice :* les particules nucléaires de faible masse sont composées de neutrons (qui n'ont aucune charge) et de protons (charge = $+e$), en nombres grossièrement égaux. Considérez que la masse de chacune de ces particules est 1,00 u. Voyez aussi le problème 46.)

48P. Un proton de 10 GeV (un rayon cosmique) se déplace dans le champ magnétique de la Terre $\vec{B}$, dans une région où le module du champ moyen est 55 μT. Sa vitesse $\vec{v}$ est perpendiculaire à $\vec{B}$. Quel est le rayon de la trajectoire incurvée du proton dans cette région ? (Voir le problème 46.)

49P. Un électron de 2,50 MeV se déplace perpendiculairement à un champ magnétique en suivant une trajectoire dont le rayon de courbure est de 3,0 cm. Quel est le module du champ magnétique B ? (Voir le problème 46.)

50P. Le synchrotron à protons du Fermilab (près de Chicago) accélère les protons jusqu'à une énergie cinétique de 500 GeV. À une telle énergie, les effets relativistes sont importants : notamment, quand la vitesse du proton augmente, le temps qu'il lui faut pour faire le tour de sa trajectoire circulaire dans le synchrotron augmente aussi. Dans un cyclotron, où le module du champ magnétique et la fréquence de l'oscillateur sont fixes, cet effet de dilatation du temps désynchronisera la fréquence du proton avec celle de l'oscillateur. Ce phénomène élimine l'accélération répétée ; de plus, le proton n'atteindra pas une énergie aussi grande que 500 GeV. Cependant, dans un synchrotron, le module du champ magnétique et la fréquence d'oscillation varient toutes deux pour permettre la variation causée par la dilatation du temps.

À une énergie de 500 GeV, calculez a) le facteur de Lorentz, b) le paramètre de vitesse et c) le module du champ magnétique si l'orbite du proton possède un rayon de courbure de 750 m. (Voir le problème 46 ; utilisez 938,3 MeV comme énergie au repos du proton.)

51P*. Une particule alpha possédant une énergie cinétique de 7,70 MeV heurte un noyau de ^{14}N au repos ; tous deux se transforment alors en un noyau de ^{17}O et en un proton. Le proton est projeté à 90° de la direction de la particule alpha incidente et il possède une énergie cinétique de 4,44 MeV. Voici les masses des différentes particules : particule alpha : 4,002 60 u ; ^{14}N : 14,003 07 u ; proton : 1,007 825 u ; ^{17}O : 16,999 14 u. Exprimées en MeV, quelles sont a) l'énergie cinétique du noyau d'oxygène et b) la valeur Q de la réaction ? (*Indice :* les vitesses des particules sont très inférieures à c.)

Problèmes supplémentaires

52. *Le problème de la voiture dans le garage.* Monsieur Voiture vient d'acheter la plus grande limousine du monde, dont la longueur propre est $L_v = 30{,}5$ m. Dans la figure 8.25 a), la limousine est stationnée devant un garage dont la longueur propre est $L_g = 6{,}00$ m. Le garage a une porte avant (ouverte dans l'illustration) et une porte arrière (fermée dans l'illustration). La limousine est évidemment plus longue que le garage. Qu'à cela ne tienne, monsieur Garage, à qui appartient le garage et qui connaît la contraction de longueur relativiste, parie avec monsieur Voiture que la limousine peut prendre place dans le garage même si ses deux portes sont fermées. Monsieur Voiture, qui a abandonné ses cours de physique avant d'étudier la relativité restreinte, affirme qu'une telle chose, même en principe, est impossible.

Pour analyser la situation de monsieur Garage, on fixe un axe des x_v à la limousine, $x_v = 0$ se trouvant au pare-chocs arrière, et un axe des x_g au garage, $x_g = 0$ se trouvant à la porte avant (actuellement ouverte). Monsieur Voiture doit alors conduire la limousine directement vers la porte avant du garage à une vitesse de 0,998 0c (ce qui est, bien sûr, techniquement et financièrement impossible). Monsieur Voiture est immobile dans le référentiel x_v ; monsieur Garage est immobile dans le référentiel x_g.

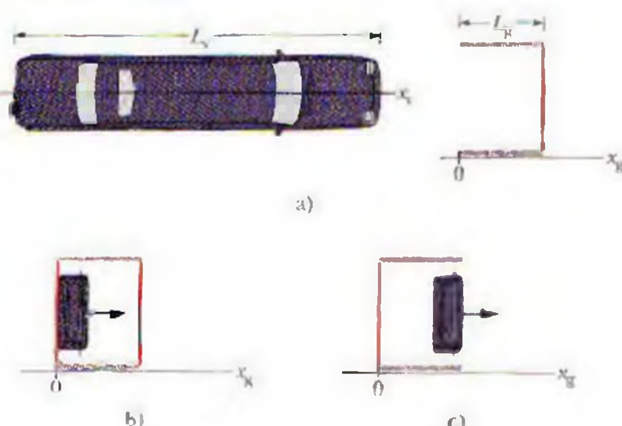


Figure 8.25 Problème 52

Ici, il faut tenir compte de deux événements. *Événement 1 :* quand le pare-chocs arrière passe la porte avant, celle-ci se ferme. Attribuons la valeur zéro au temps de cet événement pour monsieur Voiture et monsieur Garage : $t_{g1} = t_{v1} = 0$. L'événement se produit à $x_v = x_g = 0$. La figure 8.25 b) illustre l'événement 1 par rapport au référentiel x_g. *Événement 2 :* quand le pare-chocs avant atteint la porte arrière, cette porte s'ouvre. La figure 8.25 c) illustre l'événement 2 par rapport au référentiel x_g.

Selon monsieur Garage, a) quelle est la longueur de la limousine et b) quelles sont les coordonnées d'espace-temps x_{g2} et t_{g2} de l'événement 2 ? c) Pendant combien de temps la limousine est-elle « contenue » dans le garage quand les deux portes sont fermées ?

Observez maintenant la situation du référentiel x_v. Dans celui-ci, le garage passe autour de la limousine à une vitesse de −0,998 0c. Selon monsieur Voiture, d) quelle est la longueur du garage qui passe et e) quelles sont les coordonnées d'espace-temps x_{v2} et t_{v2} de l'événement 2 ? f) La limousine s'est-elle déjà trouvée dans le garage pendant que ses deux portes étaient fermées ? g) Quel événement se produit le premier ? h) Dessinez les événements 1 et 2 tels qu'ils sont observés par monsieur Voiture. (Les événements ont-ils un lien de cause à effet ? Autrement dit, est-ce que l'un provoque l'autre ?) i) Finalement, qui remporte le pari ?

53. *Jets superlumineux.* La figure 8.26 a) montre la trajectoire suivie par une perturbation dans un jet de gaz ionisé expulsé d'une galaxie. La perturbation se déplace à vitesse constante $\vec{v}$ et à un angle θ par rapport à la direction de la Terre. À l'occasion, la perturbation émet un éclair lumineux capté sur Terre. La figure 8.26 illustre deux éclairs, séparés par un temps t mesuré dans un référentiel immobile situé près des éclairs. La figure montre les éclairs comme s'ils étaient photographiés sur la même pellicule, d'abord quand la lumière de l'éclair 1 a atteint la Terre et, plus tard, quand la lumière de l'éclair 2 l'a atteinte à son tour. La distance apparente D_{app} parcourue par la perturbation entre les deux éclairs est la distance du point de vue d'un observateur terrestre de la trajectoire de la perturbation. Le temps apparent T_{app} entre les deux éclairs est la différence entre les temps d'arrivée de leurs lumières. La vitesse apparente de la perturbation est donc $V_{app} = D_{app}/T_{app}$. En fonction de v, t et θ, quelles sont les valeurs de a) D_{app} et b) T_{app} ? c) Évaluez V_{app} quand $v = 0{,}980c$ et $\theta = 30{,}0°$.

La première fois qu'on a observé des jets superlumineux (plus rapides que la lumière), ceux-ci semblaient défier la relativité restreinte – du moins jusqu'à ce qu'on comprenne la géométrie de l'observation, comme l'illustre la figure 8.26.

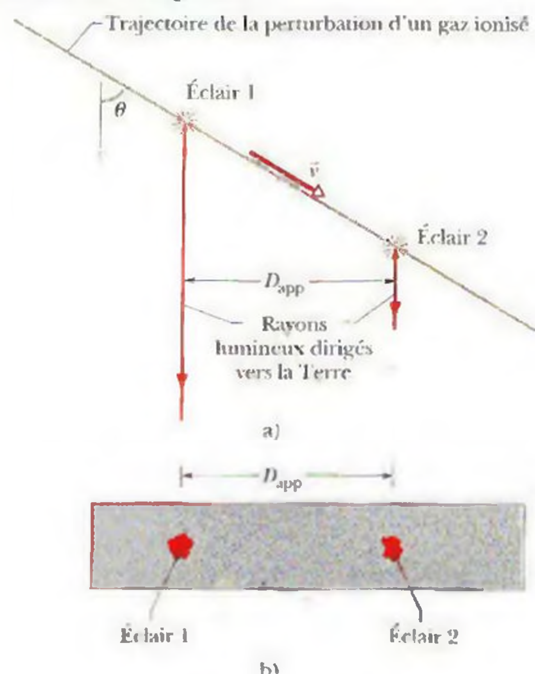


Figure 8.26 Problème 53

9 Les photons et les ondes de matière

Cette image révèle des traces de minuscules bulles de vapeur dans une chambre à bulles ; elle révèle les trajectoires suivies par des électrons (traces colorées en vert) et des positrons (rouge). Un rayon gamma (qui ne laisse aucune trace en pénétrant dans la partie supérieure) éjecte un électron d'un des atomes d'hydrogène qui remplissent la chambre, et se transforme alors en une paire électron-positron. Un autre rayon gamma se transforme en une seconde paire, plus bas. Ces traces (incurvées à cause d'un champ magnétique) montrent clairement que les électrons et les positrons sont des particules qui suivent des trajectoires étroites. Néanmoins, on peut aussi considérer ces particules comme des ondes.



Une particule peut-elle être une onde ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.

9.1 Une nouvelle direction

L'étude de la théorie de la relativité d'Einstein vous a fait découvrir un monde qui dépasse l'ordinaire, soit le monde des objets qui se déplacent à des vitesses proches de celle de la lumière. Entre autres surprises, la théorie d'Einstein mène à la prédiction que l'écoulement du temps mesuré par une horloge dépend de la vitesse à laquelle elle-même se déplace par rapport à la personne qui l'observe : plus elle se déplace rapidement, plus elle tourne lentement. Jusqu'à maintenant, cette prédiction et bien d'autres ont été confirmées dans tous les tests expérimentaux ; de plus, la théorie de la relativité permet de comprendre davantage la nature de l'espace et du temps.

Vous êtes maintenant sur le point de découvrir un nouveau monde hors de votre expérience quotidienne – le monde subatomique. Vous ferez de surprenantes découvertes qui, bien qu'elles puissent parfois sembler bizarres, ont permis aux physiciens d'approfondir, étape par étape, leur connaissance de la réalité.

La **physique quantique,** votre nouveau sujet d'étude, amène des réponses à des questions comme les suivantes : pourquoi les étoiles brillent-elles ? Pourquoi les éléments sont-ils ordonnés ainsi dans le tableau périodique ? Comment les lasers fonctionnent-ils ? Quels sont les constituants de la matière et comment interagissent-ils ? Étant donné que la physique quantique fournit une explication à toute la chimie, y compris à la biochimie, on doit la comprendre pour comprendre la vie elle-même.

Certaines des prédictions que permet la physique quantique paraissent étranges même aux yeux des physiciens et des philosophes qui en étudient les bases. De multiples expériences ont démontré le bien-fondé de cette théorie, et beaucoup en ont révélé des aspects très étranges. Le monde quantique est un parc d'attractions rempli de manèges merveilleux qui ébranleront le sens commun que vous avez acquis depuis votre enfance. On commencera l'exploration de ce parc quantique par l'étude du photon.

9.2 Le photon, quantum de lumière

La **physique quantique** (aussi appelée *mécanique quantique* et *théorie quantique*) est, dans une large mesure, l'étude du monde microscopique. Dans ce monde, de nombreuses grandeurs n'existent qu'en certaines quantités minimales (*élémentaires*), ou en multiples entiers de ces quantités élémentaires ; on dit alors qu'elles sont *quantifiées*. La quantité élémentaire associée à une telle grandeur est appelée **quantum** (pluriel : *quanta*) de cette grandeur.

En un certain sens, on peut dire que la devise monétaire canadienne est quantifiée parce qu'il y a une pièce ayant la valeur minimale (la pièce de 1 cent par exemple) et que les valeurs de tous les autres billets et pièces sont des multiples de cette valeur minimale. Autrement dit, le quantum de la devise canadienne est 0,01 $ et toutes les valeurs supérieures ont la forme n(0,01 $), où n est un nombre entier positif. Par exemple, vous ne pouvez donner à qui que ce soit 0,755 $ = 75,5(0,01 $).

En 1905, Einstein suggéra que le rayonnement électromagnétique (ou, simplement, la *lumière*) est quantifié et existe en quantités minimales (quanta) qu'on appelle aujourd'hui **photons.** Il est possible que cette suggestion vous semble étrange parce que, dans les derniers chapitres, vous avez étudié l'idée classique que la lumière est une onde sinusoïdale, possédant une longueur d'onde λ, une fréquence f et une vitesse (dans le vide) c dont la relation est

$$f = \frac{c}{\lambda}. \tag{9.1}$$

De plus, dans le chapitre 4, on a étudié l'onde lumineuse classique comme étant la combinaison d'un champ électrique et d'un champ magnétique, chacun oscillant à une fréquence f. Comment cette onde de champs oscillants peut-elle être constituée d'une quantité élémentaire de quelque chose – le quantum de lumière ? Qu'est-ce qu'un photon exactement ?

Le concept de quantum de lumière, ou de photon, s'avère beaucoup plus subtil et mystérieux que ne l'a imaginé Einstein. En effet, il est encore très peu compris. Ce manuel n'abordera que certaines des notions de base relatives au photon, principalement en fonction de ce qu'a suggéré Einstein.

Selon la suggestion d'Einstein, le quantum d'une onde lumineuse de fréquence f possède une énergie

$$E = hf \quad \text{(l'énergie d'un photon).} \qquad (9.2)$$

Ici, h est la **constante de Planck,** dont la valeur est

$$h = 6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s} = 4{,}14 \times 10^{-15}\ \text{eV} \cdot \text{s}. \qquad (9.3)$$

L'énergie minimale qu'une onde lumineuse de fréquence f peut posséder est hf, soit l'énergie d'un photon unique. Si l'onde possède plus d'énergie, son énergie totale doit être un multiple entier de hf, tout comme la devise de l'exemple précédent doit être un multiple entier de 0,01 $. La lumière ne peut avoir une énergie de $0{,}6hf$ ou de $75{,}5hf$.

Einstein a aussi avancé que, lorsque la lumière est absorbée ou émise par un objet (par la matière), l'absorption ou l'émission se produit au niveau des atomes de cet objet. Quand un atome absorbe une lumière de fréquence f, l'énergie hf d'un photon est transférée de la lumière à l'atome. Le photon disparaît alors, et on parle d'*absorption*. Par contre, quand un atome émet une lumière de fréquence f, il y a transfert d'énergie hf de l'atome à la lumière. Quand il y a *émission*, un photon apparaît soudainement, émis par l'atome. Donc, il peut y avoir *absorption de photons* et *émission de photons* par les atomes d'un objet.

Dans le cas d'un objet constitué de nombreux atomes, il peut y avoir de nombreuses absorptions de photons (comme dans un verre fumé) ou émissions de photons (comme dans une ampoule électrique). Cependant, chaque absorption ou émission met toujours en jeu le transfert d'une énergie égale à celle d'un photon unique de lumière.

Dans les chapitres précédents, les exemples qui traitaient de l'absorption ou de l'émission de lumière concernaient tellement de lumière qu'on n'avait pas besoin de faire appel à la physique quantique, de sorte qu'on a pu travailler avec la physique classique. Cependant, à la fin du XXe siècle, la technologie a permis de réaliser des expériences avec des photons uniques et d'en faire une utilisation pratique. Depuis, la physique quantique fait partie de l'ingénierie, notamment en génie optique et en photonique.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 :** Classez les rayonnements suivants selon les énergies des photons qui y sont associés, en commençant par le rayonnement ayant la valeur d'énergie la plus élevée : a) une lumière jaune émise par une lampe à vapeur de sodium, b) un rayon gamma émis par un noyau radioactif, c) une onde radio émise par l'antenne d'une station de radio commerciale, d) un faisceau de micro-ondes émis par un radar de contrôle de la circulation aérienne.

Exemple 9.1

On installe une lampe à vapeur de sodium au centre d'une grosse sphère qui absorbe toute la lumière qui l'atteint. Le taux auquel la lampe émet l'énergie est 100 W ; supposez que l'émission se fait uniquement à une longueur d'onde de 590 nm. À quel taux la sphère absorbe-t-elle les photons ?

SOLUTION : On suppose que toute la lumière émise par la lampe atteint la sphère (donc qu'elle y est absorbée). Le concept clé est que la lumière est émise et absorbée sous forme de photons. Le taux n auquel les photons sont absorbés par la sphère est égal au taux $n_{\text{émis}}$ auquel les photons sont émis par la lampe. Ce taux est

$$n_{\text{émis}} = \frac{\text{taux d'émission d'énergie}}{\text{énergie par photon émis}} = \frac{P_{\text{émis}}}{E}.$$

On a alors, en fonction de l'équation 9.2 ($E = hf$),

$$n = n_{\text{émis}} = \frac{P_{\text{émis}}}{hf}.$$

Si on remplace f par l'expression de l'équation 9.1 ($f = c/\lambda$) et qu'on insère les données connues, on obtient

$$n = \frac{P_{\text{émis}}\lambda}{hc}$$
$$= \frac{(100\ \text{W})(590 \times 10^{-9}\ \text{m})}{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s})(2{,}998 \times 10^{8}\ \text{m/s})}$$
$$= 2{,}97 \times 10^{20}\ \text{photons/s}. \qquad \text{(réponse)}$$

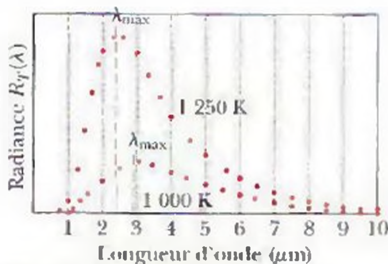


Figure 9.1 Un résultat de la mesure de la radiance spectrale pour un intervalle de longueurs d'onde à deux températures différentes. Le pic λ_{max} se déplace vers les longueurs d'onde plus courtes lorsque la température augmente.

9.3 Le rayonnement du corps noir

Le concept des quanta a été introduit en physique lors de l'étude du rayonnement émis par les objets chauds. Cette étude a commencé au milieu du XIXe siècle et a mené en 1905 à l'introduction du concept de quantum de lumière (qu'on appelle aujourd'hui le photon) par Albert Einstein. Dans cette section, nous revoyons ce développement, qui s'est déroulé en même temps que la thermodynamique s'est établie. En fait, ces deux sujets étaient liés de très près.

Nous voyons la plupart des objets par la lumière qu'ils réfléchissent. Cependant, les objets *émettent* aussi du rayonnement électromagnétique et, si leur température est assez élevée, nous pouvoir voir, ou bien détecter, ce rayonnement émis. Par exemple, la sensation de chaleur qu'on ressent lorsqu'on approche les mains d'une ampoule électrique ou d'un feu est produite par le rayonnement infrarouge qu'émettent ces objets. Le rayonnement émis par un corps à cause de sa température est appelé **rayonnement thermique.** Ce rayonnement a une distribution spectrale continue.

Les chercheurs du XIXe siècle découvrirent deux propriétés importantes du rayonnement thermique :

- À mesure que la température augmente, l'intensité du rayonnement émis par un corps augmente rapidement.

- Plus la température du corps est élevée, plus la longueur d'onde associée au maximum de la distribution du rayonnement est courte.

Les chercheurs eurent beaucoup de difficulté à exprimer ces résultats de façon quantitative car le rayonnement thermique d'un corps à une certaine température dépend de la composition de l'objet et de l'état de sa surface. Aucune loi fondamentale ne semblait émerger des données, si différentes d'un corps à l'autre.

La solution à cette difficulté a été proposée par Gustav Kirchhoff en 1859. Il a montré que le rayonnement émis par les objets qui absorbent tout le rayonnement incident ne dépend pas de la nature de l'objet. Un objet qui absorbe tout le rayonnement incident est appelé **corps noir** car à des températures faibles, il est noir (il absorbe la lumière incidente et son rayonnement émis n'est pas visible). Le noir de carbone est un exemple de corps noir. Kirchhoff a indiqué comment construire un corps noir. Il s'agit de former une cavité dans un corps solide dont les parois sont gardées à une température constante et uniforme T et de percer un petit trou dans l'une de ses parois. L'ouverture est un corps noir car la lumière qui entrera dans la cavité sera absorbée par les parois de celle-ci. Le rayonnement qui sortira par l'ouverture sera uniquement le rayonnement émis par le corps noir. (Pour les mêmes raisons, la pupille d'un œil paraît noire, même si c'est en fait une ouverture). La figure 9.1 illustre la distribution spectrale du rayonnement émis par un corps noir, pour deux températures différentes.

On peut alors écrire quantitativement le premier énoncé. L'intensité totale du rayonnement I (la puissance émise à toutes les longueurs d'onde par unité de surface) émis par le corps noir est

$$I = \sigma T^4, \tag{9.4}$$

où T est la température du corps noir, exprimée en kelvins, et σ est une constante appelée constante de Stefan-Boltzmann. La valeur recommandée est $\sigma = 5{,}670 \times 10^{-8}\ \mathrm{W/m^2 \cdot K^4}$ (voir l'annexe B). L'équation 9.4 est appelée la *loi de Stefan-Boltzmann* : l'Autrichien Josef Stefan a découvert cette loi en 1879 à partir d'une série d'expériences alors que l'Autrichien Ludwig Boltzmann l'a démontrée de façon théorique quelques années plus tard. L'intensité I représente la puissance totale rayonnée, sommée ou intégrée sur toutes les longueurs d'onde. Dans la figure 9.1, l'intensité représente l'aire sous la courbe pour une température donnée. On remarque que cette aire augmente rapidement lorsque la température augmente.

Le deuxième énoncé peut être remplacé par la relation

$$\lambda_{max} T = 2{,}898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot K}, \tag{9.5}$$

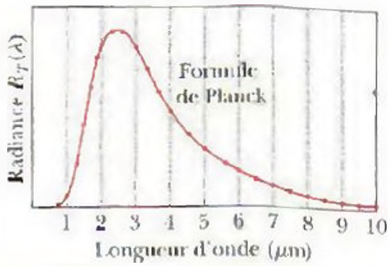


Figure 9.2 La formule de Planck décrit parfaitement les données expérimentales.

où λ_{max} est la longueur d'onde pour laquelle l'intensité du rayonnement émis par le corps noir à une température T est maximale. L'équation 9.5 est appelée la **loi du déplacement de Wien** : elle a été découverte par l'Allemand Wilhelm Wien en 1893. Cette loi est bien illustrée dans la figure 9.1. En effet, plus la température est élevée, plus la longueur d'onde associée au maximum de la courbe est courte. Cette loi exprime aussi le changement de couleur d'un objet à mesure qu'il est chauffé. Lorsqu'on chauffe une pièce métallique dans un feu, elle devient d'abord rouge. Puis, à mesure que sa température augmente, sa couleur change : elle devient orange, puis jaune. La loi du déplacement de Wien est utilisée pour obtenir la température de surface des étoiles. Les étoiles bleues ont une température de surface plus élevée que les étoiles rouges.

La loi de Stefan-Boltzmann et la loi du déplacement de Wien ne présentent pas la situation complète de la distribution d'un corps noir. Il manque l'intensité du rayonnement en fonction de la longueur d'onde, c'est-à-dire l'équation de la courbe reliant les points de la figure 9.1. On définit la radiance spectrale, $R_T(\lambda)$, de telle sorte que la puissance émise par unité de surface dans l'intervalle de λ à $\lambda + d\lambda$ pour un corps noir à une température T est $R_T(\lambda)\, d\lambda$. L'intensité I peut être calculée en intégrant $R_T(\lambda)$ sur toutes les longueurs d'onde, c'est-à-dire

$$I = \int_0^\infty R_T(\lambda)\, d\lambda.$$

À la fin du XIXe siècle, plusieurs suggestions ont été faites pour la fonction $R_T(\lambda)$ mais aucune ne décrivait les données expérimentales pour toutes les longueurs d'onde. En 1900, l'Allemand Max Planck proposa cette expression qu'on peut écrire de façon moderne

$$R_T(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5}\,\frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}, \tag{9.6}$$

qui est appelée la **loi du rayonnement de Planck**. Dans cette équation, c est la vitesse de la lumière, k est la constante de Boltzmann ($k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K $= R/N_A$, où R est la constante des gaz parfaits et N_A est le nombre d'Avogadro). La constante h est alors une nouvelle constante introduite par Planck. Pour cette raison, on l'appelle la **constante de Planck,** dont la valeur est donnée à l'équation 9.3. L'équation 9.6 décrit parfaitement les données expérimentales disponibles pour toutes les températures et pour toutes les longueurs d'onde, comme l'illustre la figure 9.2. Par exemple, en 1993, le rayonnement fossile, un reste probable du big-bang, a été mesuré par le satellite *Cosmic Background Explorer* (COBE). Les données suivent la loi de Planck avec une très grande précision ; la température mesurée du rayonnement fossile est $T = (2{,}725 \pm 0{,}002)$ K. On discutera de ce rayonnement fossile au chapitre 14.

En intégrant la loi de Planck (l'équation 9.6) sur toutes les longueurs d'onde, on retrouve la loi de Stefan-Boltzmann (l'équation 9.4), où la constante σ est donnée par

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2h^3}.$$

De plus, si on trouve le maximum de la radiance spectrale en dérivant la loi du rayonnement de Planck par rapport à λ et en posant cette dérivée égale à zéro, on retrouve la loi du déplacement de Wien :

$$\lambda_{max}T = \frac{hc}{4{,}965k} = 2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}.$$

Pour obtenir l'équation 9.6, Planck s'est d'abord basé sur les résultats expérimentaux et sur la loi de Stefan-Boltzmann. Il a ensuite démontré son résultat en considérant que les parois de la cavité se comportent comme de petits oscillateurs harmoniques. Il a ensuite supposé que ces oscillateurs ne pouvaient pas osciller avec une énergie quelconque, mais seulement avec une énergie représentant un multiple entier de hf, où f est la fréquence du rayonnement que ces oscillateurs absorbent et émettent lorsqu'ils interagissent avec le rayonnement prisonnier de la cavité. Cette hypothèse surprenante a introduit la quantification et la constante de Planck dans le monde de la physique et cela a été le commencement de la physique quantique. Les physiciens de l'époque, incluant Planck lui-même, avaient beaucoup de difficulté à accepter qu'un oscillateur ne puisse pas absorber ou émettre de rayonnement avec une énergie quelconque. En 1905, grâce à sa très grande perspicacité, Einstein redémontra l'équation 9.6 à partir d'une hypothèse

différente : le rayonnement contenu dans la cavité interagit avec les parois comme s'il était constitué de quanta d'énergie ayant chacun une énergie déterminée par l'équation 9.2 ($E = hf$). Par conséquent, Einstein a introduit le concept de quantum de lumière, qu'on appelle aujourd'hui le photon.

Dans les prochaines sections, nous allons revoir les expériences qui montrent que la lumière est constituée de photons.

Exemple 9.2

La surface d'une étoile n'est pas très bien définie, contrairement à la surface d'une planète comme la Terre. La plupart du rayonnement émis est en équilibre thermique avec les gaz formant les couches extérieures de l'étoile. Nous pouvons alors considérer les étoiles comme des corps noirs. Le tableau suivant indique la longueur d'onde du pic de rayonnement pour trois étoiles.

Étoile	λ_{max} (μm)	Couleur
Sirius	0,33	Bleue
Soleil	0,50	Jaune
Bételgeuse	0,83	Rouge

a) Quelle est la température à la surface de ces étoiles ?

SOLUTION : Le concept clé applicable ici est qu'on peut considérer les étoiles comme des corps noirs. La longueur d'onde et la température associées au maximum de la courbe de la radiance spectrale sont alors reliées par la loi de Wien (équation 9.5). On isole alors la température :

$$T = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{\lambda_{max}}. \qquad (9.7)$$

Il s'agit ensuite de remplacer les valeurs de λ_{max} indiquées au tableau

$$T_{Sirius} = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{0{,}33 \times 10^{-6}\ \text{m}} = 8{,}8 \times 10^{3}\ \text{K}. \qquad \text{(réponse)}$$

$$T_{Soleil} = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{0{,}50 \times 10^{-6}\ \text{m}} = 5{,}8 \times 10^{3}\ \text{K}. \qquad \text{(réponse)}$$

$$T_{Bételgeuse} = \frac{2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}}{0{,}83 \times 10^{-6}\ \text{m}} = 3{,}5 \times 10^{3}\ \text{K}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Quelle est l'intensité du rayonnement émis par ces trois étoiles ?

SOLUTION : Pour calculer l'intensité, on utilise les deux concept clés suivants : les étoiles peuvent être considérées comme des corps noirs et l'intensité d'un corps noir est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann. On applique l'équation 9.4 aux résultats de la partie a) :

$$I = \sigma T^4.$$

$$I_{Sirius} = (5{,}670 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(8{,}8 \times 10^3\ \text{K})^4$$
$$= 3{,}4 \times 10^{8}\ \text{W/m}^2. \qquad \text{(réponse)}$$

$$I_{Soleil} = (5{,}670 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(5{,}8 \times 10^3\ \text{K})^4$$
$$= 6{,}4 \times 10^{7}\ \text{W/m}^2. \qquad \text{(réponse)}$$

$$I_{Bételgeuse} = (5{,}670 \times 10^{-8}\ \text{W/m}^2 \cdot \text{K}^4)(3{,}5 \times 10^3\ \text{K})^4$$
$$= 8{,}4 \times 10^{6}\ \text{W/m}^2. \qquad \text{(réponse)}$$

c) Le rayon du Soleil est $r = 6{,}96 \times 10^8$ m. Calculez sa luminosité L (la puissance totale rayonnée).

SOLUTION : Pour calculer la luminosité, on utilise le concept clé suivant : l'intensité représente la puissance par unité de surface. On calcule alors la puissance rayonnée en multipliant l'intensité par la surface du Soleil ($A = 4\pi r^2$)

$$L = I 4\pi r^2$$

$$L_{Soleil} = (6{,}4 \times 10^7\ \text{W/m}^2)\, 4\pi (6{,}96 \times 10^8\ \text{m})^2$$
$$= 3{,}9 \times 10^{26}\ \text{W}. \qquad \text{(réponse)}$$

9.4 L'effet photoélectrique

Si vous dirigez un faisceau lumineux d'une longueur d'onde suffisamment courte sur une surface métallique propre, la lumière expulsera des électrons de cette surface (la surface *émettra* des électrons). Cet **effet photoélectrique** est utilisé dans de nombreux appareils (caméras de télévision, caméscopes, viseurs de nuit, entre autres). Einstein a soutenu le bien-fondé de son concept de photon en l'utilisant pour expliquer cet effet, qu'on ne peut comprendre sans notions de physique quantique.

On analysera maintenant deux expériences photoélectriques de base, chacune utilisant l'appareil illustré dans la figure 9.3, où une lumière de fréquence f éclaire une cible P et en éjecte des électrons. Une différence de potentiel V est maintenue entre la

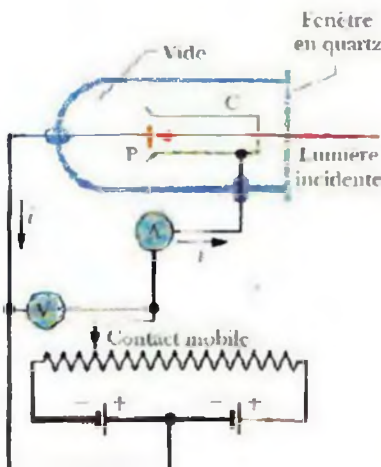


Figure 9.3 Un appareil utilisé pour étudier l'effet photoélectrique. La lumière incidente atteint une plaque P qu'on appellera la cible, éjectant des électrons qui sont captés par le cylindre capteur C. Dans le circuit, les électrons se déplacent dans la direction opposée aux flèches, qui représentent le sens du courant électrique. Les piles et la résistance variable servent à produire et à régler la différence de potentiel.

cible P et le cylindre capteur C pour faire circuler ces électrons, appelés **photoélectrons**. Cette capture produit un **courant photoélectrique** i mesuré par l'ampèremètre A.

Première expérience photoélectrique

On règle la différence de potentiel V en déplaçant le contact mobile de la figure 9.3 pour que le capteur C soit légèrement négatif par rapport à la cible P. Cette tension ralentit les électrons émis. On fait ensuite varier V jusqu'à une certaine valeur encore plus négative, appelée **potentiel d'arrêt** $V_{arrêt}$, à laquelle l'ampèremètre A indique une valeur nulle. Quand $V = V_{arrêt}$, les électrons émis les plus énergiques rebroussent chemin juste avant d'atteindre le capteur C. L'énergie cinétique de ces électrons les plus énergiques, K_{max}, est alors

$$K_{max} = eV_{arrêt}, \tag{9.8}$$

où e est la charge élémentaire.

Les mesures révèlent que, pour une lumière de fréquence donnée, *K_{max} ne dépend pas de l'intensité de la source lumineuse*. Que la source soit éblouissante ou si faible qu'on a peine à la détecter (ou d'une intensité intermédiaire), l'énergie cinétique maximale des électrons émis a toujours la même valeur.

Ce résultat expérimental constitue un casse-tête pour la physique classique. Du point de vue classique, la lumière incidente est une onde électromagnétique oscillant de manière sinusoïdale. Elle devrait donc faire osciller de façon sinusoïdale un électron de la cible en raison de la force électrique oscillante qu'exerce son champ électrique. Si l'amplitude de son oscillation est assez élevée, l'électron devrait se libérer de la surface de la cible – c'est-à-dire être émis de la cible. Donc, si on augmente l'amplitude de l'onde et son champ électrique oscillant, l'électron devrait subir une « poussée » plus énergique au moment de son émission. *Cependant, ce n'est pas ce qui se produit.* À une fréquence donnée, la lumière intense et la lumière faible donnent toutes deux exactement la même poussée maximale aux électrons émis.

L'explication de cette observation apparaît naturellement si on pense en fonction des photons. On constate alors que l'énergie pouvant être transférée de la lumière incidente à un électron de la cible est celle d'un photon unique. Si on augmente l'intensité lumineuse, on augmente le *nombre* de photons en jeu, mais l'énergie de chaque photon (déterminée par l'équation 9.2) demeure inchangée parce que la fréquence ne varie pas. Par conséquent, l'énergie transformée en énergie cinétique d'un électron demeure également inchangée.

Seconde expérience photoélectrique

On fait maintenant varier la fréquence f de la lumière incidente et on mesure le potentiel d'arrêt $V_{arrêt}$. La figure 9.4 représente graphiquement $V_{arrêt}$ en fonction de f. Notez qu'il n'y a aucun effet photoélectrique si la fréquence est sous une certaine **fréquence de seuil** f_0 ou, ce qui est équivalent, si la longueur d'onde est supérieure à la **longueur d'onde de seuil** $\lambda_0 = c/f_0$. C'est ainsi, *peu importe l'intensité de la lumière incidente*.

Voici un autre casse-tête pour la physique classique. Si vous considérez la lumière comme une onde électromagnétique, vous devez vous attendre, même si sa fréquence est

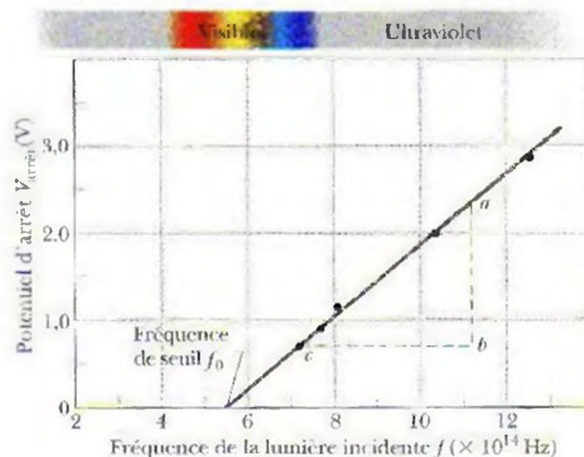


Figure 9.4 Le potentiel d'arrêt $V_{arrêt}$ en fonction de la fréquence f de la lumière éclairant une cible de sodium P dans l'appareil illustré à la figure 9.3 (Données rapportées par R. A. Millikan en 1916).

basse, à ce que la lumière puisse toujours éjecter des électrons si vous fournissez suffisamment d'énergie – c'est-à-dire si vous utilisez une source lumineuse assez brillante. *Ce n'est pas ce qui se produit.* Quand la lumière possède une fréquence inférieure à la fréquence de seuil f_0, il n'y a aucun effet photoélectrique, peu importe l'intensité de la source lumineuse.

Toutefois, si l'énergie est transférée par les photons, on doit s'attendre à ce qu'il existe une fréquence de seuil. Dans la cible, les électrons sont maintenus par des forces électriques. (S'ils ne l'étaient pas, la force de gravité les ferait tomber au sol.) Pour s'échapper de la cible, un électron doit acquérir une énergie minimale Φ, où Φ est une caractéristique du matériau de la cible appelée **travail d'extraction.** Si l'énergie transférée à un électron par un photon excède le travail d'extraction du matériau (si $hf > \Phi$), l'électron peut s'échapper de la cible. Par contre, si l'énergie transférée n'excède pas le travail d'extraction (c'est-à-dire si $hf < \Phi$), l'électron ne peut s'échapper. C'est ce que démontre la figure 9.4.

L'équation photoélectrique

Einstein a fait la somme des résultats de telles expériences photoélectriques dans l'équation

$$hf = K_{max} + \Phi \quad \text{(l'équation photoélectrique).} \tag{9.9}$$

Cette équation constitue un énoncé du principe de conservation de l'énergie dans le cas de l'absorption d'un photon unique par un matériau possédant un travail d'extraction Φ. L'énergie égale à celle du photon hf est transférée à un seul électron de la cible. Pour que l'électron s'échappe de celle-ci, il doit acquérir une énergie au moins égale à Φ. Toute énergie additionnelle ($hf - \Phi$) que l'électron acquiert du photon devient de l'énergie cinétique K. Dans les meilleures circonstances, l'électron peut traverser la surface sans perdre son énergie cinétique ; il quitte alors la cible avec le maximum d'énergie cinétique K_{max} possible.

On peut récrire l'équation 9.9 en remplaçant K_{max} par l'expression de l'équation 9.8. Après un peu de manipulation, on obtient

$$V_{arrêt} = \left(\frac{h}{e}\right) f - \frac{\Phi}{e}. \tag{9.10}$$

Les rapports h/e et Φ/e étant constants, on devrait s'attendre à ce qu'un graphique des potentiels d'arrêt $V_{arrêt}$ mesurés en fonction de la fréquence de la lumière soit une droite, comme dans la figure 9.4. De plus, la pente de cette droite devrait-être h/e. Pour vérifier ce point, on mesure ab et bc dans la figure 9.4 et on écrit

$$\frac{h}{e} = \frac{ab}{bc} = \frac{2{,}35\ \text{V} - 0{,}72\ \text{V}}{(11{,}2 \times 10^{14} - 7{,}2 \times 10^{14})\ \text{Hz}}$$
$$= 4{,}1 \times 10^{-15}\ \text{V} \cdot \text{s}.$$

Si on multiplie ce résultat par la charge élémentaire e, on obtient

$$h = (4{,}1 \times 10^{-15}\ \text{V} \cdot \text{s})(1{,}6 \times 10^{-19}\ \text{C}) = 6{,}6 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s},$$

ce qui est cohérent par rapport aux valeurs de h mesurées à l'aide de nombreuses méthodes.

Aparté : l'énoncé d'une explication de l'effet photoélectrique nécessite certainement des notions de physique quantique. Pendant de nombreuses années, l'explication d'Einstein a également constitué un argument irrésistible en faveur de l'existence des photons. Cependant, en 1969, on a formulé une autre explication qui faisait appel à la physique quantique, mais qui ne nécessitait plus la notion de photon. La lumière *est* bel et bien quantifiée en photons, mais l'explication d'Einstein de l'effet photoélectrique n'est pas le meilleur argument permettant de l'expliquer.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : La figure représente graphiquement des données comme celles de la figure 9.4 pour des cibles de césium, de potassium, de sodium et de lithium. Les droites sont parallèles. a) Classez les cibles selon leur travail d'extraction, en commençant par le travail ayant la valeur la plus élevée. b) Classez les droites selon les valeurs de h qu'elles donnent, en commençant par la plus élevée.

Exemple 9.3

Une feuille de potassium se trouve à une distance $r = 3{,}5$ m d'une source de lumière isotrope émettant de l'énergie au taux $P = 1{,}5$ W. Le travail d'extraction Φ du potassium est 2,2 eV. Supposez que l'énergie transportée par la lumière incidente a été transférée à la feuille cible continuellement et doucement (comme si la physique classique prévalait sur la physique quantique). Combien de temps faudrait-il à la feuille pour absorber assez d'énergie pour émettre un électron ? Supposez ici que la feuille absorbe toute l'énergie qui l'atteint et que l'électron à éjecter capte l'énergie d'une zone circulaire de feuille ayant un rayon de $5{,}0 \times 10^{-11}$ m, soit environ celui d'un atome type.

SOLUTION : Voici les concepts clés qu'on utilise ici.

1. L'intervalle de temps Δt qu'il faut à la zone pour absorber l'énergie ΔE dépend du taux P_{abs} auquel l'énergie est absorbée :

$$\Delta t = \frac{\Delta E}{P_{abs}}.$$

2. Pour qu'un électron quitte la feuille, l'énergie minimale ΔE qu'il doit acquérir de la lumière est égale au travail d'extraction Φ du potassium. Donc,

$$\Delta t = \frac{\Phi}{P_{abs}}.$$

3. Puisque la zone de la feuille absorbe totalement l'énergie, le taux d'absorption P_{abs} est égal au taux P_{att} auquel l'énergie atteint la feuille ; c'est-à-dire

$$\Delta t = \frac{\Phi}{P_{att}}.$$

4. Avec l'aide de l'équation 4.23, on peut mettre en relation le taux de l'énergie incidente P_{att} avec l'intensité I de la lumière incidente sur la feuille et l'aire de la feuille :

$$P_{att} = IA.$$

Donc,

$$\Delta t = \frac{\Phi}{IA}.$$

5. Étant donné que la source de lumière est isotrope, l'intensité lumineuse I à une distance r de la source dépend du taux $P_{émis}$ auquel l'énergie est émise par la source, selon l'équation 4.27 :

$$I = \frac{P_{émis}}{4\pi r^2}.$$

On a donc, finalement,

$$\Delta t = \frac{4\pi r^2 \Phi}{P_{émis} A}.$$

L'aire de détection A est $\pi(5{,}0 \times 10^{-11}\ \text{m})^2 = 7{,}85 \times 10^{-21}\ \text{m}^2$, et le travail d'extraction Φ est $2{,}2\ \text{eV} = 3{,}5 \times 10^{-19}$ J. Si on insère ces résultats et les autres données, on obtient

$$= \frac{4\pi(3{,}5\ \text{m})^2(3{,}5 \times 10^{-19}\ \text{J})}{(1{,}5\ \text{W})(7{,}85 \times 10^{-21}\ \text{m}^2)}$$

$$= 4\,580\ \text{s} \approx 1{,}3\ \text{h}. \qquad \text{(réponse)}$$

Selon la physique classique, il faudrait donc attendre plus d'une heure après avoir allumé la source lumineuse pour qu'un photoélectron soit émis. Cependant, le temps d'attente réel est inférieur à 10^{-9} s. Il semble donc qu'un électron n'absorbe *pas* graduellement l'énergie de la lumière incidente. Plutôt, il n'absorbe aucune énergie, ou il absorbe un quantum d'énergie instantanément en absorbant un photon de lumière.

Exemple 9.4

Déterminez le travail d'extraction Φ du sodium de la figure 9.4.

SOLUTION : Ici, le concept clé est qu'on peut déterminer le travail d'extraction Φ à l'aide de la fréquence de seuil f_0 (qu'on peut mesurer sur la courbe). Voici le raisonnement : à la fréquence de seuil, l'énergie cinétique K_{max} est nulle dans l'équation 9.9. Donc, toute l'énergie hf transférée d'un photon à un électron sert à l'émission de ce dernier, qui nécessite une énergie de Φ. L'équation 9.5 donne alors, si $f = f_0$,

$$hf_0 = 0 + \Phi = \Phi.$$

Dans la figure 9.4, la fréquence de seuil f_0 est celle à laquelle la courbe croise l'axe horizontal des fréquences, soit environ $5{,}5 \times 10^{14}$ Hz. On a alors

$$\Phi = hf_0 = (6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(5{,}5 \times 10^{14}\ \text{Hz})$$

$$= 3{,}6 \times 10^{-19}\ \text{J} = 2{,}3\ \text{eV}. \qquad \text{(réponse)}$$

9.5 L'effet Compton

En 1916, Einstein a élargi son concept de quanta de lumière (photons) en suggérant que les photons possèdent une quantité de mouvement. Le photon est une particule sans masse (il se déplace à la vitesse de la lumière). Dans le cas d'un photon ayant une énergie hf, l'équation 8.57 indique que le module de cette quantité de mouvement est

$$p = E/c = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad \text{(la quantité de mouvement d'un photon)}, \qquad (9.11)$$

où on a remplacé f par son expression de l'équation 9.1 ($f = c/\lambda$). Donc, quand un photon interagit avec la matière, il y a transfert d'énergie *et* de quantité de mouvement comme s'il y avait une collision classique entre le photon et la matière (la notion de collision a été vue dans le chapitre 10 du volume 1).

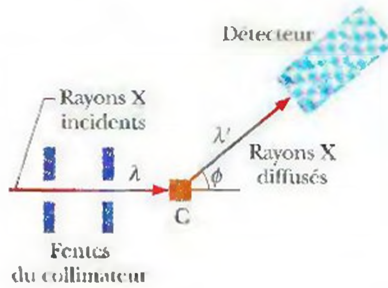


Figure 9.5 Appareil de Compton. Un faisceau de rayons X d'une longueur d'onde $\lambda = 71{,}1$ pm est dirigé sur une cible C de carbone. Les rayons X diffusés par la cible sont observés à différents angles ϕ par rapport à la direction du faisceau incident. Le détecteur mesure l'intensité des rayons X diffusés et leur longueur d'onde.

En 1923, Arthur Compton réalisa une expérience à l'université Washington de Saint Louis, aux États-Unis. Cette expérience permit de confirmer l'hypothèse du transfert d'énergie et de quantité de mouvement par le photon. Il projeta un faisceau de rayons X de longueur d'onde λ sur une cible de carbone, comme dans la figure 9.5. Un rayon X est une forme de rayonnement électromagnétique à haute fréquence, donc de courte longueur d'onde. Compton mesura les longueurs d'onde et les intensités des rayons X qui étaient diffusés dans les différentes directions par cette cible de carbone.

La figure 9.6 montre les résultats de cette expérience. Bien que le rayon X incident ne comprenne qu'une seule longueur d'onde ($\lambda = 71{,}1$ pm), on constate que les rayons X diffusés en contiennent tout un éventail avec deux pics d'intensité. C'est **l'effet Compton.** Un pic est centré près de la longueur d'onde λ incidente ; l'autre, près d'une longueur d'onde λ' supérieure à λ de $\Delta\lambda$, différence appelée **déplacement de Compton.** La valeur du déplacement de Compton varie en fonction de l'angle auquel les rayons X diffusés sont détectés.

La figure 9.6 constitue également un casse-tête pour la physique classique. Du point de vue classique, le faisceau de rayons X est une onde électromagnétique sinusoïdale. Il devrait donc faire osciller un électron de la cible de manière sinusoïdale en raison de la force oscillante qu'exerce son champ électrique. De plus, l'électron devrait osciller à la même fréquence que l'onde et devrait émettre des ondes *à cette même fréquence*, comme s'il était une minuscule antenne de transmission. Donc, les rayons X diffusés par l'électron devraient avoir la même fréquence, et la même longueur d'onde, que les rayons X incidents – mais ce n'est pas le cas.

Compton interpréta la diffusion des rayons du carbone en tenant compte des transferts d'énergie et de quantité de mouvement effectués par les photons entre les rayons X incidents et les électrons faiblement liés de la cible de carbone. On verra maintenant, d'abord de façon conceptuelle, puis quantitativement, comment cette interprétation de la physique quantique peut vous amener à comprendre les résultats de Compton.

Supposez qu'un photon unique (d'énergie $E = hf$) est associé à l'interaction entre les rayons X et un électron au repos. En général, le rayon X changera de direction (le rayon X est diffusé) et l'électron aura un recul, montrant ainsi qu'il a acquis une certaine énergie cinétique. L'énergie est conservée dans cette interaction isolée. Donc, l'énergie du photon diffusé ($E' = hf'$) doit être inférieure à celle du photon incident. Les rayons X diffusés doivent alors avoir une fréquence inférieure f' et une longueur d'onde supérieure λ' à celle des rayons X incidents, tout comme le démontrent les résultats de l'expérience de Compton dans la figure 9.6.

Pour ce qui est de la partie quantitative, on applique d'abord le principe de conservation de l'énergie. La figure 9.7 suggère une « collision » entre un rayon X et un électron libre initialement au repos dans la cible. Le résultat de cette collision est que le rayon X

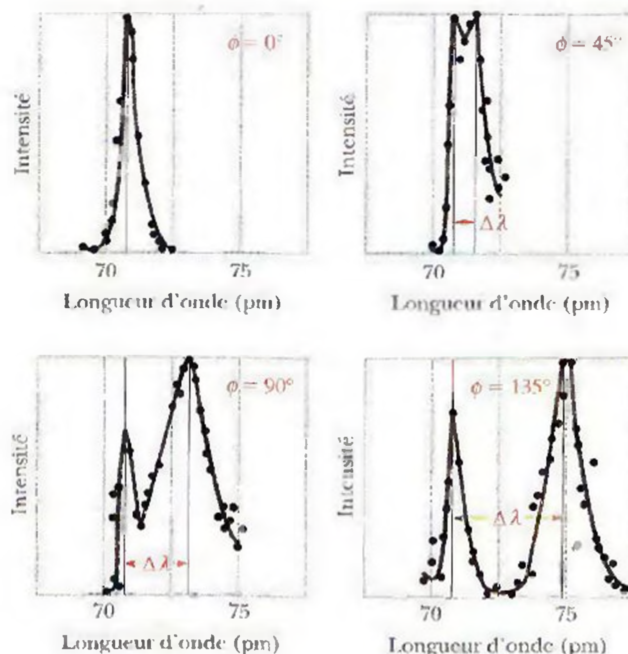


Figure 9.6 Les résultats de Compton relativement à quatre angles de diffusion ϕ. Notez que le déplacement de Compton $\Delta\lambda$ augmente quand l'angle de diffusion augmente.

de longueur d'onde λ' est diffusé à un angle ϕ et l'électron est émis à un angle θ, comme l'illustre la figure. Le principe de conservation de l'énergie donne alors

$$hf = hf' + K,$$

où hf est l'énergie du photon du rayon X incident, hf' est l'énergie du photon du rayon X diffusé et K est l'énergie cinétique de l'électron s'éloignant. Étant donné que l'électron peut se déplacer à une vitesse comparable à celle de la lumière, il faut utiliser l'expression relativiste de l'équation 8.51,

$$K = mc^2(\gamma - 1),$$

pour décrire l'énergie cinétique de l'électron. Ici, m est la masse de l'électron et γ est le facteur de Lorentz

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-(v/c)^2}}.$$

Si on remplace K par son expression dans l'équation de la conservation de l'énergie, on obtient

$$hf = hf' + mc^2(\gamma - 1).$$

Si on remplace f par c/λ et f' par c/λ', on obtient la nouvelle équation de la conservation de l'énergie

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'} + mc(\gamma - 1). \qquad (9.12)$$

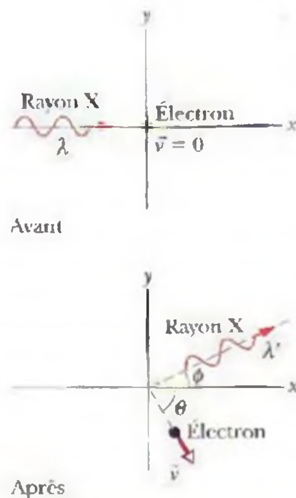


Figure 9.7 Un rayon X de longueur λ interagit avec un électron au repos. Le rayon X est diffusé à un angle ϕ, avec une longueur d'onde plus grande λ'. L'électron s'éloigne à une vitesse $\vec{v}$ et à un angle θ.

On applique ensuite le principe de conservation de la quantité de mouvement à la collision électron-rayon X illustrée dans la figure 9.7. Selon l'équation 9.11, le photon incident possède une quantité de mouvement dont le module est h/λ ; dans le cas du photon diffusé, le module de la quantité de mouvement est h/λ'. Selon l'équation 8.40, l'électron émis possède une quantité de mouvement dont le module est γmv. Étant donné qu'on est en présence d'une collision à deux dimensions, on écrit des équations distinctes relativement à la conservation de la quantité de mouvement sur les axes des x et des y pour obtenir

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\phi + \gamma mv\cos\theta \qquad \text{(l'axe des } x\text{)} \qquad (9.13)$$

et

$$0 = \frac{h}{\lambda'}\sin\phi + \gamma mv\sin\theta \qquad \text{(l'axe des } y\text{)}. \qquad (9.14)$$

On veut déterminer $\Delta\lambda$ $(= \lambda' - \lambda)$, soit le déplacement de Compton des rayons X diffusés. Parmi les cinq variables de la collision (λ, λ', v, ϕ et θ) apparaissant dans les équations 9.12, 9.13 et 9.14, on choisit d'éliminer v et θ, qui ne concernent que l'électron. Avec un peu d'algèbre (quelque peu compliquée), on arrive à une équation permettant de déterminer le déplacement de Compton en fonction de l'angle de diffusion ϕ :

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi) \qquad \text{(le déplacement de Compton).} \qquad (9.15)$$

L'équation 9.15 est cohérente quant aux résultats expérimentaux de Compton.

La quantité h/mc de l'équation 9.15 est une constante appelée **longueur d'onde de Compton**. Sa valeur dépend de la masse m de la particule qui diffuse les rayons X. Ici, cette particule étant un électron faiblement lié, on remplace m par sa masse pour évaluer la *longueur d'onde de Compton dans le cas de la diffusion de Compton causée par un électron*.

Un détail à régler

Le pic présent à la longueur d'onde incidente λ (= 71,1 pm) de la figure 9.6 reste encore à expliquer. Ce pic découle non pas des interactions entre les rayons X et les électrons liés très faiblement dans la cible, mais des interactions entre les rayons X et les électrons qui sont *fortement* liés aux atomes de carbone constituant la cible. En effet, chacune de ces collisions-ci se produit entre un rayon X incident et un atome de carbone entier.

Dans l'équation 9.15, si on remplace m par la masse d'un atome de carbone (qui représente environ 22 000 fois celle d'un électron), on constate que $\Delta\lambda$ devient 22 000 fois plus petit que le déplacement de Compton d'un électron – trop petit pour être détecté. Donc, les rayons X diffusés dans ces collisions possèdent la même longueur d'onde que les rayons X incidents.

Exemple 9.5

Des rayons X d'une longueur d'onde de $\lambda = 22$ pm (énergie du photon = 56 keV) sont diffusés par une cible de carbone ; on mesure un angle de diffusion de 85° par rapport au faisceau incident.

a) Quel est le déplacement de Compton des rayons diffusés ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : le déplacement de Compton est la variation de la longueur d'onde des rayons X occasionnée par leur diffusion, diffusion elle-même causée par des électrons faiblement liés dans une cible. De plus, selon l'équation 9.15, ce déplacement dépend de l'angle de diffusion des rayons X. Si on introduit la valeur de l'angle égal à 85° et la valeur de la masse de l'électron égale à $9{,}11 \times 10^{-31}$ kg (parce que la diffusion est causée par des électrons) dans l'équation 9.15, on obtient

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi)$$
$$= \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(1 - \cos 85°)}{(9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s})}$$
$$= 2{,}21 \times 10^{-12}\ \text{m} \approx 2{,}2\ \text{pm}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Quel pourcentage de son énergie initiale le photon du rayon X transfère-t-il à un électron dans une telle diffusion ?

SOLUTION : Ici, le concept clé consiste à déterminer la *fraction d'énergie perdue* (qu'on appellera *frep*) par les photons diffusés par les électrons :

$$frep = \frac{\text{énergie perdue}}{\text{énergie initiale}} = \frac{E - E'}{E}.$$

Selon l'équation 9.2 ($E = hf$), on peut remplacer l'énergie initiale E et l'énergie mesurée E' des rayons X par l'expression contenant des fréquences. Ensuite, selon l'équation 9.1 ($f = c/\lambda$), on peut remplacer ces expressions par celles contenant des longueurs d'onde. On trouve alors

$$frep = \frac{hf - hf'}{hf} = \frac{c/\lambda - c/\lambda'}{c/\lambda} = \frac{\lambda' - \lambda}{\lambda'}$$
$$= \frac{\Delta\lambda}{\lambda + \Delta\lambda}. \qquad (9.16)$$

Si on insère les données, on obtient

$$frep = \frac{2{,}21\ \text{pm}}{22\ \text{pm} + 2{,}21\ \text{pm}} = 0{,}091 \text{ ou } 9{,}1\,\%. \qquad \text{(réponse)}$$

Bien que le déplacement de Compton $\Delta\lambda$ soit indépendant de la longueur d'onde λ des rayons X incidents (voir l'équation 9.15), la variation relative d'énergie du photon des rayons X dépend, elle, de λ ; elle augmente quand la longueur d'onde du rayon incident diminue, comme l'indique l'équation 9.16.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Comparez la diffusion de Compton des rayons X ($\lambda \approx 20$ pm) et celle de la lumière visible ($\lambda \approx 500$ pm), à un angle de diffusion particulier. Laquelle possède la valeur la plus élevée dans chacun des cas suivants : a) le déplacement de Compton, b) le décalage relatif de la longueur d'onde, c) la variation relative d'énergie du photon et d) l'énergie transmise à l'électron ?

9.6 La lumière en tant qu'onde de probabilité

La question suivante constitue un mystère fondamental de la physique : comment la lumière peut-elle être une onde (qui se propage dans une région) en physique classique, alors qu'elle est émise et absorbée sous forme de photons (qui naissent et qui disparaissent ponctuellement) en physique quantique ? L'expérience des fentes doubles de la section 6.4 se situe au cœur de ce mystère. Voici trois versions de cette expérience.

La version standard

La figure 9.8 est un croquis de l'expérience originale réalisée par Thomas Young en 1801 (voir aussi la figure 6.6). La lumière atteint l'écran B, qui contient deux minces fentes parallèles. Les longueurs des ondes émergeant des deux fentes se propagent par diffraction et se superposent sur l'écran C où, par interférence, elles forment un patron où alternent maximums et minimums d'intensité. Dans la section 6.4, on a considéré

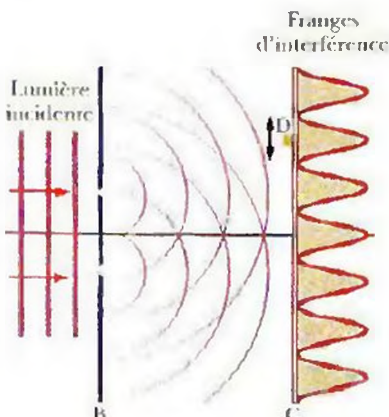


Figure 9.8 Une lumière éclaire un écran B dans lequel deux fentes minces parallèles sont pratiquées. La lumière émergeant de ces fentes se propage par diffraction. Les deux ondes diffractées se superposent lorsqu'elles frappent l'écran C et forment des franges d'interférence. Un petit détecteur de photon D situé dans le plan de l'écran C produit un clic net chaque fois qu'il absorbe un photon.

l'existence de ces franges d'interférence comme une preuve indéniable de la nature ondulatoire de la lumière.

On place un minuscule détecteur de photon D dans le plan de l'écran C. Supposez qu'il s'agit d'un appareil photoélectrique qui émet un clic quand il absorbe un photon. On constate que le détecteur produit une suite de clics, aléatoirement espacés dans le temps, chaque clic signalant un transfert d'énergie de l'onde lumineuse à l'écran par l'absorption d'un photon.

Si on déplace très lentement le détecteur vers le haut ou le bas, comme l'indique la flèche noire dans la figure 9.8, on constate que le nombre de clics augmente ou diminue, passant par des maximums et par des minimums qui correspondent exactement à ceux des lignes d'interférence.

L'intérêt de cette expérience de l'esprit est le suivant. On ne peut prédire l'instant où un photon sera détecté à un point particulier de l'écran C ; les photons sont détectés à des points individuels à des temps aléatoires. Cependant, on peut prédire que la *probabilité* relative qu'un photon soit détecté à un point particulier dans un intervalle de temps spécifié est proportionnelle à l'intensité de la lumière incidente à ce point.

Dans la section 4.4, on a vu que l'intensité I d'une onde lumineuse à un point donné est proportionnelle au carré de E_m, l'amplitude du vecteur champ électrique oscillant de l'onde à ce point. Donc, on peut affirmer ce qui suit.

> La probabilité (par unité de temps) qu'un photon soit détecté dans un petit volume centré sur un point donné dans une onde lumineuse est proportionnelle au carré de l'amplitude du vecteur champ électrique de l'onde à ce point.

On a maintenant une description probabiliste d'une onde lumineuse, ce qui constitue une autre façon de considérer la lumière. Celle-ci n'est pas seulement une onde électromagnétique, mais aussi une **onde de probabilité**. Autrement dit, on peut attribuer une probabilité numérique (par unité de temps) au fait de détecter un photon dans un petit volume centré à chaque point contenu dans une onde lumineuse.

La version à un photon à la fois

En 1909, G. I. Taylor réalisa une version de l'expérience des deux fentes dans laquelle il n'y a qu'un photon à la fois qui se déplace de la source à l'écran C, version répétée de nombreuses fois depuis. À la différence de l'expérience précédente, la source lumineuse est si faible qu'elle n'émet qu'un photon à la fois, à intervalles aléatoires. Il est étonnant de constater que des lignes d'interférence se forment encore sur l'écran C si l'expérience dure assez longtemps (plusieurs mois dans le cas de la première expérience de Taylor).

Comment peut-on expliquer le résultat de cette expérience à deux fentes et à un photon à la fois ? Avant même d'étudier ce résultat, il faut se poser certaines questions : si les photons traversent l'appareil un à la fois, dans laquelle des deux fentes de l'écran B un photon donné passe-t-il ? Comment un photon donné peut-il « savoir » qu'il y a une autre fente qui crée la possibilité d'une interférence ? Un photon unique peut-il passer par les deux fentes et interférer avec lui-même ?

Il ne faut pas oublier que les photons sont observables seulement quand ils interagissent avec la matière — il n'y a aucun moyen de les détecter en l'absence d'un instrument comme un détecteur ou un écran. Donc, dans l'expérience de la figure 9.8, on peut seulement savoir que les photons sont générés à la source lumineuse et disparaissent à l'écran. Entre la source et l'écran, on ne peut connaître la nature ni l'activité du photon. Cependant, étant donné qu'un patron d'interférence finit par se former sur l'écran, on peut supposer que chaque photon se déplace de la source à l'écran *sous forme d'une onde* qui remplit l'espace entre ces deux objets et qui disparaît lors de l'absorption du photon, avec un transfert d'énergie et de quantité de mouvement, à un certain point sur l'écran.

On *ne peut pas* prédire le point où ce transfert se produira (où un photon sera détecté) dans ce cas. Cependant, on *peut* prédire la probabilité qu'il se produira (et qu'il y aura tendance à l'absorption d'un photon) dans les régions brillantes des lignes d'interférence qui se forment sur l'écran. On peut aussi prédire qu'il aura tendance à ne pas se produire (et qu'il n'y aura *pas* tendance à l'absorption d'un photon) dans les régions sombres de ces lignes d'interférence. On peut donc dire que l'onde se propageant d'une source vers l'écran est une *onde de probabilité*, et qu'elle produit des « franges de probabilité » sur l'écran.

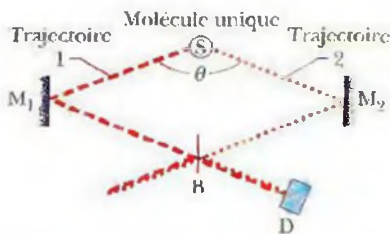


Figure 9.9 La source S émet des photons à des instants bien séparés dont la lumière suit deux trajectoires séparées et interfère avec elle-même au détecteur D après avoir été recombinée par le séparateur de faisceau B. (D'après Ming Lai et Jean-Claude Diels, *Journal of the Optical Society of America B*, n° 9, décembre 1992, p. 2 290-2 294.)

La version à un photon à la fois et à grand angle

Dans le passé, les physiciens ont tenté d'expliquer le résultat de l'expérience à deux fentes et à un photon à la fois par la présence de petits paquets d'ondes lumineuses classiques individuellement projetés vers les fentes. Ils définissaient ces petits paquets comme des photons. Cependant, les expériences modernes invalident cette explication et cette définition. La figure 9.9 illustre le montage de l'une de ces expériences, rapportée en 1992 par Ming Lai et Jean-Claude Diels, de l'Université de New Mexico. La source S contient des molécules qui émettent des photons à des instants bien séparés. Les miroirs M_1 et M_2 sont placés de manière à réfléchir la lumière vers deux trajectoires distinctes, 1 et 2, séparées par un angle θ qui fait près de 180°. Ce montage diffère de celui de l'expérience standard à deux fentes, dans lequel l'angle entre les trajectoires de la lumière atteignant les deux fentes est très petit.

Après avoir été réfléchies par les miroirs M_1 et M_2, les ondes lumineuses suivant les trajectoires 1 et 2 se rencontrent au séparateur de faisceau B. (Un séparateur de faisceau est un appareil optique qui transmet la moitié de la lumière incidente et réfléchit l'autre moitié.) Dans la figure 9.9, du côté droit du séparateur, l'onde lumineuse suit la trajectoire 2 et, réfléchie par B, se combine avec l'onde lumineuse de la trajectoire 1 transmise par B. Ces deux ondes interfèrent alors l'une avec l'autre au détecteur D (un *photomultiplicateur* pouvant détecter les photons individuels).

Le détecteur émet alors une suite d'impulsions électroniques aléatoirement espacées, soit une impulsion pour chaque photon détecté. Dans l'expérience, le séparateur de faisceau est déplacé lentement à l'horizontale (dans l'expérience rapportée, une distance maximale approximative de seulement 50 μm), et le résultat du détecteur est noté dans un tableau. Ce déplacement fait varier les longueurs des trajectoires 1 et 2, produisant un décalage de phase entre les ondes lumineuses qui atteignent le détecteur D. Les maximums et les minimums d'interférence apparaissent dans le signal du détecteur.

Cette expérience est difficile à comprendre d'un point de vue traditionnel. Par exemple, quand une molécule d'une source émet un photon, ce photon suit-il la trajectoire 1 ou la trajectoire 2 dans la figure 9.9 (ou une autre trajectoire) ? Comment peut-il suivre les deux directions à la fois ? Pour répondre à ces questions, on suppose que, quand une molécule émet un photon, une onde de probabilité se propage dans toutes les directions. Dans l'expérience, on a choisi deux de ces directions, presque mutuellement opposées.

On constate ici qu'il est possible d'interpréter les trois versions de l'expérience à deux fentes si on suppose que 1) la source génère la lumière sous forme de photons, 2) que la lumière est absorbée par le détecteur sous forme de photons et 3) que la lumière se propage de la source au détecteur sous forme d'onde de probabilité.

9.7 Les électrons et les ondes de matière

En 1924, le physicien français Louis de Broglie formula l'affirmation suivante sur la symétrie : un faisceau de lumière est une onde, mais il transfère de l'énergie et une quantité de mouvement à la matière seulement en des endroits localisés, par les photons. Pourquoi un faisceau de particules ne pourrait-il pas avoir les mêmes propriétés ? Autrement dit, pourquoi ne peut-on penser à un électron en mouvement (ou à toute autre particule) comme à une **onde de matière** qui transfère de l'énergie et une quantité de mouvement à la matière en des endroits localisés ?

Plus particulièrement, De Broglie suggéra que l'équation 9.11 ($p = h/\lambda$) pourrait s'appliquer non seulement aux photons, mais aussi aux électrons. On a utilisé cette équation dans la section 9.5 pour attribuer une quantité de mouvement p à un photon de lumière ayant une longueur d'onde λ. On l'utilise maintenant, sous la forme

$$\lambda = \frac{h}{p} \quad \text{(la longueur d'onde de De Broglie)} \qquad (9.17)$$

pour attribuer une longueur d'onde λ à une particule ayant une quantité de mouvement p. La longueur d'onde calculée à l'aide de l'équation 9.17 est appelée **longueur d'onde de De Broglie** de la particule en mouvement. La prédiction de de Broglie sur l'existence des ondes de matière a été vérifiée expérimentalement pour la première fois en 1927, par C. J. Davisson et L. H. Germer, du Bell Telephone Laboratories, et par George P. Thomson, de l'Université d'Aberdeen, en Écosse.

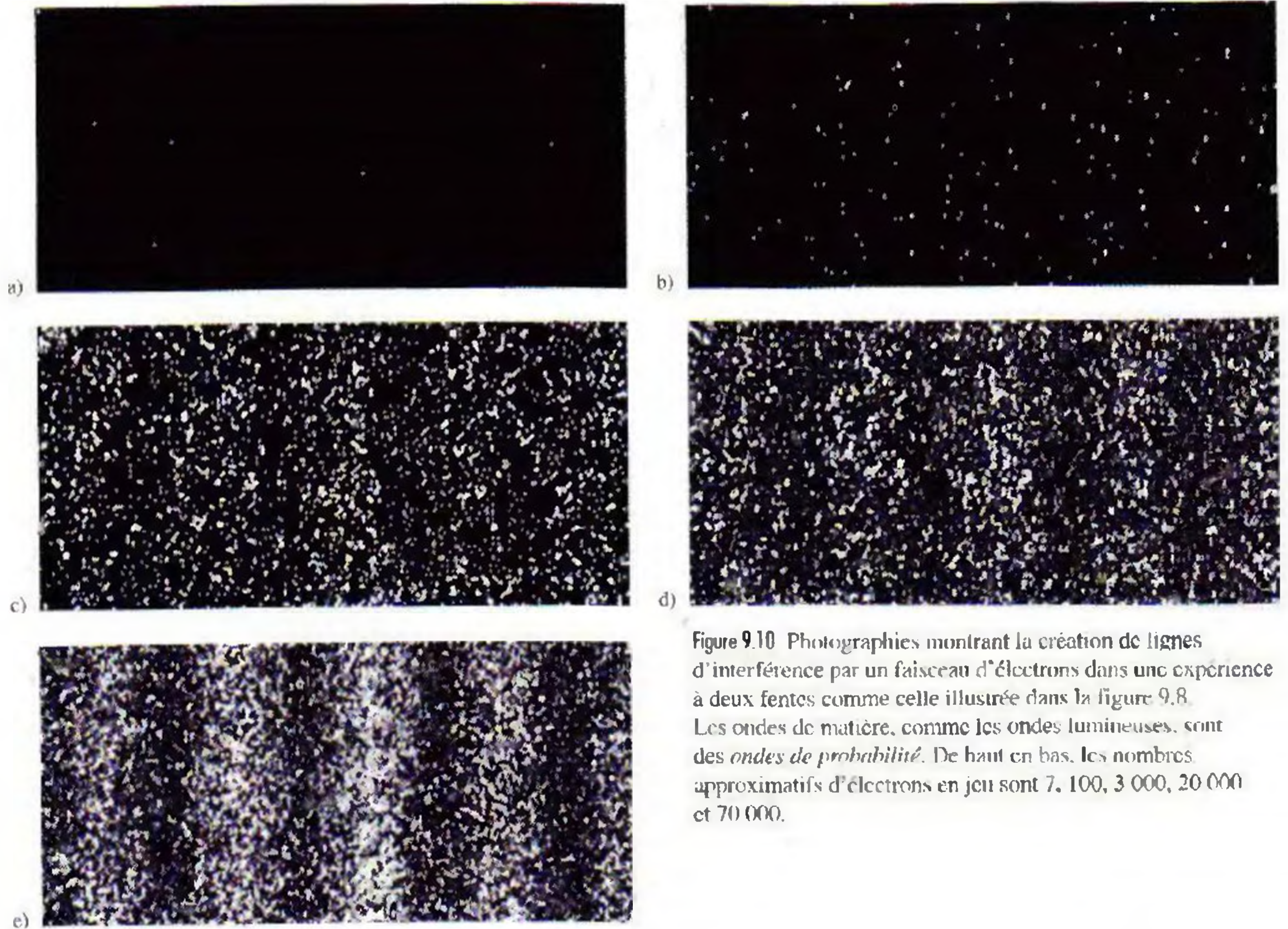


Figure 9.10 Photographies montrant la création de lignes d'interférence par un faisceau d'électrons dans une expérience à deux fentes comme celle illustrée dans la figure 9.8. Les ondes de matière, comme les ondes lumineuses, sont des *ondes de probabilité*. De haut en bas, les nombres approximatifs d'électrons en jeu sont 7, 100, 3 000, 20 000 et 70 000.

La figure 9.10 montre les épreuves photographiques d'ondes de matière tirées lors d'une expérience plus récente. Au cours de cette expérience, des franges d'interférence se sont formées quand les électrons ont été projetés, *un à la fois*, à travers un appareil à deux fentes. Cet appareil ressemblait aux appareils utilisés pour expliquer l'interférence optique, sauf que l'écran d'observation ressemblait à un écran de télévision normal. Quand un électron heurtait l'écran, il générait un éclair lumineux dont la position était notée.

Les premiers électrons (les deux photos du haut) ne révélèrent rien d'intéressant et semblaient avoir touché l'écran au hasard. Cependant, après le passage de plusieurs milliers d'électrons, un motif est apparu sur l'écran, révélant des franges où de nombreux électrons avaient touché l'écran et d'autres où peu d'électrons l'avaient fait. Ce patron correspond exactement aux attentes normales quant à l'interférence des ondes. Par conséquent, *chaque* électron a traversé l'appareil sous forme d'onde de matière – la partie qui traverse une fente interférant avec la partie qui traverse l'autre fente. Cette interférence détermine alors la probabilité que l'électron se matérialise à un point donné de l'écran, en le touchant. De nombreux électrons se matérialisent dans les zones correspondant aux franges brillantes en interférence optique, et peu d'entre eux le font dans les zones correspondant aux franges foncées.

Des interférences semblables ont été démontrées avec des protons, des neutrons et divers atomes. En 1994, elles ont été démontrées avec des molécules d'iode I_2, qui sont non seulement 500 000 fois plus massives que les électrons, mais aussi beaucoup plus complexes. En 1999, elles furent démontrées avec des molécules encore plus complexes, soit des molécules de *fullerène* (ou *buckminsterfullerène*) C_{60} et C_{70}. (Les fullerènes sont des molécules d'atomes de carbone, 60 atomes dans la C_{60} et 70 dans la C_{70}, ayant la forme d'un ballon de soccer.) Il semble que les petits objets, comme les électrons, les protons, les atomes et les molécules, se propagent comme des ondes de matière. Cependant, il existe un point où la taille et la complexité des objets deviennent si importantes qu'il n'est plus justifié d'attribuer une nature ondulatoire à l'objet. Il n'y a plus de cohérence entre les ondes. À ce point, on retombe dans le monde non quantique

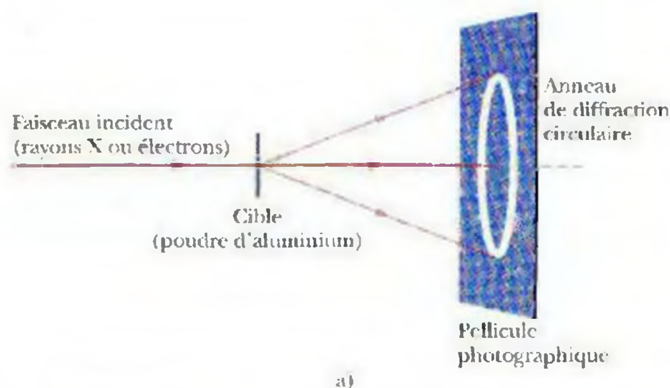
qui vous est familier, où s'applique la physique des chapitres précédents. Bref, un électron est une onde de matière pouvant interférer avec lui-même, mais un chat n'est pas une onde de matière et ne peut interférer avec lui-même (ce qui doit être un soulagement pour les chats).

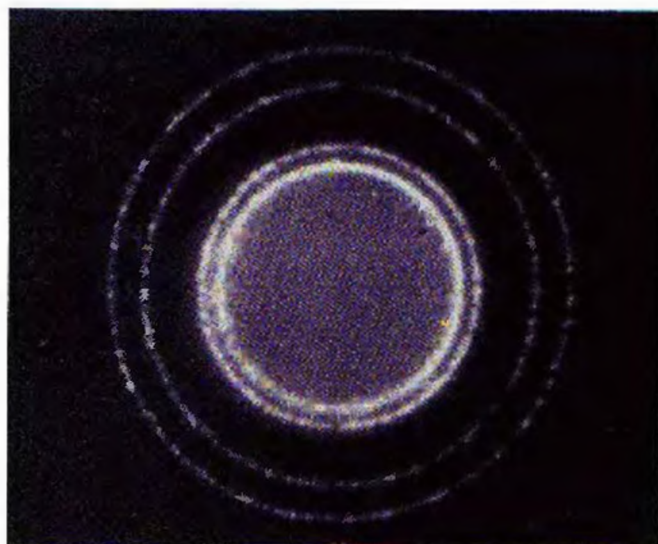
Aujourd'hui, la nature ondulatoire des particules et des atomes est tenue pour acquise dans de nombreux domaines scientifiques et en ingénierie. Par exemple, on utilise la diffraction des électrons et des neutrons pour étudier les structures atomiques des solides et des liquides, et on utilise la diffraction des électrons pour étudier les structures atomiques des surfaces.

La figure 9.11 a) illustre un montage pouvant servir à démontrer la diffraction des rayons X ou des électrons par des cristaux. On dirige un faisceau de rayons X ou d'électrons sur une cible constituée d'une poudre de minuscule cristaux d'aluminium. Les rayons X ont une certaine longueur d'onde λ. On fournit assez d'énergie aux électrons pour que leur longueur d'onde de de Broglie soit la même que λ. La diffraction des rayons X ou des électrons par les cristaux produit des patrons d'interférence circulaires sur une pellicule photographique. La figure 9.11 b) montre la figure de diffraction des rayons X ; la figure 9.11 c), celle des électrons. Ces figures sont les mêmes, les rayons X et les électrons étant des ondes.

Les ondes et les particules

Les figures 9.10 et 9.11 sont des preuves convaincantes de la nature *ondulatoire* de la matière, mais il existe au moins autant d'expériences qui laissent croire à la nature *discrète* de la matière. On peut revenir, par exemple, aux trajectoires générées par les électrons et illustrées dans la photo d'ouverture de ce chapitre. Ces traces (qui sont des chaînes de bulles laissées dans l'hydrogène liquide remplissant la chambre à bulles) suggèrent fortement le passage d'une particule. Où est l'onde ?




b)


c)

Figure 9.11 a) Expérience utilisée pour démontrer, par diffraction, le caractère ondulatoire du faisceau incident. Photographie des figures de diffraction produites quand le faisceau incident est constitué b) de rayons X (onde lumineuse) et c) d'électrons (onde de matière). Notez la ressemblance géométrique de base des figures.



Figure 9.12 Quelques-unes des nombreuses trajectoires suivies par une particule entre les points de détection I et F. Seules les ondes de matière qui suivent les trajectoires proches de la ligne droite reliant ces points interfèrent d'une manière constructive. Dans les autres cas, les ondes qui suivent des trajectoires voisines interfèrent de manière destructive. Donc, une onde de matière laisse une trace linéaire.

Pour simplifier la situation, on peut enlever le champ magnétique pour faire en sorte que les chaînes de bulles soient droites. On peut considérer chaque bulle comme un point de détection de l'électron. Les ondes de matière se propageant entre des points de détection I et F comme dans la figure 9.12 exploreront toutes les trajectoires possibles ; la figure en illustre quelques-unes. En général, à chaque trajectoire reliant I et F (sauf pour celle en ligne droite) correspond une trajectoire voisine ; ainsi, les ondes de matière qui suivent ces deux chemins s'annuleront mutuellement par interférence. Ce n'est toutefois pas le cas de la trajectoire en ligne droite reliant I et F ; ici, les ondes de matière empruntant toutes les trajectoires voisines renforcent l'onde qui suit la ligne droite. Vous pouvez imaginer les bulles qui forment cette trace comme une suite de points de détection où l'onde de matière subit une interférence constructive.

Exemple 9.6

Quelle est la longueur d'onde de de Broglie d'un électron possédant une énergie cinétique de 120 eV ?

SOLUTION : Un premier concept clé est utilisé ici : on peut déterminer la longueur d'onde de de Broglie λ pour l'électron à l'aide de l'équation 9.17 ($\lambda = h/p$) si on détermine d'abord le module de sa quantité de mouvement p. Le deuxième concept clé est qu'on détermine p à l'aide de l'énergie cinétique K donnée pour l'électron. Cette énergie cinétique est très inférieure à l'énergie au repos d'un électron (0,511 MeV, d'après le tableau 8.3). On peut donc utiliser les approximations non relativistes pour le module de la quantité de mouvement p ($= mv$) et pour l'énergie cinétique K ($= \frac{1}{2}mv^2$).

Si on élimine le module de la vitesse v dans ces deux équations, on obtient

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{2mK} \\ &= \sqrt{(2)(9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(120\ \text{eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})} \\ &= 5{,}91 \times 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}. \end{aligned}$$

D'après l'équation 9.17,

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{p} \\ &= \frac{6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J} \cdot \text{s}}{5{,}91 \times 10^{-24}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}} \\ &= 1{,}12 \times 10^{-10}\ \text{m} = 112\ \text{pm}. \qquad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

C'est environ la taille d'un atome type. Si on augmente l'énergie cinétique, la longueur d'onde diminue encore plus.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 :** Un électron et un proton peuvent avoir a) la même énergie cinétique, b) la même quantité de mouvement et c) la même vitesse. Dans chaque cas, quelle particule possède la plus courte longueur d'onde de De Broglie ?

9.8 L'équation de Schrödinger

Une simple onde se propageant, qu'il s'agisse d'une onde dans une corde, d'une onde sonore ou d'une onde lumineuse, est décrite comme une grandeur qui varie selon un mode ondulatoire. Dans le cas des ondes lumineuses, par exemple, cette grandeur est $\vec{E}(x, y, z, t)$, soit le champ électrique de l'onde. Sa valeur observée en un point dépend de la position de ce point et de l'instant où l'observation est faite.

Quelle grandeur variable devrait-on utiliser pour décrire une onde de matière ? On doit s'attendre à ce que cette grandeur, appelée **fonction d'onde** $\Psi(x, y, z, t)$, soit plus complexe que la grandeur correspondante d'une onde lumineuse, parce qu'une onde de matière, en plus de l'énergie et de la quantité de mouvement, transporte une masse et (souvent) une charge électrique. Il s'avère que Ψ, la lettre grecque psi majuscule, représente toujours une fonction complexe au sens mathématique, c'est à dire qu'on peut toujours exprimer ses valeurs sous la forme $a + ib$, où a et b sont des nombres réels et $i^2 = -1$.

Dans tous les cas que vous rencontrerez ici, les variables de position peuvent être groupées séparément de la variable de temps et Ψ peut s'écrire sous la forme

$$\Psi(x, y, z, t) = \psi(x, y, z)\, e^{-i\omega t}, \qquad (9.18)$$

où ω (= $2\pi f$) est la fréquence angulaire de l'onde de matière. Notez que ψ, la lettre grecque psi minuscule, représente seulement la partie spatiale de la fonction d'onde dépendante du temps Ψ. Dans la section suivante, on utilisera presque exclusivement ψ. Deux questions se posent : qu'entend-on par fonction d'onde et comment la détermine-t-on ?

Que signifie la fonction d'onde? On entend par fonction d'onde le fait qu'une onde de matière, comme une onde lumineuse, est une onde de probabilité. Supposez qu'une onde de matière atteint un minuscule détecteur de particules ; la probabilité qu'une particule soit détectée dans un intervalle de temps donné est alors proportionnelle à $|\psi|^2$, où $|\psi|$ est le module de la fonction d'onde complexe à l'emplacement du détecteur. Bien que ψ soit habituellement une grandeur complexe, $|\psi|^2$ est toujours à la fois réelle et positive. Il s'agit alors de $|\psi|^2$, qu'on appelle **densité de probabilité**, et non de ψ, qui a une signification *physique*. En gros, cette signification est la suivante.

La probabilité (par unité de temps) de détecter une particule dans un petit volume centré à un point donné dans une onde de matière est proportionnelle à la valeur de $|\psi|^2$ à ce point.

Étant donné que ψ est habituellement une grandeur complexe, on détermine le carré de son module en multipliant ψ par ψ^*, le complexe conjugué de ψ. Pour déterminer ψ^*, on remplace le nombre imaginaire i dans ψ par $-i$.

Comment détermine-t-on la fonction d'onde? Les ondes sonores et les ondes se propageant dans une corde sont décrites par les équations de la mécanique newtonienne. Les ondes lumineuses sont décrites par l'équation **de Schrödinger,** formulée en 1926 par le physicien autrichien Erwin Schrödinger.

Plusieurs des cas qu'on étudiera mettront en jeu une particule se déplaçant dans la direction de l'axe des x dans une région où des forces conservatives agissant sur elle lui donnent une énergie potentielle $U(x)$. Dans ce cas particulier, l'équation de Schrödinger se réduit à

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0$$

(l'équation de Schrödinger, pour un mouvement à une dimension), (9.19)

où E est l'énergie mécanique totale (énergie potentielle plus énergie cinétique) de la particule en mouvement. (On ne tient pas compte de l'énergie au repos dans cette équation non relativiste.) On ne peut dériver l'équation de Schrödinger à partir de principes fondamentaux : c'est le principe de base de la physique quantique.

Si $U(x)$ a une valeur nulle dans l'équation 9.19, cette équation décrit alors une **particule libre,** c'est-à-dire une particule sur laquelle aucune force n'agit. Dans ce cas, l'énergie totale de la particule est entièrement cinétique et, de ce fait, dans l'équation 9.19, E est $\frac{1}{2}mv^2$. Cette équation devient alors

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}\left(\frac{mv^2}{2}\right)\psi = 0,$$

qu'on peut reformuler de la manière suivante :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \left(2\pi\frac{p}{h}\right)^2\psi = 0.$$

Pour obtenir cette équation, on a remplacé mv par la quantité de mouvement p et on a regroupé les termes.

Selon l'équation 9.17, p/h de l'équation ci-dessus peut devenir $1/\lambda$, où λ est la longueur d'onde de de Broglie de la particule en mouvement. On reconnaît de plus que $2\pi/\lambda$ est le *nombre d'onde k*, qu'on a défini dans l'équation 2.5. Par cette substitution, l'équation ci-dessus devient

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + k^2\psi = 0$$

(l'équation de Schrödinger, pour une particule libre). (9.20)

La solution générale de l'équation 9.20 est

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}, \tag{9.21}$$

où A et B sont des constantes arbitraires. Vous pouvez démontrer que cette équation est en effet une solution de l'équation 9.20 en remplaçant $\psi(x)$ et sa dérivée seconde dans l'équation et en notant qu'il en résulte une identité.

Si on combine les équations 9.18 et 9.21, dans le cas de la fonction d'onde dépendante du temps Ψ d'une particule se déplaçant dans la direction x, on trouve

$$\begin{aligned}\Psi(x, t) &= \psi(x)e^{-i\omega t} = (Ae^{ikx} + Be^{-ikx})e^{-i\omega t}\\ &= Ae^{i(kx-\omega t)} + Be^{-i(kx+\omega t)}.\end{aligned} \tag{9.22}$$

Déterminer la densité de probabilité $|\psi|^2$

Dans la section 2.5, on a vu qu'une *fonction F* ayant la forme $F(kx \pm \omega t)$ représente une onde progressive. Cela s'applique tant aux fonctions exponentielles comme celles de l'équation 9.22 qu'aux fonctions sinusoïdales qu'on a utilisées pour décrire les ondes se propageant le long des cordes. En fait, ces deux représentations de fonctions sont reliées par

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\sin\theta \quad \text{et} \quad e^{-i\theta} = \cos\theta - i\sin\theta,$$

où θ est un angle.

Le premier terme du membre de droite de l'équation 9.22 représente donc une onde se propageant dans la direction des x positifs ; le second terme, une onde se propageant dans la direction de l'axe des x négatifs. Cependant, on suppose que la particule libre qu'on étudie se déplace seulement dans la direction de l'axe des x positifs. Pour réduire la solution générale (équation 9.22) au cas présent, on pose la constante arbitraire B dans les équations 9.21 et 9.22 égale à zéro. En même temps, on renomme la constante A comme étant ψ_0. L'équation 9.21 devient alors

$$\psi(x) = \psi_0\, e^{ikx}. \tag{9.23}$$

Pour calculer la densité de probabilité, on calcule le carré du module de $\psi(x)$. On obtient alors

$$|\psi|^2 = |\psi_0\, e^{ikx}|^2 = (\psi_0^2)\,|e^{ikx}|^2.$$

Maintenant, puisque

$$|e^{ikx}|^2 = (e^{ikx})(e^{ikx})^* = e^{ikx}\,e^{-ikx} = e^{ikx-ikx} = e^0 = 1,$$

on obtient

$$|\psi|^2 = (\psi_0^2)(1)^2 = \psi_0^2 \qquad \text{(une constante).}$$

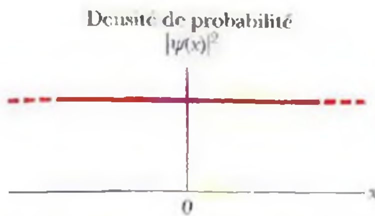


Figure 9.13 Une représentation graphique de la densité de probabilité $|\psi|^2$ pour une particule libre se déplaçant dans la direction positive de l'axe des x. Puisque $|\psi|^2$ a la même valeur, qui est constante, pour toutes les valeurs de x, la probabilité de détecter la particule est la même à tous les points de sa trajectoire.

La figure 9.13 représente graphiquement la densité de probabilité $|\psi|^2$ en fonction de x pour une particule libre – une droite parallèle à l'axe des x allant de $-\infty$ à $+\infty$. On constate que la densité de probabilité $|\psi|^2$ est la même pour toutes les valeurs de x ; ainsi, la probabilité que la particule se trouve *n'importe où* le long de l'axe des x est d'égale valeur partout. Il n'y a aucune méthode qui puisse permettre de prédire qu'une position est plus probable qu'une autre ; c'est donc dire que toutes les positions sont possibles de manière égale.

On verra ce que cela signifie dans la prochaine section.

9.9 Le principe d'incertitude de Heisenberg

La particule dont la densité de probabilité est représentée graphiquement dans la figure 9.13 est libre, c'est-à-dire qu'aucune force n'agit sur elle, de sorte que sa quantité de mouvement $\vec{p}$ doit être constante. On a supposé qu'on connaissait exactement cette quantité de mouvement, sans aucune incertitude. Ce faisant, on obtient une particule qui a une densité de probabilité constante : on ne sait pas du tout où elle se trouve. Si on veut

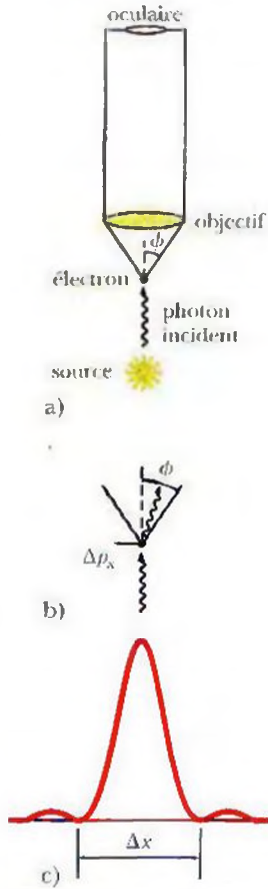


Figure 9.14 a) On mesure la position et la quantité de mouvement avec un microscope imaginaire. Pour mesurer la position de l'électron, un photon doit le frapper pour ensuite entrer dans l'objectif du microscope. b) La quantité de mouvement de l'électron sera modifiée de Δp_x par l'effet Compton. La composante de la quantité de mouvement du photon est comprise entre $-(h/\lambda)\sin\phi$ et $(h/\lambda)\sin\phi$. L'observateur voit la figure de diffraction de la partie c).

connaître la position de la particule, on peut faire une mesure en l'éclairant avec des photons. Un photon dévié pourra nous indiquer la position de la particule mais à cause de l'effet Compton, la quantité de mouvement de l'électron sera changée. Dans le monde quantique, une mesure change l'état d'un système. Ce phénomène a été découvert par l'Allemand Werner Heisenberg, qui a formulé son **principe d'incertitude** en 1927 :

> On ne peut pas mesurer exactement, de façon simultanée, la position et la quantité de mouvement d'une particule.

Plus précisément, le principe d'incertitude donne les limites suivantes sur les incertitudes entourant les mesures simultanées de la position et de la quantité de mouvement :

$$\begin{aligned} \Delta x\, \Delta p_x &\geq \hbar, \\ \Delta y\, \Delta p_y &\geq \hbar, \\ \Delta z\, \Delta p_z &\geq \hbar. \end{aligned} \tag{9.24}$$

Dans ces équations, nous avons introduit la **constante de Planck réduite** $\hbar = h/2\pi = 1{,}05 \times 10^{-34}$ J · s (prononcer h-barre ; voir l'annexe B pour la valeur recommandée).

Donc, plus on veut connaître précisément la quantité de mouvement d'une particule et plus l'incertitude sur sa position sera grande. L'exemple de la particule libre de la section précédente est un cas extrême : on connaît exactement la quantité de mouvement mais on ne sait pas du tout où est la particule, car la densité de probabilité est constante. De même, plus on connaît précisément la position d'une particule et plus sa quantité de mouvement est incertaine. Donc, la position d'une particule qui suit une trajectoire précise perd sa signification dans le monde quantique.

Regardons cela avec une expérience imaginaire. On utilise un microscope imaginaire pour mesurer la position x et la composante de la quantité de mouvement p_x d'un électron. Ce microscope utilise une source de lumière dont la longueur d'onde est λ, et un système de lentilles, comme l'illustre la figure 9.14 a). Supposons que la position d'un électron est obtenue lorsqu'un photon frappe l'électron et qu'il est dévié vers l'objectif du microscope. À cause de la diffraction de la lumière qui passe à travers le système optique, le photon détecteur pourra être dévié et on obtiendra la figure de diffraction de la figure 9.14 c). La position de l'électron cause une incertitude Δx donnée par la formule de diffraction

$$\Delta x = \frac{\lambda}{\sin\phi},$$

où ϕ est illustré dans la figure. On peut réduire l'incertitude sur la position en diminuant la longueur d'onde du photon.

Le photon qui est dévié par l'électron transporte une quantité de mouvement dont le module est $p = h/\lambda$. Plus on réduira la longueur d'onde de la lumière utilisée (pour obtenir une mesure précise de la position) et plus la quantité de mouvement du photon sera grande. Lorsque le photon va frapper l'électron, il va lui donner une certaine quantité de mouvement par effet Compton. Cela va changer la quantité de mouvement de l'électron d'une certaine valeur égale à l'incertitude sur la quantité de mouvement du photon dévié. Pour être vu, le photon doit passer dans le système optique. D'après la figure 9.14 b), pour un photon qui passe par l'objectif, la composante x de sa quantité de mouvement doit être comprise entre $-(h/\lambda)\sin\phi$ et $+(h/\lambda)\sin\phi$ (on a négligé la variation du module de la quantité de mouvement du photon). Donc, il y a une incertitude sur la composante x de la quantité de mouvement du photon

$$\Delta p_x = 2(h/\lambda)\sin\phi.$$

Cela correspond à l'incertitude sur la quantité de mouvement de l'électron. Cette fois-ci, pour diminuer l'incertitude sur la quantité de mouvement de l'électron, il faut augmenter la longueur d'onde de la lumière utilisée.

Supposons qu'on veut mesurer de façon simultanée la position et la quantité de mouvement de l'électron. Le produit de l'incertitude sur la position et de l'incertitude sur la quantité de mouvement est

$$\Delta x\, \Delta p_x = \left(\frac{\lambda}{\sin\phi}\right)\left(\frac{2h\sin\phi}{\lambda}\right) = 2h.$$

Ce résultat est indépendant du système optique. Il est conséquent avec le principe d'incertitude de Heisenberg.

La limite sur la précision des mesures simultanées de la position et de la quantité de mouvement implique aussi une limite sur la mesure de l'énergie d'une particule et du temps nécessaire pour faire cette mesure. On obtient le principe d'incertitude pour l'énergie et le temps :

$$\Delta E\,\Delta t \geq \hbar. \quad (9.25)$$

Le principe d'incertitude implique que l'énergie d'un système n'est pas fixe : elle peut fluctuer autour d'une valeur moyenne pendant un intervalle Δt.

Exemple 9.7

Supposez qu'un électron se déplace le long de l'axe des x et que vous mesurez le module de sa vitesse à $2{,}05 \times 10^6$ m/s, avec une précision de 0,50 %. Quelle est l'incertitude minimale (comme le permet le principe d'incertitude dans la théorie quantique) avec laquelle vous pouvez mesurer simultanément la position de l'électron le long de l'axe des x ?

SOLUTION : Le **concept clé** utilisé ici est le suivant : l'incertitude minimale permise par la théorie quantique est déterminée par le principe d'incertitude de Heinsenberg de l'équation 9.24. On n'a besoin de tenir compte que des composantes de l'axe des x parce que le mouvement ne se fait que le long de cet axe et qu'on veut y connaître l'incertitude Δx quant à la position. Étant donné qu'on veut l'incertitude minimale permise, on choisit l'égalité au lieu de l'inégalité dans la partie relative à l'axe des x de l'équation 9.24 : on écrit donc

$$\Delta x\,\Delta p = \hbar.$$

Pour évaluer l'incertitude Δp_x sur la quantité de mouvement, il faut d'abord évaluer la composante de la quantité de mouvement p_x. Étant donné que la vitesse de l'électron v_x est très inférieure à la vitesse de la lumière c, on peut évaluer p_x à l'aide de l'expression non relativiste de la quantité de mouvement au lieu d'utiliser l'expression relativiste. On trouve alors

$$p_x = mv_x = (9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(2{,}05 \times 10^6\ \text{m/s}),$$
$$= 1{,}87 \times 10^{-24}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

L'incertitude sur la vitesse donnée est de 0,50 % de la vitesse mesurée. Puisque p_x dépend directement de la vitesse, l'incertitude Δp_x sur la quantité de mouvement doit être de 0,50 % de la quantité de mouvement :

$$\Delta p_x = (0{,}005\,0)p_x$$
$$= (0{,}005\,0)(1{,}87 \times 10^{-24}\ \text{kg}\cdot\text{m/s})$$
$$= 9{,}35 \times 10^{-27}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}.$$

Le principe d'incertitude donne alors

$$\Delta x = \frac{\hbar}{\Delta p_x} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})/2\pi}{9{,}35 \times 10^{-27}\ \text{kg}\cdot\text{m/s}}$$
$$= 1{,}13 \times 10^{-8}\ \text{m} \approx 11\ \text{nm}, \quad \text{(réponse)}$$

ce qui représente environ 100 diamètres atomiques. Étant donné votre mesure de la vitesse de l'électron, essayer de mesurer la position de l'électron avec une plus grande précision n'a aucun sens.

9.10 L'effet tunnel

Si vous lanciez à plusieurs reprises une fève en gelée sur une table où repose un livre qui coupe sa trajectoire, vous seriez très surpris de voir la fève apparaître de l'autre côté du livre au lieu de rebondir vers l'arrière. Ne vous attendez pas à un tel résultat avec une fève en gelée. Cependant, un événement semblable, appelé **effet tunnel**, *se produit* avec des électrons et d'autres particules de petites masses.

La figure 9.15 a) montre un électron possédant une énergie totale E se déplaçant parallèlement à l'axe des x. Des forces agissent sur l'électron, de sorte que son énergie potentielle est nulle sauf quand il se trouve dans la zone $0 < x < L$, où cette énergie possède la valeur constante U_0. On définit cette région comme une **barrière d'énergie potentielle** (souvent appelée **barrière de potentiel**) d'une hauteur U_0 et d'une épaisseur L.

Du point de vue classique, étant donné que $E < U_0$, un électron s'approchant de la barrière en venant de la gauche serait réfléchi par la barrière et rebrousserait chemin. Cependant, en physique quantique, l'électron est une onde de matière et il y a une certaine possibilité qu'il « traverse » cette barrière. Cela signifie qu'il y a une probabilité finie que l'électron sorte de l'autre côté de la barrière, en se déplaçant vers la droite.

On peut déterminer la fonction d'onde $\psi(x)$ décrivant l'électron ; pour ce faire, on résout l'équation de Schrödinger (équation 9.19) séparément pour chacune des trois régions de la figure 9.15 a) : 1) à gauche de la barrière, 2) dans la barrière et 3) à droite de la barrière. Les constantes arbitraires qui apparaissent dans les solutions peuvent

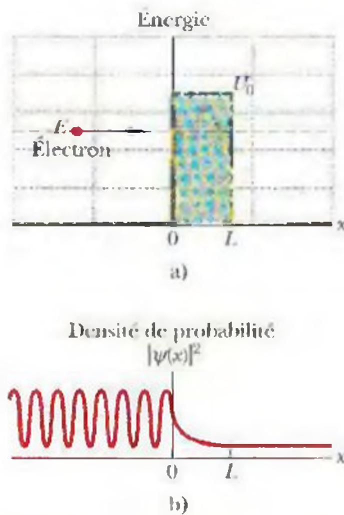


Figure 9.15 a) Un diagramme d'énergie montrant une barrière d'énergie potentielle d'une hauteur U_0 et d'une épaisseur L. Un électron possédant une énergie totale E s'approche de la barrière en venant de la gauche. b) La densité de probabilité $|\psi|^2$ de l'onde de matière représentant l'électron ; elle montre l'effet tunnel qui permet à l'électron de traverser la barrière. La courbe à gauche de la barrière représente une onde de matière stationnaire résultant de la superposition de l'onde de matière incidente et de l'onde de matière réfléchie.

être choisies de manière à ce que les valeurs de $\psi(x)$ et de sa dérivée par rapport à x soient continues (sans saut ni entortillement) à $x = 0$ et à $x = L$. Si on calcule le carré du module de $\psi(x)$, on obtient la densité de probabilité.

La figure 9.15 b) représente graphiquement le résultat. La courbe oscillante à gauche de la barrière (où $x < 0$) est une combinaison de l'onde de matière incidente et de l'onde de matière réfléchie (dont l'amplitude est inférieure à celle de l'onde incidente). Les oscillations apparaissent parce que ces deux ondes, se propageant dans des directions opposées, interfèrent l'une avec l'autre, créant ainsi une onde stationnaire.

À l'intérieur de la barrière (où $0 < x < L$), la densité de probabilité diminue de manière exponentielle avec x. La valeur donnée de L étant petite, la densité de probabilité n'est pas tout à fait nulle à $x = L$.

À droite de la barrière de la figure 9.15 (où $x > L$), le graphique de densité de probabilité décrit une onde transmise (à travers la barrière) avec une amplitude faible, mais constante. Donc, l'électron peut être détecté dans cette région, mais avec une probabilité relativement faible. (Comparez cette partie de la figure avec la figure 9.13, qui montre une particule libre.)

On peut attribuer un *coefficient de transmission* T à l'onde de matière incidente et à la barrière de la figure 9.15 a). Ce coefficient donne la probabilité qu'un électron incident soit « transmis » à travers la barrière – c'est-à-dire la probabilité qu'il y ait un effet tunnel. Par exemple, si $T = 0{,}020$, on peut dire que, à tous les 1 000 électrons projetés vers la barrière, 20 (en moyenne) la traverseront par effet tunnel et 980 seront réfléchis.

Le **coefficient de transmission** T est approximativement

$$T \approx e^{-2kL}, \tag{9.26}$$

où on trouve

$$k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_0 - E)}{h^2}}. \tag{9.27}$$

Étant donné la forme exponentielle de l'équation 9.26, la valeur de T est très sensible aux trois variables dont elle dépend : la masse de la particule m, l'épaisseur de la barrière L et la différence d'énergie $U_0 - E$.

L'effet tunnel trouve de nombreuses applications technologiques, dont la diode tunnel, dans laquelle on peut rapidement faire passer ou stopper un flux d'électrons (par effet tunnel à travers un appareil) en contrôlant la hauteur de la barrière. Puisqu'on peut le faire agir très rapidement (en 5 ps), cet appareil est approprié aux applications qui demandent une réponse rapide. En 1973, le prix Nobel de physique a été partagé par trois « experts en effet tunnel », Leo Esaki (pour l'effet tunnel dans les semi-conducteurs), Ivar Giaever (pour l'effet tunnel dans les supraconducteurs) et Brian Josephson (pour la jonction de Josephson, interrupteur rapide basé sur l'effet tunnel). Le prix Nobel de 1986 a été remis à Gerd Binnig et à Heinrich Rohrer en reconnaissance de leur travail sur un autre appareil fort utile basé sur l'effet tunnel, le microscope à effet tunnel.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5 : Dans la figure 9.15 b), la longueur de l'onde transmise est-elle supérieure, inférieure ou égale à celle de l'onde incidente ?

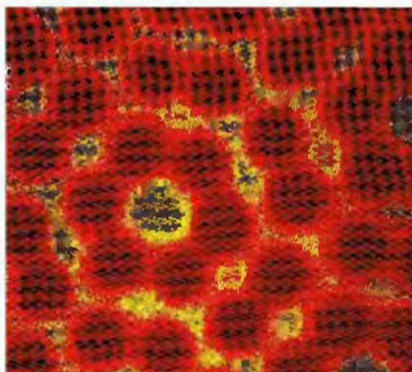


Figure 9.16 Un réseau d'atomes de silicium révélé par un microscope à effet tunnel

Le microscope à effet tunnel

Appareil basé sur l'effet tunnel, le microscope à effet tunnel permet de tracer une carte détaillée des surfaces, révélant des images à l'échelle atomique ayant une résolution beaucoup plus grande que celle des images obtenues à l'aide d'un microscope optique ou électronique. La figure 9.16 en donne un exemple ; chacun des atomes de la surface est visible.

La figure 9.17 explique le cœur du microscope à effet tunnel. Une fine sonde métallique, montée à l'intersection de trois tiges de quartz perpendiculaires, est placée près de la surface à examiner. Une petite différence de potentiel, peut-être de seulement 10 mV, est maintenue entre la sonde et la surface.

Le quartz cristallisé possède une propriété intéressante appelée *piézoélectricité* : quand on applique une différence de potentiel dans un échantillon de quartz cristallin, les dimensions de cet échantillon varient légèrement. Cette propriété fait doucement varier la longueur de chacune des trois tiges de la figure 9.17, ce qui permet à la sonde de balayer

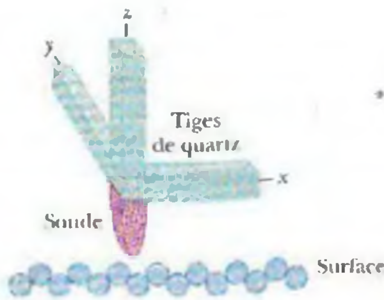


Figure 9.17 Le principe d'un microscope à effet tunnel. Les tiges de quartz déplacent une sonde à pointe très fine au-dessus de la surface à étudier en maintenant une séparation constante entre les deux. La sonde doit se déplacer de haut en bas pour suivre le contour de la surface ; ce mouvement est alors enregistré pour constituer une carte comme celle de la figure 9.16.

la surface (dans les directions x et y) en montant et en descendant selon le contour de la surface (dans la direction z).

L'espace entre la surface et la sonde forme une barrière d'énergie potentielle, comme dans la figure 9.15 a). Si la sonde est suffisamment proche de la surface, les électrons provenant de l'échantillon peuvent traverser cette barrière par effet tunnel pour atteindre la sonde, formant ainsi un courant par effet tunnel.

Pendant que l'appareil balaye la surface, un dispositif de réponse électronique règle la position verticale de la sonde pour garder constant le courant par effet tunnel. Cela signifie que la séparation entre la sonde et la surface demeure également constante durant le balayage. L'image produite par l'appareil (par exemple la figure 9.16) est une carte vidéo donnant les diverses positions verticales de la sonde, et par conséquent le profil de la surface, en fonction de la position de la sonde dans le plan xy.

Les microscopes à effet tunnel sont disponibles dans le commerce et sont utilisés dans les laboratoires partout dans le monde.

Exemple 9.8

Supposez que l'électron de la figure 9.15 a), possédant une énergie totale E de 5,1 eV, s'approche d'une barrière d'une hauteur de $U_0 = 6{,}8$ eV et d'une épaisseur de $L = 750$ pm.

a) Quelle est, approximativement, la probabilité que l'électron traverse la barrière pour apparaître (et être détectable) de l'autre côté ?

SOLUTION : Ici, le concept clé est le suivant : la probabilité qu'on cherche est le coefficient de transmission T tel qu'il est déterminé par l'équation 9.26 ($T \approx e^{-2kL}$), où k est

$$k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_0 - E)}{h^2}}.$$

Le numérateur de la fraction située sous la racine carrée est

$$(8\pi^2)(9{,}11 \times 10^{-31}\ \text{kg})(6{,}8\ \text{eV} - 5{,}1\ \text{eV})$$
$$\times (1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV}) = 1{,}956 \times 10^{-47}\ \text{J}\cdot\text{kg}.$$

$$\text{Donc,}\quad k = \sqrt{\frac{1{,}956 \times 10^{-47}\ \text{J}\cdot\text{kg}}{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})^2}} = 6{,}67 \times 10^{9}\ \text{m}^{-1}.$$

La quantité (sans dimension) $2kL$ est alors

$$2kL = (2)(6{,}67 \times 10^{9}\ \text{m}^{-1})(750 \times 10^{-12}\ \text{m}) = 10{,}0$$

et, selon l'équation 9.26, le coefficient de transmission est

$$T \approx e^{-2kL} = e^{-10{,}0} = 45 \times 10^{-6}. \qquad \text{(réponse)}$$

Donc, à chaque million d'électrons qui heurtent la barrière, environ 45 la traverseront par effet tunnel.

b) Quelle est, approximativement, la probabilité qu'un proton possédant la même énergie totale de 5,1 eV traverse la barrière pour apparaître (et être détectable) de l'autre côté ?

SOLUTION : Ici, le concept clé est que le coefficient de transmission T (donc, la probabilité de transmission) dépend de la masse de la particule. En effet, puisque la masse m est un des facteurs contenus dans l'exposant de e dans l'équation de T, la valeur de la probabilité de transmission y est très sensible. Cette fois-ci, la masse est celle d'un proton ($1{,}67 \times 10^{-27}$ kg), qui est largement supérieure à celle de l'électron dont il est question en a) ; si on emploie la même méthode qu'en a), on détermine que $T \approx 10^{-186}$. Donc, la probabilité que le proton soit transmis n'est pas nulle, mais très peu supérieure à zéro. Dans le cas de particules encore plus massives et possédant la même énergie totale de 5,1 eV, la probabilité de transmission est exponentiellement plus faible.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Les quanta de lumière – photons Une onde électromagnétique (lumière) est quantifiée, et ses quanta s'appellent *photons*. Dans le cas d'une onde lumineuse de fréquence f et de longueur d'onde λ, l'énergie E et la quantité de mouvement p d'un photon sont

$$E = hf \qquad \text{(l'énergie du photon)} \qquad (9.2)$$

$$\text{et} \quad p = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda} \qquad \text{(la quantité de mouvement du photon).} \qquad (9.11)$$

Le rayonnement du corps noir Un corps noir est un objet qui absorbe toute la lumière incidente. Un corps noir dont la température est T émet un rayonnement continu décrit par la **loi du rayonnement de Planck**

$$R_T(\lambda) = \frac{2\pi c^2 h}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}, \qquad (9.6)$$

où $R_T(\lambda)$ est la radiance spectrale, définie de telle sorte que la puissance émise par unité de surface comprise dans un intervalle de λ à $\lambda + d\lambda$ est $R_T(\lambda)\,d\lambda$. L'intensité totale rayonnée est donnée par la **loi de Stefan-Boltzmann**

$$I = \sigma T^4. \qquad (9.4)$$

Un corps noir dont la température est T émet une intensité maximale pour une longueur d'onde donnée par la **loi du déplacement de Wien**

$$\lambda_{max} T = 2{,}898 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{K}. \tag{9.5}$$

L'effet photoélectrique Quand une lumière possédant une fréquence suffisamment élevée atteint une surface métallique propre, les interactions entre photons et électrons à l'intérieur du métal provoquent une émission d'électrons. La relation qui gouverne ces émissions est

$$hf = K_{max} + \Phi, \tag{9.9}$$

où hf est l'énergie du photon, K_{max} est l'énergie cinétique des électrons émis les plus énergiques et Φ est le **travail d'extraction** du matériau de la cible – c'est-à-dire l'énergie minimale nécessaire pour extraire un électron de sa surface. Si hf possède une valeur inférieure à Φ, il n'y a aucun effet photoélectrique.

L'effet Compton Quand les rayons X sont diffusés par des électrons faiblement liés dans une cible, certains des rayons X diffusés ont une longueur d'onde supérieure à celle des rayons X incidents. Ce **déplacement de Compton** est déterminé par

$$\Delta\lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\phi), \tag{9.15}$$

où ϕ est l'angle de diffusion des rayons X.

Les ondes lumineuses et les photons Quand la lumière interagit avec la matière, l'énergie et la quantité de mouvement sont transférées par les photons. Cependant, quand la lumière se propage, on considère l'onde lumineuse comme une **onde de probabilité**, dans laquelle la probabilité (par unité de temps) qu'un photon puisse être détecté est proportionnelle à E_m^2, où E_m est l'amplitude du champ électrique oscillant de l'onde lumineuse au détecteur.

Les ondes de matière Une particule en mouvement comme un électron ou un proton peut être décrite comme une **onde de matière** ; sa longueur d'onde (appelée **longueur d'onde de De Broglie**) est déterminée par $\lambda = h/p$, où p est la quantité de mouvement de la particule.

Les fonctions d'onde Une onde de matière est décrite par sa **fonction d'onde** $\Psi(x, y, z, t)$, qu'on peut diviser en une partie dépendante de la position $\psi(x, y, z)$ et en une partie dépendante du temps $e^{-i\omega t}$. Dans le cas d'une particule non relativiste de masse m se déplaçant dans la direction x avec une énergie totale E constante à travers une région où l'énergie potentielle est $U(x)$, on peut déterminer la valeur de $\psi(x)$ en résolvant l'**équation de Schrödinger** simplifiée :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0. \tag{9.19}$$

Comme une onde lumineuse, une onde de matière est une onde de probabilité : ainsi, si un détecteur de particules est inséré dans l'onde, la probabilité qu'il détecte une particule dans un intervalle de temps donné est proportionnelle à $|\psi|^2$, grandeur appelée **densité de probabilité**.

Dans le cas d'une particule libre (c'est-à-dire d'une particule pour laquelle $U(x) = 0$) se déplaçant dans la direction x, $|\psi|^2$ possède une valeur constante pour toutes les positions le long de l'axe des x.

Le principe d'incertitude de Heisenberg La nature probabiliste de la physique quantique donne une limite importante à la détection de la position et de la quantité de mouvement de la particule. Autrement dit, il n'est pas possible de mesurer simultanément la position $\vec{r}$ et la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'une particule avec une précision sans limite. Les incertitudes sur les composantes de ces grandeurs sont déterminées par

$$\begin{aligned} \Delta x\, \Delta p_x &\geq \hbar \\ \Delta y\, \Delta p_y &\geq \hbar \\ \Delta z\, \Delta p_z &\geq \hbar. \end{aligned} \tag{9.24}$$

De plus, l'énergie et le temps ne peuvent pas non plus être mesurés avec une précision infinie. Les incertitudes sur l'énergie et au temps sont déterminées par :

$$\Delta E\, \Delta t \geq \hbar. \tag{9.25}$$

L'effet tunnel Selon la physique classique, une particule incidente sera réfléchie par une barrière d'énergie potentielle dont la hauteur est supérieure à l'énergie cinétique de la particule. Par contre, selon la physique quantique, il existe une probabilité finie que la particule traverse une telle barrière grâce à l'effet tunnel. La probabilité qu'une particule donnée de masse m et d'énergie E traverse une barrière de hauteur U_0 et d'une épaisseur L est déterminée par le coefficient de transmission T :

$$T \approx e^{-2kL}, \tag{9.26}$$

où

$$k = \sqrt{\frac{8\pi^2 m(U_0 - E)}{h^2}}. \tag{9.27}$$

QUESTIONS

1. Entre les ondes électromagnétiques générées dans un four à micro-ondes et celles générées par l'appareil à rayons X de votre dentiste, lesquelles possèdent a) la plus grande longueur d'onde, b) la fréquence la plus élevée et c) les photons ayant le plus d'énergie ?

2. Si tous les objets qui nous entourent émettent du rayonnement, pourquoi ne peut-on pas les voir la nuit ?

3. La radiance spectrale d'un corps noir est maximale pour une longueur d'onde $\lambda_{max} = \lambda_0$. On change la température de l'objet pour que la radiance spectrale soit maximale à une longueur d'onde $\lambda_0/2$. De quel facteur l'intensité totale est-elle changée ?

4. L'étoile Bételgeuse, la géante rouge de la constellation d'Orion, a une température de surface bien plus petite que celle du Soleil. Pourtant, elle émet du rayonnement à une plus grande puissance que le Soleil. Pourquoi ?

5. Dites si chacune des affirmations suivantes sur l'effet photoélectrique est vraie ou fausse. a) Plus la fréquence de la lumière incidente est élevée, plus le potentiel d'arrêt est élevé. b) Plus l'intensité de la lumière incidente est élevée, plus la fréquence de seuil est élevée. c) Plus le travail d'extraction du matériau de la cible est élevé, plus le potentiel d'arrêt est élevé. d) Plus le travail d'extraction du matériau de la cible est élevé, plus la fréquence de seuil est élevée. e) Plus la fréquence de la lumière incidente est élevée, plus l'énergie cinétique maximale des électrons émis est élevée. f) Plus l'énergie des photons est élevée, plus le potentiel d'arrêt est bas.

6. Selon la figure de la rubrique « Vérifiez vos connaissances » 2, pour une lumière incidente de fréquence donnée, l'énergie cinétique maximale des électrons émis est-elle la plus élevée dans le cas d'une cible en potassium ?

7. Dans l'effet photoélectrique (pour une cible donnée et une lumière incidente de fréquence donnée), lesquelles de ces grandeurs, le cas échéant, dépendent de l'intensité du faisceau lumineux incident : a) l'énergie cinétique maximale des électrons, b) le courant photoélectrique maximal, c) le potentiel d'arrêt, d) la fréquence de seuil ?

8. Si vous dirigez une lumière ultraviolette sur une plaque métallique isolée, celle-ci émet des électrons pendant un moment. Pourquoi arrête-t-elle de le faire ?

9. On éclaire une plaque métallique avec une lumière d'une certaine fréquence. Lesquels des facteurs suivants déterminent s'il y a émission d'électrons : a) l'intensité de la lumière, b) la durée de l'exposition de la plaque à la lumière, c) la conductivité thermique de la plaque, d) l'aire de la plaque, e) le matériau de la plaque ?

10. Dans une expérience sur le déplacement de Compton, un photon de rayon X est diffusé vers l'avant, à $\phi = 0$ à la figure 9.5. Quelle quantité d'énergie l'électron acquiert-il durant cette interaction ?

11. Selon l'équation 9.15, le déplacement de Compton est le même pour les rayons X et pour la lumière visible. Pourquoi peut-on alors le mesurer facilement dans le cas des rayons X, mais non dans celui de la lumière visible ?

12. Le photon *A* possède deux fois l'énergie du photon *B*. a) La quantité de mouvement de *A* est-elle inférieure, égale ou supérieure à celle de *B* ? b) La longueur d'onde de *A* est-elle inférieure, égale ou supérieure à celle de *B* ?

13. Le photon A provient d'une lampe de bronzage à l'ultraviolet, et le photon B, d'un transmetteur télévisuel. Lequel possède a) la longueur d'onde, b) l'énergie, c) la fréquence et d) la quantité de mouvement les plus élevées ?

14. Les données fournies dans la figure 9.6 ont été prises quand on a dirigé des rayons X sur une cible de carbone. De quelle manière ces données seraient-elles différentes, le cas échéant, si la cible était en soufre plutôt qu'en carbone ?

15. Un électron et un proton ont la même énergie cinétique. Lequel possède la plus grande longueur d'onde de De Broglie ?

16. a) Si vous doublez l'énergie cinétique d'une particule non relativiste, comment sa longueur d'onde de De Broglie varie-t-elle ? b) Qu'arrive-t-il si vous doublez le module de la vitesse de la particule ?

17. Les particules non relativistes suivantes possèdent toutes la même énergie cinétique. Classez-les selon leurs longueurs d'onde de De Broglie, en commençant par la plus grande : électron, particule alpha, neutron.

18. La figure 9.18 illustre quatre situations où un électron se déplace dans un champ électrique. Il se déplace a) dans la direction opposée d'un champ électrique, b) dans la même direction qu'un champ électrique, c) dans la même direction qu'un champ magnétique, d) perpendiculairement à un champ magnétique. Dans chaque cas, la longueur d'onde de De Broglie de l'électron augmente-t-elle, diminue-t-elle ou reste-t-elle la même ?

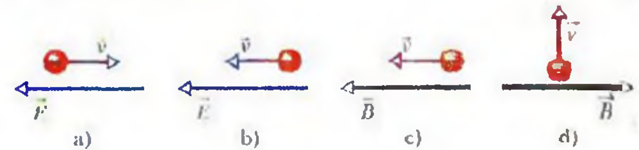


Figure 9.18 Question 18

19. Un proton et un deutéron, chacun ayant une énergie cinétique de 3 MeV, s'approchent d'une barrière d'énergie potentielle dont la hauteur U_0 est 10 MeV. Quelle particule a le plus de chances de traverser la barrière par effet tunnel ? (La masse d'un deutéron représente deux fois celle d'un proton.)

20. Laquelle des actions suivantes influence le plus le coefficient de transmission *T* dans le cas d'un électron qui traverse par effet tunnel une barrière d'énergie potentielle : a) élever la hauteur de la barrière U_0 de 1 % ou b) abaisser l'énergie cinétique *E* de l'électron incident de 1 % ?

21. Pourquoi, dans la partie gauche de la figure 9.15 b), les minimums des valeurs de $|\psi|^2$ sont-ils supérieurs à zéro ?

22. Supposez que la hauteur de la barrière d'énergie potentielle illustrée dans la figure 9.15 a) est infinie. a) À quelle valeur peut-on s'attendre pour le coefficient de transmission des électrons s'approchant de cette barrière ? b) L'équation 9.26 permet-elle de prédire les résultats que vous attendez ?

23. Le tableau donne les valeurs pour trois situations de l'expérience sur l'effet tunnel illustrée dans la figure 9.15. Classez ces situations selon la probabilité que l'électron traverse la barrière, en commençant par la probabilité la plus élevée.

	Énergie de l'électron	Hauteur de la barrière	Épaisseur de la barrière
a)	*E*	5*E*	*L*
b)	*E*	17*E*	*L*/2
c)	*E*	2*E*	2*L*

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 9.2 Le photon, quantum de lumière

1E. Exprimez la constante de Planck *h* en employant les unités électronvolts femtosecondes.

2E. Une lumière monochromatique (lumière contenant une seule longueur d'onde) doit être absorbée par une pellicule photographique, donc être photographiée. L'absorption du photon se produira si son énergie est égale ou supérieure à l'énergie minimale de 0,6 eV nécessaire pour dissocier une molécule de AgBr contenue dans la pellicule. Quelle est la longueur d'onde la plus élevée pouvant être photographiée ? Dans quelle région du spectre électromagnétique cette longueur d'onde est-elle située ?

3E. Démontrez que, dans le cas d'une lumière d'une longueur d'onde λ en nanomètres, l'énergie du photon *hf* en électronvolts est $1\,240/\lambda$.

4E. La lumière jaune émise par un éclairage au sodium sur l'autoroute est la plus brillante à une longueur d'onde de 589 nm. Quelle est l'énergie des photons de la lumière à cette longueur d'onde ?

5E. Combien de photons par seconde le Soleil émet-il ? Pour simplifier l'exercice, supposez que l'émission totale du Soleil au taux de $3{,}9 \times 10^{26}$ W est à la longueur d'onde unique de 550 nm.

6E. Un laser hélium-néon projette une lumière rouge à une longueur d'onde $\lambda = 633$ nm dans un faisceau ayant un diamètre de 3,5 mm et à une puissance de 5,0 mW. Un détecteur situé dans la trajectoire du faisceau absorbe totalement ce dernier. Combien de photons par seconde par unité d'aire le détecteur absorbe-t-il ?

7E. Une raie spectrale est un rayonnement électromagnétique émis dans une plage de longueurs d'onde suffisamment mince pour être considérée comme une seule longueur d'onde. Une de ces raies importantes en astronomie possède une longueur d'onde de 21 cm. Quelle est l'énergie du photon se trouvant dans cette longueur d'onde ?

8E. À quel module de vitesse un électron doit-il se déplacer pour avoir une énergie cinétique égale à celle d'un photon émis par une lampe au sodium et possédant une longueur d'onde de 590 nm ?

9E. On a déjà défini le mètre comme étant 1 650 763,73 longueurs d'onde de la lumière orange émise par une source contenant des atomes de krypton 86. Quelle est l'énergie des photons de cette lumière ?

10P. Dans des conditions idéales, l'être humain peut voir une lumière si la rétine de son œil peut absorber une longueur d'onde de 550 nm à un taux aussi faible que 100 photons par seconde. À quel taux la rétine absorbe-t-elle alors l'énergie ?

11P. Une ampoule électrique d'un type particulier émet une lumière monochromatique d'une longueur d'onde de 630 nm. On lui fournit une puissance électrique de 60 W ; l'ampoule en convertit 93 % en énergie lumineuse. Combien de photons émet-elle durant sa vie de 730 h ?

12P. Un faisceau émergeant d'un laser à argon de 1,5 W ($\lambda = 515$ nm) possède un diamètre d de 3,0 mm. Ce faisceau est concentré par un système de lentilles ayant une distance focale équivalente f_L de 2,5 mm. Le faisceau concentré touche un écran qui l'absorbe complètement et sur lequel il forme une figure de diffraction circulaire dont le disque central possède un rayon R déterminé par $1{,}22 f_L\,\lambda/d$. Il peut être démontré que 84 % de l'énergie incidente aboutit dans ce disque central. À quel taux l'écran absorbe-t-il les photons dans le disque central de la figure de diffraction ?

13P. Une lampe à ultraviolet émet une lumière d'une longueur d'onde de 400 nm, avec une puissance de 400 W. Une lampe à infrarouge émet une lumière d'une longueur d'onde de 700 nm, également avec une puissance de 400 W. a) Quelle lampe émet des photons au taux le plus élevé et b) quel est ce taux ?

14P. Un satellite en orbite autour de la Terre maintient un panneau de cellules solaires ayant une superficie de 2,60 m^2 perpendiculaire à la direction des rayons du Soleil. L'intensité de la lumière au panneau est de 1,39 kW/m^2. a) Quelle est la puissance solaire incidente sur le panneau ? b) À quel taux le panneau absorbe-t-il les photons solaires ? Supposez que le rayonnement solaire est monochromatique et qu'il a une longueur d'onde de 550 nm, et que tout le rayonnement solaire atteignant le panneau est absorbé. c) Combien de temps faudrait-il au panneau pour absorber une « mole de photons » ?

15P. Une lampe au sodium ($\lambda = 589$ nm) de 100 W émet de l'énergie uniformément dans toutes les directions. a) À quel taux émet-elle ses photons ? b) À quelle distance de la lampe un écran (parfaitement absorbant) absorbera-t-il les photons dont le flux est de 1,00 photon/(cm^2 · s) ? c) Quel est le flux de photons (photons par unité d'aire par unité de temps) sur un petit écran se trouvant à 2,00 m de la lampe ? www

SECTION 9.3 Le rayonnement du corps noir

16E. En 1983, le satellite *Infrared Astronomical Satellite* (IRAS) a observé un nuage de particules entourant l'étoile Véga. La longueur d'onde du pic de rayonnement était de 32 μm. Quelle est la température du nuage de particules ? Supposez que le nuage se comporte comme un corps noir.

17E. Les physiciens des basses températures ne trouvent pas qu'une température de 2,0 mK (−273,148 0 °C) est une très basse température. Quelle est la longueur d'onde du pic de rayonnement d'un corps noir à cette température ? Dans quelle région du spectre électromagnétique cette longueur d'onde est-elle située ?

18E. Calculez la longueur d'onde du pic de rayonnement et indiquez dans quelle région du spectre électromagnétique cette longueur d'onde est située pour les situations suivantes : a) le rayonnement fossile (un reste probable du big-bang), dont la température est égale à 2,7 K ; b) votre peau, dont la température est de 34 °C ; c) le filament de tungstène d'une ampoule électrique à $1{,}8 \times 10^3$ K ; d) le Soleil, dont la température de surface est $5{,}8 \times 10^3$ K ; e) l'explosion d'une bombe nucléaire dont la température de la boule de feu est 1×10^7 K.

19P. Une cavité dont les parois sont gardées à une température de 1 900 K est munie d'un petit orifice de 1,00 mm de diamètre. Quelle est la puissance émergeant de l'orifice ?

20P. Une cavité dont la température est T_1 émet du rayonnement avec une puissance de 12,0 mW. Si la température augmente à $2T_1$, quelle est la puissance rayonnée ?

21P. Le Soleil peut être considéré comme un corps noir dont la température de surface est $T = 5{,}8 \times 10^3$ K. À l'aide de la loi du rayonnement de Planck, calculez la puissance par unité de surface émise par le Soleil dans l'intervalle étroit de longueurs d'onde compris entre 550 nm et 552 nm. (*Indice :* Considérez que l'intervalle de longueurs d'onde est assez petit pour que la radiance spectrale soit environ constante.)

SECTION 9.4 L'effet photoélectrique

22E. a) L'énergie minimale nécessaire pour éjecter un électron du sodium est 2,28 eV. Le sodium présente-t-il un effet photoélectrique dans le cas d'une lumière rouge d'une longueur d'onde $\lambda = 680$ nm ? b) Quelle est la longueur d'onde de seuil pour l'émission photoélectrique du sodium ? À quelle couleur correspond-elle ?

23E. Vous cherchez un élément chimique à installer dans une cellule photoélectrique qui fonctionnera avec de la lumière visible. Lesquels des éléments suivants sont appropriés (le travail d'extraction est entre parenthèses) : tantale (4,2 eV), tungstène (4,5 eV), aluminium (4,2 eV), baryum (2,5 eV), lithium (2,3 eV) ?

24E. Les travaux d'extraction pour le potassium et le césium sont respectivement de 2,25 eV et de 2,14 eV. a) Y aura-t-il un effet photoélectrique dans l'un de ces éléments en présence d'une lumière d'une longueur d'onde de 565 nm ? b) d'une lumière d'une longueur d'onde de 518 nm ?

25E. Une lumière éclaire une surface de sodium, provoquant une émission photoélectrique. Le potentiel d'arrêt des électrons émis est 5,0 V ; le travail d'extraction du sodium est 2,2 eV. Quelle est la longueur d'onde de la lumière incidente ?

26E. Déterminez l'énergie cinétique maximale des électrons émis par un certain matériau si le travail d'extraction de ce matériau est 2,3 eV et si la fréquence du rayon incident est $3{,}0 \times 10^{15}$ Hz.

27E. Le travail d'extraction du tungstène est 4,50 eV. Calculez le module de la vitesse des électrons les plus rapides émis par une surface de tungstène quand celle-ci est éclairée par une lumière dont les photons ont une énergie de 5,80 eV.

28P. a) Si le travail d'extraction d'un certain métal est 1,80 eV, quel est le potentiel d'arrêt pour des électrons éjectés de ce métal en présence d'une lumière d'une longueur d'onde de 400 nm ? b) Quel est le module de la vitesse maximale des électrons émis ?

29P. Une lumière d'une longueur d'onde de 200 nm éclaire une surface d'aluminium. Il faut 4,20 eV pour éjecter un électron de l'aluminium. Quelle est l'énergie cinétique des électrons émis a) les plus rapides et b) les plus lents ? c) Quel est le potentiel d'arrêt dans ce cas ? d) Quelle est la longueur d'onde de seuil pour l'aluminium ?

30P. La longueur d'onde de seuil de l'argent est 325 nm. Déterminez l'énergie cinétique maximale des électrons éjecté d'une surface d'argent par une lumière ultraviolette d'une longueur d'onde de 254 nm.

31P. Un satellite en orbite peut se charger par effet photoélectrique quand la lumière du Soleil éjecte des électrons de sa surface. Les ingénieurs doivent donc concevoir les satellites de façon que cet effet soit réduit au minimum. Supposez qu'un satellite est couvert de platine, métal ayant un travail d'extraction très élevé ($\Phi = 5{,}32$ eV). Trouvez la plus grande longueur d'onde de lumière solaire incidente pouvant éjecter un électron du platine.

32P. Au cours d'une expérience sur l'effet photoélectrique où vous utilisez une surface de sodium, vous déterminez un potentiel d'arrêt de 1,85 V pour une longueur d'onde de 300 nm et un potentiel d'arrêt de 0,820 V pour une longueur d'onde de 400 nm. En fonction de ces données, déterminez a) une valeur pour la constante de Planck, b) le travail d'extraction Φ pour le sodium et c) la longueur d'onde de seuil λ_0 pour le sodium.

33P. Une lumière d'une longueur d'onde de 491 nm éclaire une surface ; le potentiel d'arrêt pour les électrons émis par cette surface est 0,710 V. Quand on donne une nouvelle valeur à la longueur d'onde incidente, le potentiel d'arrêt devient 1,43 V. a) Quelle est cette nouvelle longueur d'onde ? b) Quel est le travail d'extraction de la surface ? www

34P. Vers 1916, Robert A. Millikan trouva les données du potentiel d'arrêt pour le lithium au cours de ses expériences sur l'effet photoélectrique.

Longueur d'onde (nm)	433,9	404,7	365,0	312,5	253,5
Potentiel d'arrêt (V)	0,55	0,73	1,09	1,67	2,57

Tracez un graphique, comme celui de la figure 9.4 (qui est pour le sodium), à l'aide de ces données, puis utilisez-le pour déterminer a) la constante de Planck et b) le travail d'extraction du lithium.

35P. Supposez que le *rendement* d'une surface de césium (avec un travail d'extraction de 1,80 eV) est de $1{,}0 \times 10^{-16}$, donc qu'en moyenne, un électron est éjecté à tous les 10^{16} photons qui frappent la surface. Quel serait le courant d'électrons émis d'une telle surface si elle était éclairée par une lumière de 600 nm produite par un laser de 2,00 mW et que tous les électrons émis participaient au courant ?

36P. On dirige des rayons X d'une longueur d'onde de 71 pm sur une feuille d'or, de sorte que les électrons fortement liés sont éjectés des atomes d'or. Les électrons émis décrivent alors des trajectoires circulaires de rayon r dans un champ magnétique homogène $\vec{B}$, où $Br = 1{,}88 \times 10^{-4}$ T · m. Déterminez a) l'énergie cinétique maximale de ces électrons et b) le travail effectué pour les extraire des atomes d'or.

SECTION 9.5 L'effet Compton

37E. On dirige une lumière d'une longueur d'onde de 2,4 pm sur une cible contenant des électrons libres. a) Déterminez la longueur d'onde de la lumière diffusée à 30° de sa direction initiale. b) Faites de même dans le cas d'un angle de diffusion de 120°.

38E. a) Quelle est la quantité de mouvement d'un photon dont l'énergie est égale à l'énergie au repos d'un électron ? Quelles sont b) la longueur d'onde et c) la fréquence du rayonnement correspondant ?

39E. Un certain faisceau de rayons X possède une longueur d'onde de 35,0 pm. a) Quelle est la fréquence correspondante ? Calculez b) l'énergie et c) la quantité de mouvement des photons.

40P. Des rayons X dont les photons ont une longueur d'onde de 0,010 nm sont diffusés à un angle de 180° par une cible contenant des électrons faiblement liés. Quels sont a) le déplacement de Compton, b) la variation correspondante dans l'énergie du photon, c) l'énergie cinétique de l'électron émis et d) la direction du mouvement de l'électron ?

41P. Démontrez, en analysant une collision entre un photon et un électron libre (à l'aide de la mécanique relativiste), qu'un photon ne peut pas transférer toute son énergie à un électron libre (puis disparaître).

42P. Des rayons gamma dont les photons ont une énergie de 0,511 MeV sont dirigés sur une cible en aluminium et diffusés dans diverses directions par les électrons faiblement liés qui s'y trouvent. a) Quelle est la longueur d'onde des rayons gamma incidents ? b) Quelle est la longueur d'onde des rayons diffusés à 90,0° du rayon incident ? c) Quelle est l'énergie des photons diffusés dans cette direction ?

43P. Calculez la longueur d'onde de Compton a) d'un électron et b) d'un proton. Quelle est l'énergie des photons d'une onde électromagnétique ayant une grandeur égale à la longueur d'onde de Compton c) de l'électron et d) du proton ?

44P. Quel est le déplacement de Compton maximal dans le cas d'une collision de Compton entre un photon et un *proton* libre ?

45P. Quelle augmentation relative de longueur d'onde est produite par une perte de 75 % de l'énergie du photon dans une collision photon-électron libre ? www

46P. Calculez la variation relative d'énergie du photon pendant une collision comme celle de la figure 9.7 lorsque $\phi = 90°$ et dans le cas d'un rayonnement dans a) le four à micro-ondes, avec $\lambda = 3{,}0$ cm ; b) la lumière visible, avec $\lambda = 500$ nm ; c) la zone des rayons X, avec $\lambda = 25$ pm et d) la zone des rayons gamma, avec un photon gamma ayant une énergie de 1,0 MeV. e) Que concluez-vous quant à la possibilité de détecter le déplacement de Compton dans ces diverses régions du spectre électromagnétique, en ne tenant compte que de la perte d'énergie au cours d'une rencontre photon-électron unique ?

47P. Un électron de masse m et ayant une vitesse de module v « heurte » un photon de rayon gamma ayant une énergie initiale hf_0, mesurée dans le référentiel du laboratoire. Le photon est diffusé dans la direction du mouvement de l'électron. Montrez que l'énergie du photon diffusé, telle qu'elle est mesurée dans le référentiel du laboratoire, est

$$E = hf_0\left(1 + \frac{2hf_0}{mc^2}\sqrt{\frac{1 + v/c}{1 - v/c}}\right)^{-1}.$$

48P. Démontrez que $\Delta E/E$, la perte relative d'énergie d'un photon durant une collision avec une particule de masse m, est déterminée par

$$\frac{\Delta E}{E} = \frac{hf'}{mc^2}(1 - \cos\phi),$$

où E est l'énergie du photon incident, f' est la fréquence du photon diffusé et ϕ est défini comme dans la figure 9.7.

49P. Imaginez une collision entre un photon de la gamme des rayons X ayant une énergie initiale de 50,0 keV et un électron au repos. Au cours de cette collision, le photon est repoussé vers l'arrière et l'électron est projeté vers l'avant. a) Quelle est l'énergie du photon diffusé vers l'arrière ? b) Quelle est l'énergie cinétique de l'électron ?

50P. Quels seraient a) le déplacement de Compton, b) le déplacement de Compton relatif et c) la variation de l'énergie du photon d'une

lumière d'une longueur d'onde de 590 nm diffusée par un électron libre initialement au repos si cette diffusion était à 90° du faisceau incident ? d) Calculez les mêmes grandeurs pour des rayons X dont l'énergie des photons est de 50,0 keV.

51P. Quelle est l'énergie cinétique maximale des électrons éjectés d'une mince feuille de cuivre par diffusion de Compton dans le cas d'un faisceau de rayons X incident de 17,5 keV ?

52P. Dérivez l'équation 9.15, équation du déplacement de Compton, en fonction des équations 9.12, 9.13 et 9.14 et en éliminant v et θ.

53P. À quel angle un photon de 200 keV doit-il être diffusé par un électron libre pour qu'il perde 10 % de son énergie ?

54P. Démontrez que, lorsqu'un photon possédant une énergie E est diffusé par un électron libre au repos, l'énergie cinétique maximale de l'électron qui s'éloigne est déterminée par

$$K_{max} = \frac{E^2}{E + mc^2/2}.$$

SECTION 9.7 Les électrons et les ondes de matière

55E. En faisant appel aux équations non relativistes de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique, démontrez que la longueur d'onde de De Broglie en nanomètres peut s'exprimer sous la forme $\lambda = 1{,}226/\sqrt{K}$, où K est l'énergie cinétique de l'électron en électronvolts.

56E. Une balle de fusil de 40 g se déplace à 1 000 m/s. Bien qu'elle soit trop grosse pour être considérée comme un onde de matière, déterminez ce que l'équation 9.17 permet de prédire quant à sa longueur d'onde de de Broglie.

57E. Dans un téléviseur ordinaire, une différence de potentiel de 25,0 kV accélère des électrons. Quelle est la longueur d'onde de De Broglie de tels électrons ? (La relativité n'est pas nécessaire.)

58E. Calculez les longueurs d'onde de De Broglie a) d'un électron de 1,00 keV, b) d'un photon de 1,00 keV et c) d'un neutron de 1,00 keV.

59P. La longueur d'onde de la raie spectrale jaune du sodium est de 590 nm. Quelle est l'énergie cinétique d'un électron qui a une longueur d'onde de de Broglie égale à cette longueur d'onde ?

60P. Si un proton possède une longueur d'onde de De Broglie de 100 fm, a) quel est le module de sa vitesse et b) pour quelle différence de potentiel devrait-il être accéléré pour atteindre ce module de vitesse à partir du repos ?

61P. Les neutrons en équilibre thermique avec la matière ont une énergie cinétique moyenne de $(3/2)kT$, où k est la constante de Boltzmann (voir l'annexe B) et T, qu'on peut considérer comme étant 300 K, est la température des neutrons. a) Quelle est l'énergie cinétique moyenne de tels neutrons ? b) Quelle est la longueur d'onde de De Broglie correspondante ?

62P. Un électron et un photon possèdent tous deux une longueur d'onde de 0,20 nm. Calculez a) leurs quantités de mouvement et b) leurs énergies cinétiques.

63P. a) Un photon possède une énergie de 1,00 eV, et un électron possède une énergie cinétique ayant la même valeur. Quelles sont leurs longueurs d'onde ? b) Refaites l'exercice pour une énergie de 1,00 GeV. www

64P. Imaginez un ballon rempli d'hélium à la température et à la pression ambiantes. Calculez a) la longueur d'onde de de Broglie moyenne des atomes d'hélium et b) la distance moyenne séparant les atomes dans ces conditions. L'énergie cinétique moyenne d'un atome est égale à $(3/2)kT$, où k est la constante de Boltzmann. c) Peut-on considérer les atomes comme des particules dans ces conditions ?

65P. Des ions de sodium ionisés une fois sont accélérés à partir du repos par une différence de potentiel de 300 V. a) Quelle est la quantité de mouvement acquise par un de ces ions ? b) Quelle est sa longueur d'onde de De Broglie ?

66P. a) Un photon et un électron ont tous deux une longueur d'onde de 1,00 nm. Quelle est l'énergie du photon et quelle est l'énergie cinétique de l'électron ? b) Refaites l'exercice pour une longueur d'onde de 1,00 fm.

67P. Le gros accélérateur d'électrons de l'Université Stanford fournit un faisceau d'électrons ayant une énergie cinétique de 50 GeV. Les électrons de cette énergie possèdent de petites longueurs d'onde, appropriées pour sonder les fins détails de la structure nucléaire par diffusion. Quelle longueur d'onde de De Broglie un électron de 50 GeV a-t-il ? Quelle comparaison peut-on établir entre cette longueur d'onde et le rayon d'un noyau moyen, qu'on considère comme étant de 5,0 fm, approximativement ? (Avec cette quantité d'énergie, vous pouvez utiliser la limite ultrarelativiste entre la quantité de mouvement et l'énergie, à savoir $p = E/c$. Cette relation, utilisée pour la lumière, s'applique quand l'énergie cinétique d'une particule est beaucoup plus grande que son énergie au repos, comme dans le cas présent.)

68P. Ernest Rutherford a découvert l'existence du noyau atomique en 1911 ; il a adéquatement interprété quelques expériences au cours desquelles un faisceau de particules alpha était diffusé par une feuille d'atomes de métal, métal qui pouvait être de l'or, par exemple. a) Si les particules alpha possédaient une énergie cinétique de 7,5 MeV, quelle était leur longueur d'onde de De Broglie ? b) Aurait-on dû tenir compte de la nature ondulatoire des particules alpha incidentes dans l'interprétation de ces expériences ? Une particule alpha possède une masse de 4,00 u (unités de masse atomique), et la distance minimale à laquelle elle se rapprochait du centre du noyau était de 30 fm, environ. (La nature ondulatoire de la matière a été étudiée plus d'une décennie après la réalisation de ces expériences cruciales.)

69P. Une particule non relativiste se déplace à une vitesse ayant un module représentant trois fois celle d'un électron. Le rapport de la longueur d'onde de de Broglie de la particule à celle de l'électron est de $1{,}813 \times 10^{-4}$. En calculant sa masse, identifiez la particule.

70P. Le pouvoir de résolution qu'un microscope peut atteindre n'est limité que par la longueur d'onde utilisée, c'est-à-dire que le plus petit objet qu'il peut permettre de distinguer possède des dimensions approximativement égales à sa longueur d'onde. Supposez qu'on veuille « voir » l'intérieur d'un atome. Si on suppose que l'atome a un diamètre de 100 pm, cela signifie qu'il faut pouvoir bien voir une largeur de 10 pm, environ. a) Si on utilise un microscope électronique, quelle énergie minimale l'électron doit-il avoir ? b) Si on utilise un microscope optique, quelle énergie minimale le photon doit-il avoir ? c) Quel microscope semble le plus adéquat ? Pourquoi ?

71P. Quelle différence de potentiel faudrait-il appliquer aux électrons d'un microscope électronique pour que celui-ci ait le pouvoir de résolution atteignable avec des rayons gamma de 100 keV ? (Voir le problème 70.)

SECTION 9.8 L'équation de Schrödinger

72E. a) Soit $n = a + ib$, un nombre complexe, où a et b sont des nombres réels (positifs ou négatifs). Démontrez que le produit nn^* est toujours un nombre réel positif. b) Soit $m = c + id$, un autre nombre complexe. Démontrez que $|nm| = |n|\,|m|$.

73P. Démontrez que l'équation 9.21 est effectivement une solution de l'équation 9.20 si on remplace $\psi(x)$ et sa dérivée seconde dans l'équation 9.20 et si on note qu'il en résulte une identité.

74P. a) Écrivez la fonction d'onde $\psi(x)$ présentée dans l'équation 9.23 sous la forme $\psi(x) = a + ib$, où a et b sont des grandeurs réelles.

(Supposez que ψ_0 est réelle.) b) Écrivez la fonction d'onde dépendante du temps $\Psi(x, t)$ qui correspond à $\psi(x)$.

75P. Démontrez que le nombre d'onde k dans le cas d'une particule libre non relativiste d'une masse m peut s'écrire ainsi

$$k = \frac{2\pi\sqrt{2mK}}{h},$$

où K est l'énergie cinétique de la particule.

76P. Démontrez que $|\psi|^2 = |\Psi|^2$, en mettant en relation ψ et Ψ comme dans l'équation 9.18. Autrement dit, démontrez que la densité de probabilité ne dépend pas de la variable de temps.

77P. La fonction $\psi(x)$ présentée dans l'équation 9.23 décrit une particule libre, pour laquelle on présume que $U(x) = 0$ dans l'équation de Schrödinger (équation 9.19). Supposez maintenant que $U(x) = U_0 =$ une constante dans cette équation. Démontrez que l'équation 9.23 est toujours une solution de l'équation de Schrödinger, où

$$k = \frac{2\pi}{h}\sqrt{2m(E - U_0)}.$$

donne maintenant le nombre d'onde k de la particule. www

78P. Supposez qu'on a posé $A = 0$ dans l'équation 9.21 et qu'on a renommé B comme étant ψ_0. Que décrirait alors la fonction d'onde résultante ? Comment la figure 9.13 serait-elle modifiée, le cas échéant ?

79P. Dans l'équation 9.22, gardez les deux termes en établissant que $A = B = \psi_0$. L'équation décrit alors la superposition de deux ondes de matière d'égale amplitude se propageant dans des directions opposées. (Rappelez-vous que ce sont des conditions nécessaires à l'existence d'une onde stationnaire.) a) Démontrez que la valeur de $|\Psi(x, t)|^2$ est alors déterminée par

$$|\Psi(x, t)|^2 = 2\psi_0^2[1 + \cos(2kx)].$$

b) Représentez graphiquement cette fonction et démontrez qu'elle décrit le carré de l'amplitude d'une onde de matière stationnaire. c) Démontrez que les nœuds de cette onde stationnaire sont situés à

$$x = (2n + 1)(\tfrac{1}{4}\lambda), \qquad \text{où } n = 0, 1, 2, 3...$$

et que λ est la longueur d'onde de De Broglie de la particule. d) Écrivez une expression pour exprimer les positions les plus probables de la particule.

SECTION 9.9 Le principe d'incertitude de Heisenberg

80E. La figure 9.13 démontre que, en raison du principe d'incertitude de Heisenberg, il est impossible d'attribuer une coordonnée x à la position de l'électron. a) Pouvez-vous y attribuer une coordonnée y ou z ? (*Indice* : la quantité de mouvement de l'électron n'a pas de composante y ni z.) b) Décrivez l'onde de matière en trois dimensions.

81E. Imaginez que vous jouez au baseball dans un univers (qui n'est pas le nôtre !) où la constante de Planck est 0,60 J · s. Quelle serait l'incertitude quant à la position d'une balle de 0,50 kg se déplaçant à 20 m/s le long d'un axe si l'incertitude quant au module de la vitesse est de 1,0 m/s ?

82E. L'incertitude quant à la position d'un électron donné est de 50 pm, ce qui représente environ le rayon d'un atome d'hydrogène. Quelle est l'incertitude minimale quant à toute mesure simultanée de la quantité de mouvement de cet électron ?

83P. La figure 9.13 illustre un cas où la quantité de mouvement p_x d'une particule est fixe, de sorte que $\Delta p_x = 0$; alors, selon le principe d'incertitude de Heinsenberg (équation 9.24), la position x de la particule est parfaitement inconnue. Selon le même principe, l'opposé est également vrai, c'est-à-dire que, si la position d'une particule est exactement connue, $\Delta x = 0$, l'incertitude sur sa quantité de mouvement est infinie.

Imaginez un cas intermédiaire, dans lequel la position d'une particule est mesurée, non avec une précision infinie, mais avec une incertitude de $\lambda/2\pi$, où λ est la longueur d'onde de De Broglie de la particule. Démontrez que l'incertitude sur la quantité de mouvement (mesurée simultanément) est égale à la quantité de mouvement elle-même, c'est-à-dire que $\Delta p_x = p$. Dans ces circonstances, seriez-vous surpris qu'une quantité de mouvement mesurée soit nulle ? qu'elle soit de $0{,}5p$? de $2p$? de $12p$?

84P. Dans le chapitre 10, vous découvrirez que les électrons ne peuvent se déplacer sur des orbites définies à l'intérieur de l'atome, comme le font les planètes du système solaire. Pour savoir pourquoi, on peut essayer « d'observer » un tel électron en orbite à l'aide d'un microscope optique pour mesurer la position orbitale présumée de l'électron avec une précision, par exemple, de 10 pm (un atome moyen a un rayon approximatif de 100 pm). La longueur d'onde de la lumière utilisée dans le microscope devrait être d'environ 10 pm. a) Quelle serait l'énergie des photons de cette lumière ? b) Quelle quantité d'énergie un tel photon donnerait-il à un électron dans une collision frontale ? c) Que vous indiquent ces résultats sur la possibilité « d'observer » un électron atomique à deux ou à plusieurs points sur son orbite présumée ? (*Indice* : les électrons périphériques sont liés à l'atome par des énergies de seulement quelques électronvolts.)

SECTION 9.10 L'effet tunnel

85P. Un proton et un deutéron (ce dernier possède la même charge qu'un proton, mais a deux fois sa masse) atteignent une barrière d'énergie potentielle d'une épaisseur de 10 fm et d'une hauteur de 10 MeV. Chaque particule possède une énergie cinétique initiale de 3,0 MeV. a) Quel est le coefficient de transmission de chacune ? b) Quelles sont leurs énergies cinétiques respectives une fois la barrière traversée (en supposant qu'elles la traversent) ? c) Quelles sont leurs énergies cinétiques respectives si elles sont réfléchies par la barrière ?

86P. Imaginez une barrière d'énergie potentielle semblable à celle de la figure 9.15 a), mais dont la hauteur U_0 est 6,0 eV et l'épaisseur L est 0,70 nm. Quelle est l'énergie d'un électron incident dont le coefficient de transmission est 0,001 0 ?

87P. Prenez la situation d'effet tunnel illustrée dans l'exemple 9.8. Quelle variation relative dans le coefficient de transmission T résulte d'une variation de 1,0 % dans a) la hauteur de la barrière, b) l'épaisseur de la barrière et c) l'énergie cinétique de l'électron incident ?

88P. a) Supposez qu'un faisceau de protons de 5,0 eV atteint une barrière d'énergie potentielle d'une hauteur de 6,0 eV et d'une épaisseur de 0,70 nm à un taux équivalant à un courant de 1 000 A. Combien de temps faudrait-il attendre (en moyenne) pour qu'un proton traverse la barrière ? b) Combien de temps faudrait-il attendre si le faisceau était constitué d'électrons au lieu de protons ?

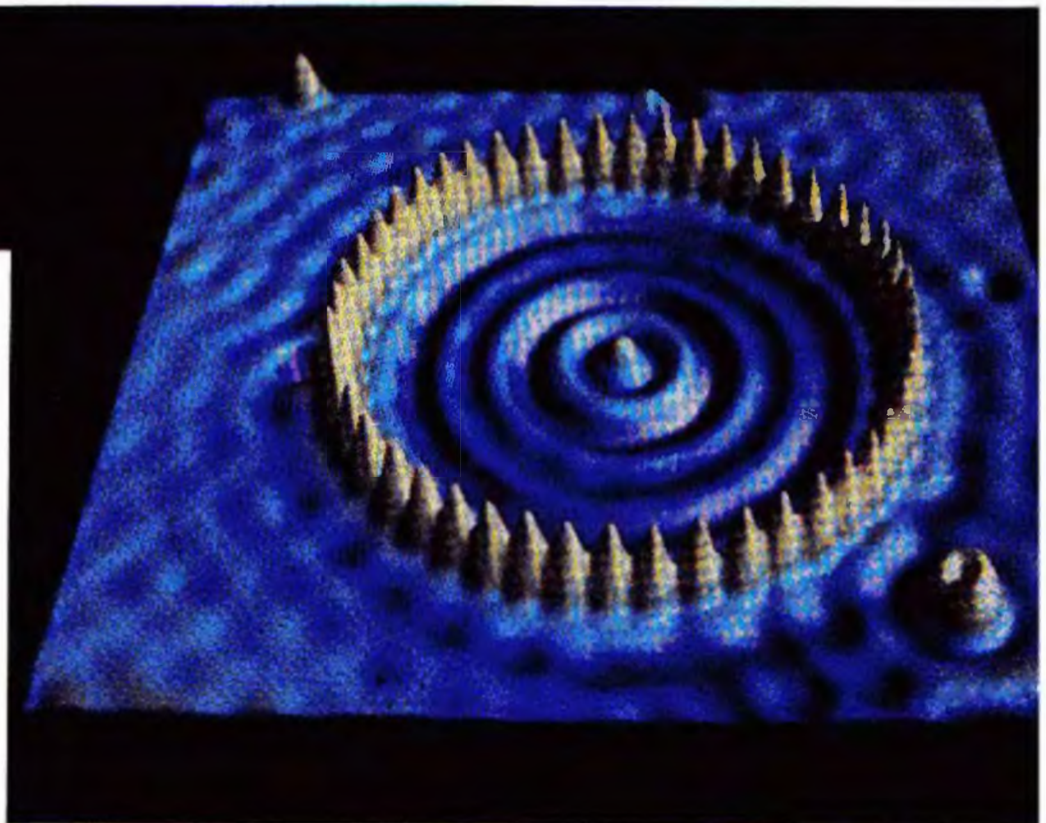
89P. Une voiture de 1 500 kg roulant à 20 m/s s'approche d'une pente de 24 m de hauteur et de 30 m de longueur. Bien que la voiture et la pente soient trop grosses pour être considérées comme des ondes de matière, déterminez ce que l'équation 9.26 permet de prédire quant au coefficient de transmission de la voiture, comme si elle devait monter la pente par un effet tunnel, à la manière d'une onde de matière. Considérez la pente comme une barrière où l'énergie potentielle est gravitationnelle.

10 La mécanique ondulatoire

Cette spectaculaire image informatique fut réalisée en 1993 au Centre de recherche de IBM à Almaden, en Californie. Chacun des 48 pics qui forment le cercle marque la position d'un atome de fer sur une surface de cuivre spécialement préparée. Ce cercle, d'un diamètre approximatif de 14 nm, est appelé *corail quantique*.

Comment ces atomes ont-ils pu former un cercle, et que sont les ondulations piégées dans le corail ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.



10.1 La structure de l'atome

Au début du XXe siècle, personne ne savait comment les électrons étaient répartis dans un atome, comment ils se déplaçaient, comment les atomes émettaient de la lumière ou en absorbaient, ni même pourquoi les atomes étaient stables. Sans ces connaissances, il était impossible de comprendre comment les atomes se lient pour former des molécules ou s'empilent pour former des solides. Le résultat de cette ignorance était que les bases de la chimie (y compris celles de la biochimie, science sous-jacente à la compréhension de la nature même de la vie) constituaient plus ou moins un mystère.

En 1926, le développement de la physique quantique permit de comprendre tous ces phénomènes, et bien d'autres. Ses prémisses de base sont que les électrons, les protons et tous les types de particules en mouvement doivent être considérés comme des ondes de matière, dont les mouvements sont régis par l'équation de Schrödinger. Bien que la théorie quantique s'applique également à des objets macroscopiques, il est inutile d'étudier les balles, les automobiles, les planètes et d'autres objets de ce type du point de vue quantique. En effet, pour ce qui est de ces objets massifs et lents, la physique newtonienne et la physique quantique aboutissent aux mêmes résultats.

Avant d'appliquer la physique quantique à la structure atomique, vous devez acquérir certaines notions en appliquant la théorie quantique à quelques cas simples. Ces « problèmes quantiques » pourront vous sembler artificiels, mais vous constaterez qu'ils fourniront une base solide à la compréhension d'un problème très réel qui sera le sujet d'analyse de la section 10.8, soit la structure de l'atome d'hydrogène.

10.2 Les ondes dans les cordes et les ondes de matière

Dans le chapitre 2, on a vu qu'on peut générer deux types d'ondes dans une corde tendue. Si la corde a une longueur qu'on peut considérer comme infinie, on peut y générer une *onde progressive* de pratiquement n'importe quelle fréquence. Cependant, si la corde tendue a une longueur finie, peut-être parce qu'elle est solidement maintenue à ses deux extrémités, on ne peut y générer que des *ondes stationnaires* ; de plus, ces ondes stationnaires ne peuvent avoir que des fréquences discrètes. Autrement dit, si on confine l'onde dans un espace fini, on observe une *quantification* du mouvement, et l'apparition d'états discrets pour l'onde, qu'on appelle *états* stationnaires, chaque état ayant une fréquence bien définie.

Cette observation s'applique aux ondes de toutes sortes, y compris aux ondes de matière. Cependant, pour les ondes de matière, il est plus simple de travailler avec l'énergie E de la particule correspondante qu'avec la fréquence f de l'onde. Dans tous les cas qui suivront, on s'intéressera à l'onde de matière associée à un électron, mais les résultats s'appliqueront à toute onde de matière confinée.

Imaginez une onde de matière associée à un électron se déplaçant dans la direction de l'axe des x positifs et ne subissant aucune force résultante – une *particule* dite *libre*. L'énergie d'un tel électron peut avoir n'importe quelle valeur, tout comme une onde se propageant dans une corde tendue de longueur infinie peut avoir n'importe quelle fréquence.

Imaginez ensuite l'onde de matière associée à un électron, peut-être un électron de *valence* (le moins fortement lié), d'un atome de sodium. Un tel électron (maintenu dans l'atome par la force de Coulomb qui le retient autour du noyau chargé positivement) *n'est pas* une particule libre. Il peut seulement exister dans un ensemble d'états discrets, chacun possédant une énergie discrète E. Ce sont des états stationnaires. Cette situation ressemble beaucoup aux états stationnaires et aux fréquences quantifiées possibles dans une corde tendue de longueur finie. Donc, dans le cas d'une onde de matière, comme dans le cas des ondes de toutes les sortes, on peut énoncer un **principe de confinement**.

Le confinement d'une onde mène à la quantification – c'est-à-dire à l'existence d'états stationnaires possédant des énergies discrètes. L'onde ne peut posséder que ces énergies

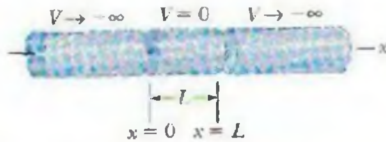


Figure 10.1 Les éléments d'un « piège » idéalisé conçu pour confiner un électron dans le cylindre central. On considère que les cylindres de longueur semi-infinie des extrémités ont un potentiel négatif infiniment grand et que le cylindre central a un potentiel nul.

10.3 Les énergies d'un électron piégé

Les pièges à une dimension

On peut examiner ici l'onde de matière associée à un électron confiné dans une région limitée de l'espace. On le fait par analogie avec les ondes stationnaires dans une corde tendue de longueur finie, parallèle à l'axe des x et confinée entre des supports rigides. Puisque les supports sont rigides, les deux extrémités de la corde constituent des nœuds, ou des points où la corde est toujours au repos. La corde peut contenir d'autres nœuds, mais ces deux nœuds doivent toujours y être présents, comme le montre la figure 2.21.

Les états, ou modes d'oscillation des ondes stationnaires de la corde, sont ceux qui existent quand la longueur L de la corde est égale à un nombre entier de demi-longueurs d'onde. C'est dire que la corde peut seulement présenter des états pour lesquels

$$L = \frac{n\lambda}{2}, \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{10.1}$$

Chaque valeur de n décrit un état de la corde oscillante ; en physique quantique, on appelle **nombre quantique** le nombre entier n.

À chaque état de la corde permis par l'équation 10.1, le déplacement transversal de tout point x sur la corde est déterminé par

$$y_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{10.2}$$

où le nombre quantique n représente le mode d'oscillation, et A dépend de l'instant où vous observez la corde. (L'équation 10.2 est une version simplifiée de l'équation 2.47.) On constate que, pour toute valeur de n et à tout instant, il y a un point de déplacement nul (nœud) à $x = 0$ et à $x = L$, comme il se doit. La figure 2.20 montre des expositions photographiques prolongées d'une telle corde tendue quand $n = 2$, 3 et 4.

On peut maintenant aborder les ondes de matière. Le premier problème consiste à confiner un électron qui se déplace sur l'axe des x pour qu'il demeure à l'intérieur d'un segment fini. La figure 10.1 illustre un *piège à électron* unidimensionnel concevable. Ce piège est constitué de deux cylindres qui se prolongent à l'infini dans une direction, chacun ayant un potentiel électrique s'approchant de $-\infty$; entre eux se trouve un cylindre creux de longueur L, dont le potentiel électrique est nul. On place un électron unique dans ce cylindre central pour l'emprisonner.

Le piège de la figure 10.1 est facile à analyser, mais n'est pas très réaliste. Cependant, il est *possible* d'emprisonner des électrons uniques en laboratoire à l'aide de pièges plus complexes, mais qui font appel à des notions semblables. Par exemple, à l'Université de Washington, des scientifiques ont piégé un électron unique dans un piège durant plusieurs mois d'affilée, ce qui leur a permis de mesurer ses propriétés avec une très grande précision.

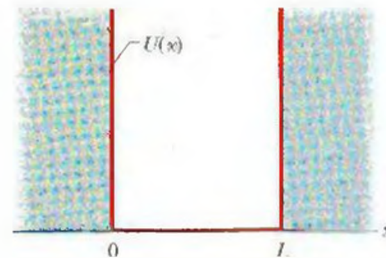


Figure 10.2 L'énergie potentielle électrique $U(x)$ d'un électron confiné dans le cylindre central du piège idéalisé de la figure 10.1. On constate que $U = 0$ dans le cas où $0 < x < L$, et que $U \to \infty$ dans le cas où $x < 0$ et $x > L$.

La détermination des énergies quantifiées

La figure 10.2 montre l'énergie potentielle de l'électron en fonction de sa position sur l'axe des x du piège idéalisé de la figure 10.1. Quand l'électron se trouve dans le cylindre central, son énergie potentielle U $(= -eV)$ est nulle parce que le potentiel V y est nul. Si l'électron pouvait sortir de cette zone, son énergie potentielle serait positive et de grandeur infinie, parce que, à ce moment-là, $V \to -\infty$. La configuration d'énergie potentielle de la figure 10.2 s'appelle **puits d'énergie potentielle infiniment profond** ou, plus brièvement, *puits de potentiel infini*. C'est un « puits » parce qu'un électron placé dans le cylindre central de la figure 10.1 ne peut s'en échapper. Quand il s'approche d'une des extrémités du cylindre, une force d'un module pratiquement infini renverse son mouvement, ce qui l'emprisonne. Étant donné qu'il ne peut se déplacer que sur un axe, on peut appeler ce piège un *puits de potentiel infini unidimensionnel*.

À l'instar de l'onde stationnaire dans un segment de corde tendue, l'onde de matière décrivant l'électron confiné doit avoir des nœuds à $x = 0$ et à $x = L$. De plus, l'équation 10.1 s'applique à une telle onde de matière si on y considère λ comme la longueur d'onde de de Broglie associée à l'électron en mouvement.

L'équation 9.17 définit la longueur de de Broglie λ comme étant $\lambda = h/p$, où p est le module de la quantité de mouvement de l'électron. Cette grandeur p est associée à l'énergie cinétique de l'électron K par $p = \sqrt{2mK}$, où m est la masse de l'électron. Dans le cas d'un électron se déplaçant à l'intérieur du cylindre central de la figure 10.1, où $U = 0$, l'énergie (mécanique) totale E est égale à l'énergie cinétique. Ainsi, on peut écrire la longueur d'onde de de Broglie de cet électron de la manière suivante :

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{2mE}}. \tag{10.3}$$

Si on insère l'expression de l'équation 10.3 dans l'équation 10.1 et qu'on isole l'énergie E, on constate que E dépend de n de la manière suivante :

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2, \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{10.4}$$

Ici, le nombre entier n est le nombre quantique de l'état quantique de l'électron piégé dans le puits de potentiel.

L'équation 10.4 révèle une chose importante : étant donné que l'électron est confiné dans le piège, il ne peut posséder que les énergies déterminées par cette équation. Il *ne peut pas* posséder une énergie se situant, par exemple, entre les valeurs $n = 1$ et $n = 2$. Pourquoi cette restriction existe-t-elle ? Parce qu'un électron est une onde de matière. S'il était plutôt une particule, comme on le percevrait en physique classique, il pourrait posséder une énergie de n'importe quelle valeur lorsqu'il est confiné dans un piège. La figure 10.3 est un graphique indiquant les 5 valeurs d'énergies permises les plus basses pour un électron se trouvant dans un puits infini dont $L = 100$ pm (environ la taille d'un atome moyen). Ces valeurs sont appelées ***niveaux d'énergie*** ; elles sont illustrées dans la figure 10.3 sous la forme d'un *diagramme des niveaux d'énergie*, lesquels ressemblent aux barreaux d'une échelle. L'énergie est représentée à la verticale ; aucune valeur n'est inscrite à l'horizontale.

L'état quantique correspondant au niveau d'énergie le plus bas possible permis par l'équation 10.4, E_1, et possédant le nombre quantique $n = 1$, s'appelle *état fondamental* de l'électron. L'électron tend à se trouver dans cet état d'énergie. Tous les états quantiques se trouvant aux niveaux d'énergie plus élevés (correspondant aux nombres quantiques $n = 2$ et plus) sont des ***états excités*** de l'électron. L'état du niveau d'énergie E_2, correspondant au nombre quantique $n = 2$, est appelé ***premier état excité*** parce qu'il s'agit du premier des états excités rencontrés dans le diagramme des niveaux d'énergie. De même, l'état du niveau d'énergie E_3 s'appelle *deuxième état excité*.

Les variations d'énergie

Un électron confiné tend à posséder la plus basse énergie permise, donc à se trouver dans son état fondamental. Il peut passer à un état excité (où il possède plus d'énergie) seulement si une source externe lui fournit l'énergie additionnelle nécessaire à la variation. Soit E_{bas} l'énergie initiale de l'électron et E_{haut} l'énergie de l'électron dans un état supérieur dans son diagramme de niveaux d'énergie. La quantité d'énergie nécessaire à l'électron pour changer d'état est alors

$$\Delta E = E_{haut} - E_{bas}. \tag{10.5}$$

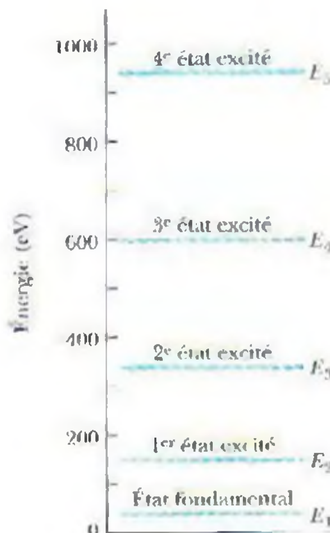


Figure 10.3 Quelques-unes des énergies permises par l'équation 10.4 pour un électron confiné dans le puits de potentiel infini de la figure 10.2. Ici, la largeur $L = 100$ pm. Un tel graphique est appelé *diagramme des niveaux d'énergie*.

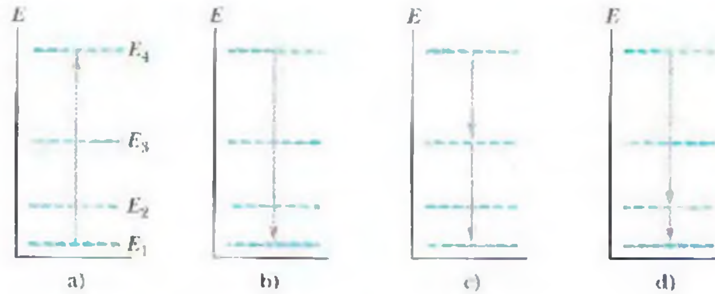


Figure 10.4 a) Excitation d'un électron qui est passé du niveau d'énergie de son état fondamental au niveau d'énergie de son troisième état excité b), c) et d) Trois des quatre façons dont un électron peut se désexciter et revenir au niveau d'énergie de son état fondamental (Quelle façon n'est pas illustrée ?)

Quand un électron reçoit une telle énergie, on dit qu'il fait une *transition quantique* de son état d'énergie le plus bas à un état d'énergie supérieur. Il est alors excité. La figure 10.4 a) représente une transition de l'état fondamental (le niveau d'énergie E_1) au troisième état excité (le niveau d'énergie E_4). Comme l'illustre la figure, cette transition *doit* se faire d'un niveau d'énergie à un autre, mais elle peut éviter un ou plusieurs niveaux d'énergie intermédiaires.

Pour gagner de l'énergie afin de faire une transition quantique à un niveau supérieur, un électron peut absorber un photon. Cependant, cette absorption et la transition ne peuvent se produire que si la condition suivante est remplie.

Pour qu'un électron confiné absorbe un photon, l'énergie hf du photon doit être égale à la différence d'énergie ΔE entre le niveau d'énergie initial de l'électron et un niveau d'énergie supérieur.

Par conséquent, l'excitation par absorption de lumière exige que

$$hf = \Delta E = E_{\text{haut}} - E_{\text{bas}}. \qquad (10.6)$$

Quand un électron atteint un état excité, il n'y demeure pas ; il se *désexcite* rapidement en réduisant son énergie. Les figures 10.4 b) à 10.4 d) montrent certaines des transitions possibles dans sa descente à partir du troisième état excité. Ainsi, l'électron peut revenir au niveau d'énergie de son état fondamental en faisant une transition directe (figure 10.4 b]) ou en effectuant de petites transitions en passant par les niveaux d'énergie intermédiaires (figures 10.4 c] et 10.4 d]).

L'émission d'un photon constitue, pour un électron, un moyen de réduire son énergie, mais seulement si la condition suivante est remplie.

Si un électron confiné émet un photon, l'énergie hf de ce photon doit être égale à la différence d'énergie ΔE entre le niveau d'énergie initial de l'électron et un niveau d'énergie inférieur.

Donc, l'équation 10.6 s'applique à la fois à l'absorption et à l'émission de lumière par un électron confiné. La lumière absorbée ou émise ne peut alors avoir que certaines valeurs de hf et, de ce fait, seulement certaines valeurs de fréquence f et de longueur d'onde λ.

Bien que l'équation 10.6 et les notions qu'on vient d'aborder sur l'absorption et l'émission d'un photon puissent s'appliquer aux pièges à électron physiques (réels), on ne peut les appliquer aux pièges à électron unidimensionnels (irréels). La raison en est que lors de l'absorption ou de l'émission, le moment cinétique est conservé. Cependant, dans ce manuel, on néglige cette nécessité et on utilise l'équation 10.6 même lorsqu'il s'agit de pièges à une dimension.

✔ VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : Classez les paires suivantes d'états quantiques d'un électron confiné dans un puits infini selon les différences d'énergie entre les états, en commençant par les plus élevées : a) $n = 3$ à $n = 1$, b) $n = 5$ à $n = 4$, c) $n = 4$ à $n = 3$.

Exemple 10.1

Un électron est confiné dans un puits de potentiel infini unidimensionnel d'une largeur $L = 100$ pm.

a) Quelle est l'énergie minimale que l'électron doit posséder ?

SOLUTION : Ici, le concept clé est que le confinement de l'électron (une onde de matière) dans le puits mène à la quantification de son énergie. Puisque le puits est infiniment profond, les énergies permises sont déterminées par l'équation 10.4 ($E_n = (h^2/8mL^2)n^2$), le nombre quantique n étant un nombre entier positif. Dans le présent cas, l'ensemble des constantes se trouvant devant n^2 dans l'équation 10.4 est évalué ainsi :

$$\frac{h^2}{8mL^2} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s})^2}{(8)(9{,}11 \times 10^{-31}\ \mathrm{kg})(100 \times 10^{-12}\ \mathrm{m})^2} = 6{,}031 \times 10^{-18}\ \mathrm{J}. \qquad (10.7)$$

L'énergie minimale de l'électron correspond au plus petit nombre quantique, qui est $n = 1$ pour l'état fondamental de l'électron. Donc, les équations 10.4 et 10.7 donnent

$$E_1 = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2 = (6{,}031 \times 10^{-18}\ \mathrm{J})(1^2) \approx 6{,}03 \times 10^{-18}\ \mathrm{J} = 37{,}7\ \mathrm{eV}. \qquad \text{(réponse)}$$

b) Quelle énergie faut-il transférer à l'électron pour qu'il effectue une transition quantique de son état fondamental à son deuxième état excité ?

SOLUTION : On se rappellera, d'abord, qu'on a vu dans la figure 10.3 que le *deuxième* état d'excitation correspond au troisième niveau d'énergie, niveau qui a le nombre quantique $n = 3$. Ainsi, et il s'agit du concept clé à utiliser ici, pour que l'électron passe du niveau $n = 1$ au niveau $n = 3$, la variation de son énergie doit être, selon l'équation 10.5,

$$\Delta E_{31} = E_3 - E_1. \qquad (10.8)$$

Un deuxième concept clé est que les énergies E_3 et E_1 dépendent du nombre quantique n, selon l'équation 10.4. Par conséquent, si on remplace E_3 et E_1 dans l'équation 10.8 par l'expression de l'équation 10.4 et qu'on utilise l'équation 10.7, on obtient

$$\Delta E_{31} = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)(3)^2 - \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)(1)^2 = \frac{h^2}{8mL^2}(3^2 - 1^2) = (6{,}031 \times 10^{-18}\ \mathrm{J})(8) = 4{,}83 \times 10^{-17}\ \mathrm{J} = 302\ \mathrm{eV}. \qquad \text{(réponse)}$$

c) Pour que l'électron acquière assez d'énergie pour passer du niveau d'énergie E_1 au niveau E_3 en absorbant de la lumière, quelle longueur d'onde cette lumière doit-elle avoir ?

SOLUTION : Selon un premier concept clé, si la lumière doit transmettre de l'énergie à l'électron, ce transfert doit s'effectuer par absorption d'un photon. Un deuxième concept clé est que l'énergie du photon doit être égale à la différence d'énergie ΔE entre le niveau d'énergie initial de l'électron et un niveau d'énergie supérieur, selon l'équation 10.6 ($hf = \Delta E$). Sinon, il *ne peut* y avoir absorption d'un photon. Si on remplace f par c/λ, on peut récrire l'équation 10.6 ainsi :

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}. \qquad (10.9)$$

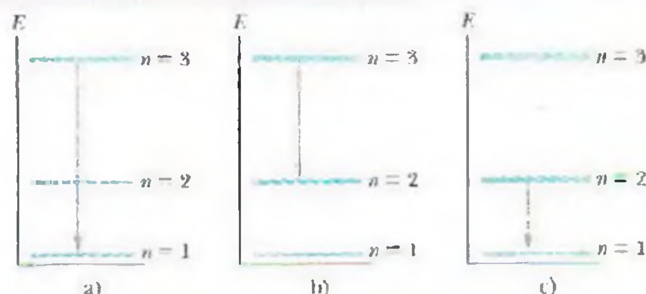


Figure 10.5 Exemple 10.1 Désexcitation : l'électron passe du deuxième état excité à l'état fondamental, soit directement (a]), soit en passant par le premier état excité (b], c]).

Dans le cas de la différence d'énergie ΔE_{31} obtenue en b), cette équation donne

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E_{31}} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s})(3{,}0 \times 10^{8}\ \mathrm{m/s})}{4{,}83 \times 10^{-17}\ \mathrm{J}} = 4{,}12\ \mathrm{nm}. \qquad \text{(réponse)}$$

d) Une fois que l'électron est à son deuxième état excité, quelles longueurs d'onde peut-il émettre en se désexcitant ?

SOLUTION : Voici trois concepts clés qu'on doit utiliser.

1. L'électron tend à se désexciter au lieu de demeurer dans un état excité, jusqu'à ce qu'il revienne à son état fondamental ($n = 1$).
2. Pour se désexciter, l'électron doit perdre juste assez d'énergie pour passer à un niveau d'énergie inférieur.
3. S'il doit perdre de l'énergie en émettant de la lumière, la perte d'énergie doit se faire par émission d'un photon.

Partant du deuxième état excité (à $n = 3$), l'électron peut atteindre l'état fondamental ($n = 1$) *soit* en passant directement au niveau d'énergie fondamental (figure 10.5 a]), *soit* en effectuant deux transitions *distinctes* en passant par le niveau $n = 2$ (figures 10.5 b] et c]).

La transition directe met en jeu la même différence d'énergie ΔE_{31} que celle qu'on a obtenue en b). La longueur d'onde est donc égale à celle obtenue en c), sauf qu'il s'agit d'une lumière émise et non pas absorbée. Par conséquent, l'électron peut passer directement à son état fondamental en émettant une lumière d'une longueur d'onde

$$\lambda = 4{,}12\ \mathrm{nm}. \qquad \text{(réponse)}$$

En suivant la méthode employée en b), vous pouvez démontrer que les différences d'énergie dans le cas des transitions des figures 10.5 b) et c) sont

$$\Delta E_{32} = 3{,}016 \times 10^{-17}\ \mathrm{J} \quad \text{et} \quad \Delta E_{21} = 1{,}809 \times 10^{-17}\ \mathrm{J}.$$

À l'aide de l'équation 10.9, on détermine que la longueur d'onde de la lumière émise durant la première de ces transitions (de $n = 3$ à $n = 2$) est

$$\lambda = 6{,}60\ \mathrm{nm}, \qquad \text{(réponse)}$$

et que la longueur d'onde de la lumière émise durant la deuxième transition (de $n = 2$ à $n = 1$) est

$$\lambda = 11{,}0\ \mathrm{nm}. \qquad \text{(réponse)}$$

10.4 Les fonctions d'onde d'un électron piégé

Si on résout l'équation de Schrödinger appliquée à un électron piégé dans un puits de potentiel infini unidimensionnel de largeur L, on constate que les fonctions d'onde de cet électron sont déterminées par

$$\psi_n(x) = A \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{10.10}$$

dans le cas où $0 \leq x \leq L$ (la fonction d'onde est nulle hors de cette plage). On évaluera bientôt la constante (l'amplitude) A de cette fonction d'onde.

Notez que les fonctions d'onde $\psi_n(x)$ prennent la même forme que les fonctions de déplacement $y_n(x)$ d'une onde stationnaire dans une corde tendue entre des supports rigides (voir l'équation 10.2). Ainsi, on peut imaginer un électron emprisonné dans un puits de potentiel infini unidimensionnel comme une onde de matière stationnaire.

La probabilité de détection

On ne peut en aucune façon détecter ou mesurer directement la fonction d'onde $\psi_n(x)$; en effet, il est tout simplement impossible de regarder dans le puits pour voir l'onde, comme on peut le faire dans sa baignoire pour une onde sur l'eau. La seule chose que l'on puisse faire est d'y insérer une sonde quelconque pour essayer de détecter l'électron. À l'instant de la détection, l'électron devrait se matérialiser au point de détection, à un certain point de l'axe des x dans le puits.

Si on répétait ce procédé de détection à plusieurs positions dans le puits, on constaterait que la probabilité de détecter l'électron est liée à la position x de la sonde dans le puits. En fait, la probabilité et la position sont reliées par la *densité de probabilité* $\psi_n^2(x)$. Dans la section 9.8, on a vu que, en général, la probabilité qu'une particule puisse être détectée dans un volume infinitésimal centré à un point déterminé est proportionnelle à $|\psi_n^2|$. Ici, l'électron étant emprisonné dans un puits à une dimension, on ne tient compte que de sa détection sur l'axe des x. Donc, la densité de probabilité $\psi_n^2(x)$ est, dans le présent cas, une probabilité par unité de longueur sur l'axe des x. (Ici, on peut omettre le signe du module parce que dans l'équation 10.10, $\psi_n(x)$ est une fonction réelle, non une fonction complexe.) La probabilité $p(x)$ de détecter un électron à la position x dans le puits est :

$$\begin{pmatrix}\text{probabilité } p(x) \text{ de détection}\\ \text{dans la largeur } dx \text{ centrée}\\ \text{à la position } x\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{densité de probabilité } \psi_n^2(x)\\ \text{à la position } x\end{pmatrix} (\text{largeur } dx),$$

ou

$$p(x) = \psi_n^2(x)\, dx. \tag{10.11}$$

À l'aide de l'équation 10.10, on constate que la densité de probabilité $\psi_n^2(x)$ dans le cas de l'électron piégé est

$$\psi_n^2(x) = A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{10.12}$$

dans la zone $0 \leq x \leq L$ (la densité de probabilité est nulle hors de cette zone). La figure 10.6 illustre $\psi_n^2(x)$ quand $n = 1, 2, 3$ et 15, dans le cas d'un électron piégé dans un puits infini dont la largeur L est 100 pm.

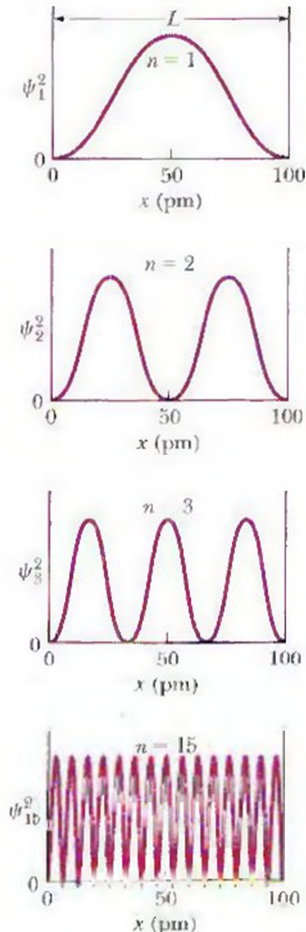


Figure 10.6 La densité de probabilité $\psi_n^2(x)$ pour quatre états d'un électron piégé dans un puits infini à une dimension ; leurs nombres quantiques sont $n = 1$, $n = 2$, $n = 3$ et $n = 15$. L'électron est plus susceptible d'être détecté là où la valeur de $\psi_n^2(x)$ est élevée le plus, et il est moins susceptible de l'être là où la valeur de $\psi_n^2(x)$ est élevée le moins.

Pour déterminer la probabilité de détecter un électron dans une section finie du puits (par exemple entre le point x_1 et le point x_2), il faut intégrer $p(x)$ entre ces deux points. Donc, selon les équations 10.11 et 10.12,

$$\begin{pmatrix}\text{probabilité de détection}\\ \text{entre } x_1 \text{ et } x_2\end{pmatrix} = \int_{x_1}^{x_2} p(x) = \int_{x_1}^{x_2} A^2 \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx. \qquad (10.13)$$

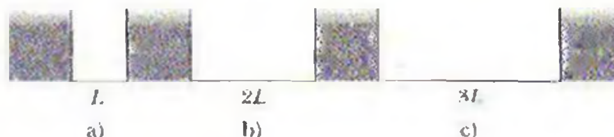
Si la physique classique prévalait, on s'attendrait à ce que les probabilités de détecter l'électron piégé soient égales dans toutes les parties du puits. Cependant, dans la figure 10.6, on constate que ce n'est pas le cas. Par exemple, un examen de cette figure ou de l'équation 10.12 révèle que, pour l'état correspondant à $n = 2$, il est plus probable de détecter l'électron près de $x = 25$ pm et de $x = 75$ pm qu'ailleurs. Cette probabilité devient presque nulle près de $x = 0$, de $x = 50$ pm et de $x = 100$ pm.

Dans la figure 10.6, le cas de $n = 15$ suggère que, à mesure que n augmente, la probabilité de détection devient de plus en plus homogène dans l'ensemble du puits. Cette tendance constitue un exemple d'un principe général appelé **principe de correspondance.**

> Quand le nombre quantique est suffisamment élevé, les prédictions de la physique quantique et de la physique classique se rapprochent de plus en plus.

Ce principe, formulé pour la première fois par le physicien danois Niels Bohr, s'applique à toutes les prédictions quantiques. Il devrait vous rappeler un principe semblable concernant la théorie de la relativité, qui est qu'à des vitesses suffisamment faibles, les prédictions de la relativité restreinte correspondent de plus en plus à celles de la physique newtonienne.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : La figure montre trois puits de potentiel infini dont les largeurs sont L, $2L$ et $3L$, chacun contenant un électron dans l'état où $n = 10$. Classez ces puits selon a) le nombre de maxima de la densité de probabilité de détection de l'électron et b) l'énergie de l'électron, en commençant par les valeurs les plus élevées.



La normalisation

Le produit $\psi_n^2(x)$ donne la probabilité qu'un électron piégé dans un puits puisse être détecté dans la zone située entre x et $x + dx$. Puisqu'on sait que l'électron doit être *quelque part* dans le puits infini, alors

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi_n^2(x)\, dx = 1 \quad \text{(l'équation de normalisation)}, \qquad (10.14)$$

puisqu'une probabilité égale à 1 correspond à la certitude. Bien que l'intégrale soit prise sur tout l'axe des x, seule la région de $x = 0$ à $x = L$ a une valeur non nulle quant à la probabilité. Graphiquement, l'intégrale de l'équation 10.14 représente l'aire sous chacune des courbes de la figure 10.6.

Dans l'exemple 10.2, on verra que, si on remplace $\psi_n^2(x)$ dans l'équation 10.14 par l'expression de l'équation 10.12, il est possible d'attribuer une valeur spécifique à la constante A qui apparaît dans l'équation 10.12, à savoir $A = \sqrt{2/L}$. La méthode qui consiste à utiliser l'équation 10.14 pour évaluer la constante d'une fonction d'onde s'appelle **normalisation** de la fonction d'onde.

L'énergie de l'état fondamental

Le remplacement de $n = 1$ dans l'équation 10.4 définit l'état où l'énergie est au plus bas pour un électron piégé dans un puits de potentiel infini, soit l'état fondamental. C'est l'état qui caractérisera l'électron confiné à moins qu'on lui fournisse de l'énergie pour l'élever à un état excité.

La question suivante se pose : pourquoi ne peut-on inclure $n = 0$ parmi les possibilités de n dans l'équation 10.4 ? Si on insérait $n = 0$ dans cette équation, on obtiendrait un état fondamental d'énergie nulle. Cependant, si on insère $n = 0$ dans l'équation 10.12, on obtient également $\psi_n^2(x) = 0$ pour toute valeur de x, qu'on ne peut interpréter autrement qu'en disant qu'il n'y a pas d'électron dans le puits. On sait pourtant qu'il y en a un, donc $n = 0$ n'est pas un nombre quantique possible.

Le fait que les systèmes confinés ne peuvent exister dans des états d'énergie nulle est une importante conclusion de la physique quantique. Ces systèmes doivent toujours posséder une certaine énergie minimale appelée **énergie de l'état fondamental**.

On peut rendre l'énergie de l'état fondamental aussi petite qu'on le veut en élargissant le puits infini, c'est-à-dire en augmentant L dans l'équation 10.4 lorsque $n = 1$. Dans la limite où $L \to \infty$, l'énergie de l'état fondamental E_1 s'approche de zéro. Cependant, dans cette limite, où la largeur du puits est infinie, l'électron est une particule libre, qui n'est plus confinée dans la direction x. De plus, étant donné que l'énergie d'une particule libre n'est pas quantifiée, elle peut avoir toutes les valeurs, y compris zéro. Seule une particule confinée doit avoir une énergie de l'état fondamental non nulle et ne peut jamais être au repos.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Chacune des particules suivantes est confinée dans un puits infini, et les quatre puits ont la même largeur : a) un électron, b) un proton, c) un deutéron et d) une particule alpha. Classez leurs énergies de l'état fondamental, en commençant par la plus élevée. Les particules sont classées selon leur masse, en ordre croissant.

Exemple 10.2

Évaluez la constante de normalisation A dans l'équation 10.10 pour un puits de potentiel infini s'étendant de $x = 0$ à $x = L$.

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : les fonctions d'onde de l'équation 10.10 doivent répondre aux exigences de normalisation de l'équation 10.14, qui dit que la probabilité que l'électron puisse être détecté quelque part sur l'axe des x est 1. Si on pose l'expression de l'équation 10.10 dans l'équation 10.14 et si on sort la constante A hors de l'intégrale, on obtient

$$A^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right) dx = 1. \qquad (10.15)$$

On a changé les limites de l'intégrale de $-\infty$ et de $+\infty$ en 0 et en L parce que la fonction d'onde est nulle hors de ces nouvelles limites.

On peut simplifier l'intégration indiquée en faisant un changement de variables, de la variable x à la variable sans dimension y, où

$$y = \frac{n\pi}{L}x, \qquad (10.16)$$

ainsi

$$dx = \frac{L}{n\pi}dy.$$

Quand on effectue ce changement de variables, on doit aussi modifier les limites d'intégration (encore). L'équation 10.16 dit que $y = 0$ quand $x = 0$ et que $y = n\pi$ quand $x = L$, de sorte que 0 et $n\pi$ sont les nouvelles limites. Après tous ces remplacements, l'équation 10.15 devient

$$A^2 \frac{L}{n\pi} \int_0^{n\pi} (\sin^2 y)\, dy = 1.$$

On peut utiliser l'intégrale 11 de l'annexe D pour évaluer l'intégrale ; on obtient alors l'équation

$$\frac{A^2 L}{n\pi}\left[\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4}\right]_0^{n\pi} = 1.$$

Si on évalue aux limites, on obtient

$$\frac{A^2 L}{n\pi}\frac{n\pi}{2} = 1,$$

donc

$$A = \sqrt{\frac{2}{L}}. \qquad \text{(réponse)} \quad (10.17)$$

Ce résultat montre que la dimension de A^2, donc de $\psi_n^2(x)$, est l'inverse d'une longueur. C'est approprié parce que la densité de probabilité de l'équation 10.12 est une probabilité *par unité de longueur*.

Exemple 10.3

Un électron à l'état fondamental est emprisonné dans le puits de potentiel infini unidimensionnel illustré dans la figure 10.2, puits ayant une largeur $L = 100$ pm.

a) Quelle est la probabilité de détecter un électron dans le tiers gauche du puits (entre $x_1 = 0$ et $x_2 = L/3$) ?

SOLUTION : Le premier concept clé utilisé ici est le suivant : si on sonde le tiers gauche du puits, il n'y a aucune garantie qu'on y détectera l'électron. Cependant, on peut calculer la probabilité de le détecter avec l'intégrale de l'équation 10.13. En s'appuyant sur un deuxième concept clé, on peut dire que la probabilité dépend de l'état dans lequel se trouve l'électron – c'est-à-dire de la valeur du nombre quantique n de l'électron. Étant donné que l'électron se trouve ici dans son état fondamental, on établit que $n = 1$ dans l'équation 10.13.

On établit aussi que les limites de l'intégrale sont les positions $x_1 = 0$ et $x_2 = L/3$ et, d'après l'exemple 10.2, que la constante de normalisation A est $\sqrt{2/L}$. On constate alors que

$$\begin{pmatrix}\text{probabilité de détection}\\ \text{dans le tiers gauche}\end{pmatrix} = \int_0^{L/3} \frac{2}{L}\sin^2\left(\frac{1\pi}{L}x\right)dx.$$

On aurait pu trouver cette probabilité en remplaçant L par 100×10^{-12} m, puis en utilisant une calculatrice à capacité graphique ou un logiciel de mathématiques pour évaluer l'intégrale. On suivra plutôt les étapes de l'exemple 10.2. Selon l'équation 10.16, on obtient, pour la nouvelle variable d'intégration y,

$$y = \frac{\pi}{L}x \quad \text{et} \quad dx = \frac{L}{\pi}dy.$$

Grâce à la première de ces équations, on constate que les nouvelles limites d'intégration sont $y_1 = 0$ pour $x_1 = 0$ et $y_2 = \pi/3$ pour $x_2 = L/3$.

On doit donc évaluer ce qui suit :

$$\text{probabilité} = \left(\frac{2}{L}\right)\left(\frac{L}{\pi}\right)\int_0^{\pi/3}(\sin^2 y)\,dy.$$

Si on utilise l'intégrale 11 de l'annexe D, on obtient

$$\text{probabilité} = \frac{2}{\pi}\left(\frac{y}{2} - \frac{\sin 2y}{4}\right)_0^{\pi/3} = 0{,}20.$$

Donc, on a

$$\begin{pmatrix}\text{probabilité de détection}\\ \text{dans le tiers gauche}\end{pmatrix} = 0{,}20. \qquad \text{(réponse)}$$

C'est donc dire que, si on sonde de manière répétée le tiers gauche du puits, on pourra détecter l'électron dans 20 % des cas, en moyenne.

b) Quelle est la probabilité de détecter l'électron dans le tiers médian du puits (entre $x_1 = L/3$ et $x_2 = 2L/3$) ?

SOLUTION : On sait maintenant que la probabilité de détection dans le tiers gauche du puits est de 0,20. Le premier concept clé, ici, est que, par symétrie, la probabilité de détection dans le tiers droit du puits est également de 0,20. Le deuxième concept clé est que, étant donné que l'électron s'y trouve sans aucun doute, la probabilité de détection dans tout le puits est de 1,0. Donc, la probabilité de détection dans le tiers médian du puits est

$$\begin{pmatrix}\text{probabilité de détection}\\ \text{dans le tiers médian}\end{pmatrix} = 1{,}0 - 0{,}20 - 0{,}20 = 0{,}60. \qquad \text{(réponse)}$$

10.5 Un électron dans un puits fini

Un puits d'énergie potentielle de profondeur infinie est une idéalisation. La figure 10.7 montre un puits d'énergie potentielle possible, système dans lequel l'énergie potentielle d'un électron hors du puits n'est pas infiniment grande, mais a plutôt une valeur positive finie U_0, appelée **profondeur du puits.** L'analogie entre les ondes dans une corde tendue et les ondes de matière ne s'applique plus dans le cas de puits de profondeur finie parce qu'on ne peut plus être sûr d'y trouver des nœuds dans l'onde de matière à $x = 0$ et à $x = L$. (On verra qu'il n'y en a pas.)

Pour déterminer les fonctions d'onde qui décrivent les états quantiques d'un électron dans le puits fini de la figure 10.7, on *doit* recourir à l'équation de Schrödinger, équation de base de la physique quantique. Dans la section 9.8, on a vu qu'on utilise l'équation de Schrödinger dans la forme de l'équation 9.19 quand il est question d'un mouvement à une dimension :

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[E - U(x)]\psi = 0. \qquad (10.18)$$

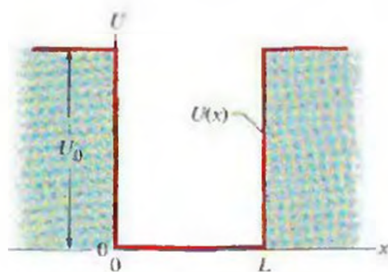


Figure 10.7 Un puits d'énergie potentielle *fini*. La profondeur du puits est U_0 et sa largeur est L. Comme dans le puits de potentiel infini de la figure 10.2, le mouvement de l'électron piégé est ici aussi restreint à la direction x.

Au lieu d'essayer de résoudre cette équation dans le cas d'un puits fini, on donne simplement les résultats relatifs à des valeurs numériques particulières de U_0 et de L. La figure 10.8 illustre les résultats sous la forme des graphiques de $\psi_n^2(x)$, qui est la densité de probabilité, pour un puits où $U_0 = 450$ eV et $L = 100$ pm.

La densité de probabilité $\psi_n^2(x)$ pour chaque graphique de la figure 10.8 est cohérente avec l'équation 10.14, l'équation de normalisation, de sorte qu'on sait que l'aire sous les trois courbes de densité de probabilité est numériquement égale à 1.

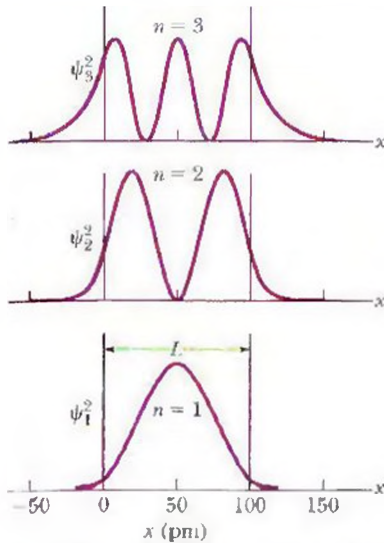


Figure 10.8 Densités de probabilité $\psi_n^2(x)$ pour un électron confiné dans un puits de potentiel fini de profondeur $U_0 = 450$ eV et de largeur $L = 100$ pm. Les seuls états quantiques où l'électron peut être dans ce puits sont ceux dont les nombres quantiques sont $n = 1$, $n = 2$ et $n = 3$.

Si vous comparez la figure 10.8 (puits fini) à la figure 10.6 (puits infini), vous constaterez une différence frappante : dans le cas d'un puits fini, l'onde de matière de l'électron pénètre dans les murs dans une région où la mécanique classique dit que l'électron ne peut exister. Cette pénétration ne devrait pas vous surprendre, car on a vu dans la section 9.10 qu'un électron peut traverser une barrière d'énergie potentielle par effet tunnel. La « fuite » de l'onde de matière de l'électron dans les murs d'un puits d'énergie potentielle fini est un phénomène semblable. Dans la figure 10.8, les graphiques vous permettent de constater que cette fuite est plus grande quand la valeur du nombre quantique n est plus élevée.

Étant donné qu'une onde de matière *pénètre* dans les murs d'un puits fini, la longueur d'onde λ pour tout état quantique donné est plus grande quand l'électron est emprisonné dans un puits fini que lorsqu'il l'est dans un puits infini. Alors, l'équation 10.3 montre que l'énergie E d'un électron dans un état donné est plus basse dans le puits fini que dans le puits infini.

On peut ainsi créer un diagramme approximatif représentant les niveaux d'énergie d'un électron emprisonné dans un puits fini. Par exemple, on peut tracer un diagramme approximatif du puits fini illustré dans la figure 10.8, d'une largeur $L = 100$ pm et d'une profondeur $U_0 = 450$ eV. Considérez la figure 10.3, qui présente le diagramme des niveaux d'énergie d'un puits *infini* ayant cette largeur. On enlève d'abord la partie de cette figure se trouvant au-dessus de 450 eV. On abaisse ensuite les trois niveaux d'énergie résiduels, en abaissant davantage le niveau de $n = 3$ parce que la fuite de l'onde dans les murs est maximale quand $n = 3$. Le résultat est approximativement le diagramme des niveaux d'énergie dans le puits fini. Le vrai diagramme est présenté dans la figure 10.9.

D'après cette figure, un électron possédant une énergie supérieure à U_0 (= 450 eV) est trop énergique pour être piégé dans le puits fini. Il n'est donc pas confiné et son énergie n'est pas quantifiée ; son énergie n'est donc pas restreinte à certaines valeurs. Pour atteindre cette partie *non quantifiée* du diagramme des niveaux d'énergie, donc pour être libre, un électron piégé doit, d'une manière ou d'une autre, acquérir suffisamment d'énergie pour posséder une énergie mécanique de 450 eV ou plus.

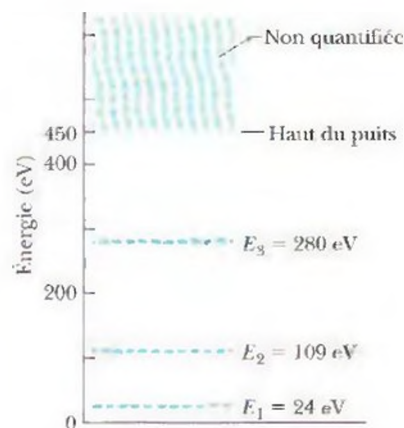


Figure 10.9 Le diagramme des niveaux d'énergie correspondant aux densités de probabilité de la figure 10.8. Si un électron est piégé dans le puits de potentiel fini, il ne peut avoir que les énergies correspondant à $n = 1$, $n = 2$ et $n = 3$. S'il possède une énergie de 450 eV ou plus, il n'est pas piégé et son énergie n'est pas quantifiée.

Exemple 10.4

Supposez qu'un puits fini $U_0 = 450$ eV et $L = 100$ pm confine un électron dans son état fondamental.

a) Quelle est la longueur d'onde de la lumière qui permet à l'électron de quitter tout juste le puits de potentiel à l'aide de l'absorption d'un seul photon ?

SOLUTION : Le premier concept clé utilisé ici est le suivant : pour que l'électron s'échappe du puits de potentiel, il doit acquérir suffisamment d'énergie pour atteindre la région d'énergie non quantifiée de la figure 10.9. Il doit donc posséder éventuellement une énergie minimale de U_0 (= 450 eV). Le deuxième concept clé est que l'électron est initialement à son état fondamental et possède une énergie $E_1 = 24$ eV. Donc, pour se libérer à peine, il doit acquérir une énergie de

$$U_0 - E_1 = 450 \text{ eV} - 24 \text{ eV} = 426 \text{ eV}.$$

S'il acquiert cette énergie de la lumière, il doit absorber un photon la possédant. Selon l'équation 10.6, si on remplace f par c/λ, on peut écrire

$$\frac{hc}{\lambda} = U_0 - E_1,$$

dont on obtient

$$\lambda = \frac{hc}{U_0 - E_1}$$
$$= \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})}{(426\ \text{eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})}$$
$$= 2{,}92 \times 10^{-9}\ \text{m} = 2{,}92\ \text{nm}. \qquad \text{(réponse)}$$

Donc, si l'électron absorbe un photon d'une lumière ayant une longueur d'onde de 2,92 nm, il s'échappe tout juste du puits de potentiel.

b) L'électron initialement à l'état fondamental peut-il absorber de la lumière d'une longueur d'onde de 2,00 nm ? Si oui, quelle est son énergie finale ?

SOLUTION : Voici les concepts clés.

1. En a), on a déterminé que la lumière de 2,92 nm suffira juste à libérer l'électron du puits de potentiel.
2. On est ici en présence de lumière d'une longueur d'onde inférieure, soit 2,00 nm, donc d'une énergie supérieure par photon ($hf = hc/\lambda$).
3. Par conséquent, l'électron *peut* absorber un photon de cette lumière. Non seulement le transfert d'énergie libérera l'électron mais, en outre, il lui fournira davantage d'énergie cinétique. De plus, étant donné que l'électron n'est plus emprisonné, son énergie n'est plus quantifiée et son énergie cinétique n'est soumise à aucune restriction.

L'énergie transférée à l'électron est l'énergie d'un photon :

$$hf = h\frac{c}{\lambda} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(3{,}00 \times 10^8\ \text{m/s})}{2{,}00 \times 10^{-9}\ \text{m}}$$
$$= 9{,}95 \times 10^{-17}\ \text{J} = 622\ \text{eV}.$$

Selon les données obtenues en a), l'énergie nécessaire pour tout juste libérer l'électron du puits de potentiel est $U_0 - E_1$ (= 426 eV). L'énergie résiduelle des 622 eV se transforme en énergie cinétique. Donc, l'énergie cinétique de l'électron libéré est

$$K = hf - (U_0 - E_1)$$
$$= 622\ \text{eV} - 426\ \text{eV} = 196\ \text{eV}. \qquad \text{(réponse)}$$

10.6 D'autres pièges à électron

On étudiera maintenant trois types de pièges à électron artificiels.

Les nanocristallites

Il s'agit peut-être de la méthode la plus directe pour fabriquer un puits d'énergie potentielle en laboratoire et préparer un échantillon d'une matière semi-conductrice sous forme d'une poudre de petits granules (à l'échelle du nanomètre) de taille homogène. Chacun de ces granules (chaque **nanocristallite**) agit comme un puits de potentiel pour les électrons qui y sont piégés.

L'équation 10.4 révèle qu'on peut augmenter l'énergie de l'état fondamental d'un électron piégé dans un puits infini en réduisant la largeur L de ce puits. C'est aussi vrai pour les puits formés par les nanocristallites individuelles. Donc, plus la nanocristallite est petite, plus l'énergie de son état fondamental est élevée ou, autrement dit, plus l'énergie de seuil pour l'absorption des photons est élevée.

Si on dirige la lumière du Soleil sur une poudre de nanocristallites, les cristallites peuvent absorber tous les photons possédant une énergie supérieure à un certain seuil E_{seuil} (= hf_{seuil}). Donc, elles peuvent absorber la lumière d'une longueur d'onde *inférieure* à un certain seuil λ_{seuil}, où

$$\lambda_{seuil} = \frac{c}{f_{seuil}} = \frac{hc}{E_{seuil}}. \qquad (10.19)$$



Figure 10.10 Deux échantillons de séléniure de cadmium, un semi-conducteur, ne différant que par la taille de leurs granules. Chaque granule sert de piège à électron. Les granules de l'échantillon du haut sont plus gros que ceux de l'échantillon du bas ; par conséquent, ils présentent de plus petits espaces entre les niveaux d'énergie et une énergie de seuil pour l'absorption de photons plus basse. L'échantillon diffuse alors la lumière non absorbée à une longueur d'onde supérieure et paraît rouge. L'échantillon du bas paraît jaune en raison de ses petits granules et, par conséquent, des espaces plus grands qu'il contient entre les niveaux d'énergie et d'une énergie de seuil plus élevée pour l'absorption de lumière.

Puisque la lumière non absorbée est diffusée, la poudre de nanocristallites diffusera toutes les longueurs d'ondes supérieures à λ_{seuil}.

On voit l'échantillon de poudre grâce à la lumière qu'il diffuse vers les yeux. Donc, en contrôlant la taille des nanocristallites formant un échantillon, on peut contrôler les longueurs d'onde de la lumière diffusée et, par conséquent, la couleur de l'échantillon.

La figure 10.10 montre deux échantillons d'un semi-conducteur nommé séléniure de cadmium, chacun étant constitué d'une poudre de nanocristallites de taille homogène. L'échantillon du haut diffuse la lumière à l'extrémité rouge du spectre. L'échantillon du bas diffère de celui du haut *seulement* par la taille de ses nanocristallites, qui sont plus petites. C'est pourquoi son seuil d'énergie E_{seuil} est supérieur et, selon l'équation 10.19, sa longueur d'onde de seuil λ_{seuil} est plus courte. L'échantillon prend une couleur ayant une plus courte longueur d'onde (ici, le jaune). Le contraste frappant entre les deux échantillons est une preuve indéniable de la quantification des énergies des électrons piégés et de la dépendance de ces énergies à l'égard de la taille du piège à électron.

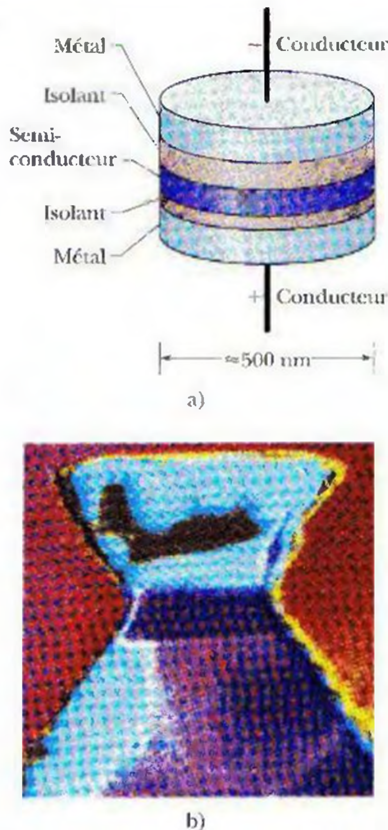


Figure 10.11 Un point quantique, ou « atome artificiel » a) Une couche semi-conductrice centrale forme un puits d'énergie potentielle où les électrons sont piégés. La couche isolante du bas est suffisamment mince pour permettre un ajout ou un retrait des électrons à la couche centrale par effet tunnel si une tension appropriée est appliquée entre les conducteurs. b) Une photographie d'un point quantique réel. La bande violette centrale est la zone de confinement des électrons.

Les points quantiques

Les techniques très avancées qui servent à fabriquer des circuits intégrés peuvent également servir à la construction, atome par atome, de puits d'énergie potentielle individuels qui se comportent, sous plusieurs aspects, comme des atomes artificiels. Ces **points quantiques,** comme on les appelle habituellement, peuvent avoir des applications prometteuses en optique électronique et en technologie informatique.

Pour fabriquer un tel appareil, on forme un « sandwich » en insérant une fine couche d'un matériau semi-conducteur, montrée en violet dans la figure 10.11 a), entre deux couches isolantes, dont l'une est beaucoup plus mince que l'autre. Des couvercles de métal munis de fils conducteurs recouvrent les extrémités. On choisit les matériaux de façon à ce que l'énergie potentielle d'un électron se trouvant dans la couche centrale soit inférieure à ce qu'elle est dans les deux couches isolantes, pour que la couche centrale agisse comme un puits d'énergie potentielle. La figure 10.11 b) est une photographie d'un véritable point quantique ; la zone violette est le puits où les électrons individuels peuvent être emprisonnés.

Dans la figure 10.11 a), la couche isolante du bas (non pas celle du haut) est suffisamment mince pour permettre aux électrons de la traverser par effet tunnel si on applique une tension appropriée entre les conducteurs. Ainsi, on peut contrôler le nombre d'électrons confinés dans le puits. Ce montage se comporte en effet comme un atome artificiel, et a comme caractéristique qu'il permet de contrôler le nombre d'électrons qu'il contient. On peut construire des points quantiques en réseaux bidimensionnels qui pourraient former la base de systèmes informatiques à grande vitesse et à grande capacité de mémoire.

Les coraux quantiques

Quand un microscope à effet tunnel (décrit dans la section 9.10 et dans la figure 9.17) est en marche, sa sonde exerce une petite force sur des atomes isolés pouvant se situer sur une surface régulière. En manipulant soigneusement la position de la sonde, on peut « traîner » de tels atomes isolés sur la surface pour les placer où l'on veut. Cette technique a permis aux scientifiques du Almaden Research Center de IBM de déplacer des atomes de fer sur une surface de cuivre soigneusement préparée pour les disposer en un cercle qu'ils ont appelé **corail quantique.** La photo d'ouverture du chapitre en montre le résultat. Chaque atome de fer formant le cercle est niché dans un vide de la surface de cuivre, équidistant des trois atomes de cuivre voisins les plus proches. Ce corail a été fabriqué à basse température (environ 4 K) pour réduire la tendance des atomes de fer à se déplacer aléatoirement sur la surface sous l'influence de leurs énergies thermiques.

Les ondulations à l'intérieur du corail sont causées par les ondes de matière associées aux électrons qui peuvent se déplacer à la surface du cuivre, mais qui sont emprisonnés dans le corail. Les dimensions des ondulations concordent fort bien avec les prédictions de la théorie quantique.

10.7 Les pièges à électron bidimensionnels et tridimensionnels

Dans la prochaine section, on étudiera l'atome d'hydrogène constituant un puits de potentiel fini à trois dimensions. Pour se préparer à cette étude, on peut élargir l'analyse des puits de potentiel infini à deux et à trois dimensions.

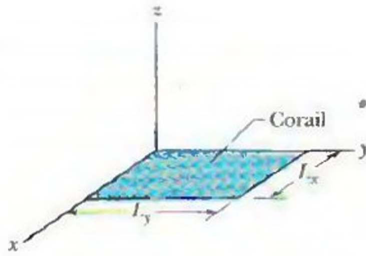


Figure 10.12 Un corail rectangulaire – version bidimensionnelle du puits de potentiel infini de la figure 10.2 – dont les largeurs sont L_x et L_y

Le corail rectangulaire

La figure 10.12 montre une surface rectangulaire dans laquelle un électron peut être confiné ; il s'agit de la version bidimensionnelle de la figure 10.2 – un puits de potentiel bidimensionnel dont les largeurs sont L_x et L_y. Un tel puits est appelé *corail* rectangulaire. Ce corail peut se trouver à la surface d'un corps qui contraint, d'une manière ou d'une autre, le mouvement d'électron parallèle à l'axe des z ; il empêche donc l'électron de quitter la surface. Vous devez imaginer des fonctions d'énergie potentielle infinie (comme $U(x)$ à la figure 10.2) sur tous les côtés du corail, ce qui permet d'y emprisonner l'électron.

La solution de l'équation de Schrödinger relativement au corail rectangulaire de la figure 10.12 révèle que, pour que l'électron soit emprisonné, son onde de matière doit entrer dans chacune des deux largeurs de manière indépendante, tout comme l'onde de matière d'un électron emprisonné doit entrer dans un puits infini à une dimension. Cela signifie que l'onde est quantifiée séparément selon la largeur L_x et selon la largeur L_y. Soit n_x le nombre quantique de l'onde de matière selon la largeur L_x et n_y celui de l'onde de matière selon la largeur L_y. Comme dans le cas d'un puits à une dimension, ces nombres quantiques ne peuvent être que des entiers positifs.

L'énergie de l'électron dépend des nombres quantiques, ainsi que de la somme de l'énergie qu'il posséderait s'il était confiné au seul axe des x et de l'énergie qu'il posséderait s'il était confiné au seul axe des y. À l'aide de l'équation 10.4, on peut écrire cette somme ainsi :

$$E_{n_x,n_y} = \left(\frac{h^2}{8mL_x^2}\right)n_x^2 + \left(\frac{h^2}{8mL_y^2}\right)n_y^2 = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2}\right). \qquad (10.20)$$

Les exigences quant à l'excitation et à la désexcitation de l'électron par absorption et émission d'un photon sont les mêmes que dans le cas des pièges à une dimension. La seule différence importante dans le cas du corail à deux dimensions est que l'énergie d'un état donné dépend de deux nombres quantiques (n_x et n_y) au lieu d'un seul (n). En général, des états différents (affichant différentes paires de valeurs pour n_x et n_y) possèdent des énergies différentes. Cependant, dans certains cas, des états différents peuvent posséder la même énergie. On dit alors que ces états (et leurs niveaux d'énergie) sont ***dégénérés***. Il ne peut pas y avoir d'états dégénérés dans les puits à une dimension.

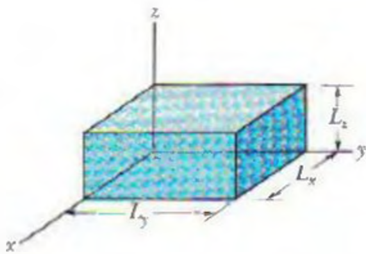


Figure 10.13 Une boîte rectangulaire – version tridimensionnelle du puits de potentiel infini de la figure 10.2 – ayant les largeurs L_x, L_y et L_z

La boîte rectangulaire

Un électron peut également être emprisonné dans un puits de potentiel infini à trois dimensions – une *boîte*. Si la boîte est rectangulaire, comme dans la figure 10.13, l'équation de Schrödinger révèle qu'on peut décrire l'énergie de l'électron ainsi :

$$E_{n_x,n_y,n_z} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2}\right). \qquad (10.21)$$

Ici, n_z est un troisième nombre quantique correspondant à l'onde de matière selon la largeur L_z.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 : Dans la notation de l'équation 10.20, laquelle des valeurs suivantes représente l'énergie de l'état fondamental d'un électron dans un corail rectangulaire : $E_{0,0}$, $E_{1,0}$, $E_{0,1}$ ou $E_{1,1}$?

Exemple 10.5

Un électron est emprisonné dans un corail carré constituant un puits de potentiel à deux dimensions (figure 10.12) où $L_x = L_y$.

a) Déterminez les énergies des cinq plus bas niveaux d'énergie de l'électron, puis représentez-les dans un diagramme.

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : étant donné que l'électron est emprisonné dans un puits bidimensionnel rectangulaire, son énergie dépend de deux nombres quantiques, n_x et n_y, selon l'équation 10.20. Puisque le puits est carré, on peut dire que les largeurs sont $L_x = L_y = L$.

TABLEAU 10.1 Niveaux d'énergie

n_x	n_y	Énergie*	n_x	n_y	Énergie*
1	3	10	2	4	20
3	1	10	4	2	20
2	2	8	3	3	18
1	2	5	1	4	17
2	1	5	4	1	17
1	1	2	2	3	13
			3	2	13

* En multiples de $h^2/8mL^2$

On simplifie ensuite l'équation 10.20, qui devient

$$E_{n_x,n_y} = \frac{h^2}{8mL^2}(n_x^2 + n_y^2). \qquad (10.22)$$

Les états d'énergie les plus bas correspondent aux petites valeurs des nombres quantiques n_x et n_y, qui sont les nombres entiers positifs 1, 2, ... Si on remplace n_x et n_y par ces nombres entiers dans l'équation 10.22, en commençant par la valeur la plus basse, 1, on peut obtenir les valeurs d'énergie données dans le tableau 10.1. On peut voir dans ce tableau que plusieurs des paires de nombres quantiques (n_x, n_y) ont la même énergie. Par exemple, les états (1, 2) et (2, 1) possèdent tous deux une énergie de $5(h^2/8mL^2)$. Chacune de ces paires est associée à des niveaux d'énergie dégénérés. Notez également, ce qui peut paraître étonnant, que les états (4, 1) et (1, 4) possèdent moins d'énergie que l'état (3, 3).

À l'aide du tableau 10.1 (où les niveaux dégénérés sont soigneusement notés), on peut construire le diagramme des niveaux d'énergie de la figure 10.14.

b) Sous forme d'un multiple de $h^2/8mL^2$, quelle est la différence d'énergie entre l'état fondamental et le troisième état excité de l'électron ?

SOLUTION : Dans la figure 10.14, on constate que l'état fondamental est l'état (1, 1), qui a une énergie de $2(h^2/8mL^2)$. On constate aussi que le troisième état excité (troisième état en haut de l'état fondamental dans le diagramme des niveaux d'énergie) constitue les états dégénérés (1, 3) et (3, 1), qui ont une énergie de $10(h^2/8mL^2)$. Donc, la différence ΔE entre ces deux états est

$$\Delta E = 10\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) - 2\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right) = 8\left(\frac{h^2}{8mL^2}\right). \qquad \text{(réponse)}$$

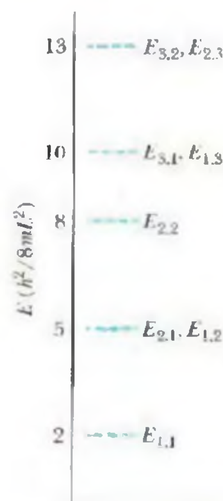


Figure 10.14 Exemple 10.5 Diagramme des niveaux d'énergie

10.8 L'atome d'hydrogène

Nous sommes maintenant prêts à étudier un électron lié à un atome. Nous choisissons l'atome le plus simple, l'hydrogène. Cet atome est constitué d'un seul électron (charge $-e$) lié à un noyau central, formé d'un seul proton (charge $+e$), qui sont liés par la force attractive coulombienne qui agit entre eux. L'atome d'hydrogène, comme tous les atomes, est un piège à électron ; il confine son unique électron dans une région de l'espace. Selon le principe de confinement, on s'attend à ce que l'électron ne puisse se trouver que dans un ensemble discret d'états quantiques possédant chacun une énergie donnée. On veut ici déterminer les énergies et les fonctions d'onde de ces états.

Dans le chapitre 4 du volume 2, on a formulé l'équation 4.43 relative à l'énergie potentielle (électrique) d'un système formé de deux particules possédant les charges q_1 et q_2 :

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r},$$

où r est la distance qui sépare les particules. Dans le cas de l'atome d'hydrogène, on peut décrire l'énergie potentielle ainsi :

$$U = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(e)(-e)}{r} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}. \qquad (10.23)$$

La courbe de la figure 10.15 illustre le puits de potentiel tridimensionnel où l'électron de l'atome d'hydrogène est confiné. Ce puits diffère du puits fini illustré dans la figure 10.7 de la manière suivante : dans le cas de l'atome d'hydrogène, U a une valeur négative pour toutes les valeurs de r parce qu'on a (arbitrairement) choisi que le zéro d'énergie potentielle correspond à $r \to \infty$. Dans le cas du puits fini de la figure 10.7, cependant, on a choisi (également de façon arbitraire) d'attribuer la valeur nulle d'énergie potentielle à la région interne du puits.

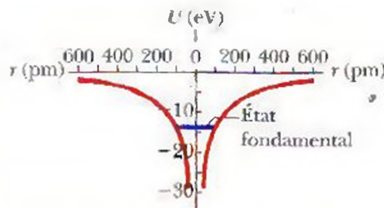


Figure 10.15 L'énergie potentielle U d'un atome d'hydrogène en fonction de la distance r qui sépare l'électron du proton central. La courbe est illustrée deux fois (à gauche et à droite) pour aider la visualisation du puits à trois dimensions à symétrie sphérique dans lequel l'électron est confiné.

Pour obtenir les états quantiques de l'atome d'hydrogène et leurs énergies, on doit résoudre l'équation de Schrödinger, en y remplaçant l'expression de l'énergie potentielle donnée à l'équation 10.23. Cependant, étant donné que l'électron qui se trouve dans l'atome d'hydrogène est emprisonné dans un puits à trois dimensions, il faut utiliser une forme tridimensionnelle de l'équation de Schrödinger. Avant d'étudier ces états quantiques, nous présentons une brève revue historique.

Aperçu historique

Dans le premier quart du XXe siècle, un des principaux problèmes de la physique était le suivant : quelle est la structure de l'atome ? Il y avait beaucoup de résultats expérimentaux qui n'avaient pas encore d'explication. En particulier, on savait que les atomes émettaient et absorbaient de la lumière à des longueurs d'onde bien définies. La figure 10.16 illustre les spectres d'émission de quelques éléments. Ces spectres peuvent être observés à l'aide d'un réseau, qui sépare les différentes raies de la lumière émise par une lampe à décharge contenant un gaz. En particulier, le spectre de l'hydrogène contient quatre raies dans le visible.

La figure 10.17 a) illustre une portion, qu'on appelle la série de Balmer, du spectre d'émission de l'hydrogène. La figure 10.17 b) montre schématiquement que la série de Balmer n'est qu'une partie du spectre d'émission de l'hydrogène, constituée de plusieurs séries discrètes, chacune portant le nom d'un chercheur qui l'a découverte ou qui l'a expliquée. Remarquez que chaque série occupe une section finie du spectre électromagnétique. Pour la série de Balmer, la raie qui a la plus grande longueur d'onde est une raie rouge et sa longueur d'onde est $\lambda = 656{,}3$ nm. La limite de la série du côté des petites longueurs d'onde est marquée d'une flèche et correspond à une longueur d'onde $\lambda = 364{,}6$ nm, qui se trouve dans l'ultraviolet.

Les physiciens de l'époque, qui travaillaient à partir des fréquences plutôt que des longueurs d'onde des raies, essayèrent de relier ces fréquences aux fréquences d'un électron orbitant autour du noyau. Malheureusement, ce « modèle planétaire » de l'atome ne peut expliquer le spectre de l'atome d'hydrogène sans introduire de nouvelles hypothèses. Regardons pourquoi.

Une particule chargée accélérée doit émettre de l'énergie sous forme d'ondes électromagnétiques. Un exemple bien connu est l'énergie émise par un émetteur radio muni d'une antenne émettrice. L'énergie est produite par les charges qui oscillent dans l'antenne. Un électron, supposé décrire une orbite circulaire autour du noyau atomique, subit une accélération centripète comme tout corps qui décrit un arc de cercle. De tels électrons en orbite, en émettant leur énergie, décriraient des spirales et tomberaient très rapidement sur le noyau. Un modèle atomique basé sur un électron classique qui orbite autour d'un noyau prédit donc un spectre continu et des orbites instables.

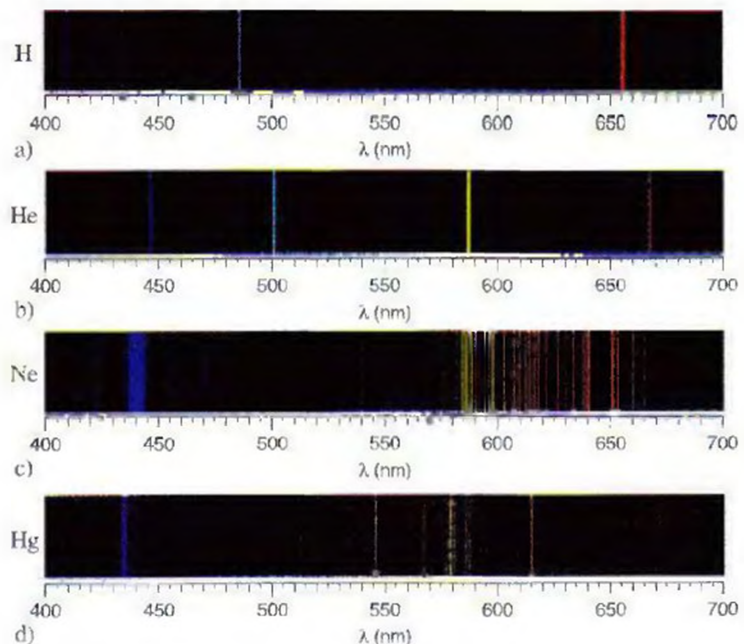


Figure 10.16 Spectres d'émission a) de l'hydrogène, b) de l'hélium, c) du néon et d) du mercure

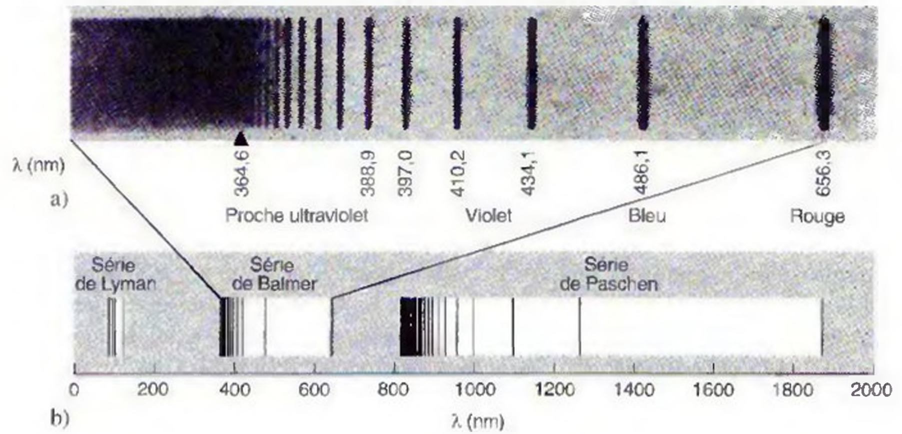


Figure 10.17 a) Une série de raies spectrales, appelée la série de Balmer, émises par l'atome d'hydrogène dans le visible et dans l'ultraviolet b) Un spectre plus étendu de l'atome d'hydrogène, qui inclut la série de Lyman et la série de Paschen. Deux autres séries, la série de Brackett et la série de Pfund, existent dans l'infrarouge lointain, à des longueurs d'onde trop grandes pour être illustrées dans cette figure.

Le modèle de Bohr

En 1913, plus d'une décennie avant que la mécanique quantique ne soit introduite par Heisenberg et Shrödinger, le physicien danois Niels Bohr a proposé un modèle pour l'atome d'hydrogène qui repose sur une combinaison astucieuse de la mécanique classique et d'idées déjà existantes de la physique quantique. Même si le modèle de Bohr a ensuite été remplacé par un modèle quantique complet, il a quand même beaucoup stimulé les découvertes qui suivirent.

Même si Bohr savait que d'après la mécanique classique, les orbites d'électrons n'étaient pas stables, il s'est posé une question. « Qu'est-ce qui se passerait si la mécanique classique était incorrecte et que les orbites étaient stables ? » Selon le langage moderne, on peut formuler le premier postulat de Bohr de la façon suivante :

> Les électrons d'un atome peuvent exister dans des états stables dont l'énergie est fixe, sans rayonner de l'énergie.

D'un seul coup, Bohr a introduit le concept d'état quantique, un concept dont on s'est servi depuis le début de ce chapitre dans l'étude des pièges à électron.

Bohr a alors introduit un second postulat audacieux :

> Un atome émet (ou absorbe) du rayonnement à une fréquence bien déterminée lorsqu'un électron de cet atome se déplace d'un état quantique à un autre état quantique.

Ce postulat est équivalent à ce qui a été formulé à la section 10.3 au sujet d'un électron piégé. La fréquence du photon émis (ou absorbé) est donnée par l'équation 10.6 :

$$hf = \frac{hc}{\lambda} = \Delta E = E_{n_i} - E_{n_f}. \qquad (10.24)$$

où h est la constante de Planck et E_{n_i} et E_{n_f} sont respectivement les énergies des états initial et final (où E_{n_i} et E_{n_f} sont inversées dans l'équation 10.24 quand le photon est absorbé).

Avec ces hypothèses, Bohr réduisit le problème de l'atome d'hydrogène à la détermination des états quantiques et de leurs énergies. À partir des énergies des états, les fréquences, et donc les longueurs d'onde, du spectre peuvent être calculées à l'aide de l'équation 10.24.

La quantification de l'énergie pour un électron qui se déplace autour du noyau en formant des orbites circulaires implique que le moment cinétique L est quantifié. Pour que le modèle de Bohr donne les bonnes longueurs d'onde pour le spectre de l'atome d'hydrogène, le moment cinétique doit être un multiple entier de la constante de Planck réduite :

$$L_n = mv_n r_n = n\hbar, \qquad (10.25)$$

où n est le nombre quantique ($n > 0$) qui décrit les états quantiques, m est la masse de l'électron, et r_n et v_n sont respectivement le rayon de l'orbite et le module de la vitesse de l'électron dans l'état quantique n.

En appliquant la mécanique classique au mouvement de l'électron, on peut obtenir le rayon et l'énergie des orbites de l'électron autour du proton. Son mouvement est un mouvement circulaire causé par la force coulombienne exercée par le proton. Cette force est donc une force centripète ($F = mv^2/r$). À l'aide de l'équation 1.4 du volume 2, on obtient :

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2}. \tag{10.26}$$

Si on utilise l'équation 10.25 pour remplacer v et qu'on isole r, on obtient (avec $\hbar = h/2\pi$) :

$$\frac{m}{r_n}\left(\frac{n^2h^2}{4\pi^2m^2r_n^2}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n^2}$$

$$\Rightarrow r_n = \left(\frac{h^2\varepsilon_0}{\pi me^2}\right)n^2 = an^2. \tag{10.27}$$

La constante $a = h^2\varepsilon_0/(\pi me^2) = 5{,}29 \times 10^{-11}$ m $= 52{,}9$ pm est appelée le **rayon de Bohr** et représente le rayon de l'orbite de l'état fondamental dans le modèle de Bohr. Donc, l'électron peut être sur une orbite de rayon a, ou $4a$, ou $9a$, ..., mais il ne peut pas, par exemple, être sur une orbite de rayon $2a$ ou de rayon $6{,}2a$.

On peut ensuite calculer l'énergie mécanique de l'électron en additionnant son énergie cinétique ($K = mv^2/2$) à son énergie potentielle, donnée par l'équation 10.23 :

$$E_n = \frac{mv_n^2}{2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_n}.$$

Selon l'équation 10.26, $mv^2 = e^2/(4\pi\varepsilon_0 r)$. Si on insère la quantification du rayon de l'orbite, selon l'équation 10.27, on obtient l'énergie des états quantiques :

$$\begin{aligned}E_n &= \frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\\ &= -\frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n}\\ &= -\frac{1}{2}\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi me^2}{h^2\varepsilon_0 n^2}\right).\end{aligned}$$

Après simplification, on obtient :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{13{,}6\text{ eV}}{n^2}. \tag{10.28}$$

Les énergies sont négatives parce que la configuration correspondant à une énergie nulle a été choisie comme la configuration où l'électron est à une très grande distance du noyau et au repos. On vérifie facilement que l'équation 10.28 mène à $E_n = 0$ pour $r \to \infty$, c'est-à-dire $n \to \infty$. Bohr et plusieurs autres physiciens ont utilisé ce modèle atomique pour obtenir des informations sur l'atome d'hydrogène. On peut aussi généraliser le modèle aux éléments ionisés qui ne contiennent qu'un électron (He^+, Li^{++}, ...). Le noyau a alors une charge Ze, où Z est le numéro atomique. Le rayon et l'énergie des états sont alors :

$$\begin{aligned}r_n &= \left(\frac{h^2\varepsilon_0}{\pi mZe^2}\right)n^2 = \frac{an^2}{Z}\\ E_n &= -\frac{mZ^2e^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{(13{,}6\text{ eV})Z^2}{n^2}\end{aligned} \tag{10.29}$$

Lorsque Bohr a établi son modèle de l'atome d'hydrogène, l'équation de Shrödinger n'avait pas encore été avancée et le principe d'incertitude n'était pas connu. Les seuls outils quantiques qu'il avait à sa disposition étaient le concept de quantification

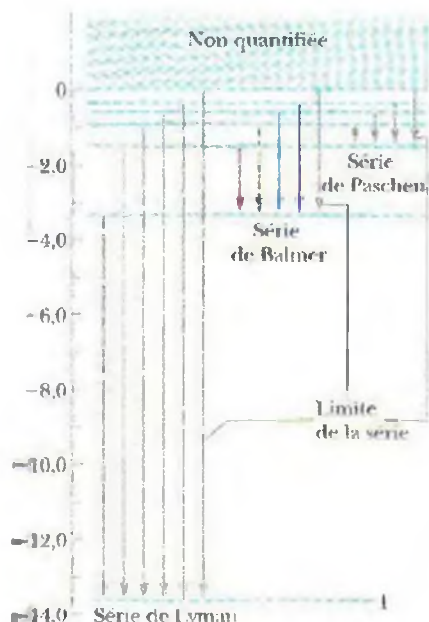


Figure 10.18 Un diagramme illustrant quelques-uns des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène, selon l'équation 10.28. Les transitions sont groupées en série, chacune portant le nom d'une personne.

de Planck et le concept de photon d'Einstein. Il est alors normal que quelques-unes des conclusions du modèle de Bohr soient fausses. Par exemple, on n'imagine plus que l'électron d'un atome se déplace sur des orbites bien définies. L'idée même d'orbites n'est pas compatible avec le principe d'incertitude de Heisenberg car cela implique qu'une particule ayant une quantité de mouvement fixe occupe à un instant une position bien définie ; or, ces deux quantités (la position et la quantité de mouvement) ne peuvent être connues avec une précision infinie de façon simultanée. Malheureusement, l'image courante de l'atome continue de répandre ce modèle orbital incorrect.

Cependant, plusieurs des prédictions du modèle de Bohr sont valides. L'équation de l'énergie des états quantiques de l'atome d'hydrogène (l'équation 10.28) est la même que celle qu'on obtient en résolvant l'équation de Shrödinger. De plus, le concept d'états quantiques d'énergie fixe et l'équation donnant la fréquence des raies (l'équation 10.24) font partie des fondements de la mécanique quantique. La quantification du moment cinétique est aussi un résultat important, même si l'équation 10.25 sera modifiée par la théorie de Shrödinger.

La figure 10.18 illustre les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène calculés à l'aide de l'équation 10.28. Les lignes verticales correspondent aux transitions, groupées selon les différentes séries. Remarquez que chaque série de raies spectrales correspond à différentes valeurs de n_i pour le même état final n_f. Par exemple, les raies spectrales pour lesquelles l'état final de l'électron est $n_f = 2$ forment la série de Balmer. La flèche rouge représente la raie de Balmer ayant la plus grande longueur d'onde et correspond à la transition de $n_i = 3$ à $n_f = 2$. La limite inférieure correspond à la transition de $n_i = \infty$ à $n_f = 2$. La série de Lyman est caractérisée par l'état final $n_f = 1$ alors que la série de Paschen correspond à l'état final $n_f = 3$. Il existe deux autres séries non illustrées : la série de Brackett correspond à $n_f = 4$ et la série de Pfund correspond à $n_f = 5$. Les raies d'émissions correspondantes sont dans l'infrarouge.

Exemple 10.6

a) Quelle est la longueur d'onde de la lumière dans le cas du photon le moins énergique émis dans la série de Lyman des raies spectrales de l'atome d'hydrogène ?

SOLUTION : Le premier concept clé utilisé ici est le suivant : dans toute série, la transition qui produit le photon le moins énergique est la transition entre le niveau de référence qui définit la série et le niveau se trouvant immédiatement au-dessus. Un deuxième concept clé est que, dans la série de Lyman, le niveau de référence est $n_f = 1$ (figure 10.18). Donc, la transition qui produit le photon le moins énergique est celle qui va du niveau $n_i = 2$ au niveau $n_f = 1$. Selon l'équation 10.28, la différence d'énergie est

$$\Delta E = E_2 - E_1 = -(13{,}6\text{ eV})\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{1^2}\right) = 10{,}2\text{ eV}.$$

Puis, selon l'équation 10.24 ($\Delta E = hf$), si c/λ remplace f, on a

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})(3{,}00 \times 10^8\text{ m/s})}{(10{,}2\text{ eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\text{ J/eV})}$$
$$= 1{,}22 \times 10^{-7}\text{ m} = 122\text{ nm}. \quad \text{(réponse)}$$

La lumière ayant cette longueur d'onde se situe dans l'ultraviolet.

b) Quelle est la longueur d'onde de la limite de la série de Lyman ?

SOLUTION : Ici, le concept clé est que la limite de la série correspond à la transition entre le niveau $n_i = \infty$ et le niveau de référence ($n_f = 1$ dans la série de Lyman). Selon l'équation 10.28, la différence d'énergie relative à cette transition est

$$\Delta E = E_\infty - E_1 = -(13{,}6\text{ eV})\left(\frac{1}{\infty^2} - \frac{1}{1^2}\right)$$
$$= -(13{,}6\text{ eV})(0 - 1) = 13{,}6\text{ eV}.$$

La longueur d'onde correspondante est déterminée comme en a), et est

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$$
$$= \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\text{ J}\cdot\text{s})(3{,}00 \times 10^8\text{ m/s})}{(13{,}6\text{ eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\text{ J/eV})}$$
$$= 9{,}14 \times 10^{-8}\text{ m} = 91{,}4\text{ nm}. \quad \text{(réponse)}$$

La lumière ayant cette longueur d'onde se situe également dans l'ultraviolet.

TABLEAU 10.2 Nombres quantiques de l'atome d'hydrogène

Symbole	Nom	Valeurs possibles
n	Nombre quantique principal	$1, 2, 3, \ldots$
l	Nombre quantique orbital	$0, 1, 2, \ldots, n-1$
m_l	Nombre quantique magnétique	$-l, -(l-1), \ldots, +(l-1), +l$

Les nombres quantiques de l'atome d'hydrogène

Nous discutons maintenant la solution de l'équation de Shrödinger lorsque la fonction énergie potentielle est donnée par l'équation 10.23, qui est produite par l'interaction coulombienne entre l'électron et le proton. Nous ne donnerons pas ici les détails de la solution mathématique, qui dépassent largement le niveau de ce texte. Les valeurs d'énergies sont les mêmes que celles prévues par le modèle de Bohr, données par l'équation 10.28. Par la suite, nous donnons les solutions pour les fonctions d'onde.

Bien que les énergies caractérisant les états de l'atome d'hydrogène puissent être décrites complètement par le nombre quantique n, les fonctions d'onde décrivant ces états nécessitent trois nombres quantiques correspondant aux trois dimensions où l'électron peut se déplacer. Ces trois nombres quantiques figurent, accompagnés de leurs noms, dans le tableau 10.2.

Chaque ensemble de nombres quantiques (n, l, m_l) décrit la fonction d'onde d'un état quantique particulier. Le nombre quantique n, appelé **nombre quantique principal,** apparaît dans l'équation 10.28, qui donne l'énergie de l'état. Le **nombre quantique orbital** l est une mesure du module du moment cinétique associé à l'état quantique. Le **nombre quantique magnétique** m_l est associé à l'orientation dans l'espace de son vecteur moment cinétique. Les restrictions relatives aux valeurs des nombres quantiques de l'atome d'hydrogène, comme l'indique le tableau 10.2, ne sont pas arbitraires ; elles viennent plutôt de la solution de l'équation de Schrödinger. Notez que, dans le cas de l'état fondamental ($n = 1$), les restrictions commandent que $l = 0$ et $m_l = 0$. Autrement dit, l'atome d'hydrogène qui est à son état fondamental possède un moment cinétique nul.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 5 :** a) Un groupe d'états quantiques de l'atome d'hydrogène correspond à $n = 5$. Combien de valeurs de l sont possibles pour les états de ce groupe ? b) Un sous-groupe d'états de l'atome d'hydrogène contenu dans le groupe $n = 5$ correspond à $l = 3$. Combien de valeurs de m_l sont possibles pour les états de ce sous-groupe ?

La fonction d'onde de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène

En résolvant l'équation tridimensionnelle de Schrodinger et en normalisant le résultat, on obtient la fonction d'onde suivante pour l'état fondamental de l'atome d'hydrogène :

$$\psi(r) = \frac{1}{\sqrt{\pi}a^{3/2}} e^{-r/a} \quad \text{(l'état fondamental).} \qquad (10.30)$$

Ici, $a = 52{,}9$ pm est le **rayon de Bohr,** qui a été introduit à l'équation 10.27. Ce rayon est grossièrement considéré comme le rayon réel d'un atome d'hydrogène et s'avère une unité commode de longueur pour les cas mettant en jeu des dimensions atomiques.

Comme dans le cas des autres fonctions d'onde, $\psi(r)$ de l'équation 10.30 n'a pas de signification physique, mais $\psi^2(r)$ en a une. Il s'agit de la densité de probabilité (probabilité par unité de volume) que l'électron puisse être détecté. Plus spécifiquement, $\psi^2(r)\,dV$ est la probabilité que l'électron puisse être détecté dans un élément de volume dV (infinitésimal) situé à un rayon r du centre de l'atome :

$$\begin{pmatrix}\text{probabilité de détection}\\ \text{dans le volume } dV\\ \text{au rayon } r\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{densité de probabilité}\\ \psi^2(r)\\ \text{au rayon } r\end{pmatrix} (\text{volume } dV) \qquad (10.31)$$

Ici, puisque $\psi^2(r)$ dépend seulement de r, il est logique de choisir, comme élément de volume dV, un volume contenu entre deux sphères creuses concentriques de rayons r et $r + dr$. C'est donc dire qu'on détermine l'élément de volume dV ainsi :

$$dV = (4\pi r^2)\,dr, \qquad (10.32)$$

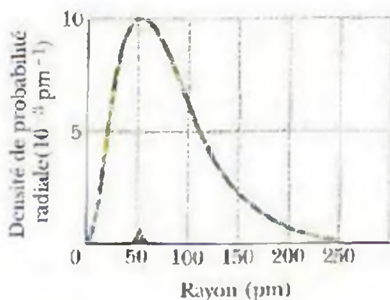


Figure 10.19 Un graphique de la densité de probabilité radiale $P(r)$ lorsque l'atome d'hydrogène est à l'état fondamental. La marque triangulaire se trouve à un rayon de Bohr de l'origine, qui représente le centre de l'atome.

où $4\pi r^2$ est l'aire de la sphère creuse interne et dr est la distance radiale qui sépare les deux sphères creuses. Si on combine ensuite les équations 10.30, 10.31 et 10.32, on obtient

$$\begin{pmatrix}\text{probabilité de détection}\\ \text{dans le volume } dV\\ \text{au rayon } r\end{pmatrix} = \psi^2(r)\,dV = \frac{4}{a^3}e^{-2r/a}r^2\,dr. \qquad (10.33)$$

Il est plus facile de décrire la probabilité de détection si on utilise une **densité de probabilité radiale** $P(r)$ au lieu d'une densité de probabilité $\psi^2(r)$. La grandeur $P(r)$ est une probabilité par unité de longueur telle que

$$\begin{pmatrix}\text{densité de probabilité}\\ \text{radiale } P(r)\\ \text{au rayon } r\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{largeur}\\ \text{radiale } dr\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{densité de probabilité}\\ \psi^2(r)\\ \text{au rayon } r\end{pmatrix}(\text{volume } dV)$$

ou

$$P(r)\,dr = \psi^2(r)\,dV. \qquad (10.34)$$

Si on y remplace $\psi^2(r)\,dV$ par son expression dans l'équation 10.33, on obtient

$$P(r) = \frac{4}{a^3}r^2e^{-2r/a}$$

(la densité de probabilité radiale, l'état fondamental de l'atome d'hydrogène). (10.35)

La figure 10.19 est une représentation graphique de l'équation 10.35. L'aire sous la courbe est l'unité ; c'est donc dire que

$$\int_0^\infty P(r)\,dr = 1. \qquad (10.36)$$

Cette équation indique simplement que, dans un atome d'hydrogène, l'électron doit se trouver *quelque part* dans l'espace entourant le noyau.

La marque triangulaire sur l'axe horizontal de la figure 10.19 se trouve à un rayon de Bohr de l'origine. Le graphique indique que, dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, c'est à cette distance du centre de l'atome que l'électron est le plus susceptible de se trouver.

La figure 10.19 contredit clairement l'idée populaire qui veut que les électrons suivent des orbites bien définies dans les atomes, comme le font les planètes autour du Soleil. *Cette idée, bien que courante, est erronée.* La figure 10.19 indique tout ce qu'on ne saura jamais sur la position de l'électron dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène. La question appropriée n'est pas « à quel instant l'électron arrivera-t-il à tel ou tel point ? », mais plutôt « quelles sont les chances que l'électron soit détecté dans un petit volume centré à tel ou tel point ? ». La figure 10.20, qu'on peut qualifier de diagramme de points, suggère la nature probabiliste de la fonction d'onde et fournit un modèle mental utile de l'atome d'hydrogène dans son état fondamental. Imaginez l'atome dans cet état comme une balle de peluche au contour mal défini et sans signe d'orbite.

Il n'est pas facile pour un débutant d'imaginer les particules subatomiques de cette manière probabiliste. Cette difficulté découle d'une tendance naturelle à imaginer un électron comme un minuscule pois se trouvant à certains endroits à certains instants et suivant une trajectoire bien définie. Les électrons et les autres particules élémentaires ne se comportent tout simplement pas ainsi.

L'énergie de l'état fondamental, déterminée en insérant $n = 1$ dans l'équation 10.28, est $E_1 = -13{,}6$ eV. Vous obtenez la fonction d'onde de l'équation 10.30 si vous résolvez l'équation de Schrödinger avec cette valeur d'énergie. En fait, vous pouvez trouver une solution à l'équation de Schrödinger pour *toute* valeur d'énergie, par exemple $E = -11{,}6$ eV ou $-14{,}3$ eV. Cela peut suggérer que les énergies des états de l'atome d'hydrogène ne sont pas quantifiées, mais on sait qu'elles le sont.

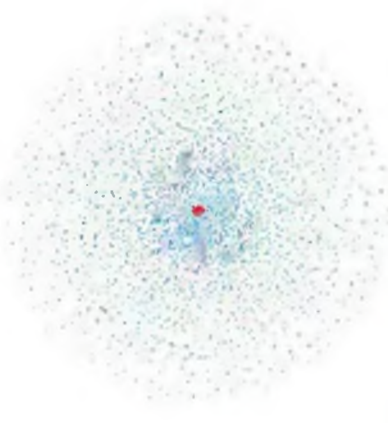


Figure 10.20 Un « diagramme de points » illustrant la densité de probabilité $\psi^2(r)$ (non pas la densité de probabilité *radiale* $P(r)$) lorsque l'atome d'hydrogène est à l'état fondamental. La densité des points chute de manière exponentielle avec l'augmentation de la distance par rapport au noyau, représenté ici par un point rouge. Un tel diagramme fournit une image mentale du « nuage électronique » d'un atome.

Ce casse-tête a été résolu quand les physiciens ont constaté que ces solutions de l'équation de Schrödinger ne sont pas acceptables du point de vue de la physique parce qu'elles donnent de grandes valeurs croissantes quand $r \to \infty$. Ces « fonctions d'onde » montrent qu'on a plus de chances de détecter l'électron loin du noyau que près du noyau, ce qui n'a aucun sens. On se débarrasse de ces solutions non désirées en imposant des conditions dites **aux limites**, qui consistent à accepter seulement les solutions de l'équation de Schrödinger pour lesquelles $\psi(r) \to 0$ quand $r \to \infty$; c'est-à-dire qu'on n'accepte de travailler qu'avec des électrons *confinés*. Compte tenu de cette restriction, les solutions de l'équation de Schrödinger forment un ensemble discret, comportant des énergies quantifiées déterminées par l'équation 10.28.

Exemple 10.7

Démontrez que la densité de probabilité radiale de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène est maximale à $r = a$.

SOLUTION : Un premier concept clé est que la densité de probabilité radiale d'un atome d'hydrogène à l'état fondamental est déterminée par l'équation 10.35,

$$P(r) = \frac{4}{a^3} r^2 e^{-2r/a}.$$

Un deuxième concept clé est que, pour déterminer le maximum (ou le minimum) d'une fonction, il faut la dériver et attribuer la valeur zéro au résultat. Si on dérive $P(r)$ par rapport à r en utilisant la dérivée 7 de l'annexe D et la règle pour dériver les produits, on obtient

$$\begin{aligned}\frac{dP}{dr} &= \frac{4}{a^3} r^2 \left(\frac{-2}{a}\right) e^{-2r/a} + \frac{4}{a^3}(2r) e^{-2r/a} \\ &= \frac{8r}{a^3} e^{-2r/a} - \frac{8r^2}{a^4} e^{-2r/a} \\ &= \frac{8}{a^4} r(a - r) e^{-2r/a}.\end{aligned}$$

Si on attribue la valeur zéro au membre de droite, on obtient une équation vérifiée si $r = a$. Autrement dit, dP/dr est égal à zéro quand $r = a$. (Notez qu'on a aussi $dP/dr = 0$ à $r = 0$ et à $r = \infty$. Cependant, ces conditions correspondent à un minimum dans $P(r)$, comme on peut le voir dans la figure 10.19.)

Exemple 10.8

On peut démontrer que la probabilité $p(r)$ que l'électron d'un atome d'hydrogène à l'état fondamental soit détecté dans une sphère de rayon r est déterminée par

$$p(r) = 1 - e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2),$$

où x, grandeur sans dimension, est égal à r/a. Déterminez r lorsque $p(r) = 0{,}90$.

SOLUTION : Ici, le concept clé est qu'on n'est pas sûr de détecter l'électron à une distance radiale r particulière du centre de l'atome d'hydrogène. Cependant, grâce à la fonction donnée, on peut calculer la probabilité que l'électron soit détecté *quelque part* dans une sphère de rayon r. On cherche le rayon de la sphère où $p(r) = 0{,}90$. Si on insère cette valeur dans l'expression de $p(r)$, on obtient

$$0{,}90 = 1 - e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2)$$

ou

$$10e^{-2x}(1 + 2x + 2x^2) = 1.$$

On doit trouver la valeur de x qui correspond à cette égalité. Il n'est pas possible d'isoler x, mais un résolveur d'équations de calculatrice donne $x = 2{,}66$. Cela signifie que le rayon d'une sphère à l'intérieur de laquelle la probabilité de détection de l'électron serait de 90 % est $2{,}66a$. Marquez cette position sur l'axe horizontal de la figure 10.19 ; s'agit-il d'une réponse vraisemblable ?

TABLEAU 10.3 Les nombres quantiques des états de l'atome d'hydrogène quand $n = 2$

n	l	m_l
2	0	0
2	1	+1
2	1	0
2	1	−1

Les états de l'atome d'hydrogène quand $n = 2$

Selon les données du tableau 10.2, il y a quatre états de l'atome d'hydrogène quand $n = 2$; leurs nombres quantiques sont présentés dans le tableau 10.3. Prenez d'abord l'état où $n = 2$ et $l = m_l = 0$; sa densité de probabilité est représentée par le diagramme de points de la figure 10.21. Notez que ce diagramme, comme celui de l'état fondamental illustré dans la figure 10.20, a une symétrie sphérique. C'est-à-dire que, dans un système de coordonnées sphérique comme celui défini dans la figure 10.22, la densité de probabilité est fonction de la seule coordonnée radiale r et est indépendante des coordonnées angulaires θ et ϕ.

On constate que tous les états quantiques, quand $l = 0$, possèdent des fonctions d'onde qui ont une symétrie sphérique. C'est vraisemblable parce que le nombre quantique l est une mesure du moment cinétique associé à un état donné. Si $l = 0$, le moment cinétique est également nul, ce qui fait que la densité de probabilité représentant l'état n'a pas d'axe de symétrie prédominant.



Figure 10.21 Un diagramme de points illustrant la densité de probabilité $\psi^2(r)$ de l'atome d'hydrogène dans l'état quantique où $n = 2$, $l = 0$ et $m_l = 0$. Le diagramme a une symétrie sphérique, par rapport au noyau central. L'espace vide dans le motif de densité marque une surface sphérique où $\psi^2(r) = 0$.

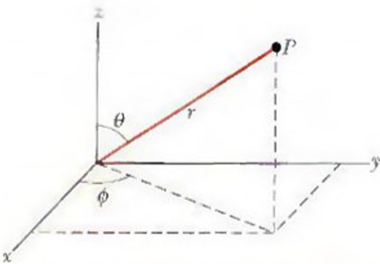


Figure 10.22 La relation entre les coordonnées x, y et z du système de coordonnées cartésien et les coordonnées r, θ et ϕ du système de coordonnées sphérique. Ce dernier est plus approprié dans l'analyse des situations mettant en jeu la symétrie sphérique, comme dans le cas de l'atome d'hydrogène.

La figure 10.23 représente les diagrammes de points de $\psi^2(r, \theta)$ des trois états quand $n = 2$ et $l = 1$. Les densités de probabilité de ces états quand $m_l = +1$ et $m_l = -1$ sont identiques. Bien que ces diagrammes soient symétriques par rapport à l'axe des z, ils n'ont *pas* de symétrie sphérique, c'est-à-dire que les densités de probabilité de ces trois états sont fonction de r et de la coordonnée angulaire θ.

Voici un casse-tête : qu'est-ce qui, dans l'atome d'hydrogène, établit l'axe de symétrie si évident de la figure 10.23 ? Réponse : *absolument rien*.

La solution de ce casse-tête apparaît quand on constate que les trois états illustrés dans la figure 10.23 possèdent tous la même énergie. Rappelez-vous que l'énergie d'un état, déterminée par l'équation 10.28, dépend seulement du nombre quantique principal n et est indépendante de l et de m_l. En fait, dans le cas d'un atome d'hydrogène *isolé*, il n'y a aucun moyen expérimental de distinguer les trois états illustrés dans la figure 10.23.

Si on additionne les densités de probabilité des 3 états où $n = 2$ et $l = 1$, la densité de probabilité combinée se révèle avoir la symétrie sphérique, sans axe unique. On peut alors penser que l'électron passe le tiers de son temps dans chacun des 3 états illustrés dans la figure 10.23, et on peut imaginer la somme pondérée des 3 fonctions d'onde indépendantes comme la définition d'une **sous-couche** à symétrie sphérique, décrite par les nombres quantiques $n = 2$, $l = 1$. Les états individuels révéleront leur existence distincte seulement si on place l'atome d'hydrogène dans un champ électrique ou magnétique. Les 3 états de la sous-couche $n = 2$, $l = 1$ auront alors différentes énergies, et l'orientation du champ établira l'axe de symétrie nécessaire.

L'état $n = 2$, $l = 0$, dont la densité de probabilité est illustrée dans la figure 10.21, possède *également* la même énergie que chacun des 3 états illustrés dans la figure 10.23. On peut imaginer que les quatre états dont les nombres quantiques sont nommés dans le tableau 10.3 forment une **couche** symétrique sphérique, décrite uniquement par le nombre quantique n. L'importance des couches et des sous-couches vous deviendra évidente dans le chapitre 11, où vous étudierez les atomes possédant plus d'un électron.

Pour compléter l'image qu'on se fait de l'atome d'hydrogène, on observe, dans la figure 10.24, un diagramme de points de la densité de probabilité radiale d'un état de l'atome d'hydrogène ayant un nombre quantique relativement élevé ($n = 45$) et le nombre quantique orbital le plus élevé permis par les restrictions du tableau 10.2 ($l = n - 1 = 44$). La densité de probabilité radiale forme un anneau symétrique autour de l'axe des z, anneau *qui repose très près du plan des xy*. Le rayon moyen du rayon est n^2a, où a est le rayon de Bohr. Ce rayon moyen représente plus de 2 000 fois le rayon réel de l'atome d'hydrogène à l'état fondamental.

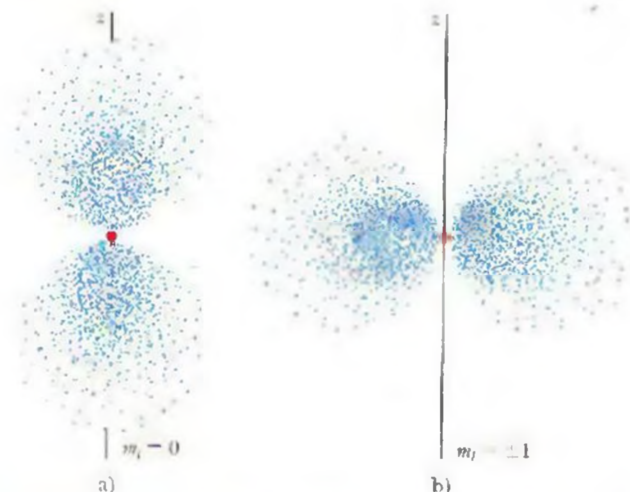


Figure 10.23 Diagrammes de points de la densité de probabilité $\psi^2(r, \theta)$ de l'atome d'hydrogène dans les états où $n = 2$ et $l = 1$ a) Diagramme de $m_l = 0$ b) Diagramme de $m_l = +1$ et $m_l = -1$. Ces deux diagrammes montrent que la densité de probabilité est symétrique par rapport à l'axe des z.

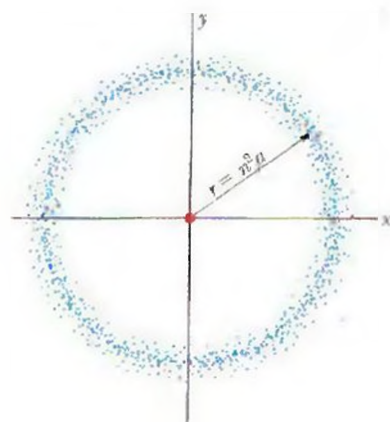


Figure 10.24 Un diagramme de points de la densité de probabilité radiale $P(r)$ de l'atome d'hydrogène dans un état quantique ayant un nombre quantique principal relativement élevé (à savoir $n = 45$) et un nombre quantique de moment cinétique $l = n - 1 = 44$. Les points se trouvent près du plan des xy ; l'anneau de points suggère une orbite électronique classique.

La figure 10.24 laisse penser que l'électron suit une orbite décrite par la physique classique. On est donc en présence d'une autre illustration du principe de correspondance de Bohr – à savoir que, en présence d'un nombre quantique élevé, les prédictions de la mécanique quantique correspondent de plus en plus à celles de la physique classique. Imaginez l'aspect d'un diagramme de points comme celui de la figure 10.24 dans le cas de valeurs *très* élevées de n et de l : $n = 1\,000$ et $l = 999$, par exemple.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Le principe de confinement Le **principe de confinement** s'applique aux ondes de toutes sortes, y compris les ondes dans une corde et les ondes de matière décrites en physique quantique. Selon ce principe, le confinement mène à une quantification – c'est-à-dire à l'existence d'états discrets possédant des énergies discrètes.

L'électron dans un puits de potentiel infini Un puits de potentiel infini est un appareil permettant de confiner un électron. En se fondant sur le principe de confinement, on s'attend à ce que l'onde de matière représentant un électron emprisonné ne puisse exister que dans un ensemble d'états discrets. Dans le cas d'un puits de potentiel infini, les énergies associées à ces *états quantiques* sont

$$E_n = \left(\frac{h^2}{8mL^2}\right)n^2, \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{10.4}$$

où L est la largeur du puits et n est un **nombre quantique.** Pour que l'électron passe d'un état à un autre, son énergie doit varier d'une quantité

$$\Delta E = E_{haut} - E_{bas}, \tag{10.5}$$

où E_{haut} est l'énergie la plus élevée et E_{bas} est l'énergie la plus basse. Si la variation se fait par absorption ou émission d'un photon, l'énergie de ce dernier doit être

$$hf = \Delta E = E_{haut} - E_{bas}. \tag{10.6}$$

Les **fonctions d'onde** associées aux états quantiques sont

$$\psi_n(x) = A\sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{10.10}$$

La **densité de probabilité** $\psi_n^2(x)$ d'un état possible a comme signification, en physique, que $\psi_n^2(x)\,dx$ est la probabilité que l'électron soit détecté dans la zone située entre x et $x + dx$. Dans le cas d'un électron se trouvant dans un puits infini, les densités de probabilité sont

$$\psi_n^2(x) = A^2\sin^2\left(\frac{n\pi}{L}x\right), \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{10.12}$$

En présence de nombres quantiques élevés n, l'électron tend à adopter un comportement classique en ce sens qu'il tend à occuper toutes les parties du puits avec une probabilité uniforme. Ce fait mène au **principe de correspondance** : quand les nombres quantiques sont suffisamment élevés, les prédictions de la physique quantique correspondent de plus en plus à celles de la physique classique.

La normalisation et l'énergie de l'état fondamental On peut déterminer la constante de normalisation A de l'équation 10.12 à l'aide de l'**équation de normalisation,**

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^2(x)\,dx = 1, \tag{10.14}$$

qui montre que l'électron doit se trouver *quelque part* dans le puits, car la probabilité 1 implique la certitude.

L'équation 10.14 mène à la constatation que la plus basse énergie permise dans le cas de l'électron n'est pas nulle, mais qu'elle est l'énergie qui correspond à $n = 1$. Cette énergie la plus faible, par ailleurs, correspond à l'**énergie de l'état fondamental** du système électron-puits.

L'électron dans un puits de potentiel fini Un puits de potentiel fini en est un où l'énergie potentielle d'un électron s'y trouvant est inférieure d'une quantité finie U_0 à celle d'un électron se trouvant à l'extérieur. La fonction d'onde d'un électron piégé dans un tel puits pénètre dans les murs.

Les pièges à électron bidimensionnels et tridimensionnels Les énergies quantifiées d'un électron piégé dans un puits de potentiel bidimensionnel infini qui forme un corail rectangulaire sont

$$E_{n_x,n_y} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2}\right), \tag{10.20}$$

où n_x est un nombre quantique décrivant la direction parallèle à la largeur L_x du puits, et n_y est un nombre quantique correspondant à la direction parallèle à la largeur L_y du puits. De même, les énergies d'un électron emprisonné dans un puits de potentiel tridimensionnel infini qui forme une boîte rectangulaire sont

$$E_{n_x,n_y,n_z} = \frac{h^2}{8m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2}\right). \tag{10.21}$$

Ici, n_z est un troisième nombre quantique décrivant la direction parallèle à la largeur L_z du puits.

L'atome d'hydrogène La fonction d'énergie potentielle pour l'atome d'hydrogène est

$$U = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}. \tag{10.23}$$

Les énergies des états quantiques de l'atome d'hydrogène sont déterminées par la forme tridimensionnelle de l'équation de Schrödinger ou par le modèle de Bohr :

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{13{,}6\text{ eV}}{n^2}, \quad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots, \tag{10.28}$$

où n est le **nombre quantique principal.** La description complète de l'atome d'hydrogène nécessite trois nombres quantiques ; leurs noms et leurs valeurs possibles sont présentés dans le tableau 10.2.

La **densité de probabilité radiale** $P(r)$ d'un état de l'atome d'hydrogène est définie de telle sorte qu'elle est la probabilité que l'électron soit détecté entre deux sphères creuses concentriques qui sont centrées au noyau de l'atome et dont les rayons sont r et $r + dr$. Dans le cas de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène,

$$P(r) = \frac{4}{a^3}r^2e^{-2r/a}. \tag{10.35}$$

où a, le **rayon de Bohr,** est une unité de longueur d'une valeur de 52,9 pm. La figure 10.19 est une représentation graphique de $P(r)$ de l'état fondamental.

Les figures 10.21 et 10.23 représentent les densités de probabilité (non pas les densités de probabilité *radiale*) des 4 états de l'atome d'hydrogène quand $n = 2$. Le graphique de la figure 10.21 ($n = 2, l = 0, m_l = 0$) a une symétrie sphérique. Les graphiques de la figure 10.23 ($n = 2, l = 1, m_l = 0, +1, -1$) sont symétriques par rapport à l'axe des z, mais, additionnés, ils ont aussi une symétrie sphérique.

Quand $n = 2$, les 4 états ont tous la même énergie et peuvent pratiquement être considérés comme une **couche**, nommée couche $n = 2$. Les 3 états de la figure 10.23, pris ensemble, peuvent être considérés comme la **sous-couche** $n = 2, l = 1$. Il est impossible de séparer les 4 états $n = 2$ expérimentalement, à moins que l'atome d'hydrogène ne se trouve dans un champ électrique ou magnétique, pour établir un axe de symétrie défini.

QUESTIONS

1. Si vous doublez la largeur d'un puits de potentiel infini unidimensionnel, a) l'énergie de l'état fondamental de l'électron emprisonné est-t-elle multipliée par 4, par 2, par $\frac{1}{2}$, par $\frac{1}{4}$ ou par un autre nombre ? b) Les énergies des états supérieurs sont-elles multipliées par ce facteur ou par un autre, selon leur nombre quantique ?

2. Trois électrons sont piégés dans trois différents puits infinis à une dimension dont les largeurs sont a) 50 pm, b) 200 pm et c) 100 pm. Classez ces électrons selon les énergies de leur état fondamental, en commençant par l'énergie la plus élevée.

3. Si vous vouliez utiliser le piège idéalisé de la figure 10.1 pour emprisonner un positron, auriez-vous besoin de modifier a) la géométrie du piège, b) le potentiel électrique du cylindre central ou c) les potentiels électriques des deux cylindres semi-infinis des extrémités ? (Un positron possède la même masse qu'un électron, mais est chargé positivement.)

4. Un électron est emprisonné dans un puits de potentiel infini à une dimension dans un état où $n = 17$. Combien de points de a) probabilité nulle et b) de probabilité maximale son onde de matière possède-t-elle ?

5. La figure 10.25 illustre trois puits de potentiel infini, chacun sur un axe des x. Sans calcul explicite, déterminez la fonction d'onde ψ d'un électron à l'état fondamental piégé dans chaque puits.

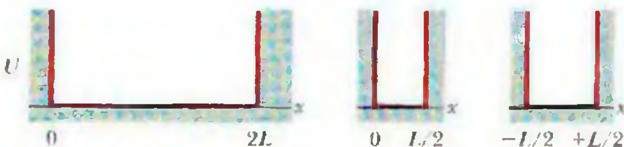


Figure 10.25 Question 5

6. La figure 10.26 donne les niveaux d'énergie les plus bas (en électronvolts) dans cinq cas où un électron est piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension. Dans les puits B, C, D et E, l'électron est dans l'état fondamental. On excitera l'électron se trouvant dans le puits A pour le faire monter au quatrième état excité (à 25 eV). L'électron pourra alors se désexciter pour revenir à l'état fondamental en émettant un ou plusieurs photons, correspondant à une longue transition ou à plusieurs petites transitions. Quelles énergies de photons *émis* lors de cette désexcitation correspondent à une énergie d'un photon qui peut être *absorbé* (à partir de l'état fondamental) chez les quatre autres électrons ? Donnez les nombres quantiques qui y correspondent.

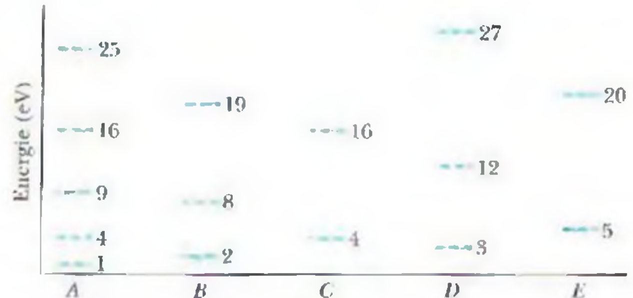


Figure 10.26 Question 6

7. L'énergie de l'état fondamental d'un proton emprisonné dans un puits de potentiel infini à une dimension est-elle supérieure, inférieure ou égale à celle d'un électron emprisonné dans le même puits de potentiel ?

8. Un proton et un électron sont piégés dans des puits de potentiel infini à une dimension identiques ; chaque particule est dans son état fondamental. Au centre des puits, la densité de probabilité du proton est-elle supérieure, inférieure ou égale à celle de l'électron ?

9. Vous voulez modifier le puits de potentiel fini de la figure 10.7 pour permettre à l'électron qu'il contient d'exister dans plus de trois états quantiques. a) Le ferez-vous en élargissant ou en amincissant le puits ? b) Le ferez-vous aussi en augmentant la profondeur du puits ou en la réduisant ?

10. Un électron est piégé dans un puits de potentiel fini suffisamment profond pour lui permettre d'exister dans un état où $n = 4$. Combien de points a) de probabilité nulle et b) de probabilité maximale son onde de matière possède-t-elle à l'intérieur du puits ?

11. En vous fondant sur un examen visuel de la figure 10.8, classez les nombres quantiques des trois états quantiques selon la longueur d'onde de de Broglie de l'électron, en commençant par la longueur d'onde ayant la plus grande valeur.

12. Un électron, piégé dans un puits de potentiel fini semblable à celui de la figure 10.7, est dans son état fondamental. a) Sa longueur d'onde de de Broglie, b) le module de sa quantité de mouvement et c) son énergie sont-elles supérieures, égales ou inférieures à ce qu'elles seraient si le puits de potentiel était infini, comme dans la figure 10.2 ?

13. Le tableau présente des nombres quantiques de cinq états de l'atome d'hydrogène proposés. Lesquels sont impossibles ?

	n	l	m_l
a)	3	2	0
b)	2	3	1
c)	4	3	−4
d)	5	5	0
e)	5	3	−2

14. En 1996, des physiciens travaillant dans un laboratoire contenant un accélérateur ont réussi à produire des atomes d'anti-hydrogène. Un tel atome est constitué d'un positron se déplaçant dans le champ électrique d'un antiproton. Un positron possède la même masse qu'un électron, mais a une charge opposée. Un antiproton possède la même masse qu'un proton, mais a une charge opposée. Selon vous, le spectre de l'anti-hydrogène est-il identique à celui de l'hydrogène normal, ou en est-il différent ?

15. a) À l'aide de la figure 10.18, qui est le diagramme des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène, vous pouvez démontrer que l'énergie du photon correspondant à la deuxième raie spectrale de la série de Lyman est égale à la somme des énergies des photons correspondant à deux autres raies. Quelles sont ces deux raies ? b) L'énergie du photon correspondant à la deuxième raie spectrale de la série de Lyman est aussi égale à la *différence* entre les énergies des photons correspondant à deux autres raies. Quelles sont *ces* raies ?

16. Un atome d'hydrogène est dans son troisième état excité. À quel état (donnez le nombre quantique n) devrait-il passer pour a) émettre une lumière ayant la plus grande longueur d'onde possible, b) émettre une lumière ayant la plus courte longueur d'onde possible et c) absorber la lumière ayant la plus grande longueur d'onde possible ?

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 10.3 Les énergies d'un électron piégé

1E. Quelle est l'énergie de l'état fondamental a) d'un électron et b) d'un proton si chacun est piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension d'une largeur de 100 pm ?

2E. Vous voulez réduire de moitié l'énergie de l'état fondamental d'un électron piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension. De quel facteur devez-vous modifier la largeur du puits de potentiel ?

3E. Imaginez qu'un noyau atomique est équivalent à un puits de potentiel infini à une dimension d'une largeur de $L = 1{,}4 \times 10^{-14}$ m, qui est le diamètre nucléaire moyen. Quelle serait l'énergie de l'état fondamental d'un électron piégé dans un tel puits de potentiel ? (*Note :* les noyaux ne contiennent pas d'électron.)

4E. Quelle doit être la largeur d'un puits de potentiel infini à une dimension pour qu'un électron qui y est piégé dans l'état $n = 3$ ait une énergie de 4,7 eV ?

5E. Un proton est confiné dans un puits de potentiel infini à une dimension d'une largeur de 100 pm. Quelle est l'énergie de son état fondamental ?

6E. L'énergie de l'état fondamental d'un électron piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension est de 2,6 eV. Quelle valeur aurait-elle si la largeur du puits de potentiel était doublée ?

7E. Un électron piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension d'une largeur de 250 pm se trouve dans son état fondamental. Quelle quantité d'énergie doit-il absorber pour monter à l'état où $n = 4$?

8P. Un électron est piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension. Quelle paire de niveaux d'énergie adjacents (le cas échéant) affiche une différence d'énergie égale à l'énergie de l'électron qui est dans l'état où a) $n = 5$ et b) où $n = 6$?

9P. Un électron est piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension. Démontrez que la différence d'énergie ΔE entre les niveaux quantiques n et $n + 2$ est $(h^2/2mL^2)(n + 1)$.

10P. Un électron est piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension. a) Quelle paire de niveaux d'énergie adjacents (le cas échéant) affichera trois fois la différence d'énergie qui existe entre les niveaux $n = 3$ et $n = 4$? b) Quelle paire (le cas échéant) affichera deux fois cette différence d'énergie ?

11P. Un électron est piégé dans un puits infini à une dimension d'une largeur de 250 pm, et il se trouve dans son état fondamental. S'il n'y a absorption que d'un seul photon, quelles sont les quatre plus grandes longueurs d'onde de la lumière pouvant l'exciter (par rapport à son état fondamental) ? www

12P. Supposez qu'un électron piégé dans un puits infini à une dimension d'une largeur de 250 pm passe de son premier état excité à son troisième état excité. a) En électronvolts, quelle énergie doit-il absorber pour effectuer cette transition quantique ? Si l'électron se désexcite ensuite en émettant de la lumière, b) quelles longueurs d'onde peut-il émettre et c) de quelle façon (et dans quel ordre) peut-il les émettre ? d) À l'aide d'un diagramme des niveaux d'énergie, illustrez les différentes façons possibles de désexciter l'électron.

13P. Un électron est confiné dans un mince tube vide d'une longueur de 3,0 m ; ce tube fonctionne comme un puits de potentiel infini à une dimension. a) En électronvolts, quelle est la différence d'énergie entre l'état fondamental de l'électron et son premier état excité ? b) À quel nombre quantique n la différence d'énergie entre des niveaux d'énergie adjacents serait-elle de 1,0 eV (qui est mesurable, contrairement au résultat de a]) ? À ce nombre quantique, c) quelle serait l'énergie de l'électron et d) celui-ci serait-il relativiste ?

SECTION 10.4 Les fonctions d'onde d'un électron piégé

14E. Un électron piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension d'une largeur L passe de son état fondamental à son premier état excité. Ce phénomène augmente-t-il, diminue-t-il ou laisse-t-il inchangée la probabilité de détecter l'électron dans un petit segment de l'axe des x a) au centre du puits et b) près de l'un des murs du puits ?

15E. Soit ΔE_{adj} la différence d'énergie entre deux niveaux d'énergie adjacents dans le cas d'un électron piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension. Soit E l'énergie de l'un des deux niveaux. a) Démontrez que le rapport $\Delta E_{adj}/E$ s'approche de la valeur $2/n$ quand le nombre quantique n a une valeur élevée. Quand $n \rightarrow \infty$, b) ΔE_{adj}, c) E ou d) $\Delta E_{adj}/E$ s'approchent-ils de zéro ? e) Que signifient ces résultats par rapport au principe de correspondance ?

16P. Une particule est confinée dans le puits de potentiel infini à une dimension de la figure 10.2. Si la particule se trouve dans son état

fondamental, quelle est la probabilité de la détecter entre a) $x = 0$ et $x = 0,25L$, b) $x = 0,75L$ et $x = L$ et c) $x = 0,25L$ et $x = 0,75L$?

17P. Un électron est piégé dans un puits de potentiel infini à une dimension d'une largeur de 100 pm ; il est dans son état fondamental. Quelle est la probabilité de le détecter dans une largeur de $\Delta x = 5,0$ pm centrée à $x =$ a) 25 pm, b) 50 pm et c) 90 pm ? (*Indice* : la largeur Δx est si mince que vous pouvez considérer que la densité de probabilité y est constante.)

SECTION 10.5 Un électron dans un puits fini

18E. a) Démontrez que les termes de l'équation de Schrödinger (équation 10.18) possèdent les mêmes dimensions. b) Quelle est l'unité SI commune à chacun de ces termes ?

19E. Un électron dans l'état $n = 2$ se trouve dans le puits de potentiel fini illustré dans la figure 10.7 : il absorbe une énergie de 400 eV d'une source externe. Quelle est son énergie cinétique après cette absorption, en supposant qu'il se déplace vers une position où $x > L$?

20E. La figure 10.9 présente les niveaux d'énergie d'un électron piégé dans un puits d'énergie potentielle fini d'une profondeur de 450 eV. Si l'électron est dans l'état $n = 3$, quelle est son énergie cinétique ?

21P. Comme le suggère la figure 10.8, la densité de probabilité de la région $x > L$ dans le puits de potentiel fini de la figure 10.7 chute de manière exponentielle selon

$$\psi^2(x) = Ce^{-2kx},$$

où C est une constante. a) Démontrez que la fonction d'onde $\psi(x)$ qu'on peut déterminer à l'aide de cette équation est une solution de l'équation de Schrödinger à une dimension. b) Quelle doit être la valeur de k pour que ce soit vrai ?

22P. Comme le suggère la figure 10.8, la densité de probabilité pour un électron se trouvant dans la région $0 < x < L$ à l'intérieur du puits de potentiel fini illustré dans la figure 10.7 est sinusoïdale, puisqu'elle est donnée par

$$\psi^2(x) = B\sin^2 kx,$$

où B est une constante. a) Démontrez que la fonction d'onde $\psi(x)$ qu'on peut déterminer à l'aide de cette équation est une solution de l'équation de Schrödinger à une dimension. b) Quelle doit être la valeur de k pour que ce soit vrai ?

23P. Démontrez que, dans la région $x > L$ du puits de potentiel fini de la figure 10.7, $\psi(x) = De^{kx}$ est une solution de l'équation de Schrödinger à une dimension, où D est une constante et k a une valeur positive. Sur quoi se base-t-on pour affirmer que cette solution mathématiquement acceptable est physiquement inacceptable ? www

SECTION 10.7 Les pièges à électron bidimensionnels et tridimensionnels

24E. Un électron est confiné dans le corail rectangulaire illustré dans la figure 10.12 ; ses largeurs sont $L_x = 800$ pm et $L_y = 1\,600$ pm. Quelle est l'énergie, en électronvolts, de l'état fondamental de l'électron ?

25E. Un électron est confiné dans la boîte rectangulaire illustrée dans la figure 10.13 : ses largeurs sont $L_x = 800$ pm, $L_y = 1\,600$ pm et $L_z = 400$ pm. Quelle est l'énergie, en électronvolts, de l'état fondamental de l'électron ?

26P. Un corail rectangulaire dont les largeurs sont $L_x = L$ et $L_y = 2L$ contient un électron. En multiples de $h^2/8mL^2$, où m est la masse de l'électron, quelles sont a) l'énergie de l'état fondamental de l'électron, b) l'énergie de son premier état excité, c) l'énergie de ses états dégénérés les plus bas et d) la différence entre les énergies de son deuxième et de son troisième état ?

27P. Dans le problème 26, quelle est la fréquence de la lumière que l'électron doit absorber ou émettre pour effectuer des transitions entre les cinq niveaux d'énergies les plus bas ? Exprimez votre réponse en multiples de $h/8mL^2$. www

28P. Une boîte cubique dont les largeurs sont $L_x = L_y = L_z = L$ contient un électron. En multiples de $h^2/8mL^2$, où m est la masse de l'électron, quelles sont a) l'énergie de l'état fondamental de l'électron, b) l'énergie de son deuxième état excité et c) la différence entre les énergies de ses deuxième et troisième états excités ? Combien d'états dégénérés possèdent l'énergie d) du premier état excité et e) du cinquième état excité ?

29P. Dans le cas énoncé dans le problème 28, quelle est la fréquence de la lumière que l'électron doit absorber ou émettre pour effectuer des transitions entre les cinq niveaux d'énergie les plus bas ? Exprimez votre réponse en multiples de $h/8mL^2$.

SECTION 10.8 L'atome d'hydrogène

30E. Prouvez que la constante apparaissant dans l'équation 10.28 est 13,6 eV.

31E. Un atome (qui n'est pas d'hydrogène) absorbe un photon dont la fréquence est $6,2 \times 10^{14}$ Hz. De quelle quantité l'énergie de l'atome augmente-t-elle ?

32E. Un atome (qui n'est pas d'hydrogène) absorbe un photon dont la longueur d'onde est de 375 nm, puis émet immédiatement un photon dont la longueur d'onde est de 580 nm. Quelle quantité d'énergie résultante l'atome absorbe-t-il durant cet événement ?

33E. Quel est le rapport entre la plus courte longueur d'onde de la série de Balmer et la plus courte longueur d'onde de la série de Lyman ?

34E. a) Quelle est l'énergie E de l'électron de l'atome d'hydrogène dont la densité de probabilité est représentée par le diagramme de points de la figure 10.21 ? b) Quelle quantité minimale d'énergie est nécessaire pour extraire cet électron de l'atome ?

35E. Quels sont a) l'énergie, b) le module de la quantité de mouvement et c) la longueur d'onde du photon émis quand un atome d'hydrogène passe d'un état où $n = 3$ à un autre où $n = 1$?

36E. Refaites les questions de l'exemple 10.6 en fonction de la série de Balmer de l'atome d'hydrogène.

37E. Un neutron possédant une énergie cinétique de 6,0 eV heurte un atome d'hydrogène immobile à son état fondamental. Dites pourquoi la collision doit être élastique ou, autrement dit, pourquoi l'énergie cinétique doit y être conservée. (*Indice* : démontrez que cette collision ne peut résulter d'une excitation de l'atome d'hydrogène.)

38E. Dans le cas de l'atome d'hydrogène à son état fondamental, calculez a) la densité de probabilité $\psi^2(r)$ et b) la densité de probabilité radiale $P(r)$ lorsque $r = a$, où a est le rayon de Bohr.

39E. Calculez la densité de probabilité radiale $P(r)$ de l'atome d'hydrogène à son état fondamental lorsque a) $r = 0$, b) $r = a$ et c) $r = 2a$, où a est le rayon de Bohr.

40E. Un atome d'hydrogène passe de son état fondamental à l'état où $n = 4$. a) Quelle quantité d'énergie doit-il absorber ? b) Calculez l'énergie des photons pouvant être émis quand l'électron regagne son état fondamental, puis représentez-les dans un diagramme de niveaux d'énergie.

41P. Quel travail faut-il effectuer pour séparer jusqu'à l'infini l'électron et le proton qui forment l'atome d'hydrogène si l'électron est initialement a) à son état fondamental et b) à l'état où $n = 2$?

42P. Un atome d'hydrogène, initialement au repos à l'état quantique $n = 4$, effectue une transition jusqu'à son état fondamental en émettant un photon. Quelle est la vitesse de recul de l'atome d'hydrogène ?

43P. Un atome d'hydrogène émet de la lumière d'une longueur d'onde de 486,1 nm. a) Quelle transition est responsable de ce rayonnement ? b) À quelle série cette transition appartient-elle ?

44P. Quelles sont les largeurs des intervalles de longueurs d'onde sur lesquels a) la série de Lyman et b) la série de Balmer s'étendent ? (Chaque largeur commence à la plus grande longueur d'onde et finit à la limite de la série.) c) Quelles sont les largeurs des intervalles de fréquences qui correspondent à ces intervalles de longueurs d'onde ? Exprimez les intervalles de fréquences en térahertz (1 THz = 10^{12} Hz).

45P. Dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, l'électron possède une énergie totale de $-13,6$ eV. Quelles sont a) son énergie cinétique et b) son énergie potentielle si l'électron se trouve à un rayon de Bohr du noyau central ?

46P. a) À l'aide du diagramme des niveaux d'énergie de la figure 10.18, déterminez les nombres quantiques correspondant à une transition au cours de laquelle la longueur d'onde du rayonnement émis est de 121,6 nm. b) À quelle série cette transition appartient-elle ?

47P. Un atome d'hydrogène dans un état possédant une *énergie de liaison* (énergie requise pour extraire un électron) de 0,85 eV effectue une transition vers un état qui a une *énergie d'excitation* (différence entre l'énergie de cet état et l'énergie de l'état fondamental) de 10,2 eV. a) Quelle est l'énergie du photon émis en raison de cette transition ? b) Identifiez cette transition à l'aide du diagramme des niveaux d'énergie de la figure 10.18.

48P. Vérifiez les longueurs d'onde présentées dans la figure 10.17 des raies spectrales visibles de la série de Balmer.

49P. Quelle est la probabilité de trouver l'électron à un rayon plus grand que le rayon de Bohr dans un atome d'hydrogène à son état fondamental ? (*Indice :* voir l'exemple 10.8.) www

50P. Un atome d'hydrogène émet de la lumière d'une longueur d'onde de 102,6 nm. Quels sont les nombres quantiques initial et final de la transition effectuée ?

51P. L'équation de Schrödinger appliquée aux états de l'atome d'hydrogène dont le nombre quantique orbital l est zéro est

$$\frac{1}{r^2}\frac{d}{dr}\left(r^2\frac{d\psi}{dr}\right)+\frac{8\pi^2 m}{h^2}[E-U(r)]\psi=0.$$

Démontrez que l'équation 10.30, qui décrit l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, est une solution de cette équation.

52P. Calculez la probabilité que l'électron de l'atome d'hydrogène, dans son état fondamental, se trouve entre les sphères creuses dont les rayons sont a et $2a$, où a est le rayon de Bohr. (*Indice :* voir l'exemple 10.8.)

53P. Démontrez que l'équation 10.35, qui donne la densité de probabilité radiale de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène, est normalisée. En d'autres mots, vérifiez que l'équation

$$\int_0^{\infty} P(r)dr = 1$$

est vraie.

54P. a) À une valeur donnée du nombre quantique principal n, combien de valeurs possibles le nombre quantique orbital l peut-il avoir ? b) À une valeur donnée de l, combien de valeurs possibles le nombre quantique magnétique m_l peut-il avoir ? c) À une valeur donnée de n, combien de valeurs possibles m_l peut-il avoir ?

55P. Quelle est la probabilité qu'un électron dans l'état fondamental de l'atome d'hydrogène se trouve entre deux sphères creuses dont les rayons sont r et $r + \Delta r$, a) si $r = 0,500a$ et $\Delta r = 0,010a$ et b) si $r = 1,00a$ et $\Delta r = 0,010a$, où a est le rayon de Bohr ? (*Indice :* Δr est suffisamment petit pour permettre à la densité de probabilité radiale d'être constante entre r et $r + \Delta r$.)

56P. Pour quelle valeur du nombre quantique principal n le rayon effectif serait-il de 1,0 mm, comme le montre un diagramme de points de l'atome d'hydrogène ? Supposez que l ait sa valeur maximale à $n - 1$. (*Indice :* revoyez la figure 10.24.)

57P*. Dans l'exemple 10.7, on a démontré que la densité de probabilité radiale de l'état fondamental de l'atome d'hydrogène est maximale quand $r = a$, où a est le rayon de Bohr. Démontrez que la valeur *moyenne* de r, décrite comme étant

$$r_{moy} = \int P(r)r\ dr,$$

est égale à $1,5a$. Dans cette expression de r_{moy}, chaque valeur de $P(r)$ est pondérée en fonction de la valeur de r où elle se trouve. Notez que la valeur moyenne de r est supérieure à la valeur de r pour laquelle $P(r)$ est un maximum.

58P. La fonction d'onde de l'état quantique de l'atome d'hydrogène correspondant au diagramme de points de la figure 10.21, où $n = 2$ et $l = m_l = 0$, est

$$\psi_{200}(r) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}}a^{-3/2}\left(2-\frac{r}{a}\right)e^{-r/2a},$$

où a est le rayon de Bohr et l'indice de $\psi(r)$ donne les valeurs des nombres quantiques n, l, m_l. a) Représentez graphiquement $\psi_{200}^2(r)$ et démontrez que votre graphique est cohérent avec le diagramme de points de la figure 10.21. b) Démontrez analytiquement que $\psi_{200}^2(r)$ a une valeur maximale à $r = 4a$. c) Déterminez la densité de probabilité radiale $P_{200}(r)$ de cet état. d) Démontrez que

$$\int_0^{\infty} P_{200}(r)\ dr = 1,$$

donc que l'expression donnée ci-dessus de la fonction d'onde $\psi_{200}(r)$ a été normalisée.

59P. Les fonctions d'onde des trois états des diagrammes de points illustrés dans la figure 10.23, où $n = 2$, $l = 1$ et $m_l = 0$, $+1$ et -1, sont

$$\psi_{210}(r, \theta) = (1/4\sqrt{2\pi})(a^{-3/2})(r/a)e^{-r/2a}\cos\theta,$$
$$\psi_{21+1}(r, \theta, \phi) = -(1/8\sqrt{\pi})(a^{-3/2})(r/a)e^{-r/2a}(\sin\theta)e^{+i\phi},$$
$$\psi_{21-1}(r, \theta, \phi) = (1/8\sqrt{\pi})(a^{-3/2})(r/a)e^{-r/2a}(\sin\theta)e^{-i\phi},$$

où les indices de $\psi(r, \theta, \phi)$ donnent les valeurs des nombres quantiques n, l, m_l, alors que les angles sont définis dans la figure 10.22. Notez que la première fonction d'onde est réelle, mais que les autres, qui mettent en jeu le nombre imaginaire i, sont complexes. a) Déterminez la densité de probabilité de chaque fonction d'onde et démontrez que chacune est cohérente par rapport à son diagramme de points de la figure 10.23. b) Additionnez les trois densités de probabilité calculées en a) et démontrez que leur somme a une symétrie sphérique, puisqu'elle ne dépend que de la coordonnée radiale r.

11 Les atomes

Peu après leur invention, dans les années 1960, les lasers sont devenus de nouvelles sources de lumière utilisées dans les laboratoires de recherches. Aujourd'hui, ils font l'objet de nombreuses applications et on les trouve dans tous les domaines, comme la transmission de la voix et de données, l'arpentage, la soudure et la lecture des codes à barres.

La photographie ci-contre montre une intervention chirurgicale effectuée à l'aide d'un faisceau laser transmis par fibres optiques. La lumière d'un laser, comme celle de toute autre source, est émise par des atomes.



Pourquoi alors la lumière d'un laser est-elle si différente ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.



Figure 11.1 Le point bleu est la photographie d'une lumière émise par un seul ion de baryum confiné durant une longue période dans un piège conçu à l'université de Washington. Des techniques spéciales ont amené l'ion à émettre encore et encore de la lumière en effectuant des transitions dans la même paire de niveaux d'énergie. Le point représente l'émission cumulée de nombreux photons.

11.1 Les atomes et le monde qui nous entoure

Au début du XXe siècle, de nombreux scientifiques importants doutaient de l'existence des atomes. De nos jours, toute personne bien informée sait que les atomes existent et qu'ils constituent les unités de base du monde matériel. On peut même, aujourd'hui, saisir un atome et le déplacer. C'est ainsi qu'a été formé le corail quantique présenté à la première page du chapitre 10. On peut facilement y compter les 48 atomes formant un cercle. Il est même possible de photographier chaque atome grâce à la lumière qu'il émet. Par exemple, le point bleu pâle de la figure 11.1 est le résultat de la lumière émise par un seul ion de baryum confiné dans un piège conçu à l'université de Washington.

11.2 Quelques propriétés des atomes

Vous devez penser que la physique atomique est un domaine à mille lieues de votre vie de tous les jours. Voyez plutôt comment les propriétés suivantes des atomes (tellement fondamentales qu'on y pense rarement) influencent votre environnement.

Les atomes sont stables. Essentiellement, tous les atomes qui forment le monde tangible existent depuis des milliards d'années et n'ont connu aucune modification. À quoi le monde ressemblerait-il si les atomes changeaient de forme après quelques semaines ou quelques années ?

Les atomes se combinent entre eux. Ils s'unissent pour former des molécules stables et s'empilent pour former des solides rigides. Bien qu'un atome soit principalement constitué d'espace vide, vous pouvez vous tenir sur un plancher – formé d'atomes – sans pour autant passer au travers.

Ces propriétés fondamentales des atomes peuvent s'expliquer par la physique quantique, tout comme les trois propriétés moins apparentes qui suivent.

Les atomes sont classés de manière systématique

La figure 11.2 illustre un exemple de propriété répétitive des éléments en fonction de leurs positions dans le tableau périodique (annexe F). Elle constitue une représentation graphique de l'**énergie d'ionisation** des éléments : l'énergie requise pour extraire l'électron le plus faiblement lié d'un atome neutre y est représentée en fonction de la position d'un élément donné dans le tableau périodique. Les similitudes remarquables entre les propriétés chimiques et physiques des éléments dans chaque colonne verticale du tableau périodique sont assez évidentes pour qu'on puisse constater que les atomes sont construits selon des règles systématiques.

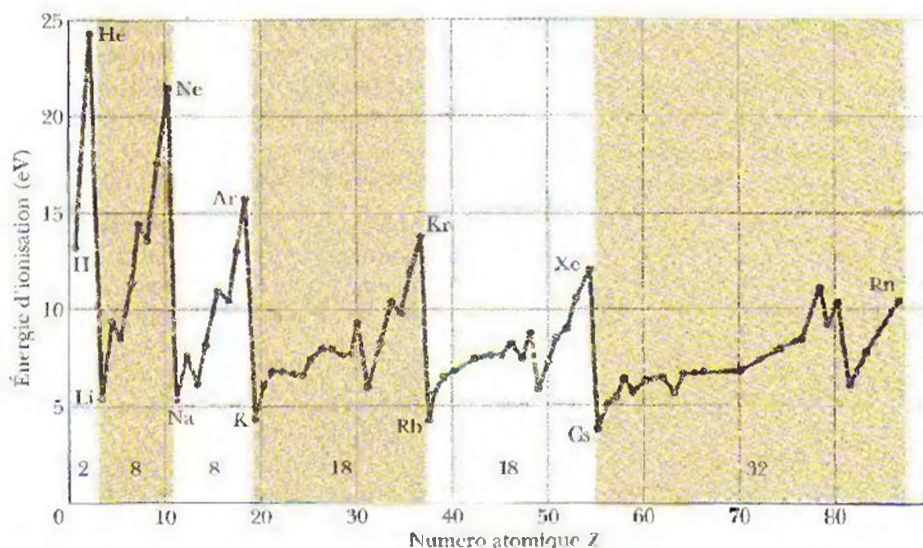


Figure 11.2 Un graphique des énergies d'ionisation des éléments en fonction de leur numéro atomique ; il illustre la répétition périodique des propriétés dans les six périodes horizontales du tableau périodique. Le nombre d'éléments contenus dans chacune de ces périodes est indiqué.

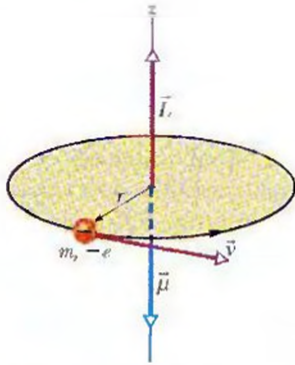


Figure 11.3 Un modèle classique illustrant une particule de masse m et de charge $-e$ se déplaçant à une vitesse $\vec{v}$ sur un cercle de rayon r. La particule qui se déplace possède un moment cinétique $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$, où $\vec{p}$ ($= m\vec{v}$) est sa quantité de mouvement. Le mouvement de la particule est équivalent à une boucle de courant ayant un moment magnétique associé et orienté dans la direction opposée à $\vec{L}$.

Dans le tableau périodique, les éléments sont classés en six **périodes** horizontales (il y a aussi une septième période, mais qui est incomplète) ; exception faite de la première, chaque période commence à gauche par un métal alcalin hautement réactif (lithium, sodium, potassium, etc.) et se termine à droite par un gaz noble chimiquement inerte (néon, argon, krypton, etc.). La physique quantique explique les propriétés chimiques de ces éléments. Les nombres d'éléments contenus dans les six périodes sont

2, 8, 8, 18, 18 et 32.

La physique quantique permet de prédire ces nombres.

Les atomes émettent et absorbent de la lumière

On a vu que les atomes ne peuvent exister qu'à l'intérieur d'états quantiques discrets, chaque état possédant une énergie donnée. Un atome peut effectuer une transition d'un état à un autre en émettant de la lumière (pour passer à un niveau d'énergie plus bas, E_{bas}) ou en absorbant de la lumière (pour passer à un niveau d'énergie plus haut, E_{haut}). Comme vous l'avez vu dans la section 10.3, la lumière est émise ou absorbée sous forme d'un photon possédant une énergie

$$hf = E_{haut} - E_{bas}. \tag{11.1}$$

Donc, le problème qui consiste à déterminer la fréquence de la lumière émise ou absorbée par un atome se réduit à déterminer les énergies des états quantiques de cet atome. On peut le faire (du moins en principe) grâce à la physique quantique.

Les atomes possèdent un moment cinétique et un moment magnétique

La figure 11.3 illustre une particule chargée négativement qui décrit une orbite circulaire autour d'un centre fixe. On a vu dans la section 11.4 du volume 2 que la particule en orbite possède un moment cinétique $\vec{L}$ et (puisque sa trajectoire équivaut à une minuscule boucle de courant) un moment dipolaire magnétique $\vec{\mu}$. (Par souci de brièveté, on omet l'indice « orb » utilisé dans le chapitre 11 du volume 2.) Comme le montre la figure 11.3, les vecteurs $\vec{L}$ et $\vec{\mu}$ sont tous deux perpendiculaires au plan de l'orbite, mais, puisque la charge est négative, ils sont orientés dans des directions opposées.

Le modèle illustré dans la figure 11.3 est strictement classique et ne représente pas fidèlement un électron dans un atome. En physique quantique, le modèle orbital rigide a été remplacé par le modèle à densité de probabilité, mieux représenté par un nuage de points. Cependant, en physique quantique, il est encore vrai que, en général, chaque état quantique d'un électron dans un atome met en jeu un moment cinétique $\vec{L}$ et un moment dipolaire magnétique $\vec{\mu}$ orientés dans des directions opposées (ces deux grandeurs vectorielles sont dites *couplées*).

L'expérience d'Einstein et de De Haas

En 1915, bien avant le développement de la physique quantique, Albert Einstein et W. J. de Haas, un physicien néerlandais, ont réalisé une expérience ingénieuse destinée à démontrer que le moment cinétique et le moment magnétique d'un atome sont couplés.

Einstein et De Haas ont suspendu un cylindre de fer à une mince fibre, comme le montre la figure 11.4 a). Ils ont placé un solénoïde autour du cylindre en évitant tout contact entre les deux éléments. Initialement, les moments dipolaires magnétiques $\vec{\mu}$ des atomes du cylindre étaient orientés dans des directions aléatoires, de sorte que les actions de leurs champs magnétiques externes s'annulaient (figure 11.4 a]). Cependant, quand un courant circule dans le solénoïde (figure 11.4 b]), produisant ainsi un champ magnétique $\vec{B}$ parallèle à l'axe du cylindre, les moments dipolaires magnétiques des atomes du cylindre se réorientent, s'alignant avec ce champ. Si le moment cinétique $\vec{L}$ de chaque atome est couplé à son moment magnétique $\vec{\mu}$, l'alignement des moments magnétiques atomiques doit provoquer un alignement des moments cinétiques atomiques opposé au champ magnétique.

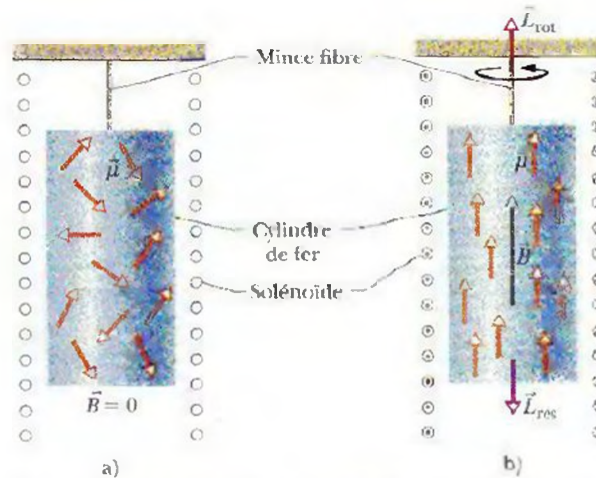


Figure 11.4 Le montage de l'expérience d'Einstein et de De Haas a) Initialement, le champ magnétique du cylindre de fer est nul et les vecteurs moments dipolaires magnétiques $\vec{\mu}$ de ses atomes sont orientés de manière aléatoire. Les vecteurs moments cinétiques atomiques (non illustrés) sont orientés dans les directions opposées à celles des vecteurs moments dipolaires magnétiques : ils sont donc, eux aussi, orientés de manière aléatoire. b) Quand on produit un champ magnétique $\vec{B}$ parallèlement à l'axe du cylindre, les vecteurs moments dipolaires magnétiques s'alignent parallèlement à $\vec{B}$, ce qui signifie que les vecteurs moments cinétiques s'alignent dans la direction opposée à $\vec{B}$. Étant donné que le cylindre est initialement isolé de toute force de torsion externe, son moment cinétique est conservé et il commence à tourner.

Dans l'expérience d'Einstein et de De Haas, aucune force externe de torsion n'agit sur le cylindre ; donc, son moment cinétique doit conserver sa valeur nulle initiale. Cependant, quand $\vec{B}$ est activé et que les moments cinétiques atomiques s'alignent de manière antiparallèle à $\vec{B}$, ceux-ci tendent à donner un moment cinétique résultant $\vec{L}_{rés}$ au cylindre (orienté vers le bas dans la figure 11.4 b]). Pour conserver son moment cinétique nul, le cylindre commence à tourner autour de son axe central et produit un moment cinétique $\vec{L}_{rot}$ orienté dans la direction opposée (vers le haut dans la figure 11.4 b]).

Si ce n'était de la fibre, le cylindre continuerait de tourner aussi longtemps que le champ magnétique serait présent. Cependant, la torsion de la fibre produit rapidement un moment de force qui stoppe momentanément la rotation du cylindre et qui le fait tourner dans l'autre sens jusqu'à ce que la torsion devienne nulle. Ensuite, la fibre se tordra et se détordra à mesure que le cylindre oscillera autour de son orientation initiale dans un mouvement harmonique simple angulaire.

L'observation de la rotation du cylindre permet de vérifier que le moment cinétique et le moment dipolaire magnétique d'un atome sont couplés dans des directions opposées. De plus, elle démontre clairement que les moments cinétiques associés aux états quantiques des atomes peuvent se solder par une rotation *visible* d'un objet macroscopique.

11.3 Le spin de l'électron

Comme on l'a vu dans la section 11.4 du volume 2, qu'un électron soit *confiné* dans un atome ou qu'il soit *libre*, il possède un **moment cinétique intrinsèque** $\vec{S}$, souvent simplement appelé **spin.** (Rappelez-vous que l'adjectif *intrinsèque* signifie que $\vec{S}$ est une caractéristique de base d'un électron, comme sa masse et sa charge électrique.) On verra dans la prochaine section que la valeur de $\vec{S}$ est quantifiée et dépend d'un **nombre quantique de spin** s, qui est toujours $\frac{1}{2}$ dans le cas des électrons (ainsi que dans le cas des protons et des neutrons). De plus, la composante de $\vec{S}$ mesurée sur un axe est quantifiée et dépend d'un **nombre quantique magnétique de spin** m_s, qui ne peut avoir que les valeurs $+\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$.

TABLEAU 11.1 Les états électroniques d'un atome

Nombre quantique	Symbole	Valeurs possibles	Associé
Principal	n	$1, 2, 3, \ldots$	à la distance du noyau
Orbital	l	$0, 1, 2, \ldots, (n-1)$	au moment cinétique orbital
Magnétique	m_l	$0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm l$	au moment cinétique orbital (composante z)
Spin	m_s	$\pm\frac{1}{2}$	au spin (composante z)

Tous les états ayant la même valeur de n forment une **couche.**

Une couche contient $2n^2$ états.

Tous les états ayant les mêmes valeurs de n et de l forment une **sous-couche.**

Tous les états contenus dans une sous-couche possèdent la même énergie.

Une sous-couche contient $2(2l + 1)$ états.

L'existence du spin de l'électron a été révélée, sur une base empirique, par deux étudiants diplômés, George Uhlenbeck et Samuel Goudsmit, qui se fondaient sur leurs études du spectre atomique. La base de la physique quantique qui traite du spin de l'électron a été fournie quelques années plus tard par un physicien britannique, Paul Adrien Maurice Dirac, qui a formulé (en 1928) une théorie quantique relativiste de l'électron.

Il est tentant d'expliquer le spin de l'électron en imaginant ce dernier comme une minuscule sphère tournant autour d'un axe. Cependant, ce modèle classique, comme le modèle classique des orbites, ne tient pas la route. En physique quantique, au mieux, on explique le spin comme une propriété intrinsèque de l'électron ; on ne peut tout simplement pas le visualiser en fonction d'un modèle classique.

Le tableau 11.1, qui est un prolongement du tableau 10.2, donne les quatre nombres quantiques n, l, m_l et m_s qui décrivent complètement les états quantiques de l'électron dans un atome d'hydrogène. (Le nombre quantique s en est absent parce que tous les électrons possèdent la valeur $s = \frac{1}{2}$.) Ces nombres quantiques spécifient également les états possibles de chaque électron contenu dans un atome à plusieurs électrons.

11.4 Le moment cinétique et les moments dipolaires magnétiques

Chaque état quantique d'un électron dans un atome possède un moment cinétique orbital et un moment dipolaire magnétique orbital correspondant. Chaque électron, qu'il soit confiné dans un atome ou qu'il soit libre, possède un moment cinétique intrinsèque et un moment dipolaire magnétique de spin correspondant. On verra d'abord ces grandeurs individuellement, puis quand elles sont combinées.

Le moment cinétique orbital et le magnétisme

Le module L du **moment cinétique orbital** $\vec{L}$ d'un électron *dans un atome* est quantifié, c'est-à-dire qu'il ne peut avoir que certaines valeurs. Ces valeurs sont

$$L = \sqrt{l(l+1)}\hbar, \qquad (11.2)$$

où l est le nombre quantique orbital et $\hbar = h/2\pi$ est la constante de Planck réduite. Selon le tableau 11.1, l doit avoir une valeur nulle ou celle d'un nombre entier positif égal ou inférieur à $n - 1$. Dans le cas d'un état où $n = 3$, par exemple, seules les valeurs $l = 2$, $l = 1$ et $l = 0$ sont possibles.

On a vu dans la section 11.4 du volume 2 qu'un dipôle magnétique est associé au moment cinétique orbital $\vec{L}$ d'un électron dans un atome. Ce dipôle magnétique possède un **moment dipolaire magnétique orbital** $\vec{\mu}_{orb}$, qui est relié au moment cinétique par l'équation 11.8 du volume 2 :

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m}\vec{L}. \tag{11.3}$$

Le signe négatif signifie que $\vec{\mu}_{orb}$ est orienté dans la direction opposée à $\vec{L}$. Étant donné que la valeur de $\vec{L}$ est quantifiée (équation 11.2), celle de $\vec{\mu}_{orb}$ doit aussi être quantifiée et donnée par

$$\mu_{orb} = \frac{e}{2m}\sqrt{l(l+1)}\hbar. \tag{11.4}$$

Il est impossible de mesurer $\vec{\mu}_{orb}$ et $\vec{L}$. Cependant, on *peut* mesurer les composantes de ces deux vecteurs le long d'un axe donné. Imaginez que l'atome se trouve dans un champ magnétique $\vec{B}$; supposez qu'un axe des z est orienté dans la direction des lignes de champ. Vous pouvez alors mesurer les composantes z de $\vec{\mu}_{orb}$ et de $\vec{L}$ le long de cet axe.

Les composantes $\mu_{orb,z}$ du moment magnétique orbital sont quantifiées et données par

$$\mu_{orb,z} = -m_l\mu_B. \tag{11.5}$$

Ici, m_l est le nombre quantique magnétique du tableau 11.1, et μ_B est le **magnéton de Bohr** :

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9{,}274 \times 10^{-24}\ \text{J/T (le magnéton de Bohr)}, \tag{11.6}$$

où m est la masse de l'électron.

Les composantes L_z du moment cinétique sont également quantifiées et données par

$$L_z = m_l\hbar. \tag{11.7}$$

La figure 11.5 illustre les cinq composantes quantifiées L_z du moment cinétique orbital d'un électron quand $l = 2$, ainsi que les orientations associées du moment cinétique $\vec{L}$. Cependant, *il ne faut pas considérer cette figure au premier degré*, car on ne peut en aucune manière détecter $\vec{L}$. Donc, une illustration comme celle de la figure 11.5 constitue plus ou moins une aide visuelle. On peut compléter cette aide visuelle en disant que $\vec{L}$ forme un certain angle θ avec l'axe des z, de telle sorte que

$$\cos\theta = \frac{L_z}{L}. \tag{11.8}$$

On peut dire que θ est un *angle semi-classique* compris entre le vecteur $\vec{L}$ et l'axe des z, car il constitue une mesure classique d'une chose impossible à mesurer, selon la théorie quantique.

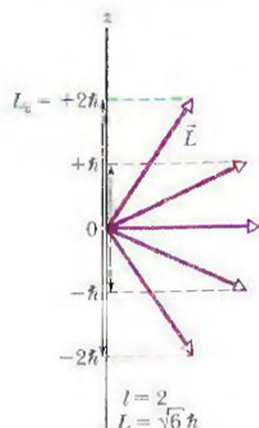


Figure 11.5 Les valeurs possibles de L_z d'un électron dans un état quantique où $l = 2$. Pour tout vecteur moment cinétique orbital $\vec{L}$ présenté dans la figure, il y a un vecteur orienté dans la direction opposée, représentant le module et la direction du moment dipolaire magnétique orbital $\vec{\mu}_{orb}$.

Le spin et le moment magnétique de spin

Le module S du spin $\vec{S}$ d'un électron, *libre ou confiné*, possède la seule valeur

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar = \sqrt{(\tfrac{1}{2})(\tfrac{1}{2}+1)}\hbar \approx 0{,}866\,\hbar, \tag{11.9}$$

où s ($= \frac{1}{2}$) est le nombre quantique de spin de l'électron.

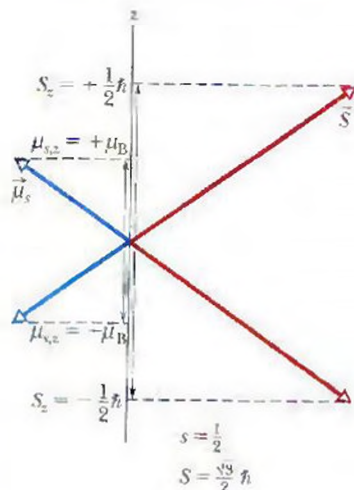


Figure 11.6 Les valeurs possibles de S_z et de $\mu_{s,z}$ d'un électron

On a vu dans la section 11.4 du volume 2 qu'un électron possède un dipôle magnétique intrinsèque associé à son spin $\vec{S}$, qu'il soit confiné dans un atome ou qu'il soit libre. Ce dipôle magnétique possède un **moment magnétique de spin** $\vec{\mu}_s$, qui est relié au spin par l'équation 11.2 du volume 2 :

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S}. \qquad (11.10)$$

Le signe négatif de cette relation signifie que $\vec{\mu}_s$ est orienté dans la direction opposée à $\vec{S}$. Étant donné que le module de $\vec{S}$ est quantifié (équation 11.9), celui de $\vec{\mu}_s$ doit également être quantifié et donné par

$$\mu_s = \frac{e}{2m}\sqrt{s(s+1)}\hbar. \qquad (11.11)$$

Il est impossible de mesurer $\vec{S}$ ou $\vec{\mu}_s$. Cependant, on *peut* mesurer leurs composantes le long d'un axe donné – on peut l'appeler l'axe des z. Les composantes S_z du spin sont quantifiées et données par

$$S_z = m_s\hbar, \qquad (11.12)$$

où m_s est le nombre quantique magnétique de spin donné dans le tableau 11.1. Ce nombre quantique ne peut avoir que deux valeurs : $m_s = +\frac{1}{2}$ (on dit alors que l'électron a un *spin vers le haut*, orienté dans la direction positive de l'axe des z) et $m_s = -\frac{1}{2}$ (on dit alors que l'électron a un *spin vers le bas*, orienté dans la direction négative de l'axe des z).

Les composantes $\mu_{s,z}$ du moment magnétique de spin sont également quantifiées et données par

$$\mu_{s,z} = -2m_s\mu_B. \qquad (11.13)$$

La figure 11.6 illustre les deux composantes S_z quantifiées du spin d'un électron et les orientations associées du vecteur $\vec{S}$. Elle montre également les composantes $\mu_{s,z}$ quantifiées du moment magnétique de spin et les orientations associées de $\vec{\mu}_s$.

La combinaison du spin et du moment cinétique orbital

Dans le cas d'un atome contenant plus d'un électron, on définit un moment cinétique total $\vec{J}$, qui est la somme vectorielle des moments cinétiques des électrons individuels (de leur spin et de leur moment cinétique orbital). Le nombre d'électrons (et le nombre de protons) dans un atome neutre est représenté par le **numéro atomique** Z. Donc, dans le cas d'un atome neutre,

$$\vec{J} = (\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \vec{L}_3 + \ldots + \vec{L}_Z) + (\vec{S}_1 + \vec{S}_2 + \vec{S}_3 + \ldots + \vec{S}_Z). \qquad (11.14)$$

De même, le moment dipolaire magnétique total d'un atome à plusieurs électrons est la somme vectorielle des moments dipolaires magnétiques (orbital et de spin) de chacun de ses électrons. Cependant, en raison du facteur 2 dans l'équation 11.13, le moment dipolaire magnétique résultant de l'atome n'est pas orienté dans la même direction que le vecteur $\vec{J}$; il forme plutôt un certain angle avec ce dernier. Le **moment dipolaire magnétique effectif** $\vec{\mu}_{eff}$ de l'atome est la composante de la somme vectorielle des moments dipolaires magnétiques orientés dans la direction de $-\vec{J}$ (figure 11.7).

Vous verrez dans la prochaine section que, dans les atomes types, les moments cinétiques orbitaux et les spins de la plupart des électrons ont une somme vectorielle nulle. Ainsi, $\vec{J}$ et $\vec{\mu}_{eff}$ de ces atomes sont le résultat d'un nombre relativement petit d'électrons, souvent d'un seul électron de valence.



Figure 11.7 Un modèle classique illustrant le vecteur moment cinétique total $\vec{J}$ et le vecteur moment magnétique effectif $\vec{\mu}_{eff}$

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : Un électron se trouve dans un état quantique où le module de son moment cinétique orbital L est $2\sqrt{3}\hbar$. Combien de projections de son moment dipolaire magnétique orbital le long d'un axe des z sont possibles ?

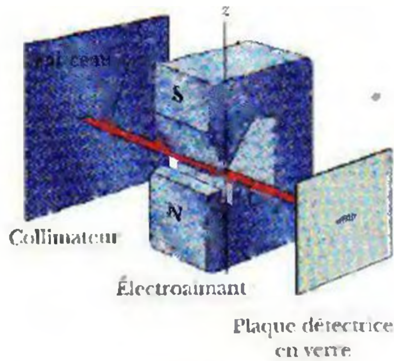


Figure 11.8 Appareil utilisé par Stern et Gerlach

11.5 L'expérience de Stern et Gerlach

En 1922, Otto Stern et Walther Gerlach, de l'université de Hambourg, en Allemagne, ont démontré expérimentalement que le moment magnétique des atomes de césium est quantifié. Dans l'expérience de Stern et Gerlach, comme on l'appelle maintenant, on vaporise de l'argent dans un four ; certains des atomes de cette vapeur s'échappent par une mince fente pratiquée dans la paroi du four et passent dans un tube où l'on entretient un vide poussé. Quelques-uns de ces atomes échappés traversent ensuite une seconde fente pour former un mince faisceau (figure 11.8). (Les atomes sont alors dits *collimatés* – alignés en faisceau – et la seconde fente est appelée *collimateur*.) Le faisceau passe ensuite entre les pôles d'un électroaimant pour frapper une plaque détectrice en verre où il forme un dépôt d'argent.

Quand l'électroaimant est hors tension, le dépôt d'argent forme un petit point. Par contre, quand l'électroaimant est sous tension, le dépôt d'argent s'étend verticalement. Ce phénomène se produit parce que les atomes d'argent sont des dipôles magnétiques, de sorte qu'ils réagissent aux forces magnétiques verticales quand ils traversent le champ magnétique de l'électroaimant ; ces forces les font dévier légèrement vers le haut ou le bas. Donc, en analysant le dépôt d'argent sur la plaque, on peut déterminer les déviations subies par les atomes dans le champ magnétique. Quand Stern et Gerlach ont analysé la trace d'argent sur la plaque détectrice, ils ont eu une surprise. Cependant, avant d'en parler et d'aborder ces implications quantiques, on doit voir la force de déviation qui agit sur les atomes d'argent.

La force de déviation magnétique exercée sur un atome d'argent

On n'a pas encore parlé du type de force magnétique qui fait dévier les atomes d'argent dans l'expérience de Stern et Gerlach. Il *ne* s'agit *pas* ici de la force de déviation magnétique qui agit sur une particule chargée qui se déplace, comme on peut l'obtenir à l'aide de l'équation 8.2 du volume 2 ($\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$). La raison en est simple : un atome d'argent étant électriquement neutre (sa charge résultante q est nulle), ce type de force magnétique est également nul.

La force magnétique recherchée est générée par une interaction entre le champ magnétique $\vec{B}$ de l'électroaimant et le dipôle magnétique de l'atome d'argent. On peut dériver une expression de la force présente dans cette interaction en partant de l'énergie potentielle U du dipôle dans le champ magnétique. L'équation 8.38 du volume 2 montre que

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \tag{11.15}$$

où $\vec{\mu}$ est le moment dipolaire magnétique d'un atome d'argent. Dans la figure 11.8, l'axe des z positifs et $\vec{B}$ sont orientés verticalement vers le haut. Donc, on peut écrire l'équation 11.15 en utilisant la composante μ_z du moment dipolaire magnétique de l'atome orienté dans la direction de $\vec{B}$:

$$U = -\mu_z B. \tag{11.16}$$

Ensuite, si on utilise l'équation 8.20 du volume 1 ($F_x = -dU/dx$) dans le cas de l'axe des z illustré dans la figure 11.8, on obtient

$$F_z = -\frac{dU}{dz} = \mu_z \frac{dB}{dz}. \tag{11.17}$$

Voilà ce qu'on cherchait, soit une équation pour décrire la force magnétique qui dévie un atome d'argent traversant un champ magnétique non uniforme.

Le terme dB/dz de l'équation 11.17 est le *gradient* du champ magnétique parallèle à l'axe des z. Si la composante du champ magnétique parallèle à cet axe ne varie pas (s'il est uniforme ou absent), alors $dB/dz = 0$ et l'atome d'argent n'est pas dévié en passant entre les pôles de l'aimant. Dans l'expérience de Stern et Gerlach, les pôles sont conçus de façon que le gradient dB/dz ait une valeur maximale afin que les atomes d'argent subissent une déviation verticale maximale et que celle-ci paraisse sur la plaque de verre.

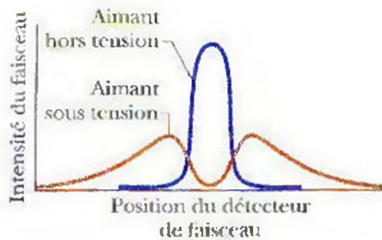


Figure 11.9 Résultats d'une version moderne de l'expérience de Stern et Gerlach. Quand l'électroaimant est hors tension, il n'y a qu'un faisceau; quand il est sous tension, le faisceau initial se divise en deux sous-faisceaux. Les deux sous-faisceaux correspondent à un alignement parallèle et à un alignement antiparallèle des moments magnétiques des atomes de césium avec le champ magnétique extérieur.

Selon la physique classique, les composantes μ_z des atomes d'argent qui traversent le champ magnétique dans la figure 11.8 devraient avoir des valeurs situées entre $-\mu$ (le moment dipolaire $\vec{\mu}$ est orienté directement vers le bas de l'axe des z) et $+\mu$ ($\vec{\mu}$ est orienté directement vers le haut de l'axe des z). Donc, d'après l'équation 11.17, il devrait y avoir une plage de forces agissant sur les atomes et, par conséquent, une plage d'atomes s'étalant de la déviation maximale, vers le bas, à la déviation maximale, vers le haut. Ainsi, on devrait s'attendre à voir ces atomes former une ligne verticale sur la plaque de verre. Ce n'est toutefois pas ce qui se produit.

La surprise expérimentale

Ce que Stern et Gerlach ont constaté, c'est que les atomes ont formé deux points distincts sur la plaque de verre : l'un au-dessus du point où ils auraient abouti sans déviation, l'autre à la même distance, plus bas. Le graphique de la figure 11.9 illustre bien ce phénomène ; il s'agit du résultat d'une version récente de l'expérience de Stern et Gerlach. Dans cette version, un faisceau d'atomes de césium (des dipôles magnétiques, comme les atomes d'argent de l'expérience originale) traverse un champ magnétique ayant un important gradient dB/dz vertical. Ce champ pouvait être mis hors ou sous tension, et le détecteur pouvait se déplacer de haut en bas.

Quand le champ était hors tension, le faisceau n'était, bien sûr, pas dévié ; le détecteur a alors enregistré la courbe comprenant le pic central de la figure 11.9. Par contre, sous tension, le champ a divisé le faisceau verticalement en deux petits faisceaux, l'un plus haut que le faisceau original, l'autre plus bas. En se déplaçant verticalement à travers ces deux petits faisceaux, le détecteur a enregistré la courbe à deux pics de la figure 11.9.

La signification des résultats

Dans l'expérience de Stern et Gerlach originale, il y a eu formation de deux points d'argent, non d'une ligne verticale, sur la plaque de verre. Cela signifie que la composante μ_z parallèle à l'axe de $\vec{B}$ (et à l'axe des z) ne peut avoir n'importe quelle valeur entre $-\mu$ et $+\mu$, comme le laisse supposer la physique classique. Elle est plutôt restreinte à deux valeurs, une pour chaque point sur le verre. Donc, l'expérience de Stern et Gerlach originale a démontré que μ_z est quantifiée, ce qui implique (avec raison) que $\vec{\mu}$ l'est également. De plus, étant donné que le moment cinétique $\vec{L}$ d'un atome est associé à $\vec{\mu}$, ce moment cinétique et sa composante L_z sont également quantifiés.

La théorie quantique moderne permet d'expliquer la formation des deux points dans l'expérience de Stern et Gerlach. On sait maintenant qu'un atome d'argent contient plusieurs électrons, chacun possédant un moment magnétique de spin et un moment magnétique orbital. On sait également que tous ces moments magnétiques s'annulent vectoriellement, *exception* faite d'un seul électron, et que le moment dipolaire orbital de cet électron est nul. Donc, le moment dipolaire résultant $\vec{\mu}$ d'un atome d'argent est le moment magnétique de *spin* de cet électron unique. Selon l'équation 11.13, cela signifie que $\vec{\mu}$ ne peut avoir que deux composantes possibles le long de l'axe des z dans la figure 11.8 : une composante pour le nombre quantique $m_s = +\frac{1}{2}$ (l'électron unique a un spin vers le haut), l'autre composante pour le nombre quantique $m_s = -\frac{1}{2}$ (l'électron unique a un spin vers le bas). Si on insère ces valeurs dans l'équation 11.13, on obtient

$$\mu_{s,z} = -2(+\tfrac{1}{2})\mu_B = -\mu_B \quad \text{et} \quad \mu_{s,z} = -2(-\tfrac{1}{2})\mu_B = +\mu_B. \tag{11.18}$$

Si on remplace ensuite μ_z par ces expressions dans l'équation 11.17, on constate que la composante F_z de la force qui dévie les atomes d'argent dans le champ magnétique ne peut avoir que deux valeurs

$$F_z = -\mu_B\left(\frac{dB}{dz}\right) \quad \text{et} \quad F_z = +\mu_B\left(\frac{dB}{dz}\right), \tag{11.19}$$

ce qui donne les deux points d'argent sur le verre.

Exemple 11.1

Dans l'expérience de Stern et Gerlach illustrée dans la figure 11.8, un faisceau d'atomes d'argent traverse un gradient de champ magnétique dB/dz d'une grandeur de 1,4 T/mm sur l'axe des z. Cette région a une longueur l de 3,5 cm dans la direction du faisceau initial. La vitesse des atomes est de 750 m/s. De quelle distance d les atomes sont-ils déviés quand ils quittent le gradient du champ magnétique ? La masse M d'un atome d'argent est $1{,}8 \times 10^{-25}$ kg.

SOLUTION : Ici, le premier concept clé est que la déviation d'un atome d'argent dans le faisceau est causée par une interaction entre le dipôle magnétique de l'atome et le champ magnétique, en raison du gradient dB/dz. La force de déviation est orientée dans la direction du gradient du champ (dans la direction de l'axe des z) et est donnée par l'équation 11.17. On ne s'attarde ici qu'à la déviation orientée dans la direction positive de l'axe des z ; on devrait donc utiliser $F_z = \mu_B(dB/dz)$ de l'équation 11.19.

Le deuxième concept clé est qu'on suppose que le gradient du champ dB/dz possède la même valeur dans toute la région traversée par les atomes d'argent. Donc, la composante F_z de la force est constante dans cette région. Ainsi, selon la deuxième loi de Newton, la composante de l'accélération a_z d'un atome causée par F_z est également constante et est donnée par

$$a_z = \frac{F_z}{M} = \frac{\mu_z(dB/dz)}{M}.$$

Étant donné que cette accélération est constante, on peut utiliser l'équation 3.15 du volume 1 (tableau 3.1) pour décrire la déviation d parallèle à l'axe des z :

$$d = v_{0z}t + \tfrac{1}{2}a_z t^2 = 0t + \tfrac{1}{2}\left(\frac{\mu_B(dB/dz)}{M}\right)t^2. \qquad (11.20)$$

Étant donné que la force de déviation agit perpendiculairement à la direction du mouvement initial de l'atome, elle ne modifie pas la composante v_x du vecteur vitesse de l'atome dans la direction originale du déplacement. Donc, l'atome prend un temps $t = l/v_x$ pour traverser la longueur l dans cette direction. Si on remplace t par l/v_x dans l'équation 11.20, on obtient

$$d = \tfrac{1}{2}\left(\frac{\mu_B(dB/dz)}{M}\right)\left(\frac{l}{v_x}\right)^2 = \frac{\mu_B(dB/dz)l^2}{2Mv_x^2}$$
$$= (9{,}27 \times 10^{-24}\ \text{J/T})(1{,}4 \times 10^3\ \text{T/m}) \times \frac{(3{,}5 \times 10^{-2}\ \text{m})^2}{(2)(1{,}8 \times 10^{-25}\ \text{kg})(750\ \text{m/s})^2}$$
$$= 7{,}85 \times 10^{-5}\ \text{m} \approx 0{,}079\ \text{mm}. \qquad \text{(réponse)}$$

La distance qui sépare les deux sous-faisceaux représente deux fois cette valeur, soit 0,16 mm. Elle n'est pas grande, mais facilement mesurable.

11.6 La résonance magnétique

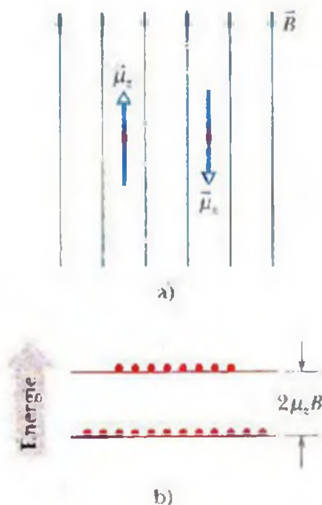


Figure 11.10 a) Un proton (point rouge), dont la composante vectorielle du spin dans la direction d'un champ magnétique extérieur a un module de $\frac{1}{2}\hbar$, peut occuper l'une des deux orientations quantifiées dans un champ magnétique. Si les conditions posées par l'équation 11.21 sont remplies, on peut induire un changement d'orientation chez les protons de l'échantillon.
b) Normalement, on trouve plus de protons dans l'état d'énergie inférieur que dans l'état d'énergie supérieur.

On a brièvement vu dans la section 11.4 du volume 2 qu'un proton possède un spin $\vec S$ et un moment magnétique de spin $\vec\mu$ orientés dans la même direction (parce que le proton a une charge positive). Si le proton se trouve dans un champ magnétique uniforme $\vec B$ orienté parallèlement à l'axe des z, la composante vectorielle z du moment magnétique de spin $\vec\mu_z$ ne peut avoir que deux directions quantifiées : soit parallèle à $\vec B$, soit antiparallèle à $\vec B$, comme le montre la figure 11.10 a). Grâce à l'équation 8.38 du volume 2, on sait que ces deux directions ont une différence d'énergie de $2\mu_z B$, qui représente l'énergie en jeu dans l'inversion d'un dipôle magnétique dans un champ magnétique uniforme. L'état d'énergie inférieur est celui où μ_z est parallèle à $\vec B$; l'état supérieur, celui où $\vec\mu_z$ est antiparallèle à $\vec B$.

Supposons qu'on place une goutte d'eau dans un champ magnétique uniforme $\vec B$; chacun des protons dans les atomes d'hydrogène des molécules d'eau possède un $\vec\mu_z$ qui est soit parallèle, soit antiparallèle à $\vec B$. Si on soumet ensuite la goutte à un champ électromagnétique alternatif d'une certaine fréquence f, l'orientation de $\vec\mu_z$ des protons se trouvant dans l'état d'énergie inférieur peut subir une inversion. Cette inversion est appelée *retournement de spin* (parce que l'inversion du moment magnétique de spin d'un proton nécessite une retournement du spin de ce proton). La fréquence f requise pour le retournement de spin est déterminée par

$$hf = 2\mu_z B, \qquad (11.21)$$

condition appelée **résonance magnétique**. En termes précis, pour qu'un champ électromagnétique alternatif provoque un retournement de spin des protons qu'il contient, les photons associés à ce champ doivent posséder une énergie hf égale à la différence $2\mu_z B$ entre les deux orientations possibles de $\vec\mu_z$ (donc au spin du proton) dans ce champ.

Une fois que le proton a subi un retournement de spin vers l'état d'énergie supérieur, il peut retomber à l'état d'énergie inférieur en émettant un photon ayant la même énergie hf déterminée par l'équation 11.21. On trouve normalement plus de protons dans l'état d'énergie inférieur que dans l'état supérieur, comme le suggère la figure 11.10 b). Cela signifie qu'il y aura une *absorption* résultante détectable d'énergie en provenance du champ électromagnétique alternatif.

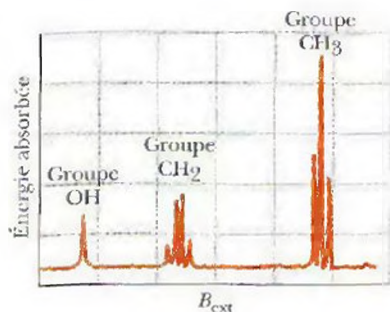


Figure 11.11 Un spectre de résonance magnétique de l'éthanol. Les raies spectrales représentent l'absorption d'énergie associée aux retournements de spin des protons. Les trois groupes de raies correspondent, comme on l'indique dans la figure, aux protons du groupe OH, à ceux du groupe CH_2 et à ceux du groupe CH_3 de la molécule d'éthanol. L'axe horizontal couvre moins de 10^{-4} T.

Le champ constant $\vec{B}$ dont le module apparaît dans l'équation 11.21 *n'est pas* le champ extérieur $\vec{B}_{ext}$ dans lequel se trouve la goutte d'eau ; il s'agit plutôt du champ modifié par le petit champ magnétique local interne $\vec{B}_{local}$ généré par les moments magnétiques des atomes et des noyaux voisins d'un proton donné. Donc, on peut récrire l'équation 11.21 ainsi :

$$hf = 2\mu_z |\vec{B}_{ext} + \vec{B}_{local}|. \quad (11.22)$$

Pour atteindre la résonance magnétique, on garde habituellement fixe la fréquence f des oscillations électromagnétiques et on modifie $\vec{B}_{ext}$ jusqu'à ce que l'équation 11.22 soit respectée et qu'un pic d'absorption soit enregistré.

La résonance magnétique est une propriété qui constitue la base d'un outil d'analyse très utile, notamment dans l'identification de composés inconnus. La figure 11.11 illustre un **spectre de résonance magnétique** de l'éthanol, dont on peut écrire la formule ainsi : CH_3-CH_2-OH. Les divers pics de résonance représentent les retournements de spin des protons. Ces retournements se produisent toutefois à différentes valeurs de B_{ext} parce que les environnements locaux des six protons contenus dans la molécule d'éthanol sont différents les uns des autres. Le spectre de la figure 11.11 est la signature particulière de l'éthanol.

La technologie du spin, appelée **imagerie par résonance magnétique** (IRM), a une application pratique en médecine diagnostique. Les protons des divers tissus du corps humain se trouvent dans de nombreux environnements magnétiques locaux différents. Quand le corps, ou une de ses parties, est plongé dans un puissant champ magnétique extérieur, ces différences environnementales peuvent être détectées par les techniques de retournement de spin et traduites en images par un ordinateur, images qui ressemblent à celles des rayons X. La figure 11.12, par exemple, montre une section transversale d'une tête humaine mise en image par cette méthode.

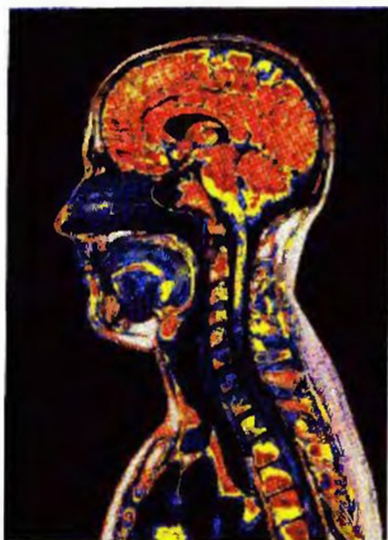


Figure 11.12 Une vue transversale d'une tête et d'un cou humains produite par la résonance magnétique (IRM). Certains des détails de cette image n'apparaîtraient pas sur une image produite par rayons X, ni même sur l'image produite à l'aide d'un tomodensitomètre axial assisté par ordinateur (scanographe).

Exemple 11.2

Une goutte d'eau est suspendue dans un champ magnétique $\vec{B}$ dont le module est 1,80 T, et on y applique un champ électromagnétique alternatif, dont la fréquence est réglée pour provoquer des retournements de spin chez les protons contenus dans l'eau. La composante μ_z du moment magnétique de spin d'un proton, mesurée parallèlement à l'axe de $\vec{B}$, est $1{,}41 \times 10^{-26}$ J/T. Supposez que les champs magnétiques locaux sont négligeables par rapport à $\vec{B}$. Quelles sont la fréquence f et la longueur d'onde λ du champ alternatif ?

SOLUTION : Le premier concept clé utilisé ici est le suivant : quand un proton se trouve dans un champ magnétique $\vec{B}$, il possède une énergie potentielle parce qu'il constitue un dipôle magnétique. Le deuxième concept clé est que cette énergie potentielle est limitée à deux valeurs ayant une différence de $2\mu_z B$. Le troisième concept clé est que, pour que le proton passe de l'une à l'autre de ces énergies (retournement de spin), l'énergie des photons hf de l'onde électromagnétique doit être égale à la différence d'énergie $2\mu_z B$, donnée par l'équation 11.21. À l'aide de cette équation, on trouve que

$$f = \frac{2\mu_z B}{h} = \frac{(2)(1{,}41 \times 10^{-26}\ \text{J/T})(1{,}80\ \text{T})}{6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}$$
$$= 7{,}66 \times 10^{7}\ \text{Hz} = 76{,}6\ \text{MHz}. \quad \text{(réponse)}$$

La longueur d'onde correspondante est

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s}}{7{,}66 \times 10^{7}\ \text{Hz}} = 3{,}92\ \text{m}. \quad \text{(réponse)}$$

Cette fréquence et cette longueur d'onde se trouvent dans le domaine des ondes radio du spectre électromagnétique.

11.7 Le principe d'exclusion de Pauli

Dans le chapitre 10, on a vu divers pièges à électron, qui allaient des puits de potentiel fictif à une dimension au puits de potentiel réel en trois dimensions que représente un atome d'hydrogène. Dans tous ces exemples, on était en présence d'un seul électron piégé. Cependant, dans l'étude des pièges contenant deux ou plusieurs électrons (comme on le verra dans les deux prochaines sections), il faut tenir compte d'un principe qui gouverne toute particule dont le nombre quantique de spin s n'est ni zéro ni un nombre entier. Ce principe s'applique non seulement aux électrons, mais aussi aux protons et aux neutrons, qui ont tous $s = \frac{1}{2}$. Ce principe est connu sous le nom de **principe d'exclusion de Pauli**, d'après Wolfgang Pauli, qui l'a énoncé en 1925. Pour les électrons, il dit ce qui suit.

> Deux électrons confinés dans le même piège ne peuvent posséder deux ensembles de nombres quantiques identiques.

Dans la section 11.9, on verra que ce principe signifie que deux électrons dans un atome doivent différer par au moins un nombre quantique. Si ce n'était pas le cas, les atomes s'effondreraient, et vous et le monde que vous connaissez n'existeriez pas.

11.8 Plusieurs électrons dans des pièges rectangulaires

Pour vous préparer à étudier les cas où plusieurs électrons sont contenus dans un atome, on peut voir le cas où deux électrons sont confinés dans les pièges rectangulaires du chapitre 10. On utilisera encore ici les nombres quantiques déterminés pour ces pièges quand seulement un électron y était confiné. Cependant, on inclura les spins des deux électrons. Pour ce faire, on suppose que les pièges se trouvent dans un champ magnétique uniforme. Ainsi, selon l'équation 11.12, un électron peut avoir un spin vers le haut avec $m_s = \frac{1}{2}$ ou un spin vers le bas avec $m_s = -\frac{1}{2}$. (On suppose que le champ magnétique est très faible, de sorte qu'on peut négliger les énergies potentielles qu'il génère chez les électrons.)

Quand on confine deux électrons dans l'un des pièges, il faut avoir le principe d'exclusion de Pauli en tête, selon lequel les électrons ne peuvent avoir deux ensembles identiques de nombres quantiques.

1. *Le piège à une dimension.* Faire entrer l'onde d'un électron dans la largeur L du piège à une dimension de la figure 10.2 nécessite un seul nombre quantique, n. Par conséquent, tout électron confiné dans cette cage doit avoir une certaine valeur de n, et son nombre quantique m_s peut être $+\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$. Les deux électrons pourraient avoir différentes valeurs de n, ou bien la même valeur de n si l'un a un spin vers le haut et l'autre a un spin vers le bas.
2. *Le corail rectangulaire.* Faire entrer l'onde d'un électron dans les largeurs L_x et L_y du corail rectangulaire de la figure 10.12 nécessite les deux nombres quantiques n_x et n_y. Donc, tout électron confiné dans le piège doit avoir certaines valeurs de ces deux nombres quantiques, et son nombre quantique m_s peut être soit $+\frac{1}{2}$, soit $-\frac{1}{2}$ (il y a donc trois nombres quantiques). D'après le principe d'exclusion de Pauli, deux électrons confinés dans le piège doivent afficher différentes valeurs à au moins l'un de ces trois nombres quantiques.
3. *La boîte rectangulaire.* Faire entrer l'onde d'un électron dans les largeurs L_x, L_y et L_z de la boîte rectangulaire de la figure 10.13 nécessite les trois nombres quantiques n_x, n_y et n_z. Donc, tout électron confiné dans le piège doit avoir certaines valeurs de ces trois nombres quantiques, et son nombre quantique m_s peut être $+\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$ (il y a donc maintenant quatre nombres quantiques). Selon le principe d'exclusion de Pauli, deux électrons confinés dans le puits doivent afficher des valeurs différentes à au moins l'un de ces quatre nombres quantiques.

Supposez qu'on ajoute plus d'un électron, un par un, dans un piège rectangulaire de la liste précédente. Les premiers électrons ajoutés vont naturellement dans le plus bas niveau d'énergie disponible – on dit qu'ils *occupent* ce niveau. Cependant, le principe d'exclusion finit par ne plus permettre l'admission d'électrons additionnels dans ce niveau d'énergie, de sorte que le prochain électron doit occuper le niveau d'énergie suivant. Quand un niveau d'énergie ne peut plus accepter d'électrons en raison du principe d'exclusion de Pauli, on dit qu'il est **rempli.** Par contre, un niveau qui n'est occupé par aucun électron est dit **vide.** Dans les cas intermédiaires, le niveau est **partiellement occupé.** La *configuration électronique* d'un système d'électrons piégés est une liste ou un tracé des niveaux d'énergie qu'occupent les électrons, ou l'ensemble des nombres quantiques des électrons.

La détermination de l'énergie totale

Plus loin, on essaiera de déterminer l'énergie d'un *système* formé de deux ou de plusieurs électrons confinés dans un piège rectangulaire. C'est donc dire qu'on déterminera l'énergie totale d'une configuration d'électrons piégés.

Pour simplifier, on doit supposer qu'il n'y a aucune interaction électrique entre les électrons ; autrement dit, on négligera les potentiels électriques des paires d'électrons. On calculera donc l'énergie totale d'une configuration électronique en déterminant l'énergie de chaque électron, comme on l'a fait dans le chapitre 10, puis en faisant la somme des énergies. (Dans l'exemple 11.3, on le fera en fonction de sept électrons confinés dans un corail rectangulaire.)

Pour bien classer les valeurs d'énergie d'un système d'électrons donné, on peut tracer un diagramme des niveaux d'énergie *correspondant à ce système,* comme on l'a fait dans les cas où un électron unique était confiné dans les pièges du chapitre 10. Le niveau le plus bas, dont l'énergie est E_{fo}, correspond à l'état fondamental du système. Le niveau qui lui est juste supérieur, dont l'énergie est E_{pe}, correspond au premier état excité. Le niveau suivant, dont l'énergie est E_{de}, correspond au deuxième état excité du système, et ainsi de suite.

Exemple 11.3

Sept électrons sont confinés dans le corail carré de l'exemple 10.5. Ce corail est un puits de potentiel infini à deux dimensions dont les largeurs sont $L_x = L_y = L$ (figure 10.12). Supposez que les électrons n'ont aucune interaction électrique entre eux.

a) Quelle est la configuration électronique du système des sept électrons dans l'état fondamental ?

SOLUTION : On peut déterminer la configuration électronique du système en plaçant les sept électrons un par un dans le corail. Le premier concept clé est le suivant : puisqu'on présume que les électrons n'ont aucune interaction entre eux, on peut utiliser le diagramme des niveaux d'énergie pour un électron unique piégé afin de bien suivre l'ordre d'entrée des électrons dans le corail. Ce *diagramme des niveaux d'énergie à un électron* est présenté dans la figure 10.14 et partiellement reproduit ici, dans la figure 11.13 a). Rappelez-vous que les niveaux sont nommés E_{n_x,n_y} en fonction de leurs énergies. Par exemple, le niveau le plus bas a l'énergie $E_{1,1}$, où le nombre quantique n_x est 1 et le nombre quantique n_y est 1.

Le deuxième concept clé est que les électrons piégés doivent obéir au principe d'exclusion de Pauli, c'est-à-dire que deux électrons ne peuvent avoir le même ensemble de valeurs pour leurs nombres quantiques, n_x, n_y et m_s.

Le premier électron se place dans le niveau d'énergie $E_{1,1}$ et peut avoir $m_s = +\frac{1}{2}$ ou $m_s = -\frac{1}{2}$. On choisit arbitrairement le deuxième et on trace une flèche vers le bas (pour représenter le spin vers le bas) sur le niveau $E_{1,1}$ dans la figure 11.13 a). Le deuxième électron se place également dans le niveau $E_{1,1}$, mais doit avoir $m_s = +\frac{1}{2}$ afin que l'un de ses nombres quantiques diffère de ceux du premier électron. On représente ce deuxième électron par une flèche vers le haut (pour le spin vers le haut) sur le niveau $E_{1,1}$ dans la figure 11.13 b).

Ici, un autre concept clé entre en jeu : le niveau de l'énergie $E_{1,1}$ est maintenant rempli, donc le troisième électron ne peut avoir cette énergie. Par conséquent, cet électron se place dans le niveau suivant, qui contient les énergies équivalentes $E_{2,1}$ et $E_{1,2}$ (ce niveau est dégénéré). Chez ce troisième électron, les nombres quantiques n_x et n_y peuvent avoir les valeurs respectives 1 et 2 ou 2 et 1. Cet électron peut également avoir un nombre quantique m_s de $+\frac{1}{2}$ ou de $-\frac{1}{2}$. On lui attribue arbitrairement les nombres quantiques $n_x = 2$, $n_y = 1$ et $m_s = -\frac{1}{2}$. On le représente alors par une flèche vers le bas sur le niveau de $E_{1,2}$ et $E_{2,1}$ dans la figure 11.13 c).

Vous pouvez démontrer que les trois électrons suivants peuvent aussi se placer dans le niveau des énergies $E_{2,1}$ et $E_{1,2}$, à condition qu'aucun ensemble de trois nombres quantiques ne soit parfaitement répété. Ce niveau contient alors quatre électrons, dont les nombres quantiques (n_x, n_y, m_s) sont

$$(2, 1, -\tfrac{1}{2}), (2, 1, +\tfrac{1}{2}), (1, 2, -\tfrac{1}{2}), (1, 2, +\tfrac{1}{2}),$$

et le niveau est rempli. Donc, le septième électron se place dans le niveau suivant, qui est $E_{2,2}$. On lui attribue arbitrairement un spin vers le bas, où $m_s = -\frac{1}{2}$.

La figure 11.13 d) illustre les sept électrons dans un diagramme des niveaux d'énergie des électrons. Le corail renferme maintenant sept électrons, qui sont dans la configuration d'énergie la plus basse en vertu du principe d'exclusion de Pauli. Donc, la configuration du système dans l'état fondamental est celle représentée dans la figure 11.13 d) et nommée dans le tableau 11.2.

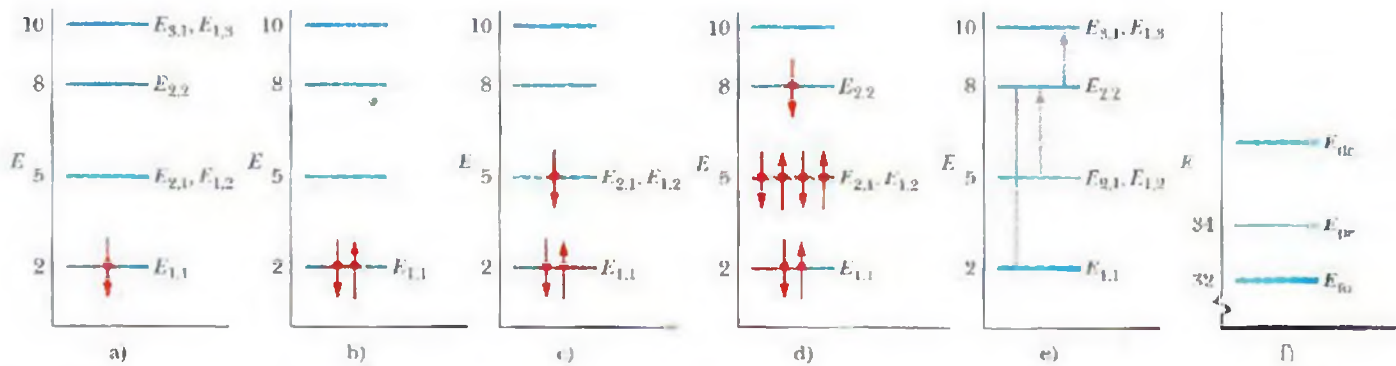


Figure 11.13 a) Diagramme des niveaux d'énergie pour un électron dans un corail carré de largeurs L (L'énergie E est en multiples de $h^2/8mL^2$.) Un électron ayant un spin vers le bas occupe le niveau le plus bas. b) Deux électrons (l'un ayant un spin vers le bas, l'autre, un spin vers le haut) occupent le plus bas niveau du diagramme des niveaux d'énergie pour un électron. c) Un troisième électron occupe le niveau d'énergie suivant. d) La configuration du système à sept électrons dans l'état fondamental e) Trois transitions possibles pour que le système à sept électrons passe à son premier état excité f) Le diagramme des niveaux d'énergie représentant les trois énergies totales les plus basses du système (en multiples de $h^2/8mL^2$)

TABLEAU 11.2 Configuration et énergies dans l'état fondamental

n_x	n_y	m_s	Énergie*
2	2	$-\frac{1}{2}$	8
2	1	$+\frac{1}{2}$	5
2	1	$-\frac{1}{2}$	5
1	2	$+\frac{1}{2}$	5
1	2	$-\frac{1}{2}$	5
1	1	$+\frac{1}{2}$	2
1	1	$-\frac{1}{2}$	2
		Total	32

* En multiples de $h^2/8mL^2$

b) Quelle est l'énergie totale du système à sept électrons dans son état fondamental, exprimée en multiples de $h^2/8mL^2$?

SOLUTION : Ici, le concept clé est que l'énergie totale E_{fo} du système dans son état fondamental est la somme des énergies individuelles des électrons contenus dans ce système. On peut trouver l'énergie de chaque électron dans le tableau 10.1, partiellement reproduit dans le tableau 11.2, ou dans la figure 11.13 d). Étant donné qu'il y a deux électrons dans le premier niveau (le plus bas), quatre dans le deuxième niveau et un dans le troisième, on a

$$E_{fo} = 2\left(2\frac{h^2}{8mL^2}\right) + 4\left(5\frac{h^2}{8mL^2}\right) + 1\left(8\frac{h^2}{8mL^2}\right)$$

$$= 32\frac{h^2}{8mL^2}. \quad \text{(réponse)}$$

c) Quelle énergie faut-il transférer au système pour qu'il passe à son premier état excité, et quelle est l'énergie de cet état ?

SOLUTION : Voici les concepts clés qu'on utilise ici.

1. Pour que le système soit excité, un de ses sept électrons doit effectuer une transition quantique vers le haut dans le diagramme des niveaux d'énergie de la figure 11.13 d).
2. Pour que cette transition se produise, la variation d'énergie ΔE de l'électron (donc du système) doit être $\Delta E = E_{haut} - E_{bas}$ (équation 10.5), où E_{bas} est le niveau d'énergie initial de la transition et E_{haut} est son niveau d'énergie final.
3. Le principe d'exclusion de Pauli doit toujours s'appliquer ; ainsi, un électron *ne peut* passer à un niveau rempli.

On peut examiner les trois transitions illustrées dans la figure 11.13 e) ; toutes trois sont permises par le principe d'exclusion de Pauli parce que les électrons passent tous dans des états vides ou partiellement occupés. Dans l'une de ces transitions possibles, un électron passe du niveau $E_{1,1}$ au niveau partiellement occupé $E_{2,2}$. La variation d'énergie est

$$\Delta E = E_{2,2} - E_{1,1} = 8\frac{h^2}{8mL^2} - 2\frac{h^2}{8mL^2} = 6\frac{h^2}{8mL^2}.$$

(On suppose que l'orientation du spin de l'électron en transit peut changer au besoin.)

Dans une autre des transitions possibles de la figure 11.13 e), un électron passe du niveau dégénéré $E_{2,1}$ et $E_{1,2}$ au niveau partiellement occupé $E_{2,2}$. La variation d'énergie est

$$\Delta E = E_{2,2} - E_{2,1} = 8\frac{h^2}{8mL^2} - 5\frac{h^2}{8mL^2} = 3\frac{h^2}{8mL^2}.$$

Dans la troisième transition possible de la figure 11.13 e), l'électron du niveau $E_{2,2}$ passe au niveau vide et dégénéré $E_{1,3}$ et $E_{3,1}$. La variation d'énergie est

$$\Delta E = E_{1,3} - E_{2,2} = 10\frac{h^2}{8mL^2} - 8\frac{h^2}{8mL^2} = 2\frac{h^2}{8mL^2}.$$

De ces trois transitions possibles, celle qui nécessite la moins grande variation d'énergie ΔE est la dernière. D'autres transitions sont envisageables, mais aucune ne nécessiterait moins d'énergie. Donc, pour que le système passe de son état fondamental à son premier état excité, l'électron du niveau $E_{2,2}$ doit passer au niveau $E_{1,3}$ et $E_{3,1}$ vide et dégénéré ; l'énergie requise est

$$\Delta E = 2\frac{h^2}{8mL^2}.$$

L'énergie E_{pe} du premier état excité du système est alors

$$E_{pe} = E_{fo} + \Delta E = 32\frac{h^2}{8mL^2} + 2\frac{h^2}{8mL^2} = 34\frac{h^2}{8mL^2}. \quad \text{(réponse)}$$

On peut représenter cette énergie et l'énergie E_{fo} du système dans l'état fondamental sur un diagramme des niveaux d'énergie *du système*, comme dans la figure 11.13 f).

11.9 La construction du tableau périodique

Les quatre nombres quantiques du tableau 11.1 décrivent les états quantiques des électrons individuels dans un atome à plusieurs électrons. Les fonctions d'onde de ces trois états ne sont toutefois pas les mêmes que celles des états correspondants de l'atome d'hydrogène parce que, dans les atomes à plusieurs électrons, l'énergie potentielle associée à un électron donné est déterminée non seulement par la charge et la position du noyau, mais aussi par les charges et les positions de tous les autres électrons présents dans l'atome. Les solutions de l'équation de Schrödinger appliquées aux atomes à plusieurs électrons peuvent être réalisées mathématiquement (en principe du moins) à l'aide d'un ordinateur.

On a vu dans la section 10.8 que tous les états où les nombres quantiques n et l ont les mêmes valeurs respectives forment une sous-couche. Pour une valeur donnée de l, le nombre quantique magnétique m_l peut avoir $2l + 1$ valeurs possibles et, pour chaque valeur de m_l, le nombre quantique de spin m_s peut avoir deux valeurs possibles. Donc, il y a $2(2l + 1)$ états dans une sous-couche. Il s'avère que *tous les états d'une sous-couche donnée possèdent la même énergie,* dont la valeur est donnée principalement par la valeur de n et, dans une moindre proportion, par la valeur de l.

Quand on nomme les sous-couches, on utilise des lettres pour représenter les valeurs

$$\begin{array}{ccccccc} l = 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \ldots \\ s & p & d & f & g & h & \ldots \end{array}$$

Par exemple, la sous-couche $n = 3$, $l = 2$ pourrait être nommée sous-couche $3d$.

Quand on attribue des électrons aux états d'un atome, il faut respecter le principe d'exclusion de Pauli expliqué dans la section 11.7 ; autrement dit, deux électrons contenus dans un atome ne peuvent posséder le même ensemble de nombres quantiques n, l, m_l et m_s. Si ce n'était de cet important principe, *tous* les électrons contenus dans un atome pourraient passer au niveau d'énergie le plus bas, ce qui pourrait éliminer la chimie des atomes et des molécules, donc la biochimie. On peut étudier les atomes de quelques éléments pour connaître le rôle du principe d'exclusion de Pauli dans la construction du tableau périodique.

Le néon

L'atome de néon possède 10 électrons. Seuls deux d'entre eux entrent dans la sous-couche du plus bas niveau d'énergie, la sous-couche $1s$. Ces deux électrons affichent tous deux les valeurs $n = 1$, $l = 0$ et $m_l = 0$, mais l'un affiche $m_s = +\frac{1}{2}$ et l'autre, $m_s = -\frac{1}{2}$. Selon le tableau 11.1, la sous-couche $1s$ renferme $2(2l + 1) = 2$ états. Étant donné que cette sous-couche contient tous les électrons permis par le principe de Pauli, elle est dite **fermée.**

Deux des huit électrons résiduels remplissent la sous-couche suivante, la sous-couche $2s$. Les six derniers électrons remplissent la sous-couche $2p$ qui, si $l = 1$, comprend $2(2l + 1) = 6$ états.

Dans une sous-couche fermée, toutes les composantes z possibles du vecteur moment cinétique orbital $\vec{L}$ sont présentes et, comme vous pouvez le vérifier dans la figure 11.5, ces composantes s'annulent dans la sous-couche complète ; pour toute composante positive, il y a une composante négative de même grandeur. De même, les composantes z des spins s'annulent également. Donc, une sous-couche fermée n'a ni moment cinétique ni moment magnétique d'aucune sorte. De plus, sa densité de probabilité a la symétrie sphérique. Donc, avec ses trois sous-couches fermées ($1s$, $2s$ et $2p$), le néon n'a aucun électron seul pouvant encourager les interactions chimiques avec les autres atomes. Comme les autres **gaz nobles** qui forment la colonne située à droite du tableau périodique, le néon est chimiquement inerte.

Le sodium

Le sodium vient après le néon dans le tableau périodique ; il compte 11 électrons. Dix d'entre eux forment un cœur fermé semblable à celui du néon, qui a un moment cinétique nul, comme on l'a vu. L'électron résiduel est largement hors de ce cœur inerte, soit dans la sous-couche $3s$ (la prochaine sous-couche possédant le moins d'énergie). Étant donné que cet **électron de valence** du sodium se trouve dans un état où $l = 0$ (c'est-à-dire dans un état s), le moment cinétique et le moment dipolaire magnétique de l'atome de sodium doivent être générés entièrement par le spin de son seul électron de valence.

Le sodium se combine facilement avec d'autres atomes qui ont une « vacance » que son électron de valence faiblement lié peut combler. Comme les autres **métaux alcalins** qui forment la colonne de gauche du tableau périodique, le sodium est chimiquement actif.

Le chlore

L'atome de chlore, qui possède 17 électrons, comporte un cœur de 10 électrons semblable à celui du néon et 7 électrons résiduels. Deux de ces derniers remplissent la sous-couche $3s$, ce qui en laisse cinq pour la sous-couche $3p$, qui est la sous-couche suivante avec le moins d'énergie. Cette dernière sous-couche, où $l = 1$, peut contenir $2(2l + 1) = 6$ électrons, de sorte qu'il s'y trouve une vacance, ou un « trou ».

Le chlore peut réagir avec un autre atome qui possède un électron de valence pouvant combler ce trou. Le chlorure de sodium (NaCl), par exemple, est un composé très stable. Le chlore, comme les autres **halogènes** qui forment la colonne VIIA du tableau périodique, est chimiquement actif.

Le fer

L'arrangement des 26 électrons de l'atome de fer peut être représenté de la manière suivante :



$$\underbrace{1s^2\ \ 2s^2\,2p^6\ \ 3s^2\,3p^6}\,3d^6\ \ 4s^2.$$

Les sous-couches sont nommées en ordre numérique et, par convention, un exposant donne le nombre d'électrons contenus dans chacune. Dans le tableau 11.1, on constate qu'une sous-couche s peut contenir 2 électrons, une sous-couche p, 6 électrons, et une sous-couche d, 10 électrons. Donc, les 18 premiers électrons du fer forment les 5 premières sous-couches remplies indiquées par le crochet, ce qui laisse 8 électrons à placer. Six de ces huit électrons se trouvent dans la sous-couche $3d$; les deux autres vont dans la sous-couche $4s$.

Les 2 derniers électrons ne s'installent pas dans la sous-couche $3d$ (qui peut contenir 10 électrons) parce qu'un atome est dans un état d'énergie inférieur quand il se trouve dans la configuration $3d^6 4s^2$ plutôt que dans la configuration $3d^8$. Un atome de fer dont la sous-couche $3d$ contiendrait 8 électrons (plutôt que 6) effectuerait rapidement une transition à la configuration $3d^6 4s^2$, émettant un rayonnement électromagnétique. Il faut retenir ici que, sauf chez les éléments les plus simples, il se peut que les états ne se remplissent pas en suivant une suite qu'on pourrait considérer comme logique.

11.10 Les rayons X et la numérotation des éléments

Quand une cible solide, comme du cuivre ou du tungstène, est bombardée par des électrons ayant une énergie cinétique située dans l'intervalle des kiloélectronvolts, il y a émission de rayonnement électromagnétique dans le domaine des rayons X. On s'intéressera ici à ce que ces rayons (dont les applications médicales, dentaires et industrielles sont très connues et répandues) permettent d'apprendre sur les atomes qui les émettent ou les absorbent. La figure 11.14 montre le spectre de longueurs d'onde des rayons X produits quand un faisceau d'électrons de 35 keV frappe une cible de molybdène. Il s'agit d'un large spectre continu de rayonnement sur lequel s'élèvent deux pics de longueurs d'onde nettement définies. Le spectre continu et les pics sont générés de différentes manières, qu'on abordera séparément.

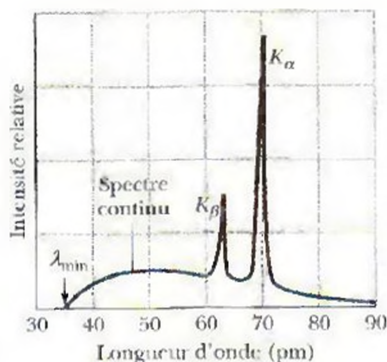


Figure 11.14 La distribution selon la longueur d'onde des rayons X produits quand des électrons de 35 keV frappent une cible de molybdène. Les pics étroits et le spectre continu d'où ils s'élèvent sont générés par des mécanismes différents.

Le spectre continu de rayons X

On étudiera ici le spectre continu de rayons X de la figure 11.14 en ignorant, pour l'instant, les deux pics qui s'en détachent. Imaginez un électron ayant une énergie cinétique initiale K_0 qui heurte (interagit avec) un des atomes de la cible, comme l'illustre la figure 11.15. L'électron peut perdre une énergie ΔK, qui peut se traduire par l'émission d'un photon de rayon X qui rayonne à partir du site de la collision. (Il y a très peu d'énergie transférée au recul de l'atome en raison de la masse relativement élevée de ce dernier ; on peut donc la négliger.) Ce spectre continu de rayons X est appelé le rayonnement de freinage (ou « bremsstrahlung »).

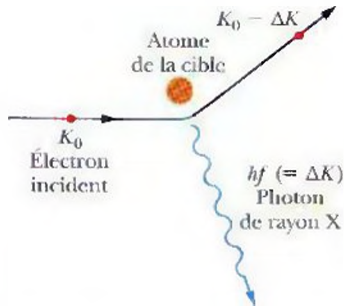


Figure 11.15 Un électron ayant une énergie cinétique K_0 passe près d'un atome de la cible et peut générer un photon de rayon X tout en perdant une partie de son énergie dans le processus. Le spectre continu de rayon X est généré de cette manière. Ce rayonnement est appelé le rayonnement de freinage.

L'électron diffusé de la figure 11.15, ayant maintenant une énergie inférieure à K_0, peut heurter un autre atome de la cible, générant un deuxième photon, dont l'énergie sera généralement différente de celle du photon produit dans la première collision. Ce processus de diffusion peut continuer jusqu'à ce que l'électron soit presque immobilisé. Chacun des photons générés par ces collisions forme une partie du spectre continu de rayons X.

Dans le spectre illustré dans la figure 11.14, on voit bien la **longueur d'onde de seuil** nettement définie, λ_{min}, sous laquelle le spectre continu n'existe pas. Cette longueur d'onde minimale correspond à une unique collision frontale avec un atome cible, collision dans laquelle un électron incident perd toute son énergie cinétique initiale K_0. Pratiquement toute l'énergie de l'électron est transférée à un photon unique, dont la longueur d'onde associée (la plus petite longueur d'onde possible du rayon X) est déterminée par

$$K_0 = hf = \frac{hc}{\lambda_{min}},$$

ou $$\lambda_{min} = \frac{hc}{K_0} \quad \text{(la longueur d'onde de seuil)}. \qquad (11.23)$$

La longueur d'onde de seuil est totalement indépendante du matériau de la cible. Si on changeait le molybdène de la cible pour du cuivre, par exemple, toutes les parties du spectre du rayon X de la figure 11.14 varieraient, *exception faite* de la longueur d'onde de seuil.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : La longueur d'onde de seuil λ_{min} du spectre continu de rayon X augmente-t-elle, diminue-t-elle ou reste-t-elle la même si vous a) augmentez l'énergie cinétique des électrons qui heurtent la cible de rayon X, b) projetez les électrons sur une cible formée d'une mince feuille au lieu d'un bloc épais de matériau, c) changez la cible pour un élément de numéro atomique plus élevé ?

Exemple 11.4

Un faisceau d'électrons de 35,0 keV frappe une cible de molybdène et génère les rayons X dont le spectre est illustré dans la figure 11.14. Quelle est la longueur d'onde de seuil ?

SOLUTION : Ici, le concept clé est que la longueur d'onde de seuil λ_{min} correspond au transfert (approximativement) complet de l'énergie d'un électron à un photon de rayon X, produisant ainsi un photon possédant la fréquence la plus élevée possible et la plus petite longueur d'onde possible. Selon l'équation 11.23, on a

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{K_0} = \frac{(6{,}63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(3{,}00 \times 10^{8}\ \text{m/s})}{(35{,}0 \times 10^{3}\ \text{eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})}$$
$$= 3{,}55 \times 10^{-11}\ \text{m} = 35{,}5\ \text{pm}. \qquad \text{(réponse)}$$

Le spectre des rayons X caractéristiques

On peut maintenant s'attarder aux deux pics de la figure 11.14, nommés K_α et K_β. Ces pics (et d'autres apparaissant au-delà de la plage de longueurs d'onde illustrée dans la figure 11.14) forment le **spectre des rayons X caractéristiques** du matériau de la cible.

Ces pics sont générés dans un processus en deux parties. Premièrement, un électron énergique heurte un atome de la cible et, pendant sa diffusion, expulse un des électrons d'une couche profonde (basse valeur de n) de l'atome. Si l'électron de l'atome se trouvait dans la couche définie par $n = 1$ (appelée, pour des raisons historiques, la couche K), il laisse une vacance, ou *trou*, dans cette couche. Deuxièmement, un électron se trouvant dans une des couches à énergie plus élevée vient alors combler le trou dans la couche K. Pendant cette transition, l'atome émet un photon de rayon X caractéristique. Si l'électron qui comble la vacance de la couche K provient de la couche où $n = 2$ (appelée couche L), le rayonnement émis est la raie K_α de la figure 11.14 ; s'il provient de la couche où $n = 3$ (appelée couche M), il produit la raie K_β, etc. Le trou laissé dans la couche L ou M sera comblé par un électron provenant d'une couche supérieure de l'atome.

Dans l'étude des rayons X, il est plus commode de considérer le trou créé profondément dans le nuage électronique de l'atome que de considérer les variations d'état quantique des électrons en transit pour combler ce trou. C'est exactement ce que l'on fait dans la figure 11.16 ; il s'agit d'un diagramme des niveaux d'énergie pour le

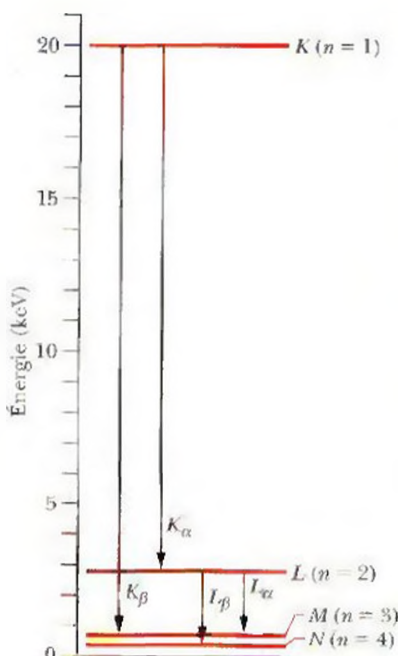


Figure 11.16 Un diagramme des niveaux d'énergie atomique simplifié pour le molybdène, montrant les transitions (des trous plutôt que des électrons) qui génèrent certains des rayons X caractéristiques de cet élément. Chaque ligne horizontale représente l'énergie de l'atome comprenant un trou (un électron manquant) dans la couche indiquée.

molybdène, l'élément dont il est question dans la figure 11.14. La ligne de base ($E = 0$) représente l'atome neutre à son état fondamental. Le niveau marqué K (à $E = 20$ keV) représente l'énergie de l'atome de molybdène comportant un trou dans la couche K. De même, le niveau marqué L (à $E = 2{,}7$ keV) représente l'atome affichant un trou dans la couche L, et ainsi de suite.

Les transitions marquées K_α et K_β dans la figure 11.16 sont celles qui produisent les deux pics de rayons X dans la figure 11.14. La raie spectrale K_α, par exemple, est générée quand un électron provenant de la couche L comble un trou dans la couche K. Dans la figure 11.16, cette transition correspond à une transition *vers le bas* du trou, du niveau K au niveau L.

La numérotation des éléments

En 1913, un physicien britannique, Henry G. J. Moseley, a généré des rayons X caractéristiques en utilisant tous les éléments qu'il a pu trouver (38). Pour ce faire, il bombardait ces éléments avec des électrons dans un tube à vide de sa conception. À l'aide d'un chariot manipulé par des ficelles, il pouvait déplacer chaque cible dans la trajectoire du faisceau d'électrons. Il a mesuré les longueurs d'onde des rayons X émis à l'aide de la méthode de diffraction des cristaux décrite dans la section 7.9.

Moseley rechercha (et trouva) alors des constances dans ces spectres en passant d'un élément à l'autre du tableau périodique. Il nota, en particulier, dans le cas d'une raie spectrale donnée comme K_α, que s'il représentait graphiquement, pour chaque élément, la racine carré de la fréquence f en fonction de la position de l'élément dans le tableau périodique, il en résultait une droite. La figure 11.17 montre une partie de ses nombreuses données. La conclusion de Moseley fut la suivante :

> « Nous avons ici une preuve qu'il y a une grandeur fondamentale dans l'atome, qui augmente par étapes régulières à mesure qu'on passe d'un élément à l'élément suivant. Cette grandeur ne peut être que la charge du noyau central. »

Grâce au travail de Moseley, le spectre des rayons X caractéristiques fut adopté comme signature universelle d'un élément, permettant la solution d'un bon nombre de casse-tête dans le tableau périodique. Avant cette époque (1913), les positions des éléments dans le tableau périodique étaient attribuées en fonction du *poids* atomique, bien qu'il fût nécessaire d'inverser cet ordre chez plusieurs paires d'éléments en raison d'indices chimiques irréfutables ; Moseley démontra que c'était la charge nucléaire (c'est-à-dire le *numéro atomique* Z) qui devait être la base réelle de la numérotation des éléments.

En 1913, le tableau périodique présentait plusieurs cases vides, et il y eut un nombre surprenant de réclamations pour y inclure de nouveaux éléments. Le spectre de rayons X constitua alors un test final quant à ces réclamations. Les lanthanides, souvent appelés éléments des terres rares, étaient ordonnés de manière imparfaite en raison de leurs propriétés chimiques similaires. Une fois le travail de Moseley publié, ces éléments furent adéquatement ordonnés. Plus récemment, les identités de certains éléments se trouvant au-delà de l'uranium sont devenues incontestables quand des quantités suffisantes ont permis une étude de leurs spectres de rayons X respectifs.

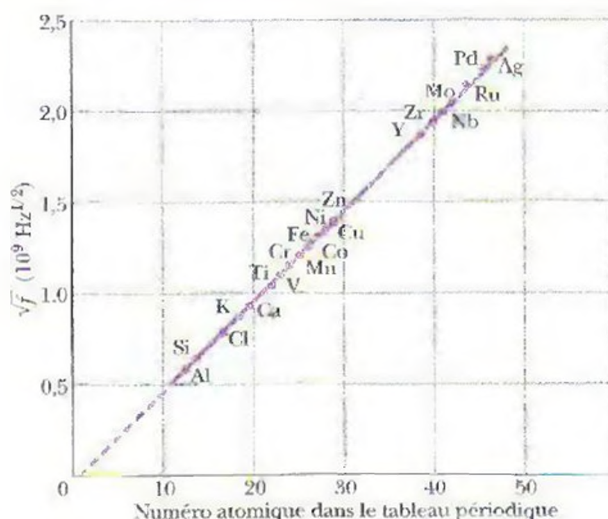


Figure 11.17 Un graphique de Moseley de la raie K_α des spectres de rayons X caractéristiques de 21 éléments. La fréquence est calculée en fonction de la longueur d'onde mesurée.

Il n'est pas difficile de savoir pourquoi le spectre de rayons X caractéristiques affiche une constance si impressionnante d'un élément à l'autre, alors que le spectre optique des domaines visibles et près du visible ne le fait pas : la clé de l'identité d'un élément est la charge de son noyau. L'or, par exemple, est ce qu'il est parce que ses atomes possèdent une charge nucléaire de $+79e$ (c'est-à-dire que $Z = 79$). Un atome dont le noyau possède une charge élémentaire de plus est du mercure ; un atome ayant une charge de moins correspond au platine. Les électrons K, qui jouent un rôle important dans la production du spectre de rayons X, se trouvent très près du noyau et sont des sondes sensibles de sa charge. Le spectre optique, par contre, met en jeu des transitions des électrons les plus éloignés du noyau, voilés par les autres électrons de l'atome, et qui, par conséquent, *ne* constituent *pas* des sondes sensibles de la charge nucléaire.

L'explication du graphique de Moseley

Les données expérimentales de Moseley, dont le graphique de la figure 11.17 ne représente qu'une partie, peuvent servir directement à placer les éléments aux bons endroits dans le tableau périodique. C'est possible même si aucune base théorique des résultats de Moseley n'est établie. Cependant, une telle base existe.

Selon l'équation 10.28, l'énergie de l'atome d'hydrogène est

$$E_n = -\frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}\frac{1}{n^2} = -\frac{13{,}6\ \text{eV}}{n^2}, \qquad \text{pour } n = 1, 2, 3, \ldots \tag{11.24}$$

Imaginez maintenant deux des électrons les plus internes de la couche K dans un atome à plusieurs électrons. En raison de la présence de l'autre électron dans sa couche, le premier électron « voit » une charge nucléaire effective approximative de $(Z - 1)e$, où e est la charge élémentaire et Z est le numéro atomique de l'élément. Le facteur e^4 de l'équation 11.24 est le produit de e^2 (carré de la charge nucléaire de l'hydrogène) et de $(-e)^2$ (carré de la charge de l'électron). Dans le cas d'un atome à plusieurs électrons, on peut établir une approximation de l'énergie effective de l'atome en remplaçant le facteur e^4 par $(Z - 1)^2e^2 \times (-e)^2$, ou $e^4(Z - 1)^2$, dans l'équation 11.24, ce qui donne

$$E_n = -\frac{(13{,}6\ \text{eV})(Z-1)^2}{n^2}. \tag{11.25}$$

On constate que le photon de rayon X K_α (ayant une énergie hf) est généré quand un électron effectue une transition de la couche L (où $n = 2$, énergie E_2) à la couche K (où $n = 1$, énergie E_1). Donc, si on utilise l'équation 11.25, on peut exprimer la variation d'énergie ainsi :

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_2 - E_1\\ &= \frac{-(13{,}6\ \text{eV})(Z-1)^2}{2^2} - \frac{-(13{,}6\ \text{eV})(Z-1)^2}{1^2}\\ &= (10{,}2\ \text{eV})(Z-1)^2.\end{aligned}$$

La fréquence f de la raie K_α est alors

$$\begin{aligned}f &= \frac{\Delta E}{h} = \frac{(10{,}2\ \text{eV})(Z-1)^2}{(4{,}14 \times 10^{-15}\ \text{eV}\cdot\text{s})}\\ &= (2{,}46 \times 10^{15}\ \text{Hz})(Z-1)^2.\end{aligned} \tag{11.26}$$

Si on extrait la racine carrée des deux membres, on obtient

$$\sqrt{f} = CZ - C, \tag{11.27}$$

où C est une constante ($= 4{,}96 \times 10^7\ \text{Hz}^{1/2}$). L'équation 11.27 est l'équation d'une droite. Elle démontre que, si on représente graphiquement la racine carrée de la fréquence de la raie spectrale K_α des rayons X en fonction du numéro atomique Z, on devrait obtenir une droite. On voit dans la figure 11.17 que c'est exactement ce qu'a trouvé Moseley.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 :** Les rayons X K_α générés par une cible de cobalt ($Z = 27$) ont une longueur d'onde approximative de 179 pm. La longueur d'onde des rayons X K_α générés par une cible de nickel ($Z = 28$) est-elle supérieure ou inférieure à 179 pm ?

Exemple 11.5

On bombarde une cible de cobalt avec des électrons et on mesure les longueurs d'onde du spectre de rayons X caractéristiques généré. Il y a aussi un deuxième spectre caractéristique plus faible, qui est généré par une impureté dans le cobalt. Les longueurs d'onde des raies K_α sont 178,9 pm (cobalt) et 143,5 pm (impureté), et le numéro atomique du cobalt est $Z_{Co} = 27$. Identifiez l'impureté à l'aide de ces données.

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : les longueurs d'onde des raies K_α produites par le cobalt (Co) et par l'impureté (X) se trouvent dans le graphique de Moseley, qui est donné par l'équation 11.27. Si on remplace f par c/λ dans cette équation, on obtient

$$\sqrt{\frac{c}{\lambda_{Co}}} = CZ_{Co} - C \quad \text{et} \quad \sqrt{\frac{c}{\lambda_X}} = CZ_X - C.$$

Si on divise la deuxième équation par la première, on élimine C, ce qui donne

$$\sqrt{\frac{\lambda_{Co}}{\lambda_X}} = \frac{Z_X - 1}{Z_{Co} - 1}.$$

Si on y insère les données connues, on obtient

$$\sqrt{\frac{178,9 \text{ pm}}{143,5 \text{ pm}}} = \frac{Z_X - 1}{27 - 1}.$$

Si on isole l'inconnue, on obtient

$$Z_X = 30,0. \qquad \text{(réponse)}$$

Un coup d'œil au tableau périodique vous permettra de constater que l'impureté est du zinc.

11.11 Les lasers et la lumière d'un laser

À la fin des années 1940 et au début des années 1960, la physique quantique permit deux développements technologiques majeurs : le **transistor**, qui révolutionna l'informatique, et le **laser.** La lumière d'un laser, tout comme la lumière d'une ampoule ordinaire, est émise quand des atomes effectuent une transition d'un état quantique à un autre de plus faible énergie. Cependant, dans un laser (ce qui n'est pas le cas dans d'autres sources lumineuses), les atomes travaillent de concert pour produire une lumière ayant des caractéristiques spéciales.

1. ***La lumière d'un laser est fortement monochromatique.*** La lumière d'une ampoule incandescente ordinaire couvre une plage continue de longueurs d'onde et n'est certainement pas monochromatique. Le rayonnement d'un néon fluorescent *est* monochromatique, à environ 1 partie par 10^6. Cependant, la netteté de définition de la lumière d'un laser peut être plusieurs fois supérieure, jusqu'à 1 partie par 10^{15}.
2. ***La lumière d'un laser est fortement cohérente.*** Les longues ondes individuelles (*trains d'ondes*) de la lumière laser peuvent mesurer plusieurs centaines de kilomètres. Quand deux faisceaux distincts ayant parcouru de telles distances sur des trajectoires séparées se combinent de nouveau, ils « se souviennent » de leur origine commune et peuvent former des patrons d'interférence. La *longueur de cohérence* correspondante dans le cas de trains d'ondes émis par une ampoule électrique est typiquement inférieure à un mètre.
3. ***La lumière d'un laser est fortement directionnelle.*** Un faisceau laser diverge très peu ; il s'écarte du parallélisme strict seulement en raison d'une diffraction à l'ouverture de la sortie du laser. Par exemple, une impulsion laser utilisée pour mesurer la distance de la Lune génère un point de seulement quelques mètres de diamètre à la surface du satellite naturel de la Terre. On peut concentrer la lumière d'une ampoule ordinaire en un faisceau presque parallèle à l'aide de lentilles, mais la divergence de ce faisceau est beaucoup plus grande que celle de la lumière laser. Chaque point du filament d'une ampoule forme son propre faisceau distinct, et la divergence angulaire du faisceau total composé est fonction de la taille du filament.
4. ***La lumière d'un laser peut être nettement focalisée.*** Si deux faisceaux lumineux transportent la même énergie, le faisceau qui peut être focalisé sur le plus petit point affichera la plus grande intensité à ce point. Dans le cas de la lumière d'un laser, le point concentré peut être si petit qu'une intensité de 10^{17} W/cm² peut facilement être atteinte. La flamme d'un chalumeau oxyacétylénique, par comparaison, a une intensité approximative de seulement 10^3 W/cm².



Figure 11.18 La rétine décollée d'une patiente est replacée et soudée à l'aide d'un laser dirigé dans l'œil.

Les lasers ont de nombreuses applications

Les plus petits lasers, utilisés pour la transmission de la voix et de données dans les fibres optiques, ont comme milieu actif un cristal semi-conducteur ayant environ la taille d'une tête d'épingle. Même à cette taille, les lasers peuvent générer une puissance approximative de 200 mW. Les plus gros lasers, utilisés dans la recherche sur la fusion nucléaire ainsi qu'en astronomie et dans des applications militaires, remplissent un grand immeuble. Un laser d'une telle taille peut générer de brèves impulsions de lumière laser ayant une puissance d'environ 10^{14} W. Cette puissance est quelques centaines de fois supérieure à la capacité de production électrique totale des États-Unis. Pour éviter une brève panne nationale durant une impulsion, on stocke l'énergie requise à taux régulier durant l'intervalle relativement long qui sépare deux impulsions.

Parmi les nombreuses applications des lasers, on trouve la lecture des codes à barres, la fabrication et la lecture de disques compacts, la réalisation d'interventions chirurgicales (voir la photo d'ouverture du chapitre), la surveillance, la taille de tissus dans l'industrie du vêtement (plusieurs centaines de couches à la fois), la soudure et la réalisation d'hologrammes.

11.12 Le fonctionnement des lasers

Le mot « laser » est l'acronyme de l'expression anglaise *Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* (amplification de lumière par émission stimulée de rayonnement). On peut donc constater que l'**émission stimulée** est la clé du fonctionnement du laser. Einstein a élaboré ce concept en 1917. Bien que le monde dût attendre les années 1960 pour voir un laser fonctionner, les bases de son développement furent établies des décennies plus tôt.

Imaginez un atome isolé pouvant exister soit dans son état d'énergie minimale (son état fondamental), dont l'énergie est E_0, soit dans un état d'énergie supérieure (un état excité), dont l'énergie est E_x. Voici trois processus qui permettent à l'atome de passer de l'un de ces états à l'autre.

1. ***L'absorption***. La figure 11.19 a) montre l'atome initialement dans son état fondamental. Si cet atome est placé dans un champ électromagnétique oscillant à une fréquence f, il peut absorber une énergie hf de ce champ et passer au niveau d'énergie supérieur. Selon le principe de conservation de l'énergie, on a

$$hf = E_x - E_0. \tag{11.28}$$

   Ce processus est appelé **absorption.**

2. ***L'émission spontanée***. Dans la figure 11.19 b), l'atome est dans son état excité et aucun rayonnement extérieur n'est présent. Après un certain temps, l'atome effectuera *de lui-même* une transition vers son état fondamental, émettant un photon d'énergie hf dans le processus. Ce processus est appelé **émission spontanée** ; il est dit *spontané* parce que l'événement n'est induit par aucun facteur extérieur. La lumière du filament d'une ampoule électrique ordinaire est générée de cette manière.

   Normalement, en moyenne, les atomes demeurent excités 10^{-8} s environ avant que l'émission spontanée se produise. Cependant, dans le cas de certains états excités, la durée d'excitation peut être 10^5 fois plus longue. Des états ayant de si longues durées sont dits **métastables** ; ils jouent un rôle important dans le fonctionnement des lasers.

3. ***L'émission stimulée***. Dans la figure 11.19 c), l'atome est encore dans son état excité, mais, cette fois, un rayonnement ayant une fréquence déterminée par l'équation 11.28 est présent. Un photon qui a une énergie hf peut stimuler l'atome et l'amener à effectuer une transition vers son état fondamental ; durant cet événement, l'atome émet un photon additionnel ayant également une énergie hf. Cet événement est appelé **émission stimulée** ; celle-ci est dite *stimulée* parce qu'elle est induite par un photon extérieur. Le photon émis est parfaitement identique au photon qui a stimulé son émission. Donc, les ondes associées aux photons ont la même énergie, la même phase et la même polarisation, et suivent la même direction.

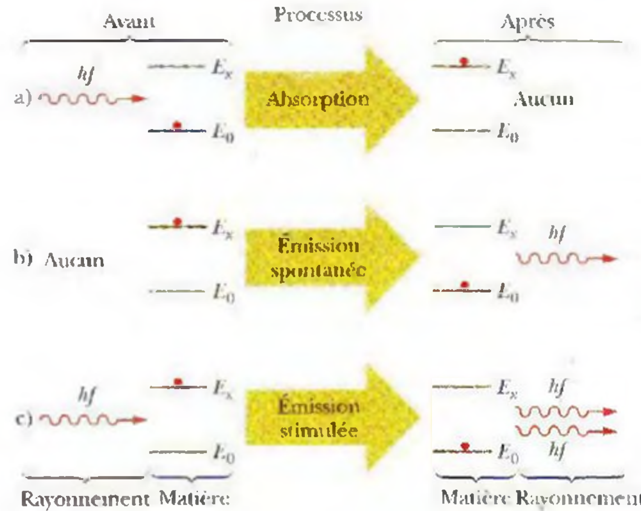


Figure 11.19 L'interaction entre le rayonnement et la matière pendant les processus a) d'absorption, b) d'émission spontanée et c) d'émission stimulée. Un atome (matière) est représenté par le point rouge ; l'atome est dans un état quantique fondamental ayant une énergie E_0 ou dans un état quantique excité ayant une énergie E_x. En a), l'atome absorbe un photon d'énergie hf d'une onde lumineuse incidente. En b), il émet une onde lumineuse en émettant un photon d'énergie hf. En c), une onde lumineuse incidente dont les photons ont une énergie hf provoque l'émission d'un photon de même énergie par l'atome, augmentant ainsi l'énergie de l'onde lumineuse.

La figure 11.19 c) décrit l'émission stimulée dans le cas d'un atome unique. Supposez qu'un échantillon contient un grand nombre d'atomes en équilibre thermique à une température T. Avant qu'un rayonnement atteigne l'échantillon, un nombre N_0 de ces atomes se trouvent dans leur état fondamental et ont une énergie E_0, et un nombre N_x d'atomes se trouvent dans un état d'énergie excité E_x. Ludwig Boltzmann a démontré que N_x s'exprime au moyen de N_0 par

$$N_x = N_0 e^{-(E_x - E_0)/kT}, \tag{11.29}$$

où $k = 1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K $= 8{,}62 \times 10^{-5}$ eV/K est la constante de Boltzmann. Cette équation semble vraisemblable. La grandeur kT est l'énergie cinétique moyenne d'un atome à la température T. Plus la température est élevée, plus les atomes (en moyenne) seront « poussés » par agitation thermique (c'est-à-dire par les collisions entre les atomes) au niveau d'énergie supérieur E_x. De plus, étant donné que $E_x > E_0$, l'équation 11.29 impose que $N_x < N_0$; c'est donc dire qu'il y aura toujours moins d'atomes dans l'état excité que dans l'état fondamental. C'est ce qui est prévu si les populations N_0 et N_x des niveaux ne sont déterminées que par l'action de l'agitation thermique. La figure 11.20 a) illustre cette situation.

Si on inonde maintenant les atomes de la figure 11.20 a) de photons ayant une énergie $E_x - E_0$, les photons seront absorbés par les atomes dans l'état fondamental, et des photons seront générés par émission stimulée des atomes se trouvant dans l'état excité. Einstein a montré que la probabilité par atome que ces deux processus se déroulent est égale. Donc, étant donné qu'il y a plus d'atomes dans l'état fondamental que dans l'état excité, l'action *résultante* sera l'absorption de photons.

Pour obtenir un laser, il faut plus d'émissions que d'absorptions de photons, c'est-à-dire qu'il faut une situation où l'émission stimulée domine. Le moyen direct de le faire est de commencer avec plus d'atomes dans l'état excité que dans l'état fondamental, comme dans la figure 11.20 b). Cependant, puisqu'une telle **inversion de populations** ne peut être produite avec l'équilibre thermique, il faut trouver un autre moyen d'en établir une et de la maintenir.



Figure 11.20 a) La répartition à l'équilibre des atomes entre l'état fondamental E_0 et l'état excité E_x, expliquée par l'agitation thermique. b) Une population inversée obtenue par des méthodes spéciales. Une telle inversion est essentielle au fonctionnement d'un laser.

Le laser hélium-néon

La figure 11.21 illustre un type de laser qu'on trouve couramment dans les laboratoires scolaires. Il a été conçu en 1961 par Ali Javan et ses collaborateurs. Le tube à décharge en verre est rempli d'un mélange contenant 20 % d'hélium et 80 % de néon gazeux ; le néon est le milieu où l'action du laser se produit.

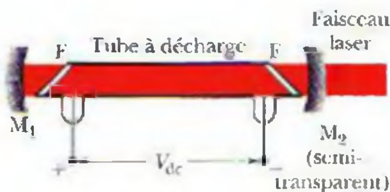


Figure 11.21 Les composantes d'un laser hélium-néon. Une différence de potentiel appliquée V_{dc} projette des électrons à travers un tube à décharge contenant un mélange d'hélium et de néon gazeux. Les électrons heurtent les atomes d'hélium, qui heurtent ensuite les atomes de néon, qui émettent de la lumière dans l'axe du tube. La lumière traverse des fenêtres transparentes F et est réfléchie vers l'arrière et l'avant du tube par les miroirs M_1 et M_2 pour provoquer encore plus d'émissions chez les atomes de néon. Une certaine quantité de lumière est transmise à travers le miroir M_2 pour former le faisceau laser.

La figure 11.22 présente des diagrammes de niveaux d'énergie simplifiés pour les deux atomes. Un courant électrique traversant le mélange hélium-néon permet (par les collisions entre les atomes d'hélium et les électrons du courant) de faire passer de nombreux atomes d'hélium à l'état E_3, qui est métastable.

L'énergie de l'état de l'hélium E_3 (20,61 eV) est très près de l'énergie de l'état du néon E_2 (20,66 eV). Donc, quand un atome d'hélium métastable (E_3) et un atome de néon à son état fondamental (E_0) se heurtent, l'énergie d'excitation de l'atome d'hélium est souvent transférée à l'atome de néon, qui passe alors à l'état E_2. Ainsi, le niveau E_2 du néon illustré dans la figure 11.22 peut devenir plus occupé que son niveau E_1.

Cette inversion de populations est relativement facile à obtenir parce que, premièrement, il n'y a essentiellement pas d'atomes de néon dans l'état E_1 ; deuxièmement, la nature métastable du niveau E_3 de l'hélium assure une alimentation facile en atomes de néon dans l'état E_2 et, troisièmement, les atomes dans le niveau E_1 passent rapidement (à travers des niveaux intermédiaires non illustrés ici) à l'état fondamental E_0 du néon.

Supposez maintenant qu'un photon unique est spontanément émis quand un atome de néon passe de l'état E_2 à l'état E_1. Un tel photon peut provoquer une émission stimulée qui, à son tour, peut provoquer d'autres émissions. Grâce à cette réaction en chaîne, un faisceau cohérent de lumière laser rouge, se propageant parallèlement à l'axe du tube, est rapidement créé. Cette lumière, d'une longueur d'onde de 632,8 nm, traverse le tube à décharge plusieurs fois en raison des réflexions successives des miroirs M_1 et M_2 (figure 11.21), accumulant des émissions additionnelles de photons à chaque passage. Le miroir M_1 réfléchit toute la lumière, mais le miroir M_2 est légèrement transparent, de sorte qu'une petite fraction de la lumière s'échappe pour former un faisceau externe utile.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 4 : La longueur d'onde de la lumière du laser *A* (laser hélium-néon) est 632,8 nm ; celle du laser *B* (laser à gaz carbonique) est 10,6 μm. La longueur d'onde du laser *C* (laser à l'arséniure de gallium) est 840 nm. Classez ces lasers en fonction de la différence d'énergie entre les deux états quantiques responsables de leur action, en commençant par la différence la plus élevée.

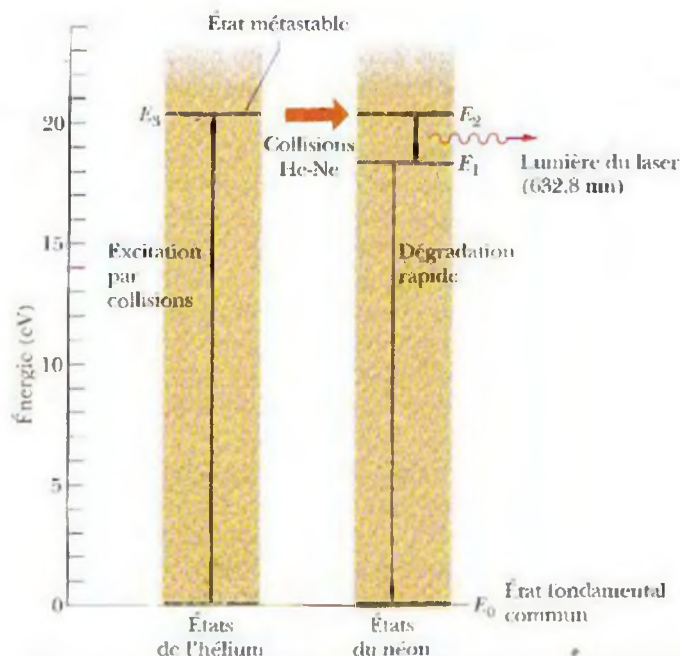


Figure 11.22 Quatre niveaux d'énergie essentiels des atomes d'hélium et de néon dans un laser hélium-néon. L'action laser apparaît entre les niveaux E_2 et E_1 du néon quand il y a plus d'atomes dans le niveau E_2 que dans le niveau E_1.

Exemple 11.6

Dans le laser hélium-néon de la figure 11.21, l'action laser apparaît entre deux états excités de l'atome de néon. Cependant, dans de nombreux lasers, elle apparaît entre l'état fondamental et un état excité, comme le suggère la figure 11.20.

a) Imaginez un tel laser qui émet à une longueur d'onde de $\lambda = 550$ nm. S'il n'y a pas d'inversion de populations, quel est le rapport entre la population d'atomes dans l'état E_x et la population d'atomes dans l'état fondamental E_0, ces atomes étant à la température ambiante ?

SOLUTION : Le premier concept clé qu'on utilise est le suivant : le rapport des populations N_x/N_0 apparaissant naturellement dans les deux états est fonction de l'agitation thermique des atomes gazeux ; selon l'équation 11.29, on peut écrire

$$N_x/N_0 = e^{-(E_x - E_0)/kT}. \tag{11.30}$$

Pour déterminer N_x/N_0 à l'aide de l'équation 11.30, il faut calculer la différence d'énergie $E_x - E_0$ entre ces deux états. Un deuxième concept clé est employé ici : on peut obtenir $E_x - E_0$ en utilisant la longueur d'onde donnée de 550 nm pour l'action laser entre ces deux états. On obtient

$$\begin{aligned} E_x - E_0 &= hf = \frac{hc}{\lambda} \\ &= \frac{(6.63 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s})(3.00 \times 10^8\ \text{m/s})}{(550 \times 10^{-9}\ \text{m})(1.60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})} \\ &= 2.26\ \text{eV}. \end{aligned}$$

Pour résoudre l'équation 11.30, on doit aussi utiliser l'énergie moyenne de l'agitation thermique kT pour un atome à température ambiante (supposée à 300 K), qui est

$$kT = (8.62 \times 10^{-5}\ \text{eV/K})(300\ \text{K}) = 0{,}025\,9\ \text{eV}.$$

Si on insère les deux derniers résultats dans l'équation 11.30, on obtient le rapport entre les populations à température ambiante :

$$\begin{aligned} N_x/N_0 &= e^{-(2.26\ \text{eV})/(0{,}025\,9\ \text{eV})} \\ &\approx 1.3 \times 10^{-38}. \quad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

C'est un nombre extrêmement petit. Il n'est toutefois pas invraisemblable. Un atome dont l'énergie d'agitation thermique moyenne est seulement de 0,025 9 eV ne procurera pas souvent une énergie de 2.26 eV à un autre atome dans une collision.

b) Dans les conditions décrites en a), à quelle température le rapport N_x/N_0 serait-il $\frac{1}{2}$?

SOLUTION : Les deux concepts clés de a) s'appliquent ici, mais on veut, cette fois, que la température T soit suffisante pour que l'agitation thermique pousse assez d'atomes de néon au niveau d'énergie supérieur pour obtenir $N_x/N_0 = \frac{1}{2}$. Si on insère ce rapport dans l'équation 11.30, qu'on prend le logarithme naturel des deux membres et qu'on isole T, on obtient

$$\begin{aligned} T &= \frac{E_x - E_0}{k(\ln 2)} = \frac{2.26\ \text{eV}}{(8.62 \times 10^{-5}\ \text{eV/K})(\ln 2)} \\ &= 3.78 \times 10^4\ \text{K}. \quad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

ce qui est beaucoup plus chaud que la surface du Soleil. Il est clair que, si on veut inverser les populations de ces deux niveaux, il faut un mécanisme spécifique, c'est-à-dire qu'il faut pousser les atomes. Aucune température, quelle qu'elle soit, ne provoquera naturellement une inversion de populations par agitation thermique.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Quelques propriétés des atomes Les énergies des atomes sont quantifiées, c'est-à-dire que les atomes ne possèdent que certaines valeurs spécifiques d'énergie associées à différents états quantiques. Les atomes peuvent effectuer des transitions entre différents états quantiques en émettant ou en absorbant un photon, dont la fréquence f est déterminée par

$$hf = E_{haut} - E_{bas} \tag{11.1}$$

où E_{haut} est le niveau d'énergie supérieur et E_{bas} est le niveau d'énergie inférieur de la paire des états quantiques en jeu dans la transition. Les atomes possèdent également des moments cinétiques et des moments dipolaires magnétiques quantifiés.

Les moments cinétiques et moments dipolaires magnétiques Un électron piégé dans un atome possède un *moment cinétique orbital* $\vec{L}$ dont le module est

$$L = \sqrt{\ell(\ell + 1)}\hbar. \tag{11.2}$$

où ℓ est le *nombre quantique orbital* (qui peut avoir les valeurs indiquées dans le tableau 11.1) et où la constante « h-barre » est $\hbar = h/2\pi$. La composante L_z de $\vec{L}$ le long d'un axe des z arbitraire est quantifiée et mesurable et peut avoir les valeurs

$$L_z = m_\ell \hbar. \tag{11.7}$$

où m_ℓ est le *nombre quantique magnétique* (qui peut avoir les valeurs indiquées dans le tableau 11.1).

Un dipôle magnétique est associé au moment cinétique $\vec{L}$ d'un électron dans un atome. Ce dipôle magnétique a un **moment dipolaire magnétique orbital** $\vec{\mu}_{orb}$ orienté dans la direction opposée à $\vec{L}$.

$$\vec{\mu}_{orb} = -\frac{e}{2m}\vec{L}. \tag{11.3}$$

où le signe négatif indique des directions opposées. La composante $\mu_{orb,z}$ du moment dipolaire magnétique orbital le long de l'axe des z est quantifiée et mesurable et peut avoir les valeurs

$$\mu_{orb,z} = -m_\ell \mu_B, \tag{11.5}$$

où μ_B est le *magnéton de Bohr*.

$$\mu_B = \frac{eh}{4\pi m} = \frac{e\hbar}{2m} = 9{,}274 \times 10^{-24}\ \text{J/T}. \tag{11.6}$$

Un électron, confiné ou libre, possède un *moment cinétique intrinsèque* (ou simplement un *spin*) $\vec{S}$ dont le module est

$$S = \sqrt{s(s + 1)}\hbar. \tag{11.9}$$

où s est le *nombre quantique de spin* de l'électron, qui est toujours $\frac{1}{2}$. La composante S_z de $\vec{S}$ le long d'un axe des z arbitraire est quantifiée et mesurable et peut avoir les valeurs

$$S_z = m_s \hbar \tag{11.12}$$

où m_s est le *nombre quantique de spin* de l'électron et peut être $+\frac{1}{2}$ ou $-\frac{1}{2}$.

Un électron possède un dipôle magnétique intrinsèque associé à son spin $\vec{S}$, qu'il soit confiné dans un atome ou libre. Ce dipôle magnétique possède un **moment magnétique de spin** $\vec{\mu}_s$ orienté dans la direction opposée à $\vec{S}$:

$$\vec{\mu}_s = -\frac{e}{m}\vec{S}. \qquad (11.10)$$

La composante $\mu_{s,z}$ du moment magnétique de spin $\vec{\mu}_s$ le long d'un axe des z arbitraire est quantifiée et mesurable et peut avoir les valeurs

$$\mu_{s,z} = -2m_s\mu_B. \qquad (11.13)$$

Le spin et la résonance magnétique Un proton possède un spin $\vec{S}$ et un moment magnétique de spin $\vec{\mu}$ toujours orienté dans la *même* direction que $\vec{S}$. Si un proton se trouve dans un champ magnétique $\vec{B}$ extérieur, la composante vectorielle $\vec{\mu}_z$ de $\vec{\mu}$ parallèle à un axe des z (décrit comme étant orienté dans la direction de $\vec{B}$) ne peut avoir que deux orientations quantifiées : parallèle à $\vec{B}$ ou antiparallèle à $\vec{B}$. La différence d'énergie entre ces orientations est $2\mu_z B$. L'énergie requise par un photon pour faire passer le spin du proton d'une orientation à l'autre est

$$hf = 2\mu_z|\vec{B}_{ext} + \vec{B}_{local}|, \qquad (11.22)$$

où $\vec{B}_{ext}$ représente maintenant le champ magnétique extérieur et $\vec{B}_{local}$ est le champ magnétique local généré par les atomes et les noyaux entourant le proton. La détection de tels retournements de spin peut conduire à la création de *spectres de résonance magnétique* qui permettent l'identification de substances particulières.

Le principe d'exclusion de Pauli Les électrons confinés dans un atome ou dans un autre piège obéissent au **principe d'exclusion de Pauli**, qui dit que *deux particules dont le nombre quantique de spin n'est pas entier (comme les électrons, les protons et les neutrons) dans un même atome ou dans un autre type de piège ne peuvent avoir le même ensemble de valeurs de nombres quantiques.*

La construction du tableau périodique Les éléments sont classés dans le tableau périodique suivant l'ordre croissant de leurs numéros atomiques Z ; la charge nucléaire est Ze ; Z représente à la fois le nombre de protons contenus dans le noyau et le nombre d'électrons contenus dans l'atome neutre.

Les états ayant la même valeur de n forment une **couche**, et ceux ayant les mêmes valeurs respectives de n et de l forment une **sous-couche**. Dans les couches et les sous-couches *fermées*, qui sont celles qui contiennent un nombre maximal d'électrons, les moments cinétique et magnétique résultants des électrons sont tous les deux nuls.

Les rayons X et la numérotation des éléments Un **spectre continu** de rayons X (le rayonnement de freinage) est émis quand des électrons à haute énergie perdent une certaine partie de leur énergie dans une collision avec des noyaux atomiques. La **longueur d'onde de seuil** λ_{min} est la longueur d'onde émise quand de tels électrons perdent *toute* leur énergie initiale dans une seule de ces rencontres ; elle est donnée par

$$\lambda_{min} = \frac{hc}{K_0}, \qquad (11.23)$$

où K_0 est l'énergie cinétique initiale des électrons qui frappent la cible.

Le **spectre de rayons X caractéristiques** apparaît quand des électrons à haute énergie éjectent des électrons présents dans les couches profondes de l'atome : quand le « trou » qui en résulte est comblé par un électron provenant d'une couche supérieure, il y a émission d'un photon du spectre de rayons X caractéristiques.

En 1913, le physicien britannique Henry G. J. Moseley a mesuré la fréquence des rayons X caractéristiques d'un certain nombre d'éléments. Il a noté que, lorsqu'on représente graphiquement la racine carrée de la fréquence des rayons X en fonction de la position de l'élément dans le tableau périodique, il en résulte une droite, comme dans le graphique illustré dans la figure 11.17. Moseley en a conclu que la propriété qui détermine la position d'un élément dans le tableau périodique n'est pas sa masse atomique, mais son **numéro atomique** Z (c'est-à-dire le nombre de protons contenus dans son noyau).

Les lasers et la lumière d'un laser La lumière d'un laser provient d'une **émission stimulée**, c'est-à-dire qu'un rayonnement ayant une fréquence déterminée par

$$hf = E_x - E_0 \qquad (11.28)$$

peut provoquer chez un atome la transition d'un niveau d'énergie supérieur (d'énergie E_x) à un niveau d'énergie inférieur (d'énergie E_0), ce qui entraîne l'émission d'un photon de fréquence f. Le photon stimulé et le photon émis sont identiques en tous points et se combinent pour former la lumière d'un laser.

Pour que l'émission prédomine, il doit normalement y avoir une **inversion de populations**, c'est-à-dire que l'état d'énergie supérieur doit contenir plus d'atomes que l'état inférieur.

QUESTIONS

1. Un électron confiné dans un atome d'or est dans un état où $n = 4$. Lesquelles de ces valeurs de l sont alors possibles : -3, 0, 2, 3, 4, 5 ?

2. Un atome d'argent comporte des sous-couches $3d$ et $4d$ fermées. Ces sous-couches comptent-elles le même nombre d'électrons, ou y en a-t-il une qui en compte davantage ?

3. Un atome d'uranium comporte des sous-couches $6p$ et $7s$ fermées. Quelle sous-couche compte le plus grand nombre d'électrons ?

4. Un électron contenu dans un atome de mercure se trouve dans la sous-couche $3d$. Quelles valeurs de m_l peut-il avoir : -3, -1, 0, 1, 2 ?

5. a) Combien de sous-couches la couche $n = 2$ compte-t-elle ? combien d'états électroniques ? b) Répondez aux mêmes questions pour la couche $n = 5$.

6. De quel atome de chacune des paires suivantes est-il plus facile d'extraire un électron : a) Krypton ou brome ? b) Rubidium ou cérium ? c) Hélium ou hydrogène ?

7. De quels nombres quantiques l'énergie d'un électron dépend-elle a) dans un atome d'hydrogène et b) dans un atome de vanadium ?

8. Dites si les énoncés suivants sont vrais ou faux. a) Une (et seulement une) de ces sous-couches *ne* peut exister : $2p$, $4f$, $3d$, $1p$. b) Le nombre de valeurs de m_l possibles dépend seulement de l et non de n. c) Il y a quatre sous-couches où $n = 4$. d) La valeur minimale de n associée à une valeur donnée de l est $l + 1$. e) Dans tous les états où $l = 0$, on trouve aussi $m_l = 0$. f) Il y a n sous-couches pour chaque valeur de n.

9. Lesquelles des affirmations suivantes sur l'expérience d'Einstein et de Haas ou sur ses résultats sont vraies (le cas échéant) ? a) Les atomes ont un moment cinétique. b) Le moment cinétique des atomes est quantifié. c) Les atomes ont des moments magnétiques. d) Les moments magnétiques des atomes sont quantifiés. e) Le moment cinétique d'un atome est fortement couplé à son moment magnétique. f) L'expérience repose sur la conservation du moment cinétique.

10. Considérez les éléments krypton et rubidium. a) Lequel est le plus approprié dans une expérience de Stern et Gerlach du type décrit en fonction de la figure 11.8 ? b) Lequel, le cas échéant, ne fonctionnerait pas du tout ?

11. Le spectre de rayon X de la figure 11.14 est généré par des électrons de 35,0 keV heurtant une cible de molybdène ($Z = 42$). Si vous remplacez cette cible par une cible d'argent ($Z = 47$), les valeurs a) de λ_{min}, b) de la longueur d'onde de la raie K_α et c) de la longueur d'onde de la raie K_β augmenteront-elles, diminueront-elles ou resteront-elles inchangées ?

12. La raie K_α, pour tout élément, est générée par une transition entre la couche K ($n = 1$) et la couche L ($n = 2$). La figure 11.14 montre cette raie (dans le cas d'une cible de molybdène) apparaissant à une seule longueur d'onde. À résolution plus élevée, cependant, la raie se divise en plusieurs composantes de longueurs d'onde parce que la couche L n'a pas une énergie unique. a) Combien de composantes la raie K_α possède-t-elle ? b) De même, combien de composantes la raie K_β possède-t-elle ?

13. Lesquelles (s'il y en a) des situations suivantes sont essentielles à l'apparition d'un effet laser entre deux niveaux d'énergie d'un atome ? a) Il y a plus d'atomes dans le niveau supérieur que dans le niveau inférieur. b) Le niveau supérieur est métastable. c) Le niveau inférieur est métastable. d) Le niveau inférieur est l'état fondamental de l'atome. e) La matière active est un gaz.

14. La figure 11.22 présente des diagrammes partiels de niveaux d'énergie des atomes d'hélium et de néon en jeu dans un laser hélium-néon. On dit qu'un atome d'hélium dans l'état E_3 peut heurter un atome de néon dans son état fondamental et l'élever à l'état E_2. L'énergie de l'état E_3 de l'hélium (20,61 eV) est près de l'énergie de l'état E_2 du néon (20,66 eV), sans être *exactement* égale. Comment le transfert d'énergie peut-il se produire si ces énergies ne sont pas exactement égales ?

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/

SECTION 11.4 Le moment cinétique et les moments dipolaires magnétiques

1E. Démontrez que $\hbar = 1{,}06 \times 10^{-34}$ J · s $= 6{,}58 \times 10^{-16}$ eV · s.

2E. Combien d'états électroniques trouve-t-on dans ces sous-couches : a) $n = 4, l = 3$; b) $n = 3, l = 1$; c) $n = 4, l = 1$; d) $n = 2, l = 0$?

3E. a) Combien de valeurs de l sont associées à $n = 3$? b) Combien de valeurs de m_l sont associées à $l = 1$?

4E. a) Quel est le module du moment cinétique orbital dans un état où $l = 3$? b) Quel est le module de sa plus grande composante le long d'un axe des z imposé ?

5E. Combien d'états électroniques trouve-t-on dans les couches suivantes : a) $n = 4$, b) $n = 1$, c) $n = 3$, d) $n = 2$?

6E. Écrivez tous les nombres quantiques associés aux états qui forment la sous-couche où $n = 4$ et $l = 3$.

7E. Un électron présent dans un atome d'hydrogène est dans un état où $l = 5$. Quel est l'angle minimal possible entre $\vec{L}$ et L_z ?

8E. Un électron confiné dans un atome à plusieurs électrons affiche $+4$ comme valeur maximale de m_l. Que pouvez-vous dire sur le reste de ses nombres quantiques ?

9E. Un électron présent dans un atome à plusieurs électrons possède le nombre quantique $l = 3$. Quels sont alors les nombres quantiques n, m_l et m_s possibles ?

10E. Combien d'états électroniques trouve-t-on dans une couche définie par le nombre quantique $n = 5$?

11P. Un électron se trouve dans un état où $l = 3$. Quelles sont les grandeurs a) de $\vec{L}$ et b) de $\vec{\mu}$? c) Réalisez un tableau affichant les valeurs possibles de m_l, de L_z (en fonction de $\hbar$), de $\mu_{orb,z}$ (en fonction de μ_B) et de l'angle semi-classique θ compris entre $\vec{L}$ et la direction positive de l'axe des z. www

12P. Un électron se trouve dans un état où $n = 3$. Quels sont a) le nombre de valeurs possibles de l, b) le nombre de valeurs possibles de m_l, c) le nombre de valeurs possibles de m_s, d) le nombre d'états dans la couche $n = 3$ et e) le nombre de sous-couches dans la couche $n = 3$?

13P. Si vous mesurez le moment cinétique orbital $\vec{L}$ parallèlement à l'axe des z, par exemple, pour obtenir la valeur de L_z, démontrez que

$$(L_x^2 + L_y^2)^{1/2} = [l(l + 1) - m_l^2]^{1/2}\hbar$$

est le plus que vous pouvez dire sur les deux autres composantes du moment cinétique orbital.

14P. (Un problème traitant du principe de correspondance.) Estimez a) le nombre quantique l associé au mouvement orbital de la Terre autour du Soleil et b) le nombre d'orientations possibles du plan de l'orbite de la Terre, selon les règles de la quantification spatiale. c) Déterminez θ_{min}, le demi-angle du plus petit cône pouvant être balayé par une perpendiculaire à l'orbite de la Terre autour du Soleil.

SECTION 11.5 L'expérience de Stern et Gerlach

15E. Calculez les deux angles possibles entre le vecteur spin de l'électron et le champ magnétique de l'exemple 11.1. Ayez en tête que le moment cinétique orbital de l'électron de valence de l'atome d'argent est nul.

16E. Supposez que, dans l'expérience de Stern et Gerlach utilisant des atomes d'argent neutres, le champ magnétique $\vec{B}$ possède un module de 0,50 T. a) Quelle est la différence d'énergie entre les orientations des moments magnétiques des atomes d'argent dans les deux sous-faisceaux ? b) Quelle est la fréquence du rayonnement qui induirait une transition entre ces deux états ? c) Quelle est sa longueur d'onde et à quel domaine du spectre électromagnétique appartient-elle ? Le moment magnétique d'un atome d'argent neutre est égal à 1 magnéton de Bohr.

17E. Quelle est l'accélération d'un atome d'argent quand il traverse l'aimant déflecteur dans l'expérience de Stern et Gerlach de l'exemple 11.1 ?

18P. Supposez qu'un atome d'hydrogène dans son état fondamental parcourt 80 cm dans un champ magnétique vertical ; son déplacement est orienté perpendiculairement au champ, dont le gradient est $dB/dz = 1{,}6 \times 10^2$ T/m. a) Quel est le module de la force exercée par le gradient du champ sur l'atome en raison du moment magnétique de son électron, qu'on considère comme égal à 1 magnéton de Bohr ? b) Quel est le déplacement vertical de l'atome dans le parcours de 80 cm si la composante horizontale de sa vitesse est $1{,}2 \times 10^5$ m/s ?

SECTION 11.6 La résonance magnétique

19E. Quelle est la longueur d'onde associée à un photon qui induira une transition du spin d'un électron de parallèle à antiparallèle dans un champ magnétique dont le module est de 0,200 T ? Supposez que $l = 0$.

20E. Le proton, comme l'électron, a un nombre quantique de spin s de $\frac{1}{2}$. L'atome d'hydrogène dans son état fondamental ($n = 1$ et $l = 0$) compte deux niveaux d'énergie : dans le premier niveau, les spins de l'électron et du proton sont parallèles et, dans le deuxième niveau, les spins sont antiparallèles. Si un atome effectue un retournement de spin, passant d'un état d'énergie supérieur à un état d'énergie inférieur, il y a émission d'un photon d'une longueur d'onde de 21 cm. Les radioastronomes observent ce rayonnement de 21 cm provenant de l'espace. Quel est le champ magnétique effectif (produit par le moment dipolaire magnétique du proton) que l'électron subit lors de l'émission de ce rayonnement ?

21E. Des atomes de sodium excités émettent deux raies spectrales rapprochées (le *doublet du sodium* ; voir la figure 11.23) ayant des longueurs d'onde de 588,995 nm et de 589,592 nm. a) Quelle est la différence d'énergie entre les deux niveaux d'énergie supérieurs ? b) Cette différence d'énergie apparaît parce que le spin de l'électron (≈ 1 magnéton de Bohr) peut avoir une direction parallèle ou antiparallèle au champ magnétique interne associé au mouvement orbital de l'électron. Faites appel aux résultats obtenus en a) pour déterminer le module de ce champ magnétique interne.

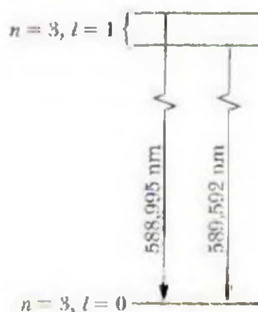


Figure 11.23 Exercice 21

22E. On applique un champ magnétique oscillant externe d'une fréquence de 34 MHz à un échantillon contenant des atomes d'hydrogène. On observe une résonance quand le module du champ magnétique extérieur constant est égal à 0,78 T. Calculez le module du champ magnétique local au site des protons qui subissent des retournements de spin, en supposant que les champs externes et locaux y sont parallèles. Pour les protons, $\mu_z = 1{,}41 \times 10^{-26}$ J/T.

SECTION 11.8 Plusieurs électrons dans des pièges rectangulaires

23E. Sept électrons sont piégés dans un puits de potentiel infini à une dimension d'une largeur L. En fonction de $h^2/8mL^2$, quelle est l'énergie de l'état fondamental du système à sept électrons ? Supposez que les électrons n'interagissent pas entre eux et ne négligez pas le spin.

24E. Un corail rectangulaire de largeurs $L_x = L$ et $L_y = 2L$ contient sept électrons. En fonction de $h^2/8mL^2$, quelle est l'énergie de l'état fondamental du système à sept électrons ? Supposez que les électrons n'interagissent pas entre eux et ne négligez pas le spin.

25P. Dans le cas décrit dans l'exercice 23, quelles sont, en fonction de $h^2/8mL^2$, les énergies a) du premier état excité, b) du deuxième état excité et c) du troisième état excité du système à sept électrons ? d) Tracez un diagramme des niveaux d'énergie représentant les quatre niveaux d'énergie les plus bas du système.

26P. Dans le cas décrit dans l'exercice 24, quelles sont, en fonction de $h^2/8mL^2$, les énergies a) du premier état excité, b) du deuxième état excité et c) du troisième état excité du système à sept électrons ? d) Tracez un diagramme des niveaux d'énergie représentant les quatre niveaux d'énergie les plus bas du système.

27P. Une boîte cubique dont les largeurs sont $L_x = L_y = L_z = L$ contient huit électrons. En fonction de $h^2/8mL^2$, quelle est l'énergie de l'état fondamental du système à huit électrons ? Supposez que les électrons n'interagissent pas entre eux et ne négligez pas le spin. www

28P. Dans le cas décrit dans le problème 27, quelles sont, en fonction de $h^2/8mL^2$, les énergies a) du premier état excité, b) du deuxième état excité et c) du troisième état excité du système à huit électrons ? d) Tracez un diagramme des niveaux d'énergie représentant les quatre niveaux d'énergie les plus bas du système.

SECTION 11.9 La construction du tableau périodique

29E. Démontrez que, si les 63 électrons d'un atome d'europium étaient distribués dans les couches selon une suite « logique » de nombres quantiques, cet élément serait chimiquement semblable au sodium.

30E. Soit les éléments sélénium ($Z = 34$), brome ($Z = 35$) et krypton ($Z = 36$). Dans leur partie du tableau périodique, les sous-couches des états électroniques sont remplies dans l'ordre suivant

$$1s \quad 2s \quad 2p \quad 3s \quad 3p \quad 3d \quad 4s \quad 4p \quad \ldots$$

Pour chacun de ces éléments, nommez la sous-couche occupée la plus élevée et dites combien d'électrons elle contient.

31E. Supposez que l'électron n'a pas de spin et que le principe d'exclusion de Pauli s'applique toujours. Quels gaz nobles actuels demeureraient, le cas échéant, dans cette catégorie ?

32E. Quels sont les quatre nombres quantiques des deux électrons de l'hélium quand cet élément est dans son état fondamental ?

33P. Dans l'atome de lithium ($Z = 3$), deux électrons ont les nombres quantiques $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$ et $m_s = \pm\frac{1}{2}$. Quels nombres quantiques le troisième électron doit-il avoir pour que l'atome soit a) dans son état fondamental et b) dans son premier état excité ?

34P. Supposez qu'il y a deux électrons dans le même atome, tous deux avec $n = 2$ et $l = 1$. a) Si le principe d'exclusion de Pauli ne s'appliquait pas, combien y aurait-il de combinaisons d'états possibles ? b) Combien d'états le principe d'exclusion de Pauli interdit-il ? Quels sont ces états ?

35P. Démontrez que le nombre d'états possibles partageant le même nombre quantique n est $2n^2$.

SECTION 11.10 Les rayons X et la numérotation des éléments

36E. À l'aide de quelle différence de potentiel minimale un électron dans un tube à rayons X doit-il être accéléré pour produire des rayons X d'une longueur d'onde de 0,100 nm ?

37E. Sachant que la longueur d'onde minimale d'un rayon X produit par des électrons de 40,0 keV frappant une cible est de 31,1 pm, déterminez la constante de Planck h.

38E. Démontrez que la longueur d'onde de seuil (en picomètres) dans le spectre continu de rayons X, pour toute cible, est déterminée par $\lambda_{min} = 1\,240/V$, où V est la différence de potentiel (en kilovolts) qui accélère les électrons avant qu'ils heurtent la cible.

39P. Des rayons X sont générés dans un tube à rayons X par des électrons accélérés au moyen d'une différence de potentiel de 50,0 kV. Un électron subit trois collisions avec la cible avant de s'immobiliser : il perd la moitié de son énergie résiduelle dans chacune des deux premières collisions. Déterminez les longueurs d'onde des photons produits. (Négligez le recul des atomes de la cible.) www

40P. Un électron de 20 keV s'immobilise en subissant deux collisions successives et semblables à la collision décrite dans la figure 11.15 ; il transforme ainsi son énergie cinétique en énergie de deux photons. La longueur d'onde associée au second photon est supérieure de 130 pm à la longueur d'onde associée au premier photon. a) Déterminez l'énergie cinétique de l'électron après sa première collision. b) Quelles sont les longueurs d'onde et les énergies associées des deux photons ?

41P. Démontrez qu'un électron en mouvement ne peut spontanément se transformer en photon de rayon X dans un espace ouvert. Pour qu'un tel phénomène se produise, il faut la présence d'un troisième corps (atome ou noyau). Pourquoi cette présence est-elle nécessaire ? (*Indice :* tenez compte des principes de conservation de l'énergie et de conservation de la quantité de mouvement.)

42P. Quand des électrons bombardent une cible de molybdène, ils produisent des rayons X à la fois continus et caractéristiques, comme dans la figure 11.14. Dans cette figure, l'énergie cinétique des électrons incidents est de 35,0 keV. Si la différence de potentiel d'accélération est augmentée à 50,0 keV, quelles nouvelles valeurs a) de K_α, b) de la longueur d'onde de la raie λ_{min} et c) de la longueur d'onde de la raie K_β en résulteront ?

43P. Dans la figure 11.14, les rayons X sont générés quand des électrons de 35,0 keV heurtent une cible de molybdène ($Z = 42$). Si la différence de potentiel d'accélération est maintenue à cette valeur, mais en présence d'une cible d'argent ($Z = 47$), quelles valeurs a) de λ_{min}, b) de longueur d'onde de la raie K_α et c) de longueur d'onde de la raie K_β en résulteront ? Les niveaux atomiques K, L et M de l'argent (à comparer avec la figure 11.16) sont 25,51 keV, 3,56 keV et 0,53 keV.

44P. La longueur d'onde de la raie K_α générée par le fer est 193 pm. Quelle est la différence d'énergie entre les deux états de l'atome de fer responsables de ce rayonnement ?

45P. Calculez le rapport entre la longueur d'onde de la raie K_α du niobium (Nb) et celle du gallium (Ga). Consultez l'annexe E pour connaître les données nécessaires.

46P. En vous référant à la figure 11.14, calculez approximativement la différence d'énergie $E_L - E_M$ du molybdène. Comparez cette différence avec la valeur pouvant être obtenue si vous utilisez plutôt la figure 11.16.

47P. Voici les longueurs d'onde K_α de quelques éléments :

Élément	λ (pm)	Élément	λ (pm)
Ti	275	Co	179
V	250	Ni	166
Cr	229	Cu	154
Mn	210	Zn	143
Fe	193	Ga	134

Tracez un graphique de Moseley (comme celui de la figure 11.17) pour représenter ces données et vérifiez si sa pente est cohérente par rapport à la valeur de C obtenue dans la section 11.10.

48P. On bombarde une cible de molybdène ($Z = 42$) avec des électrons de 35,0 keV et il en résulte le spectre de rayons X de la figure 11.14. Les longueurs d'onde de K_β et de K_α sont respectivement de 63,0 pm et de 71,0 pm. a) Quelles sont les énergies des photons correspondants ? b) On veut filtrer ces rayonnements à l'aide d'un matériau qui absorbera la raie K_β beaucoup plus fortement que la raie K_α. Quelle substance utilisera-t-on ? Les énergies d'ionisation des électrons K dans le molybdène et dans quatre éléments voisins sont les suivantes :

	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru
Z	40	41	42	43	44
E_K (keV)	18,00	18,99	20,00	21,04	22,12

(*Indice :* une substance absorbera principalement un seul rayonnement X si l'énergie des photons du premier rayon X est suffisante pour éjecter un électron d'une couche K d'un de ses atomes alors que les photons de l'autre rayon X n'ont pas assez d'énergie.)

49P. Une cible de tungstène ($Z = 74$) est bombardée par des électrons dans un tube à rayons X. a) Quelle est la valeur minimale de la différence de potentiel d'accélération qui permettra la production des raies K_β et K_α caractéristiques du tungstène ? b) Pour cette même différence de potentiel d'accélération, quelle est la valeur minimale de λ_{min} ? c) Quelles sont les longueurs d'onde de K_α et de K_β ? Les niveaux d'énergie K, L et M du tungstène (voir la figure 11.16) possèdent des énergies respectives de 69,5 keV, de 11,3 keV et de 2,30 keV.

50P. Les énergies de liaison des électrons des couches K et L du cuivre sont respectivement de 8,979 keV et de 0,951 keV. Si un rayon X K_α provenant du cuivre atteint un cristal de chlorure de sodium et produit une réflexion de Bragg du premier ordre à un angle de 74,1°, mesuré par rapport aux plans parallèles des atomes de sodium, quelle est la séparation entre ces plans parallèles ?

51P. a) À l'aide de l'équation 11.26, estimez les rapports des énergies des photons générées par les transitions K_α dans deux atomes dont les numéros atomiques sont Z et Z'. b) Quel est ce rapport dans le cas de l'uranium et de l'aluminium ? c) de l'uranium et du lithium ?

52P. Déterminez comment les énergies des photons des rayons X K_α théoriques, telles qu'elles sont obtenues à l'aide de l'équation 11.27, se rapprochent des énergies mesurées chez les éléments de faibles masses allant du lithium au magnésium. Pour ce faire, a) trouvez d'abord la constante C dans l'équation 11.27 à cinq chiffres significatifs en la déterminant sous la forme des constantes fondamentales de l'équation 11.24, puis en utilisant les données de l'annexe B. b) Ensuite, calculez les pourcentages des déviations des énergies théoriques par rapport aux énergies mesurées. c) Finalement, représentez graphiquement ces déviations et commentez la tendance. Les énergies mesurées (eV) des photons K_α de ces éléments sont les suivantes :

Li	54,3	O	524,9
Be	108,5	F	678,8
B	183,3	Ne	848,6
C	277	Na	1 041
N	392,4	Mg	1 254

(Il y a, en fait, plus d'un rayon X K_α en raison de la division du niveau d'énergie L, mais cet effet est négligeable dans le cas des éléments qui sont nommés ici.)

SECTION 11.12 Le fonctionnement des lasers

53E. Les lasers peuvent servir à générer des impulsions lumineuses de durée aussi courte que 10 fs. a) Combien de longueurs d'onde lumineuses ($\lambda = 500$ nm) contient une telle impulsion ? b) Déterminez la grandeur manquante X (en années) :

$$\frac{10 \text{ fs}}{1 \text{ s}} = \frac{1 \text{ s}}{X}.$$

54E. Dans les conditions décrites dans l'exemple 11.6 a), combien de moles de néon faut-il pour amener 10 atomes à leur état excité E_x ?

55E. Dans un atome imaginaire, les niveaux d'énergie sont uniformément séparés par une énergie de 1,2 eV. À une température de 2 000 K, quel est le rapport entre le nombre d'atomes dans le 13ᵉ état excité et le nombre d'atomes dans le 11ᵉ état excité ?

56E. En mesurant la durée de l'aller-retour d'une impulsion laser entre un observatoire situé sur Terre et un réflecteur situé sur la Lune, il est possible de mesurer la distance qui sépare ces deux objets. a) Quelle est la valeur prévue de cette durée ? b) On peut mesurer la distance avec une précision de 15 cm. À quelle incertitude quant à la durée du voyage cette précision correspond-elle ?

57E. Un atome imaginaire possède seulement deux niveaux d'énergie, séparés par une énergie de 3,2 eV. Supposez que, à une certaine altitude dans l'atmosphère d'une étoile, il y a $6,1 \times 10^{13}$ de ces atomes par centimètre cube dans le niveau d'énergie supérieur et qu'il y en a $2,5 \times 10^{15}$ par centimètre cube dans le niveau d'énergie inférieur. Quelle est la température de l'atmosphère de l'étoile à cette altitude ?

58E. On décrit souvent une inversion de populations entre deux niveaux d'énergie en attribuant au système une température en kelvins négative. Quelle température décrirait un système où la population du niveau d'énergie supérieur excéderait de 10 % celle du niveau inférieur, et où la différence d'énergie entre les deux niveaux serait de 2,1 eV ?

59E. Un laser à impulsions émet une lumière d'une longueur d'onde de 694,4 nm. La durée d'une impulsion est de 12,0 ps, et son énergie est de 0,150 J. a) Quelle est la longueur de l'impulsion ? b) Combien de photons sont émis dans chaque impulsion ?

60E. Un laser hélium-néon émet une lumière laser à une longueur d'onde de 632,8 nm et à une puissance de 2,3 mW. À quel taux cet appareil émet-il des photons ?

61E. Un faisceau laser à haute puissance ($\lambda = 600$ nm) ayant un diamètre de 12 cm est projeté vers la Lune, à une distance de $3,8 \times 10^5$ km. Le faisceau ne diverge que par diffraction. La position angulaire du bord du disque de diffraction central (voir la figure 7.12) est donnée par

$$\sin \theta = \frac{1,22\lambda}{d},$$

où d est le diamètre de l'ouverture du faisceau. Quel est le diamètre du disque de diffraction central à la surface de la Lune ?

62E. Supposez qu'on ait des lasers dont on peut « régler » avec précision les longueurs d'onde n'importe où dans le domaine visible, c'est-à-dire dans le domaine 450 nm $< \lambda <$ 650 nm. Si chaque chaîne de télévision occupe une largeur de bande de 10 MHz, combien de chaînes peuvent entrer dans cette plage de longueurs d'onde ?

63E. Le volume actif d'un laser construit avec le semi-conducteur GaAlAs n'est que de 200 μm^3 (plus petit qu'un grain de sable), et le laser peut fournir de façon continue une puissance de 5,0 mW à une longueur d'onde de 0,80 μm. À quel taux génère-t-il des photons ?

64P. Dans la figure 11.21, les miroirs du laser, séparés de 8,0 cm, forment une cavité optique dans laquelle on peut établir des ondes stationnaires de lumière laser. Chaque onde stationnaire possède un nombre n de demi-longueurs d'onde dans la cavité de 8,0 cm, où n a une valeur élevée et où les ondes diffèrent légèrement de longueur d'onde. Près de λ = 533 nm, quelle est la variation de la longueur d'onde entre deux ondes stationnaires ?

65P. Dans un certain laser, une lumière laser ayant une longueur d'onde de 694 nm est générée par un milieu actif d'une longueur de 6,00 cm et d'un diamètre de 1,00 cm. a) Considérez ce milieu comme une cavité résonante optique semblable à un tuyau d'orgue fermé aux deux extrémités. Combien de nœuds l'onde stationnaire compte-t-elle dans l'axe du laser ? b) Quelle variation de la fréquence Δf du faisceau va faire augmenter ce nombre de nœuds de 1 ? c) Démontrez que Δf est simplement l'inverse de la durée d'un aller-retour de la lumière dans l'axe du laser. d) Quelle est la variation de fréquence relative correspondante, $\Delta f/f$? L'indice de réfraction approprié du milieu actif (un cristal de rubis) est 1,75. www

66P. Des atomes imaginaires possèdent deux niveaux d'énergie, dont la longueur d'onde de la transition est de 580 nm. Dans un échantillon particulier à 300 K, $4,0 \times 10^{20}$ de ces atomes se trouvent dans l'état inférieur. a) Combien d'atomes se trouvent dans l'état supérieur, dans des conditions d'équilibre thermique ? b) Supposez maintenant que $3,0 \times 10^{20}$ de ces atomes sont « pompés » dans l'état supérieur par un processus externe et que $1,0 \times 10^{20}$ atomes demeurent dans l'état inférieur. Quelle énergie maximale les atomes peuvent-ils dégager dans une impulsion laser unique si chaque atome effectue une transition entre ces deux états (soit par absorption ou par émission stimulée) ?

67P. Peut-on détruire un missile balistique intercontinental à l'aide d'un faisceau laser intense ? Un faisceau d'une intensité de 10^8 W/m² brûlerait et détruirait probablement un missile (sans rotation) en 1 s. a) Si le laser avait une puissance de 5,0 MW, une longueur d'onde de 3,0 μm et un diamètre de 4,0 m (un laser très puissant), pourrait-il détruire un missile à une distance de 3 000 km ? b) Si on pouvait changer la longueur d'onde, quelle en serait la valeur maximale adéquate ? Utilisez l'équation du disque central présentée dans l'exercice 61.

68P. Le faisceau d'un laser à argon (d'une longueur d'onde de 515 nm) a un diamètre d de 3,00 mm et une puissance continue de 5,00 W. Le faisceau est focalisé sur une surface diffuse par une lentille dont la distance focale f est de 3,50 cm. Une figure de diffraction comme celle de la figure 7.9 est formée, le rayon du disque central étant déterminé par

$$R = \frac{1,22 f \lambda}{d}$$

(voir l'équation 7.12 et l'exemple 7.3). On peut démontrer que le disque central contient 84 % de la puissance incidente. a) Quel est le rayon du disque central ? b) Quelle est l'intensité moyenne (puissance par unité d'aire) dans le faisceau incident ? c) Quelle est la puissance moyenne dans le disque central ?

Problèmes supplémentaires

69. *Le laser à gaz carbonique martien.* Les molécules de dioxyde de carbone se trouvant à une altitude approximative de 75 km dans l'atmosphère de Mars subissent une action laser naturelle lorsque la lumière du Soleil brille. Les niveaux d'énergie en jeu dans l'action sont illustrés dans la figure 11.24 ; une inversion de populations se produit entre les niveaux E_2 et E_1. a) Quelle longueur d'onde de la lumière solaire excite les molécules dans l'action laser ? b) À quelle longueur d'onde l'action laser apparaît-elle ? c) Dans quel domaine du spectre électromagnétique les longueurs d'onde d'excitation et d'action laser se situent-elles ?

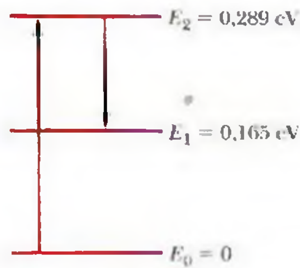


Figure 11.24 Problème 69

70. *L'émission stimulée d'une comète.* Quand une comète s'approche du Soleil, la chaleur croissante provoque l'évaporation de la glace présente à la surface de son noyau, créant ainsi autour de lui une mince atmosphère de vapeur d'eau. La lumière solaire peut ensuite dissocier la vapeur d'eau en H et en OH. Elle peut également exciter les molécules OH pour les faire passer à des niveaux d'énergie supérieurs, dont deux sont illustrés dans la figure 11.25.

Quand la comète est encore relativement loin du Soleil, la lumière de ce dernier provoque une excitation égale vers les niveaux E_2 et E_1 (figure 11.25 a]). Ainsi, il n'y a aucune inversion de populations entre les deux niveaux. Cependant, quand la comète approche du Soleil, l'excitation au niveau E_1 diminue et une inversion de populations apparaît. Cela est produit par l'une des nombreuses longueurs d'onde (appelées *raies de Fraunhofer*) manquantes dans la lumière du Soleil ; elles sont manquantes parce qu'elles sont absorbées par l'atmosphère du Soleil quand la lumière la traverse.

Quand une comète approche du Soleil, l'effet Doppler provoqué par la vitesse relative de la comète change la longueur d'onde des raies de Fraunhofer, amenant apparemment un chevauchement de l'une d'elles et de la longueur d'onde requise pour provoquer l'excitation vers le niveau E_1 des molécules OH. L'inversion de populations se produit alors parmi ces molécules, et celles-ci font des émissions stimulées (figure 11.25 b]). Par exemple, quand la comète Kouhoutek s'est approchée du Soleil en décembre 1973 et en janvier 1974, elle a produit une émission stimulée à environ 1 666 MHz durant la moitié de janvier. a) Quelle est la différence d'énergie $E_2 - E_1$ de cette émission ? b) Dans quel domaine du spectre électromagnétique cette émission se situait-elle ?

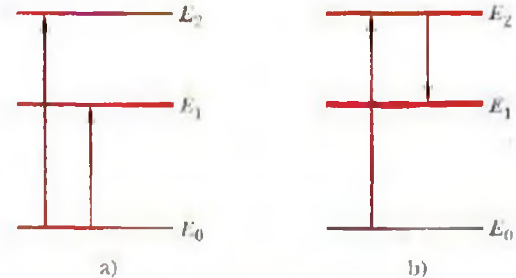


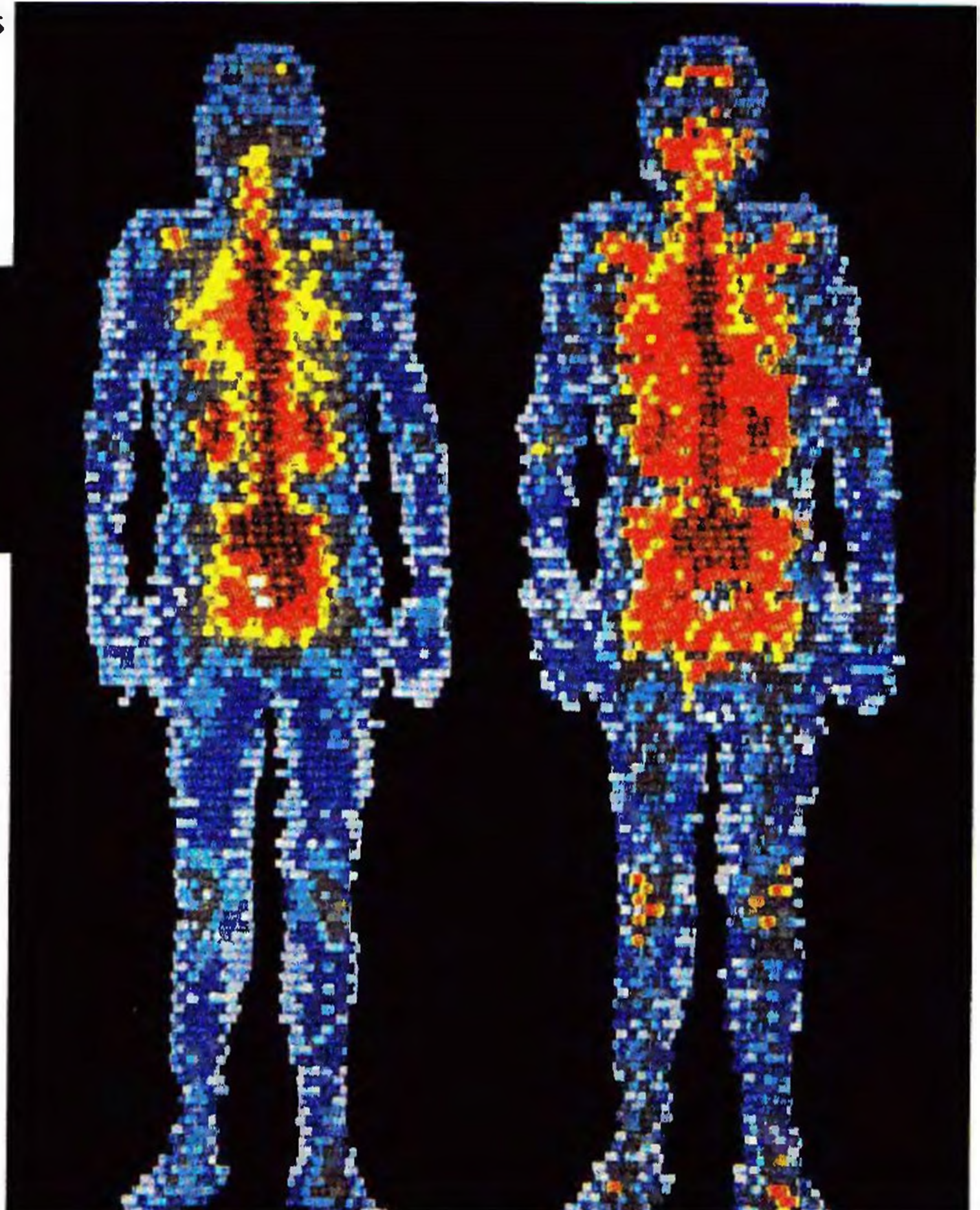
Figure 11.25 Problème 70

12 La physique nucléaire

Des noyaux radioactifs injectés à un patient s'accumulent dans certaines parties de son corps, subissent une désintégration radioactive et émettent des rayons gamma. Ces rayons peuvent être captés par un détecteur et traduits en images colorées sur un écran vidéo. Dans l'image ci-contre (à gauche, vue frontale d'un patient ; à droite, vue arrière d'un patient), les régions brunes et les régions orangées indiquent les sites d'accumulation de noyaux radioactifs (colonne vertébrale, bassin et côtes).

Mais qu'arrive-t-il exactement aux noyaux radioactifs qui subissent une désintégration, et que signifie le terme « désintégration » ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.



12.1 La découverte du noyau

Au tout début du XXe siècle, les scientifiques connaissaient peu la structure de l'atome, hormis le fait qu'il contenait des électrons. L'électron a été découvert par J. J. Thomson, en 1897 ; sa masse était alors inconnue. Il était donc impossible de spécifier le nombre d'électrons chargés négativement contenus dans un atome donné. Les atomes étant électriquement neutres, ils devaient aussi contenir une certaine charge positive, mais personne ne savait quelle forme cette charge positive compensatoire revêtait.

En 1911, Ernest Rutherford émit l'hypothèse que cette charge positive était concentrée au centre de l'atome, formant son **noyau**, et que, de plus, ce noyau représentait la plus grande partie de la masse de l'atome. Cette hypothèse de Rutherford n'était pas gratuite, mais largement basée sur les résultats d'une expérience qu'il avait conçue et qui fut réalisée par ses collaborateurs, Hans Geiger (connu pour son compteur Geiger) et Ernest Marsden, un étudiant de 20 ans qui n'avait pas encore son baccalauréat.

À l'époque de Rutherford, on savait que certains éléments, qu'on disait **radioactifs**, se transformaient spontanément en d'autres éléments et émettaient alors des particules. Le radon en est un ; il émet des particules alpha (α) possédant une énergie approximative de 5,5 MeV. On sait aujourd'hui que ces particules sont des noyaux d'atomes d'hélium.

L'idée de Rutherford était de diriger les particules alpha énergiques sur une mince feuille de métal et de mesurer l'angle de la déviation qu'elles subissaient en la traversant. Les particules alpha, environ 7 300 fois plus massives qu'un électron, ont une charge de $+2e$.

La figure 12.1 illustre le montage de l'expérience de Geiger et Marsden. Leur source alpha était un tube de verre à paroi mince rempli de radon gazeux. L'expérience consistait à compter le nombre de particules alpha déviées à divers angles ϕ.

La figure 12.2 illustre leurs résultats. Notez que l'échelle verticale est logarithmique. On constate que la plupart des particules sont déviées à des angles plutôt petits, mais (et ce fut là la grande surprise) qu'une très petite fraction d'entre elles sont déviées à de très grands angles, approchant des 180°. Selon Rutherford : « C'est sûrement la chose la plus incroyable qu'il m'ait été donné de voir. C'était presque aussi incroyable que de voir un obus de 15 pouces rebondir sur un mouchoir de papier. »



Figure 12.1 Un montage (vu en plongée) utilisé dans le laboratoire de Rutherford de 1911 à 1913 pour étudier la diffusion des particules alpha par de minces feuilles de métal. Le détecteur peut tourner à divers angles de diffusion ϕ. La source alpha était du radon gazeux, produit de la désintégration du radium. Ce simple appareil tenant sur une table a permis la découverte du noyau atomique.

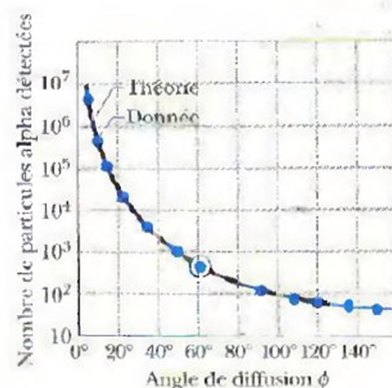


Figure 12.2 Les points représentent des données sur la diffusion des particules alpha à travers une feuille d'or, obtenues par Geiger et Marsden à l'aide de l'appareil illustré dans la figure 12.1. La courbe continue est la prédiction théorique, fondée sur l'hypothèse que l'atome possède un petit noyau massif chargé positivement. Notez que l'échelle verticale est logarithmique, couvrant six ordres de grandeur. Les données ont été ajustées au point expérimental entouré d'un cercle pour correspondre à la courbe théorique.

Pourquoi Rutherford fut-il si surpris ? À l'époque où l'expérience a été réalisée, la plupart des physiciens croyaient au modèle dit plum-pudding (pudding aux prunes) de l'atome, proposé par J. J. Thomson. On pensait alors que la charge positive était dispersée dans tout le volume de l'atome ; on croyait que les électrons (les « prunes ») vibraient autour de points fixes à l'intérieur de cette sphère de charge positive (le « pudding »).

Dans cette perspective, la force de diffusion maximale qui aurait dû agir sur une particule alpha traversant une si grosse sphère chargée positivement aurait alors été beaucoup trop petite pour dévier la particule alpha ne serait-ce que de 1°. (La diffusion attendue avait été comparée à ce qu'on aurait observé si on avait projeté une balle de fusil à travers un sac de boules de neige.) De même, les électrons contenus dans l'atome auraient également très peu agi sur la massive particule alpha énergique. Ils auraient, en fait, été eux-mêmes fortement diffusés, tout comme un essaim de moucherons aurait été dispersé par une pierre le traversant.

Rutherford pensa que, pour faire dévier la particule alpha vers l'arrière, il fallait une grande force ; cette force n'était possible que si la charge positive était concentrée au centre de l'atome au lieu d'être dispersée dans tout son volume. Dans ce cas, la particule incidente pourrait s'approcher très près de la charge positive sans la pénétrer ; un tel rapprochement se traduirait par une grande force de déviation.

La figure 12.3 illustre des trajectoires possibles suivies par des particules alpha traversant les atomes de la feuille de métal cible. On peut constater que la plupart ne sont pas déviées ou ne le sont peut-être que légèrement, alors que quelques-unes (celles qui passent, par hasard, très près d'un noyau) sont déviées d'un grand angle. À partir de ces données, Rutherford conclut que le rayon du noyau devait être plus petit que celui de l'atome d'un facteur d'environ 10^4. Autrement dit, l'atome est principalement composé d'espace vide.

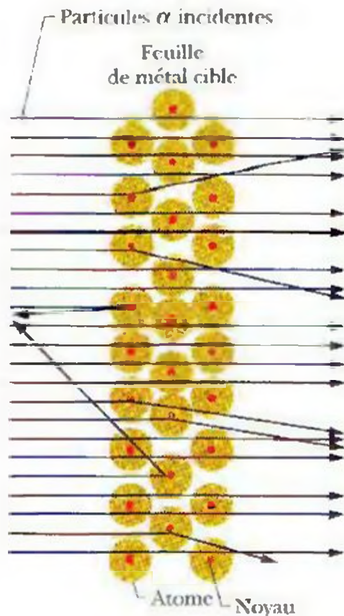


Figure 12.3 L'angle de déviation d'une particule alpha dépend de la distance qui sépare sa trajectoire du noyau atomique. Les grandes déviations sont le résultat de passages très rapprochés.

Exemple 12.1

Une particule alpha de 5,30 MeV fonce, par hasard, directement sur le noyau d'un atome d'or, qui contient 79 protons. À quelle distance la particule alpha s'approche-t-elle du noyau avant de s'immobiliser momentanément et de renverser sa trajectoire ? Négligez le recul du noyau.

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est que, durant tout le processus, l'énergie mécanique totale E du système composé de la particule alpha et du noyau d'or est conservée. Ainsi, l'énergie mécanique initiale E_i du système, avant l'interaction particule-noyau, est égale à son énergie mécanique finale E_f, alors que la particule alpha s'immobilise momentanément. L'énergie initiale E_i correspond à l'énergie cinétique K_α de la particule alpha incidente. L'énergie finale E_f correspond à l'énergie potentielle U du système (l'énergie cinétique est alors nulle). On peut déterminer U à l'aide de l'équation 4.43 du volume 2 ($U = q_1q_2/(4\pi\varepsilon_0 r)$).

Soit d la distance qui sépare le centre de la particule alpha et le centre du noyau d'or quand la particule se trouve immobilisée. On peut alors exprimer la conservation de l'énergie $E_i = E_f$ de la manière suivante :

$$K_\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_\alpha q_{\text{Au}}}{d},$$

où q_α (=$2e$) est la charge de la particule alpha (2 protons) et q_{Au} (= $79e$) est la charge du noyau d'or (79 protons).

Si on remplace les charges et si on isole d, on obtient

$$d = \frac{(2e)(79e)}{4\pi\varepsilon_0 K_\alpha}$$
$$= \frac{(2 \times 79)(1,60 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{(4\pi)(8,85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})(5,30\ \text{MeV})(1,60 \times 10^{-13}\ \text{J/MeV})}$$
$$= 4,29 \times 10^{-14}\ \text{m}. \qquad \text{(réponse)}$$

C'est une petite distance par rapport à l'atome, mais non par rapport au noyau. En fait, elle est considérablement plus grande que la somme des rayons du noyau d'or et de la particule alpha. Donc, cette particule alpha inverse son mouvement sans vraiment « toucher » le noyau d'or.

12.2 Certaines propriétés nucléaires

Le tableau 12.1 présente certaines caractéristiques de quelques noyaux atomiques. Quand on s'intéresse particulièrement aux caractéristiques associées au noyau lui-même (plutôt qu'à ses caractéristiques en tant que constituant d'une partie de l'atome), on nomme ce noyau un **nucléide**.

La terminologie nucléaire

Les noyaux se composent de protons et de neutrons. Le nombre de protons contenus dans un noyau (appelé **numéro atomique** du noyau) est représenté par le symbole Z; le **nombre de neutrons** est représenté par le symbole N. Le nombre total de neutrons et de protons contenus dans un noyau est appelé **nombre de masse** A, donc

$$A = Z + N. \tag{12.1}$$

Les neutrons et les protons sont des **nucléons**.

On représente les nucléides par des symboles semblables à ceux de la première colonne du tableau 12.1. On prend ici ^{197}Au comme exemple. L'exposant 197 est le nombre de masse A. Le symbole chimique Au indique que cet élément est l'or, dont le numéro atomique est 79. Selon l'équation 12.1, le nombre de neutrons de ce nucléide est 197 − 79, ou 118.

Les nucléides ayant le même numéro atomique Z, mais des nombres différents de neutrons N sont appelés **isotopes.** L'or a 35 isotopes, de ^{171}Au à ^{205}Au, dont un seul (^{197}Au) est stable ; les 34 autres sont radioactifs. De tels **radionucléides** subissent une **désintégration** en émettant une particule et, de ce fait, se transforment en des nucléides différents.

Classer les nucléides

Les atomes neutres de tous les isotopes d'un élément (ayant tous le même Z) possèdent le même nombre d'électrons et les mêmes propriétés chimiques ; ils entrent dans la même case du tableau périodique. Or, les propriétés *nucléaires* des isotopes d'un même élément sont très différentes d'un isotope à l'autre. Donc, le tableau périodique est d'une utilité limitée pour les physiciens, les chimistes et les ingénieurs nucléaires.

TABLEAU 12.1 Quelques propriétés de certains nucléides

Nucléide	Z	N	A	Stabilité*	Masse** (u)	Spin***	Énergie de liaison (MeV/nucléon)
^{1}H	1	0	1	99,985 %	1,007 825	$\frac{1}{2}$	—
^{7}Li	3	4	7	92,5 %	7,016 003	$\frac{3}{2}$	5,60
^{31}P	15	16	31	100 %	30,973 762	$\frac{1}{2}$	8,48
^{84}Kr	36	48	84	57,0 %	83,911 507	0	8,72
^{120}Sn	50	70	120	32,4 %	119,902 199	0	8,51
^{157}Gd	64	93	157	15,7 %	156,923 956	$\frac{3}{2}$	8,21
^{197}Au	79	118	197	100 %	196,966 543	$\frac{3}{2}$	7,91
^{227}Ac	89	138	227	21,8 a	227,027 750	$\frac{3}{2}$	7,65
^{239}Pu	94	145	239	24 100 a	239,052 158	$\frac{1}{2}$	7,56

* Dans le cas des nucléides stables, l'**abondance des isotopes** est donnée, soit la fraction des atomes de ce type se trouvant dans un échantillon caractéristique de cet élément. Dans le cas des nucléides radioactifs, on donne la demi-vie.

** Selon la pratique standard, la masse donnée est celle de l'atome neutre, non celle du noyau seul.

*** Le spin est en unités de $\hbar$.

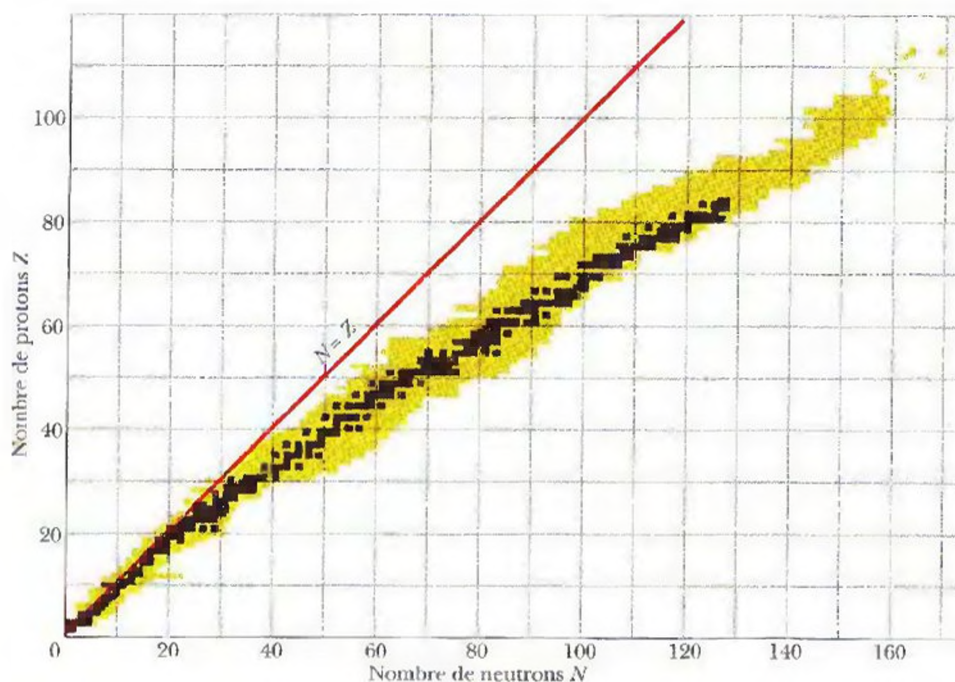


Figure 12.4 Un graphique représentant les nucléides connus. La zone verte est constituée des nucléides stables ; la zone beige contient les radionucléides. Les nucléides stables de faibles masses possèdent environ des nombres égaux de neutrons et de protons ; cependant, plus les nucléides sont massifs, plus leur proportion de neutrons est grande. La figure montre qu'il n'y a aucun nucléide stable pour $Z > 83$ (bismuth).

On classe les nucléides dans un **tableau des nucléides** comme celui de la figure 12.4 ; ce type de graphique présente les nucléides en fonction du rapport entre le nombre de protons et le nombre de neutrons qu'ils contiennent. Les nucléides stables sont en vert ; les radionucléides sont en jaune. On constate que les radionucléides tendent à se trouver de chaque côté (et à l'extrémité supérieure) d'une bande bien définie de nucléides stables. Notez également que les nucléides stables légers tendent à se trouver près de la ligne où $N = Z$, ce qui signifie qu'ils ont environ les mêmes nombres de neutrons et de protons. Par contre, les nucléides les plus lourds tendent à avoir beaucoup plus de neutrons que de protons. Par exemple, on constate que le ^{197}Au possède 118 neutrons et seulement 79 protons, soit un *excès* de 39 neutrons.

On peut se procurer un tableau de nucléides sous la forme d'un tableau mural dans lequel chaque petite case contient des données sur le nucléide qu'elle représente. La figure 12.5 en montre une partie, dont le centre est ^{197}Au. On y trouve les abondances relatives (habituellement, comme on les trouve sur Terre) dans le cas des nucléides stables et les demi-vies (mesure de la durée de vie moyenne) dans le cas des radionucléides. La droite en pente indique une ligne d'**isobares,** des nucléides partageant le même nombre de masse, $A = 198$ dans le cas présent.

Depuis le début des années 2000, des nucléides ayant des numéros atomiques aussi élevés que $Z = 114$ ($A = 289$) ont été observés au cours d'expériences de laboratoires (aucun élément ayant un numéro atomique supérieur à 92 n'existe dans la nature). Bien que les gros nucléides soient généralement grandement instables et ne durent qu'un bref instant, certains nucléides supermassifs sont relativement stables et ont une durée de vie plutôt longue. Ces nucléides supermassifs forment un *îlot de stabilité* à des valeurs élevées de Z et de N sur un tableau de nucléides, comme celui de la figure 12.4.

✔ **VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 :** Selon la figure 12.4, quels nucléides, parmi les suivants, sont le plus susceptibles de ne pas être détectés : ^{52}Fe ($Z = 26$), ^{90}As ($Z = 33$), ^{158}Nd ($Z = 60$), ^{175}Lu ($Z = 71$), ^{208}Pb ($Z = 82$) ?

Z \ N	115	116	117	118	119	120	121
82	^{197}Pb 43 min	^{198}Pb 2,4 h	^{199}Pb 1,5 h	^{200}Pb 21,5 h	^{201}Pb 9,33 h	^{202}Pb 53 000 a	^{203}Pb 2,16 d
81	^{196}Tl 1,84 h	^{197}Tl 2,83 h	^{198}Tl 5,3 h	^{199}Tl 7,4 h	^{200}Tl 26,1 h	^{201}Tl 72,0 h	^{202}Tl 12,2 d
80	^{195}Hg 9,5 h	^{196}Hg 0,15 %	^{197}Hg 64,1 h	^{198}Hg 10,0 %	^{199}Hg 16,9 %	^{200}Hg 23,1 %	^{201}Hg 13,2 %
79	^{194}Au 39,4 h	^{195}Au 186 d	^{196}Au 6,18 d	^{197}Au 100 %	^{198}Au 2,69 d	^{199}Au 3,14 d	^{200}Au 48,4 min
78	^{193}Pt 60 a	^{194}Pt 32,9 %	^{195}Pt 33,8 %	^{196}Pt 25,3 %	^{197}Pt 18,3 h	^{198}Pt 7,2 %	^{199}Pt 30,8 min
77	^{192}Ir 73,8 d	^{193}Ir 62,7 %	^{194}Ir 19,2 h	^{195}Ir 2,8 h	^{196}Ir 52 s	^{197}Ir 5,8 min	^{198}Ir ≈8 s
76	^{191}Os 15,4 d	^{192}Os 41,0 %	^{193}Os 30,5 h	^{194}Os 6,0 a	^{195}Os 6,5 min	^{196}Os 35 min	

Nombre de protons Z ; Nombre de neutrons N ; $A = 198$

Figure 12.5 Une partie agrandie du tableau des nucléides de la figure 12.4, dont le centre est ^{197}Au. Les cases vertes représentent les nucléides stables, dont les abondances relatives sont données. Les cases beiges représentent les radionucléides, dont les demi-vies sont données. Les lignes d'isobares de nombre de masse A constant forment des lignes diagonales, comme le montre la droite $A = 198$ de l'exemple.

Les rayons nucléaires

Le *femtomètre* ($= 10^{-15}$ m) est une unité commode pour exprimer les distances à l'échelle des noyaux. Cette unité est souvent appelée *fermi* ; ces deux termes partagent la même abréviation. Donc,

$$1 \text{ femtomètre} = 1 \text{ fermi} = 1 \text{ fm} = 10^{-15} \text{ m}. \tag{12.2}$$

Pour connaître davantage la taille et la structure des noyaux, on peut les bombarder avec un faisceau d'électrons à haute énergie et observer comment ceux-ci sont déviés par les noyaux. Les électrons doivent posséder suffisamment d'énergie (au moins 200 MeV) pour avoir des longueurs d'onde de De Broglie plus petites que les structures nucléaires visées.

Tout comme l'atome, le noyau n'est pas un objet plein ayant une surface bien définie. De plus, bien que la plupart des nucléides soient sphériques, certains sont ellipsoïdes. Néanmoins, les expériences de diffusion des électrons (ainsi que les expériences d'autres types) permettent d'attribuer à chaque nucléide un rayon effectif déterminé par

$$r = r_0 A^{1/3}, \tag{12.3}$$

où A est le nombre de masse et $r_0 \approx 1{,}2$ fm. On constate que le volume d'un noyau, qui est proportionnel à r^3, est directement proportionnel au nombre de masse A et est indépendant des valeurs respectives de Z et de N.

L'équation 12.3 ne s'applique pas aux *nucléides à halo*, des nucléides riches en neutrons produits pour la première fois en laboratoires dans les années 1980. Ces nucléides sont plus gros que ce que permet de prédire l'équation 12.3, car certains de leurs neutrons forment un *halo* autour d'un cœur sphérique formé par les protons et les autres neutrons. Les isotopes du lithium en sont un exemple. Quand un neutron s'ajoute au ^{8}Li pour former le ^{9}Li, dont aucun n'est un nucléide à halo, le rayon effectif augmente d'environ 4 %. Cependant, quand deux neutrons s'ajoutent au ^{9}Li pour former l'isotope ^{11}Li riche en neutrons (le plus gros des isotopes du lithium), ils ne se joignent pas au noyau existant, mais forment plutôt un halo autour de lui, augmentant le rayon effectif d'environ 30 %. Il semble que cette configuration en halo mette en jeu moins d'énergie qu'un cœur contenant 11 nucléons. (Dans le présent chapitre, on considère, de façon générale, que l'équation 12.3 s'applique.)

Les masses nucléaires

De nos jours, il est possible de mesurer les masses atomiques avec une grande précision. Dans la section 1.6 du volume 1, on a vu qu'on exprime de telles masses en unités de masse atomique u, définies de manière à ce que la masse atomique (non la masse nucléaire) du ^{12}C soit exactement de 12 u. La relation entre cette unité et le kilogramme est approximativement (une valeur plus précise apparaît à l'annexe B)

$$1\ u = 1{,}661 \times 10^{-27}\ kg. \qquad (12.4)$$

Le nombre de masse A d'un nucléide est nommé ainsi parce que ce nombre représente la masse du nucléide, exprimée en unités de masse atomique et arrondie au nombre entier près. Donc, la masse atomique de ^{197}Au est 196,966 573 u, qu'on arrondit à 197 u.

Dans les réactions nucléaires, la relation $Q = -\Delta m\, c^2$ (équation 8.49) est un outil indispensable. On a vu dans la section 8.12 que Q est l'énergie dégagée (ou absorbée) quand la masse d'un système fermé de particules interagissant entre elles varie de Δm.

On a également vu dans la section 8.12 que la relation d'Einstein $E = mc^2$ indique que l'énergie au repos d'une masse de 1 u est de 931,5 MeV. Donc, selon l'équation 8.45, on peut utiliser

$$c^2 = 931{,}5\ MeV/u \qquad (12.5)$$

comme conversion commode entre l'énergie exprimée en millions d'électronvolts et la masse exprimée en unités de masse atomique.

Les énergies de liaison nucléaire

La masse M d'un noyau est *inférieure* à la masse totale Σm de ses protons et de ses neutrons. Cela signifie que l'énergie au repos Mc^2 d'un noyau est *inférieure* à l'énergie au repos totale $\Sigma(mc^2)$ de ses protons et de ses neutrons. La différence entre ces deux énergies est appelée **énergie de liaison** du noyau :

$$\Delta E_l = \Sigma(mc^2) - Mc^2 \quad \text{(l'énergie de liaison).} \qquad (12.6)$$

Attention: l'énergie de liaison n'est pas une énergie qui réside dans le noyau. Il s'agit plutôt d'une *différence* entre les masses au repos d'un noyau et de ses nucléons. Si on pouvait diviser un noyau en ses nucléons, il faudrait transférer une énergie totale équivalente à ΔE_{el} à ces particules durant le processus. Bien qu'on ne puisse pas diviser un noyau de cette manière, l'énergie de liaison nucléaire demeure une mesure commode de la force qui maintient les parties d'un noyau ensemble.

L'**énergie de liaison moyenne par nucléon**, ΔE_{ln} constitue une meilleure mesure ; il s'agit du rapport entre l'énergie de liaison ΔE_l d'un noyau et le nombre A de nucléons qu'il contient :

$$\Delta E_{ln} = \frac{\Delta E_l}{A} \quad \text{(l'énergie de liaison moyenne par nucléon).} \qquad (12.7)$$

On peut considérer l'énergie de liaison moyenne par nucléon comme l'énergie moyenne nécessaire pour diviser un noyau en ses nucléons individuels.

La figure 12.6 représente graphiquement l'énergie de liaison moyenne par nucléon ΔE_{ln} en fonction du nombre de masse A d'un grand nombre de noyaux. Ceux qui se trouvent dans la partie supérieure du graphique sont très fortement liés ; c'est donc dire qu'il faudrait fournir une grande quantité d'énergie par nucléon pour diviser l'un de ces noyaux. Les noyaux qui se trouvent plus bas dans la courbe (à droite et à gauche) sont plus faiblement liés ; il faut donc moins d'énergie par nucléon pour les diviser.

Ces simples énoncés sur le contenu de la figure 12.6 ont de profondes implications. Les nucléons d'un noyau se trouvant dans la partie droite de la courbe seraient plus fortement liés si ce noyau était divisé en deux autres se trouvant près du sommet de la courbe. Un tel processus, appelé **fission**, se produit naturellement chez les noyaux massifs (nombre de masse A élevé), comme celui de l'uranium, qui peut subir une fission spontanée (c'est-à-dire sans cause ni source d'énergie extérieures). C'est

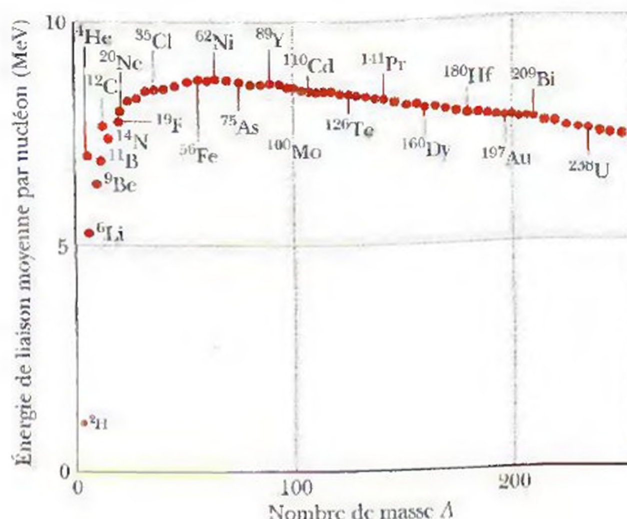


Figure 12.6 L'énergie de liaison moyenne par nucléon de certains nucléides représentatifs. Le nucléide de nickel ^{62}Ni possède l'énergie de liaison par nucléon la plus élevée (environ 8,794 60 MeV/nucléon) de tous les nucléides stables connus. Notez que la particule alpha (^{4}He) possède une énergie de liaison par nucléon plus élevée que celles de ses voisines du tableau périodique et, par conséquent, qu'elle est également particulièrement stable.

ce processus qui est à la base des armes nucléaires, dans lesquelles on provoque la fission simultanée de nombreux noyaux d'uranium ou de plutonium pour produire une explosion.

Les nucléons d'une paire de noyaux se trouvant dans la partie gauche de la courbe seraient plus fortement liés si ces noyaux se combinaient pour former un noyau unique se trouvant près du sommet de la courbe. Un tel processus, appelé **fusion**, se produit naturellement dans les étoiles. Si ce n'était pas le cas, le Soleil ne brillerait pas et la vie sur la Terre ne pourrait exister.

Les niveaux d'énergie nucléaire

L'énergie des noyaux est quantifiée, comme celle des atomes, c'est-à-dire que les noyaux ne peuvent exister que dans des états quantiques discrets, chacun possédant une énergie bien définie. La figure 12.7 illustre certains de ces niveaux d'énergie du nucléide ^{28}Al, nucléide type de faible masse. Notez que l'échelle d'énergie est en millions d'électronvolts plutôt qu'en électronvolts, unités utilisées avec les atomes. Quand un noyau effectue une transition vers un niveau d'énergie inférieur, le photon émis se situe typiquement dans le domaine des rayons gamma du spectre électromagnétique.

Spin et magnétisme nucléaires

De nombreux nucléides ont un *moment cinétique nucléaire* intrinsèque, ou spin, et un *moment magnétique nucléaire* intrinsèque qui lui est associé. Bien que les moments cinétiques nucléaires aient approximativement le même module que les moments cinétiques des électrons atomiques, les moments magnétiques nucléaires sont beaucoup plus petits que les moments magnétiques atomiques types.

La force nucléaire

La force responsable des mouvements des électrons atomiques est la force électromagnétique que l'on connaît. Cependant, pour lier les parties du noyau ensemble, il faut une importante force attractive d'un type totalement différent, suffisamment forte pour surpasser la force de répulsion des protons (chargés positivement) agissant entre eux et pour maintenir les protons et les neutrons dans le minuscule volume que constitue le noyau. Cette force nucléaire doit également avoir une courte portée de sorte que son influence ne déborde pas trop de la « surface » nucléaire.

Selon la conception actuelle, la force nucléaire qui lie les neutrons et les protons dans le noyau n'est pas une force fondamentale de la nature, mais un effet secondaire de l'**interaction forte** qui lie les quarks pour former les neutrons et les protons. De même, la force attractive entre certaines molécules neutres est un effet secondaire de la force électrique coulombienne qui agit dans les liaisons internes des molécules.

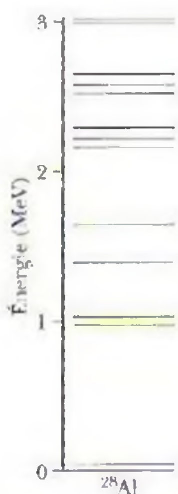


Figure 12.7 Les niveaux d'énergie du nucléide ^{28}Al, déterminés à l'aide d'expériences de réactions nucléaires

Exemple 12.2

On peut imaginer tous les nucléides comme un mélange de neutrons et de protons qu'on peut appeler *matière nucléaire*. Quelle est la masse volumique de la matière nucléaire ?

SOLUTION : Ici, le premier concept clé est qu'on peut déterminer la masse volumique (moyenne) ρ d'un noyau en divisant sa masse totale par son volume. Soit m la masse d'un nucléon (soit d'un proton, soit d'un neutron, puisque ces particules ont environ la même masse). Donc, la masse d'un noyau contenant A nucléons est Am. Ensuite, on suppose que le noyau est sphérique et possède un rayon r. Son volume est alors $\frac{4}{3}\pi r^3$; on peut décrire la masse volumique du noyau ainsi

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r^3}.$$

Le deuxième concept clé est que le rayon r est déterminé par l'équation 12.3 ($r = r_0 A^{1/3}$), où r_0 est 1,2 fm (= $1{,}2 \times 10^{-15}$ m). Si on remplace r par cette expression, on obtient

$$\rho = \frac{Am}{\frac{4}{3}\pi r_0^3 A} = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r_0^3}.$$

Notez que A s'est simplifié ; donc, cette équation de la masse volumique ρ s'applique à tout noyau pouvant être considéré comme sphérique et ayant un rayon déterminé par l'équation 12.3. Si on utilise $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg comme masse m d'un nucléon, on a

$$\rho = \frac{1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg}}{\frac{4}{3}\pi(1{,}2 \times 10^{-15}\ \text{m})^3} \approx 2 \times 10^{17}\ \text{kg/m}^3, \quad \text{(réponse)}$$

ce qui représente environ 2×10^{14} fois la masse volumique de l'eau.

Exemple 12.3

Quelle est l'énergie de liaison moyenne par nucléon associée au nucléide ^{120}Sn ?

SOLUTION : On utilise ici deux concepts clés.

1. On peut obtenir l'énergie de liaison moyenne par nucléon ΔE_{ln} si on calcule d'abord l'énergie de liaison ΔE_{l}, puis qu'on la divise par le nombre de nucléons A contenus dans le noyau, selon l'équation 12.7 ($\Delta E_{\text{ln}} = \Delta E_{\text{l}}/A$).
2. On peut obtenir ΔE_{l} en calculant la différence entre l'énergie au repos Mc^2 du noyau et l'énergie au repos totale $\Sigma(mc^2)$ des nucléons individuels qui forment ce noyau, selon l'équation 12.6 ($\Delta E_{\text{l}} = \Sigma(mc^2) - Mc^2$).

Dans le tableau 12.1, on constate que le noyau ^{120}Sn compte 50 protons ($Z = 50$) et 70 neutrons ($N = A - Z = 120 - 50 = 70$). Donc, il faut imaginer qu'un noyau de ^{120}Sn est divisé en 50 protons et en 70 neutrons,

$$(\text{noyau }^{120}\text{Sn}) \to 50(\text{protons séparés}) + 70(\text{neutrons séparés}), \quad (12.8)$$

puis calculer la différence qui en résulte dans l'énergie au repos.

Pour effectuer ce calcul, il faut les masses d'un noyau ^{120}Sn, d'un proton et d'un neutron. Cependant, étant donné que la masse d'un atome neutre (le noyau *plus* les électrons) est plus facile à mesurer que la masse d'un noyau sans électrons, les calculs des énergies de liaison sont traditionnellement effectués en masses atomiques. Donc, on modifie l'équation 12.8 pour que son membre de gauche comporte un atome ^{120}Sn neutre. Pour ce faire, on insère 50 électrons dans le membre de gauche (qui correspondront ainsi aux 50 protons contenus dans le noyau ^{120}Sn). On doit également additionner 50 électrons au membre de droite pour obtenir un équilibre dans l'équation. Ces 50 électrons peuvent être combinés aux 50 protons pour former 50 atomes d'hydrogène neutres. On a alors

$$(\text{atome }^{120}\text{Sn}) \to 50(\text{atomes H séparés}) + 70(\text{neutrons séparés}). \quad (12.9)$$

Dans le tableau 12.1, la masse M_{Sn} d'un atome ^{120}Sn est de 119,902 199 u, et la masse m_{H} d'un atome d'hydrogène est de 1,007 825 u ; la masse m_{n} d'un neutron est 1,008 665 u. Donc, l'équation 12.6 donne

$$\begin{aligned}\Delta E_{\text{l}} &= \Sigma(mc^2) - Mc^2 \\ &= 50(m_{\text{H}}c^2) + 70(m_{\text{n}}c^2) - M_{\text{Sn}}c^2 \\ &= 50(1{,}007\ 825\ \text{u})c^2 + 70(1{,}008\ 665\ \text{u})c^2 \\ &\quad - (119{,}902\ 199\ \text{u})c^2 \\ &= (1{,}095\ 601\ \text{u})c^2 = (1{,}095\ 601\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u}) \\ &= 1\ 020{,}6\ \text{MeV},\end{aligned}$$

l'équation 12.5 ($c^2 = 931{,}5$ MeV/u) fournissant une conversion d'unités commode. Notez que l'utilisation des masses atomiques au lieu des masses nucléaires n'influence pas le résultat, parce que la masse des 50 électrons contenus dans l'atome ^{120}Sn est soustraite de celle des électrons contenus dans les 50 atomes d'hydrogène.

Maintenant, l'équation 12.7 donne l'énergie de liaison moyenne par nucléon :

$$\Delta E_{\text{ln}} = \frac{\Delta E_{\text{l}}}{A} = \frac{1\ 020{,}6\ \text{MeV}}{120} = 8{,}51\ \text{MeV/nucléon}. \quad \text{(réponse)}$$

12.3 La désintégration radioactive

On peut voir, dans la figure 12.4, que la plupart des nucléides identifiés sont radioactifs. Un nucléide radioactif émet spontanément une particule et se transforme alors en un nucléide différent, occupant une case différente dans le tableau des nucléides.

La désintégration radioactive a fourni la première preuve que les lois qui gouvernent le monde subatomique sont statistiques. On peut prendre, par exemple, un échantillon de 1 mg d'uranium. Il contient $2{,}5 \times 10^{18}$ atomes du radionucléide ^{238}U ayant une très longue vie. Les noyaux de ces atomes existent sans se désintégrer depuis leur création (bien avant la formation de notre système solaire). Chaque seconde, il n'y a environ que 12 des noyaux présents dans l'échantillon qui se désintègrent en émettant une particule alpha, se transformant alors en noyaux de ^{234}Th. Cependant, on peut constater ce qui suit.

Il n'y a absolument aucun moyen de prédire si un certain noyau contenu dans un échantillon radioactif fera partie de ceux qui se désintégreront dans la prochaine seconde. Tous les noyaux de l'échantillon ont la même probabilité de le faire.

Bien qu'on ne puisse prédire quels sont les noyaux d'un échantillon qui se désintégreront, on peut dire que, si un échantillon contient N noyaux radioactifs, le taux ($= -dN/dt$) auquel ils se désintégreront est proportionnel à N :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N, \tag{12.10}$$

où λ, la **constante de désintégration,** possède une valeur spécifique pour chaque radionucléide. Son unité SI est l'inverse de la seconde (s^{-1}).

Pour déterminer N en fonction du temps t, on récrit d'abord l'équation 12.10 :

$$\frac{dN}{N} = -\lambda\, dt, \tag{12.11}$$

puis, si on effectue l'intégrale des deux membres, on obtient

$$\int_{N_0}^{N} \frac{dN}{N} = -\lambda \int_{t_0}^{t} dt,$$

ou

$$\ln N - \ln N_0 = -\lambda(t - t_0). \tag{12.12}$$

Dans cette équation, N_0 est le nombre de noyaux radioactifs contenus dans l'échantillon à un temps initial arbitraire t_0. Si on pose que $t_0 = 0$ et si on récrit l'équation 12.12, on obtient

$$\ln \frac{N}{N_0} = -\lambda t. \tag{12.13}$$

Si on calcule la fonction exponentielle des deux membres (la fonction exponentielle est la fonction inverse du logarithme naturel), on obtient

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$$

ou $$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{(la désintégration radioactive).} \tag{12.14}$$

où N_0 est le nombre de noyaux radioactifs contenus dans l'échantillon à $t = 0$ et N est le nombre de noyaux résiduels à tout instant subséquent t. Notez qu'une ampoule électrique (par exemple) n'obéit pas à une telle loi de désintégration exponentielle. Si on effectue un test pour mesurer la durée de vie de 1 000 ampoules électriques, on s'attend à ce qu'elles se « désintègrent » toutes (à ce qu'elles grillent) plus ou moins au même instant. La désintégration des radionucléides obéit à une loi très différente.

On est souvent plus intéressé par le taux de désintégration R ($= -dN/dt$) que par N lui-même. Si on dérive l'équation 12.14, on obtient

$$R = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t}$$

ou $$R = R_0 e^{-\lambda t} \quad \text{(la désintégration radioactive).} \tag{12.15}$$

une autre forme de la loi de la désintégration radioactive (équation 12.14). Ici, R_0 est le taux de désintégration au temps $t = 0$, et R est le taux à un temps subséquent t. On peut maintenant récrire l'équation 12.10 en fonction du taux de désintégration R de l'échantillon :

$$R = \lambda N, \tag{12.16}$$

où R et le nombre de noyaux radioactifs N qui ne se sont pas encore désintégrés doivent être évalués au même instant.

Le taux de désintégration total R d'un échantillon contenant un ou plusieurs radionucléides est appelé **l'activité radioactive** (ou simplement l'activité) de l'échantillon. L'unité SI de l'activité est le **becquerel**, en l'honneur du physicien Henri Becquerel, découvreur de la radioactivité :

$$1 \text{ becquerel} = 1 \text{ Bq} = 1 \text{ désintégration par seconde.}$$

Une unité plus ancienne, le **curie**, est encore utilisée :

$$1 \text{ curie} = 1 \text{ Ci} = 3{,}7 \times 10^{10} \text{ Bq.}$$

Voici un exemple d'utilisation de ces unités : « Le 15 janvier 2000, l'activité de la pastille de combustible nucléaire usée n° 5 658 était de $3{,}5 \times 10^{15}$ Bq ($= 9{,}5 \times 10^{4}$ Ci). » Donc, cette journée-là, $3{,}5 \times 10^{15}$ noyaux radioactifs dans la pastille se désintégraient chaque seconde. L'identité des radionucléides contenus dans la pastille, leurs constantes de désintégration λ et les types de radiations qu'ils émettent n'ont aucun rapport avec cette mesure de l'activité.

Souvent, un détecteur placé près d'un échantillon radioactif n'enregistre pas toutes les désintégrations qui s'y produisent, à cause de la géométrie ou de son inefficacité. Dans ces circonstances, il mesure une activité proportionnelle (et inférieure) à l'activité réelle de l'échantillon. Une telle mesure ne s'exprime pas en becquerels, mais simplement en coups par unité de temps.

Il existe deux mesures de temps couramment utilisées pour exprimer la durée de vie d'un type de radionucléide donné. L'une est la **demi-vie** $T_{1/2}$ d'un radionucléide, qui est le temps où N et R auront tous deux atteint la moitié de leurs valeurs initiales. L'autre mesure est la **durée de vie moyenne** τ, qui est le temps où N et R auront tous deux atteint e^{-1} de leurs valeurs initiales.

Pour relier $T_{1/2}$ et la constante de désintégration λ, on insère $R = \frac{1}{2}R_0$ dans l'équation 12.15 et on remplace t par $T_{1/2}$. On obtient

$$\tfrac{1}{2}R_0 = R_0 e^{-\lambda T_{1/2}}.$$

Si on calcule le logarithme naturel des deux membres et qu'on isole $T_{1/2}$, on obtient

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}.$$

De même, pour relier τ et λ, on insère $R = e^{-1}R_0$ dans l'équation 12.15, on remplace t par τ et on isole τ ; on obtient alors

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

On résume ces résultat ainsi :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2. \qquad (12.17)$$

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : Le nucléide ^{131}I est radioactif, ayant une demi-vie de 8,04 jours. À midi, le premier janvier, l'activité d'un certain échantillon est de 600 Bq. En fonction du concept de demi-vie, et sans calcul écrit, déterminez si le 24 janvier, à midi, l'activité de l'échantillon sera un peu inférieure à 200 Bq, un peu supérieure à 200 Bq, un peu inférieure à 75 Bq ou un peu supérieure à 75 Bq.

Exemple 12.4

Le tableau ci-dessous donne quelques mesures de l'activité d'un échantillon de ^{128}I, un radionucléide souvent utilisé en médecine pour mesurer le taux d'absorption de l'iode par la glande thyroïde.

Temps (min)	R (coups/s)	Temps (min)	R (coups/s)
4	392,2	132	10,9
36	161,4	164	4,56
68	65,5	196	1,86
100	26,8	218	1,00

Déterminez la constante de désintégration λ et la demi-vie $T_{1/2}$ de ce radionucléide.

SOLUTION : Le premier concept clé utilisé ici est le suivant : la constante de désintégration λ détermine la diminution exponentielle de l'activité R en fonction du temps t (comme l'indique l'équation 12.15). Par conséquent, on devrait pouvoir déterminer λ en représentant graphiquement les valeurs de R en fonction du temps t.

Cependant, il est difficile d'obtenir λ à l'aide d'un graphique de R en fonction de t parce que R diminue de manière exponentielle avec t, selon l'équation 12.15. Donc, un deuxième concept clé est ici nécessaire : il consiste à transformer l'équation 12.15 en une fonction linéaire de t pour facilement déterminer λ. Pour ce faire, on calcule les logarithmes naturels des deux membres de l'équation 12.15. On obtient ainsi

$$\begin{aligned} \ln R &= \ln(R_0 e^{-\lambda t}) = \ln R_0 + \ln(e^{-\lambda t}) \\ &= \ln R_0 - \lambda t. \end{aligned} \qquad (12.18)$$

Étant donné que l'équation 12.18 est sous la forme $y = b + mx$, où b et m sont des constantes, il s'agit d'une équation linéaire donnant la grandeur $\ln R$ en fonction de t. Donc, si on représentait graphiquement $\ln R$ (au lieu de R) en fonction de t, on devrait obtenir une droite. De plus, la pente de la droite devrait être égale à $-\lambda$.

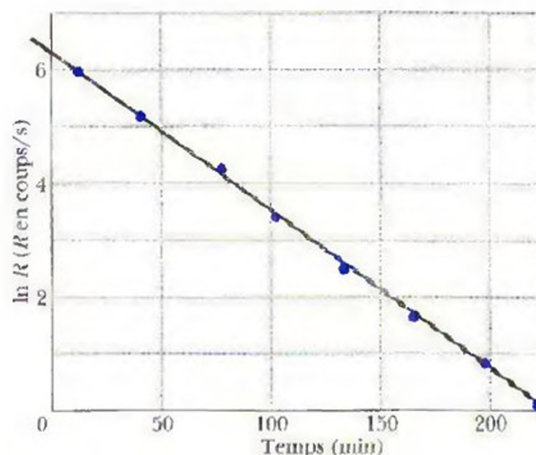


Figure 12.8 Exemple 12.4 Un graphique du logarithme naturel de l'activité d'un échantillon de ^{128}I en fonction du temps, basé sur les données du tableau

La figure 12.8 montre le graphique de $\ln R$ en fonction du temps t pour les mesures données. La pente de la droite qui relie les points du graphique est

$$\text{pente} = \frac{0 - 6{,}2}{225 \text{ min} - 0} = -0{,}027\,5 \text{ min}^{-1}.$$

Donc, $\quad -\lambda = -0{,}027\,5 \text{ min}^{-1}$

ou $\quad \lambda = 0{,}027\,5 \text{ min}^{-1} \approx 1{,}7 \text{ h}^{-1}.$ (réponse)

Pour obtenir la demi-vie $T_{1/2}$ du radionucléide, on fait appel au concept clé selon lequel le temps qu'il faut à l'activité R pour diminuer de moitié est donné par l'équation 12.17 ($T_{1/2} = \ln 2/\lambda$). En se basant sur cette équation, on obtient

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{\ln 2}{0{,}027\,5 \text{ min}^{-1}} \approx 25 \text{ min}. \qquad \text{(réponse)}$$

Exemple 12.5

On constate qu'un échantillon de 2,71 g de KCl provenant d'un entrepôt de produits chimiques est radioactif et qu'il se désintègre à un taux constant de 4 490 Bq. On attribue les désintégrations au potassium et, particulièrement, à l'isotope ^{40}K, qui constitue 1,17 % du potassium naturel. Calculez la demi-vie de ce nucléide.

SOLUTION : Le premier concept clé utilisé ici est le suivant : étant donné que l'activité R de l'échantillon semble constante, on ne peut déterminer la demi-vie $T_{1/2}$ en représentant graphiquement $\ln R$ en fonction du temps t comme on l'a fait dans l'exemple 12.4 (on obtiendrait simplement une droite horizontale). Cependant, on peut faire appel aux deux concepts clés suivants.

1. On peut calculer la demi-vie $T_{1/2}$ à partir de la constante de désintégration λ à l'aide de l'équation 12.17 ($T_{1/2} = \ln 2/\lambda$).
2. On peut ensuite relier λ à l'activité donnée R de 4 490 Bq à l'aide de l'équation 12.16 ($R = \lambda N$), où N est le nombre de noyaux de ^{40}K (donc, d'atomes) contenus dans l'échantillon.

Si on combine les équations 12.17 et 12.16, on obtient

$$T_{1/2} = \frac{N \ln 2}{R}. \qquad (12.19)$$

On sait que la valeur de N dans cette équation est de 1,17 % du nombre total N_K d'atomes de potassium contenus dans l'échantillon. On sait également que N_K doit être égal au nombre N_{KCl} de molécules contenues dans l'échantillon. On peut obtenir N_{KCl} à partir de la masse molaire M_{KCl} de KCl (masse d'une mole de KCl) et de la masse donnée $M_{éch}$ de l'échantillon

$$N_{KCl} = \begin{pmatrix}\text{nombre de moles} \\ \text{dans l'échantillon}\end{pmatrix} N_A = \frac{M_{éch}}{M_{KCl}} N_A, \qquad (12.20)$$

où N_A est le nombre d'Avogadro ($6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}). Si on consulte l'annexe E, on constate que la masse molaire du potassium est de 39,102 g/mol et que celle du chlore est de 35,453 g/mol ; donc, la masse molaire de KCl est 74,555 g/mol. L'équation 12.20 donne alors

$$N_{KCl} = \frac{(2{,}71 \text{ g})(6{,}02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{74{,}555 \text{ g/mol}} = 2{,}188 \times 10^{22}$$

comme étant le nombre de molécules KCl contenues dans l'échantillon. Donc, le nombre total d'atomes de potassium N_K est également $2{,}188 \times 10^{22}$, et le nombre d'atomes de ^{40}K dans l'échantillon doit être

$$N = 0{,}011\,7N_K = (0{,}011\,7)(2{,}188 \times 10^{22}).$$
$$= 2{,}560 \times 10^{20} \text{ atomes.}$$

Si on remplace N par cette valeur et R par l'activité donnée de 4 490 Bq (= 4 490 s^{-1}) dans l'équation 12.19, on obtient

$$T_{1/2} = \frac{(2{,}560 \times 10^{20}) \ln 2}{4\,490 \text{ s}^{-1}}$$
$$= 3{,}95 \times 10^{16} \text{ s} = 1{,}25 \times 10^{9} \text{ a.} \qquad \text{(réponse)}$$

Cette demi-vie de ^{40}K est appréciable à l'échelle de l'âge de l'Univers. Donc, l'activité du ^{40}K contenu dans l'échantillon entreposé diminue *très* lentement, trop lentement pour qu'on la détecte en quelques jours d'observation, ou même dans l'espace d'une vie. Une fraction du potassium contenu dans notre corps est constituée de cet isotope radioactif, ce qui signifie que nous sommes tous légèrement radioactifs. Notre corps possède aussi d'autres radionucléides comme le ^{14}C.

12.4 La désintégration alpha

Quand un noyau subit une **désintégration alpha,** il se transforme en un nucléide différent en émettant une particule alpha (un noyau d'hélium, ^{4}He). Par exemple, quand l'uranium ^{238}U subit une désintégration alpha, il se transforme en thorium ^{234}Th :



$$^{238}\text{U} \rightarrow {}^{234}\text{Th} + {}^{4}\text{He}. \qquad (12.21)$$

Cette désintégration alpha du ^{238}U peut se produire spontanément (sans apport d'énergie extérieure) parce que la masse totale des produits de désintégration ^{234}Th et ^{4}He est inférieure à la masse du ^{238}U original. Donc, l'énergie au repos totale des produits de désintégration est inférieure à celle du nucléide original. Comme on l'indique dans l'équation 8.49, dans un tel processus, la différence entre l'énergie au repos initiale et l'énergie au repos finale totale est appelée la valeur Q du processus.

Dans le cas d'une désintégration nucléaire, on dit que la différence dans l'énergie au repos est l'*énergie de désintégration Q*. Dans l'équation 12.21, la valeur de Q de cette désintégration est 4,25 MeV – on dit que cette énergie est dégagée lors de la désintégration alpha du ^{238}U, par la transformation de l'énergie au repos en énergie cinétique des deux produits.

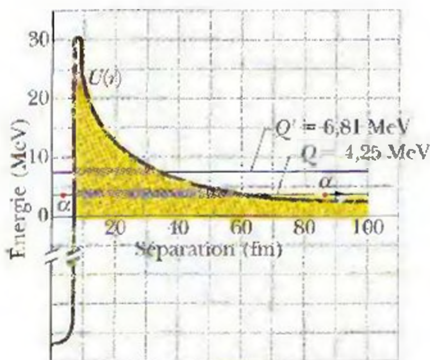


Figure 12.9 Une fonction énergie potentielle lors de l'émission d'une particule alpha par le nucléide ^{238}U. La droite horizontale noire nommée Q = 4,25 MeV indique l'énergie de désintégration. L'épaisse partie grise de cette droite représente les séparations r interdites à la particule alpha du point de vue de la physique classique. La particule alpha est représentée par un point, à l'intérieur de la barrière d'énergie potentielle (à gauche) et hors de cette barrière (à droite), après qu'elle l'a traversée par effet tunnel. La droite noire horizontale nommée Q' = 6,81 MeV indique l'énergie de désintégration alpha du nucléide ^{228}U. (Les deux isotopes ont la même fonction énergie potentielle parce qu'ils ont la même charge nucléaire.)

La demi-vie du ^{238}U associée à ce processus de désintégration est $4{,}5 \times 10^{9}$ a. Pourquoi est-elle si longue ? Si le ^{238}U peut se désintégrer ainsi, pourquoi les nucléides ^{238}U d'un échantillon ne se désintègrent-ils pas tous en même temps ? Pour répondre à ces questions, il faut étudier le processus de désintégration alpha.

On peut imaginer un modèle dans lequel une particule alpha (déjà formée) existe dans le noyau avant de s'en échapper. La figure 12.9 donne l'énergie potentielle $U(r)$ approximative du système constitué de la particule alpha et du noyau ^{234}Th résiduel en fonction de la séparation r de ceux-ci. Cette énergie est une combinaison 1) de l'énergie potentielle associée à l'interaction forte (attractive) qui agit à l'intérieur du noyau et 2) du potentiel coulombien associé à la force électrique (répulsive) qui agit entre les deux particules avant et après la désintégration.

La droite horizontale noire nommée Q = 4,25 MeV indique l'énergie de désintégration du processus. Si on suppose qu'elle représente l'énergie totale de la particule alpha durant la désintégration, la zone de la courbe $U(r)$ située au-dessus de cette droite constitue une barrière d'énergie potentielle semblable à celle de la figure 9.15. Cette barrière ne peut être surmontée. Si la particule alpha pouvait se trouver à une certaine distance r à l'intérieur de la barrière, son énergie potentielle U excéderait son énergie totale E. Du point de vue de la physique classique, cela signifierait que son énergie cinétique K (qui est égale à $E - U$) serait négative – une situation impossible.

On peut maintenant voir pourquoi la particule alpha n'est pas immédiatement émise du noyau du ^{238}U : ce noyau est entouré d'une impressionnante barrière de potentiel qui occupe (si vous l'imaginez en trois dimensions) le volume se trouvant entre deux couches sphériques (dont les rayons sont environ de 8 fm et de 60 fm). Cet argument est si convaincant qu'on modifie maintenant la dernière question : étant donné que la barrière semble emprisonner en permanence la particule dans le noyau, comment le noyau ^{238}U peut-il émettre une particule alpha ? Voici la réponse : vous avez vu dans la section 9.10 qu'il y a une probabilité finie qu'une particule puisse traverser, par effet tunnel,

une barrière d'énergie potentielle qui semble insurmontable du point de vue de la physique classique. En fait, la désintégration alpha est un résultat de l'effet tunnel.

Étant donné que la demi-vie du nucléide ^{238}U est très longue, la barrière semble ne pas « fuir » beaucoup. La particule alpha, qui fait des allers et retours dans le noyau, suppose-t-on, doit toucher la surface interne de la barrière environ 10^{38} fois avant de parvenir à la traverser par effet tunnel, soit environ 10^{21} fois par seconde durant environ 4×10^9 années (l'âge de la Terre) ! On ne peut, bien sûr, qu'attendre à l'extérieur pour compter les seules particules alpha qui *réussissent* à s'échapper.

On peut vérifier le bien-fondé de cette explication en examinant d'autres substances émettrices de particules alpha. On prend ici un exemple contrastant, soit la désintégration alpha d'un autre isotope de l'uranium, le nucléide ^{228}U, dont l'énergie de désintégration Q', qui est de 6,81 MeV, est environ 60 % supérieure à celle du ^{238}U. (La valeur de Q' est également représentée par une droite horizontale noire dans la figure 12.9.) On a vu, dans la section 9.10, que le coefficient de transmission d'une barrière est très sensible aux petites variations d'énergie totale de la particule qui essaie de la pénétrer. Donc, on peut s'attendre à ce que la désintégration alpha se produise plus facilement dans le cas de ce noyau que dans le cas du ^{238}U. Et c'est, en effet, ce qui se produit. Le tableau 12.2 montre que sa demi-vie n'est que de 9,1 minutes. Une augmentation, d'un facteur de seulement 1,6, de la valeur de Q diminue la demi-vie (c'est-à-dire l'efficacité de la barrière) d'un facteur de 3×10^{14}. C'est ce qu'on peut appeler de la sensibilité.

TABLEAU 12.2 Comparaison de deux émetteurs de particules alpha

Radionucléides	Q	Demi-vie
^{238}U	4,25 MeV	$4,5 \times 10^9$ a
^{228}U	6,81 MeV	9,1 min

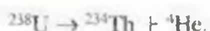
Exemple 12.6

On a les masses atomiques suivantes :

^{238}U	238,050 79 u	^{4}He	4,002 60 u
^{234}Th	234,043 63 u	^{1}H	1,007 83 u
^{237}Pa	237,051 21 u		

Pa est le symbole de l'élément protactinium ($Z = 91$).

a) Calculez l'énergie dégagée durant la désintégration alpha de ^{238}U. Le processus de désintégration est



$$^{238}\text{U} \rightarrow {}^{234}\text{Th} + {}^{4}\text{He}.$$

Notez la façon dont la charge nucléaire est conservée dans cette équation : la somme des numéros atomiques du thorium (90) et de l'hélium (2) donne le numéro atomique de l'uranium (92). Le nombre de nucléons est également conservé : 238 = 234 + 4.

SOLUTION : Ici, le concept clé est que l'énergie dégagée lors de la désintégration est Q, qu'on peut calculer en utilisant la variation de masse ΔM causée par la désintégration du ^{238}U. On utilise l'équation 8.49,

$$Q = M_i c^2 - M_f c^2, \qquad (12.22)$$

où la masse initiale M_i est celle du ^{238}U, et la masse finale M_f est la somme des masses du ^{234}Th et du ^{4}He. Comme dans l'exemple 12.3, on doit effectuer ce calcul pour des atomes neutres, c'est-à-dire en utilisant les masses atomiques. Si on utilise les masses atomiques données dans l'énoncé du problème, l'équation 12.22 devient

$$\begin{aligned} Q &= (238{,}050\,79\ \text{u})c^2 - (234{,}043\,63\ \text{u} + 4{,}002\,60\ \text{u})c^2 \\ &= (0{,}004\,56\ \text{u})c^2 = (0{,}004\,56\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u}) \\ &= 4{,}25\ \text{MeV} \qquad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

Notez que l'utilisation des masses atomiques au lieu des masses nucléaires n'influence pas le résultat parce que la masse totale des électrons dans les produits est soustraite de la masse des nucléons + électrons de l'atome ^{238}U original.

b) Démontrez que le nucléide ^{238}U ne peut spontanément émettre un proton.

SOLUTION : Si c'était le cas, le processus de désintégration serait



$$^{238}\text{U} \rightarrow {}^{237}\text{Pa} + {}^{1}\text{H}.$$

(Vous devez vérifier si la charge nucléaire et le nombre de nucléons sont tous deux conservés dans ce processus.) Si on fait appel au même concept clé et à la même méthode qu'en a), on constate que la masse des deux produits de désintégration (= 237,051 21 u + 1,007 83 u) *excéderait* celle du ^{238}U de Δm = 0,008 25 u, avec une énergie de désintégration de $Q = -7{,}68$ MeV. Le signe négatif indique qu'il faut *fournir* 7,68 MeV à un noyau de ^{238}U pour qu'il émette un proton ; une telle émission ne se produira certainement pas spontanément.

12.5 La désintégration bêta

Un noyau qui se désintègre spontanément en émettant un électron ou un positron (particule de la masse d'un électron dont la charge est $+e$) subit une **désintégration bêta.** À l'instar de la désintégration alpha, il s'agit d'un processus spontané, possédant une énergie de désintégration définie et une demi-vie. Et comme la désintégration alpha, la désintégration bêta est un processus statistique, défini par les équations 12.14 et 12.15. Dans la désintégration *bêta moins* (β^-), un noyau émet un électron, comme dans la désintégration



$$^{32}P \rightarrow {}^{32}S + e^- + \nu \quad (T_{1/2} = 14{,}3 \text{ j}). \qquad (12.23)$$

Dans la désintégration *bêta plus* (β^+), un noyau émet un positron, comme dans la désintégration



$$^{64}Cu \rightarrow {}^{64}Ni + e^+ + \nu \quad (T_{1/2} = 12{,}7 \text{ h}). \qquad (12.24)$$

Le symbole ν représente un **neutrino,** une particule neutre de très faible masse ou de masse nulle émise par le noyau en compagnie de l'électron ou du positron pendant la désintégration. Les neutrinos n'interagissent que très faiblement avec la matière ; c'est pourquoi ils sont si difficiles à détecter et leur présence est longtemps passée inaperçue*.

La charge et le nombre de nucléons sont tous deux conservés dans les deux processus ci-dessus. Dans la désintégration de l'équation 12.23, par exemple, on peut exprimer la conservation des charges ainsi :

$$(+15e) = (+16e) + (-e) + (0),$$

parce que le ^{32}P possède 15 protons, que le ^{32}S possède 16 protons et que le neutrino ν a une charge nulle. De même, on peut noter la conservation des nucléons de la façon suivante

$$(32) = (32) + (0) + (0),$$

parce que le ^{32}P et le ^{32}S possèdent chacun 32 nucléons et que ni l'électron ni le neutrino ne sont des nucléons.

Il peut vous sembler surprenant que les noyaux puissent émettre des électrons, des positrons et des neutrinos, puisqu'on vous a dit qu'ils ne sont formés que de neutrons et de protons. Cependant, on a vu précédemment que les atomes émettent des photons, mais il n'a jamais été dit qu'ils en « contenaient ». On dit que les photons sont créés dans le processus d'émission.

Il en va de même des électrons, des positrons et des neutrinos émis par les noyaux pendant la désintégration ; ils sont créés pendant l'émission. Dans le cas d'une désintégration bêta moins, un neutron se transforme en proton dans le noyau de la manière suivante :



$$n \rightarrow p + e^- + \nu. \qquad (12.25)$$

Dans le cas de la désintégration bêta plus, un proton se transforme en neutron de la manière suivante :



$$p \rightarrow n + e^+ + \nu. \qquad (12.26)$$

Ces processus démontrent pourquoi le nombre de masse A d'un nucléide subissant une désintégration bêta ne varie pas ; un de ses nucléons change simplement de propriétés, ce qui est cohérent avec l'équation 12.25 ou l'équation 12.26.

* La désintégration bêta comprend aussi la *capture d'électron* : un noyau se désintègre en absorbant un de ses électrons atomiques, émettant un neutrino au cours du processus. On ne s'attardera pas ici à ce processus. De plus, la particule émise dans la désintégration définie par l'équation 12.23 est, en fait, un *antineutrino*, distinction qu'on ne fera pas dans cette introduction.

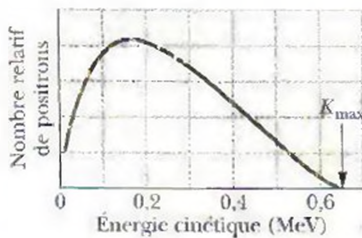


Figure 12.10 La répartition des énergies cinétiques des positrons émis pendant la désintégration bêta de ^{64}Cu. L'énergie cinétique maximale (K_{max}) est 0,653 MeV. Dans toutes les désintégrations de ^{64}Cu, cette énergie est partagée entre le positron et le neutrino, dans des proportions variées. L'énergie *la plus probable* d'un positron émis est environ 0,15 MeV.

Dans les désintégrations alpha et bêta, la même énergie est dégagée à chaque désintégration individuelle d'un radionucléide. Dans la désintégration alpha d'un radionucléide particulier, les particules alpha émises possèdent toutes la même énergie cinétique nettement définie. Cependant, dans la désintégration bêta moins de l'équation 12.25, avec émission d'un électron, l'énergie de désintégration Q est partagée (en proportions variées) entre l'électron et le neutrino émis. Parfois, l'électron obtient presque toute l'énergie, parfois c'est le neutrino qui obtient la majeure partie de l'énergie. Dans tous les cas, cependant, la somme de l'énergie de l'électron et de l'énergie du neutrino donne toujours la même valeur Q. Un partage semblable d'énergie, dont la somme est égale à Q, se produit dans la désintégration bêta plus (équation 12.26).

Donc, dans la désintégration bêta, l'énergie des électrons ou des positrons émis peut se situer entre zéro et une certaine valeur maximale K_{max}. La figure 12.10 illustre la répartition des énergies des positrons dans une désintégration bêta du ^{64}Cu (voir l'équation 12.24). L'énergie maximale du positron K_{max} doit être égale à l'énergie de désintégration Q parce que le neutrino emporte approximativement une énergie nulle quand le positron emporte K_{max} ; c'est-à-dire

$$Q = K_{max}. \qquad (12.27)$$

Le neutrino

Wolfgang Pauli fut le premier à soupçonner l'existence des neutrinos, en 1930. Non seulement son hypothèse rendait-elle possible une compréhension de la répartition de l'énergie parmi les électrons et les positrons dans la désintégration bêta, mais elle permettait également de résoudre un autre casse-tête de la désintégration bêta, celui qui concernait le moment cinétique « manquant ».

Le neutrino est une particule vraiment insaisissable ; on a calculé que le libre parcours moyen d'un neutrino énergique dans l'eau n'est pas inférieur à plusieurs milliers d'années-lumière. Par ailleurs, les neutrinos libérés par le Big Bang, qui a vraisemblablement provoqué la création de l'Univers, sont les particules physiques les plus abondantes. Des milliards d'entre eux traversent nos corps chaque seconde, n'y laissant aucune trace.

Malgré leur caractère insaisissable, des neutrinos ont été détectés en laboratoire. Ce fut effectué pour la première fois en 1953 par F. Reines et C. L. Cowan à l'aide de neutrinos générés dans un réacteur nucléaire à haute puissance. (En 1995, Reines, membre survivant de l'équipe, a reçu le prix Nobel pour son travail.) Bien que la détection des neutrinos cause des difficultés, l'étude de ces particules est aujourd'hui une branche bien développée de la physique expérimentale, dont font partie des chercheurs chevronnés dans de nombreux laboratoires partout dans le monde. Le Canada possède un des principaux laboratoires voués à l'étude et à la détection des neutrinos. Le *Sudbury Neutrino Observatory* (SNO) est situé dans une ancienne mine, à une profondeur de 2 km, près de Sudbury, en Ontario.

Le Soleil émet énormément de neutrinos grâce à la chaudière nucléaire que constitue son cœur et, la nuit, ces messagers du centre du Soleil parviennent jusqu'à vous par en dessous, la Terre étant pour eux presque parfaitement transparente. En février 1987, la lumière d'une étoile en explosion (une supernova) dans le Grand Nuage de Magellan (une galaxie voisine) a atteint la Terre après avoir voyagé durant 170 000 ans. Des quantités énormes de neutrinos ont été générées dans cette explosion ; environ 10 d'entre eux ont été captés par un détecteur de neutrinos sensible situé au Japon ; la figure 12.11 illustre un enregistrement de leur passage.

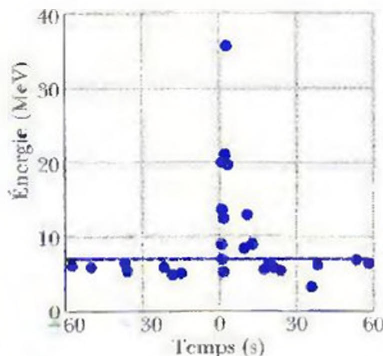


Figure 12.11 Une explosion de neutrinos par la supernova SN 1987A, qui s'est produite à un temps (relatif) 0, se détache de l'*émission habituelle*. (Dans le cas de neutrinos, 10 représente une « explosion ».) Les particules ont été détectées par un détecteur sophistiqué installé profondément dans une mine du Japon. La supernova n'était visible que dans l'hémisphère sud, de sorte que les neutrinos ont dû pénétrer la Terre (barrière insignifiante pour eux) pour atteindre le détecteur.

La radioactivité et le tableau des nucléides

On peut augmenter l'information donnée dans le tableau de nucléides de la figure 12.4 en représentant graphiquement l'**excès de masse** de chaque nucléide dans une direction perpendiculaire au plan des N-Z. L'excès de masse d'un nucléide est (en dépit de son nom) une énergie qui est une approximation de l'énergie de liaison *totale* de ce nucléide. Il est défini par $(m - A)c^2$, où m est la masse atomique du nucléide et A est son nombre de masse, tous deux exprimés en unités de masse atomique, et c^2 est 931,5 MeV/u.

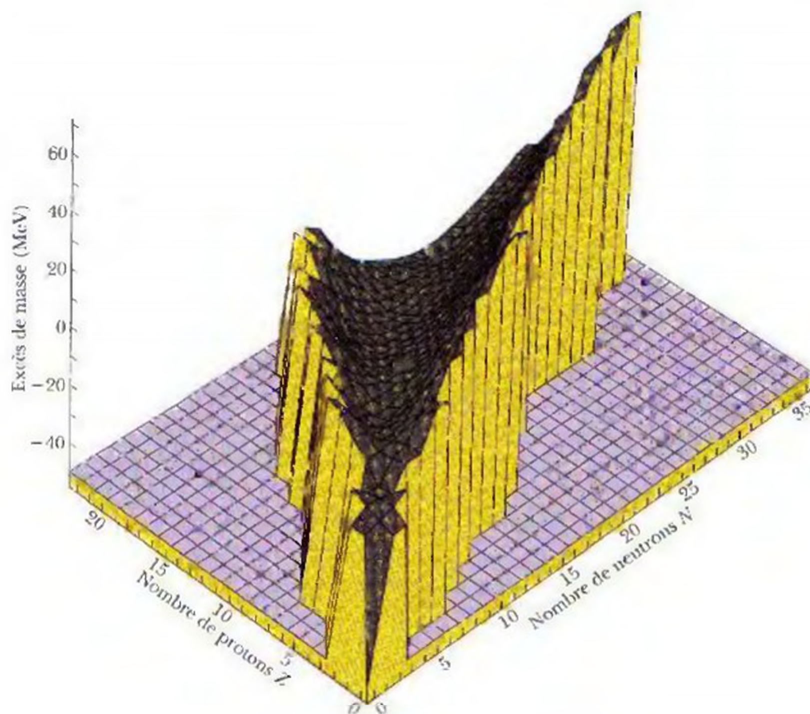


Figure 12.12 Une partie de la vallée de nucléides ne montrant que les nucléides de faibles masses. Le deutérium, le tritium et l'hélium se trouvent à l'extrémité rapprochée du graphique, alors que l'hélium se situe au point élevé. La vallée s'étire en s'éloignant de l'observateur, le graphique s'arrêtant vers $Z = 22$ et $N = 35$. Les nucléides affichant de grandes valeurs de A, qui se trouveraient bien au-delà de la vallée, peuvent se désintégrer dans la vallée par émissions alpha répétées et par fission (division d'un nucléide).

La surface ainsi formée donne une représentation graphique de la stabilité nucléaire. Comme le montre la figure 12.12 (dans le cas des nucléides de faible masse), cette surface prend la forme d'une « vallée de nucléides » dont le fond est constitué de la bande de stabilité de la figure 12.4. Les nucléides se trouvant du côté riche en protons de la vallée se désintègrent vers le bas de celle-ci en émettant des positrons ; ceux du côté riche en neutrons le font en émettant des électrons.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : Le nucléide ^{238}U se désintègre en ^{234}Th par l'émission d'une particule alpha. S'ensuit une chaîne de désintégrations radioactives, soit alpha, soit bêta. Finalement, ces désintégrations atteignent un nucléide stable et plus aucune autre désintégration n'est possible. Lequel des nucléides stables suivants est le produit final de la chaîne de désintégrations radioactives du ^{238}U : ^{206}Pb, ^{207}Pb, ^{208}Pb ou ^{209}Pb ? (*Indice :* vous pouvez le déterminer en tenant compte des variations du nombre de masse A associées aux deux types de désintégrations.)

Exemple 12.7

Calculez l'énergie de désintégration Q de la désintégration bêta moins du ^{32}P, telle qu'elle est définie par l'équation 12.23. Les masses atomiques nécessaires sont 31,973 91 u pour le ^{32}P et 31,972 07 u pour le ^{32}S.

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est que l'énergie de désintégration Q de la désintégration bêta est la variation de l'énergie au repos causée par la désintégration. La valeur de Q est donnée par l'équation 8.49 ($Q = -\Delta M\, c^2$). Cependant, étant donné qu'un électron individuel est émis (et non un électron lié dans les couches de l'atome), il faut bien distinguer masses nucléaires (qu'on ne connaît pas) et masses atomiques (qu'on connaît). On représente les masses nucléaires du ^{32}P et du ^{32}S par les symboles en gras $\mathbf{m}_P$ et $\mathbf{m}_S$, et leurs masses atomiques, par les symboles en italique m_P et m_S. On peut alors noter la variation de masse associée à la désintégration exprimée par l'équation 12.23 ainsi :

$$\Delta m = (\mathbf{m}_S + m_e) - \mathbf{m}_P,$$

où m_e est la masse de l'électron. Si on additionne et soustrait $15m_e$ dans le membre de droite, on obtient

$$\Delta m = (\mathbf{m}_S + 16m_e) - (\mathbf{m}_P + 15m_e).$$

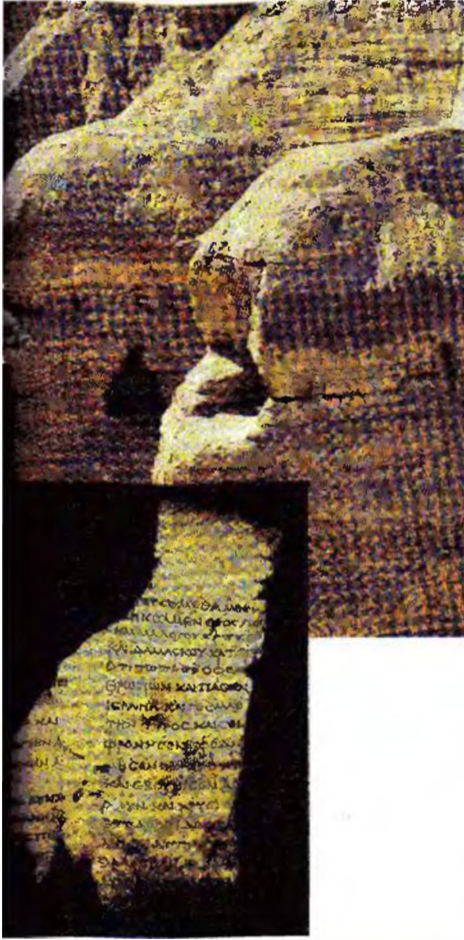
Les quantités entre parenthèses sont les masses atomiques du ^{32}S et du ^{32}P, donc

$$\Delta m = m_S - m_P.$$

On constate alors que, si on soustrait seulement les masses atomiques, la masse de l'électron émis entre automatiquement en jeu. (Cette méthode ne fonctionnera pas dans le cas de l'émission d'un positron.) L'énergie de la désintégration du ^{32}P est alors

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta m\, c^2 \\ &= -(31{,}972\,07\ \text{u} - 31{,}973\,91\ \text{u})(931{,}5\ \text{MeV/u}) \\ &= 1{,}71\ \text{MeV}. \qquad \text{(réponse)} \end{aligned}$$

Expérimentalement, la quantité calculée ici est égale à K_{max}, l'énergie maximale que peuvent avoir les électrons émis. Bien que 1,71 MeV soit émis chaque fois qu'un noyau de ^{32}P se désintègre, il apparaît que, dans pratiquement tous les cas, l'électron emporte une énergie moindre. Le neutrino obtient tout le reste de l'énergie, l'emportant hors du laboratoire.



Un fragment des manuscrits de la mer Morte et les grottes où ils ont été trouvés

12.6 La datation par radioactivité

Si vous connaissez la demi-vie d'un radionucléide donné, vous pouvez, en principe, utiliser la désintégration de cet élément pour mesurer des intervalles de temps. Par exemple, la désintégration de nucléides à très longue vie peut servir à mesurer l'âge des roches, c'est-à-dire le temps écoulé depuis leur formation. De telles mesures de l'âge de roches provenant de la Terre, de la Lune et de météorites révèlent un âge maximal constant d'environ $4{,}5 \times 10^9$ a.

Par exemple, le radionucléide ^{40}K se désintègre en ^{40}Ar, isotope stable de l'argon, un gaz noble. La demi-vie de cette désintégration est $1{,}25 \times 10^9$ a. Pour déterminer l'âge d'une roche, on peut déterminer le rapport entre les nucléides du ^{40}K et du ^{40}Ar qu'il présente. On peut utiliser d'autres désintégrations de longue durée, comme celle du ^{235}U en ^{207}Pb (mettant en jeu un certain nombre d'étapes intermédiaires), pour vérifier ce calcul.

Pour mesurer des intervalles plus courts, à l'échelle historique, la datation par le carbone 14 s'est avérée inestimable. Le radionucléide ^{14}C (dont $T_{1/2}$ = 5 730 a) est produit à un taux constant dans les couches supérieures de l'atmosphère quand l'azote atmosphérique est bombardé par les rayons cosmiques. Ce radiocarbone se mélange au carbone normalement présent dans l'atmosphère (sous forme de CO_2), de sorte qu'il y a environ un atome de ^{14}C pour 10^{13} atomes de ^{12}C stables. Des activités biologiques comme la photosynthèse et la respiration font que les atomes de carbone atmosphérique changent de place aléatoirement, un à la fois, avec les atomes de carbone présents dans chaque être vivant, incluant le brocoli, les champignons, les pingouins et les humains. Cet échange finit par atteindre une situation d'équilibre où l'ensemble des atomes de carbone contenus dans chaque être vivant compte une petite fraction fixe de nucléides ^{14}C radioactifs.

Cet équilibre persiste aussi longtemps que l'organisme vit. Quand il meurt, l'échange avec l'atmosphère cesse et, étant donné que le radiocarbone emprisonné dans l'organisme n'est pas remplacé, sa quantité diminue en fonction d'une demi-vie de 5 730 a. En mesurant la quantité de radiocarbone par gramme de matière organique, on peut déterminer le temps qui s'est écoulé depuis la mort de l'organisme. Le charbon de bois des feux de camp, les manuscrits de la mer Morte et de nombreux artefacts préhistoriques ont été datés ainsi. L'âge des manuscrits a été déterminé au moyen de la datation, par le carbone 14, d'un échantillon du linge utilisé pour boucher les vases dans lesquels ils étaient scellés.

Exemple 12.8

La spectrométrie de masse des atomes de potassium et d'argon contenus dans une roche de la Lune révèle que le rapport entre le nombre d'atomes de ^{40}Ar (stables) et le nombre d'atomes de ^{40}K (radioactifs) est, dans cette roche, de 10,3. Supposez que tous les atomes d'argon aient été produits par la désintégration des atomes de potassium, avec une demi-vie de $1{,}25 \times 10^9$ a. Quel est l'âge de cette pierre ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : si N_0 atomes de potassium étaient présents au moment de la formation de la pierre par solidification d'une matière en fusion, le nombre d'atomes de potassium résiduels au moment de l'analyse est, selon l'équation 12.14,

$$N_K = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad (12.28)$$

où t est l'âge de la roche. Chaque fois qu'un atome de potassium se désintègre, il y a formation d'un atome d'argon. Donc, le nombre d'atomes d'argon présents au moment de l'analyse est

$$N_{Ar} = N_0 - N_K. \qquad (12.29)$$

Étant donné qu'on ne peut mesurer N_0, on l'élimine des équations 12.28 et 12.29. Après avoir fait un peu d'algèbre, on obtient

$$\lambda t = \ln\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_K}\right), \qquad (12.30)$$

où N_{Ar}/N_K *peut* être mesuré. Si on isole t et si on fait appel à l'équation 12.17 pour remplacer λ par $(\ln 2)/T_{1/2}$, on obtient

$$t = \frac{T_{1/2} \ln(1 + N_{Ar}/N_K)}{\ln 2} = \frac{(1{,}25 \times 10^9 \text{ a})[\ln(1 + 10{,}3)]}{\ln 2} = 1{,}37 \times 10^9 \text{ a}. \qquad \text{(réponse)}$$

En utilisant d'autres échantillons de roches lunaires ou terrestres, on peut mesurer des âges inférieurs, mais non supérieurs. Donc, le système solaire doit avoir environ quatre milliards et demi d'années.

12.7 Mesurer la dose de rayonnements ionisants

L'action des rayonnements ionisants, comme les rayons gamma, les électrons et les particules alpha sur le tissu vivant (notamment le nôtre) est un sujet d'intérêt public. Dans la nature, de tels rayonnements ionisants proviennent de l'espace et d'éléments radioactifs présents dans l'écorce terrestre. On trouve également des rayonnements ionisants associés à certaines activités humaines, comme l'utilisation de rayons X et des radionucléides en médecine et dans l'industrie.

On n'explorera pas ici les diverses sources de rayonnements ionisants ; on se contentera simplement de décrire les unités utilisées pour exprimer leurs propriétés et leur action. On connaît déjà l'*activité* d'une source radioactive. On verra ici deux autres dimensions du phénomène.

1. *Dose absorbée*. Mesure de la dose de rayonnements ionisants (énergie par unité de masse) réellement absorbée par un objet particulier, comme une main ou la poitrine d'un patient. Son unité SI est le **gray** (Gy). Le **rad** (de l'anglais ***r**adiation **a**bsorbed **d**ose*) est une unité plus ancienne toujours couramment utilisée. Ces termes sont définis de la façon suivante :

$$1 \text{ Gy} = 1 \text{ J/kg} = 100 \text{ rad.} \tag{12.31}$$

   Voici un énoncé type sur la dose absorbée : « Une absorption de 3 Gy (= 300 rad) de rayons gamma à court terme causera la mort de 50 % de la population exposée. » Heureusement, la dose annuelle moyenne qu'on absorbe actuellement, de sources naturelles et artificielles, n'est que de 2 mGy (= 0,2 rad).

2. *Équivalent de dose*. Bien que différents types de rayonnements ionisants (rayons gamma et neutrons, par exemple) puissent fournir la même quantité d'énergie au corps, ils n'ont pas la même action biologique. L'équivalent de dose permet à l'expérimentateur de décrire l'action biologique en multipliant la dose absorbée (en grays ou en rads) par un facteur de qualité Q (à ne pas confondre avec l'énergie de désintégration), sans dimension. Par exemple, dans le cas des rayons X et des électrons, $Q = 1$; dans le cas des neutrons lents, $Q = 5$; dans le cas des particules alpha, $Q = 10$. Les appareils de mesure individuels, comme le dosimètre photographique personnel, enregistrent l'équivalent de dose.

   L'unité SI de l'équivalent de dose est le **sievert** (Sv). Le **rem,** une ancienne unité, est toujours couramment utilisé. Leur relation est

$$1 \text{ Sv} = 100 \text{ rem.} \tag{12.32}$$

   Voici un exemple d'une bonne utilisation de ces termes : « Selon une recommandation du National Council on Radiation Protection (Conseil national pour la protection contre les rayonnements ionisants), un organisme américain, aucune personne exposée (dans un contexte non professionnel) aux rayonnements ionisants ne doit recevoir un équivalent de dose supérieur à 5 mSv (= 0,5 rem) en une année. » Cela comprend les rayonnements ionisants de tous les types ; bien sûr, il faut utiliser le facteur de qualité approprié à chaque type.

Exemple 12.9

On a vu qu'une dose de 3 Gy de rayons gamma est mortelle pour la moitié des gens qui y sont exposés. Si une énergie équivalente était absorbée sous forme de chaleur, de combien la température du corps augmenterait-elle ?

SOLUTION : Le premier concept clé utilisé ici est le suivant : l'énergie absorbée Q est reliée à l'augmentation de température ΔT qui en résulte par l'équation $Q = mc\,\Delta T$. Dans cette équation, m est la masse de l'objet absorbant l'énergie et c est la capacité thermique massique de cet objet. Le second concept clé est qu'une dose absorbée de 3 Gy correspond à une énergie absorbée par unité de masse de 3 J/kg.

On peut supposer que c, la capacité thermique massique du corps humain, est la même que celle de l'eau, soit 4 180 J/(kg · K). On obtient alors

$$\Delta T = \frac{Q/m}{c} = \frac{3 \text{ J/kg}}{4\,180 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}} = 7{,}2 \times 10^{-4} \text{ K} \approx 700\ \mu\text{K}.$$

(réponse)

Il est évident que les dommages provoqués par les rayonnements ionisants n'ont rien à voir avec ceux causés par la chaleur. Les effets dangereux proviennent du fait que les rayonnements endommagent l'ADN et interfèrent avec le fonctionnement normal des tissus qui les absorbent.

12.8 Les modèles nucléaires

Les noyaux sont plus complexes que les atomes. Dans le cas des d'atomes, la force responsable de la dynamique est la force électrique de Coulomb. Cette force est donnée par une expression simple et il existe un centre de force naturel, le noyau. Dans le cas des noyaux, par contre, la force nucléaire est complexe et ne peut, en fait, être écrite explicitement dans tous ses détails. De plus, le noyau (constitué de plusieurs protons et de plusieurs neutrons) ne possède pas de centre de force naturel permettant de simplifier les calculs.

En l'absence d'une *théorie* nucléaire complète, on se tourne vers la conception de *modèles* nucléaires. Un modèle nucléaire permet simplement d'observer le noyau et d'imaginer le plus grand nombre possible de ses propriétés physiques. On mesure l'utilité d'un modèle par sa capacité de permettre des prédictions pouvant être vérifiées expérimentalement.

Deux modèles du noyau se sont avérés utiles. Bien qu'ils semblent s'exclure l'un l'autre, chacun permet de très bien expliquer un groupe de propriétés nucléaires spécifiques. Après les avoir décrits séparément, on verra comment on peut combiner ces deux modèles pour former une seule image cohérente du noyau atomique.

Le modèle collectif

Dans le *modèle collectif*, élaboré par Niels Bohr, on imagine que les nucléons, qui se déplacent au hasard dans le noyau, interagissent fortement entre eux, tout comme les molécules contenues dans une goutte de liquide. Un nucléon donné heurte fréquemment d'autres nucléons à l'intérieur du noyau, son libre parcours moyen étant substantiellement inférieur au rayon nucléaire.

Le modèle collectif permet d'établir une corrélation entre de nombreux faits associés aux masses nucléaires et aux énergies de liaison ; il est utile (comme vous le verrez plus loin) pour expliquer la fission nucléaire. Il est également utile pour comprendre un grand nombre de réactions nucléaires.

Soit une réaction nucléaire quelconque, exprimée sous la forme

$$X + a \to C \to Y + b. \tag{12.33}$$

On imagine que le projectile a entre dans le noyau cible X, formant un **noyau composé** C et lui donnant une certaine quantité d'énergie d'excitation. Le projectile, peut-être un neutron, est immédiatement capturé par les mouvements aléatoires qui caractérisent l'intérieur du noyau. Il perd rapidement son identité (pour ainsi dire) et l'énergie d'excitation qu'il apporte dans le noyau est rapidement partagée entre tous les autres nucléons présents dans C.

L'état métastable représenté par C dans l'équation 12.33 peut avoir une durée de vie moyenne de 10^{-16} s avant de se désintégrer en Y et en b. À l'échelle nucléaire, c'est très long, soit environ un million de fois le temps qu'il faut à un nucléon ayant une énergie de quelques millions d'électronvolts pour traverser un noyau.

L'élément central de ce concept est que la formation du noyau composé et sa désintégration subséquente sont des événements parfaitement indépendants. À l'instant de sa désintégration, le noyau composé a « oublié » la façon dont il a été formé. Ainsi, son mode de désintégration n'est pas influencé par son mode de formation. Par exemple, la figure 12.13 illustre trois types de formation possibles du noyau composé ^{20}Ne et trois types de désintégration possibles. Chacun des trois modes de formation peut conduire à l'un ou l'autre des trois modes de désintégration.

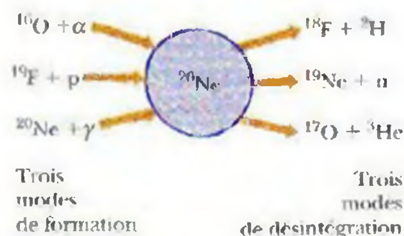


Figure 12.13 Les modes de formation et les modes de désintégration du noyau composé ^{20}Ne

Le modèle en couches

Dans le modèle collectif, on suppose que les nucléons se déplacent aléatoirement et se heurtent mutuellement, et ce, fréquemment. Le *modèle en couches*, quant à lui, est basé sur la supposition opposée, à savoir que chaque nucléon demeure dans un état quantique bien défini à l'intérieur du noyau et ne subit aucune collision. Le noyau, contrairement à l'atome, ne possède aucun centre de charge fixe ; dans ce modèle, on suppose que chaque nucléon se déplace dans un puits de potentiel déterminé par les mouvements (moyens) de tous les autres nucléons.

Un nucléon se trouvant dans un noyau, tout comme un électron dans un atome, est associé à un ensemble de nombres quantiques qui décrivent l'état de son mouvement. De plus, les nucléons obéissent au principe d'exclusion de Pauli, tout comme le font les électrons : deux nucléons contenus dans un noyau ne peuvent occuper le même état quantique au même instant. Ainsi, les neutrons et les protons sont traités séparément, chaque type de particule possédant son propre ensemble d'états quantiques.

Le fait que les nucléons obéissent au principe d'exclusion de Pauli permet d'expliquer la stabilité relative des états des nucléons. Pour que deux nucléons contenus dans le noyau subissent une collision, l'énergie de chacun après la collision doit correspondre à l'énergie d'un état *inoccupé*. Si aucun état de la sorte n'est disponible, la collision ne peut simplement pas se produire. Donc, tout nucléon associé à des « occasions ratées de collisions » maintiendra l'état de son mouvement suffisamment longtemps pour donner une signification à l'énoncé qui dit qu'il existe dans un état quantique et possède une énergie bien définie.

Dans le domaine atomique, les répétitions des propriétés physiques et chimiques qu'on trouve dans le tableau périodique sont associées à une propriété des électrons atomiques, soit celle qui fait que ces électrons se répartissent en couches affichant une plus grande stabilité quand elles sont remplies. On peut considérer les numéros atomiques de gaz nobles

$$2, 10, 18, 36, 54, 86, \ldots$$

comme des *nombres magiques d'électrons* qui marquent le remplissage (ou la fermeture) de telles couches.

Les noyaux présentent également de tels effets de couches fermées associés à certains **nombres magiques de nucléons** :

$$2, 8, 20, 28, 50, 82, 126, \ldots$$

Tout nucléide dont le nombre de protons Z ou le nombre de neutrons N affiche l'une de ces valeurs possède une très grande stabilité pouvant se traduire de diverses manières.

Voici des exemples de nucléides « magiques » : ^{18}O ($Z = 8$), ^{40}Ca ($Z = 20$, $N = 20$), ^{92}Mo ($N = 50$) et ^{208}Pb ($Z = 82$, $N = 126$). Les nucléides ^{40}Ca et ^{208}Pb peuvent tous deux être qualifiés de « doublement magiques » parce qu'ils contiennent à la fois des couches de protons remplies et des couches de neutrons remplies.

Le nombre magique 2 apparaît dans la stabilité exceptionnelle de la particule alpha (^{4}He), qui est doublement magique, car $Z = N = 2$. Par exemple, sur la courbe d'énergie de liaison de la figure 12.6, l'énergie de liaison par nucléon de ce nucléide se situe bien au-dessus de celle de l'hydrogène, du lithium et du béryllium, ses voisins du tableau périodique. En fait, la particule alpha est si fortement liée qu'il est impossible d'y ajouter une autre particule ; il n'y a aucun nucléide stable dont $A = 5$.

La notion de couche fermée laisse penser qu'une particule seule se trouvant hors d'une couche fermée s'extrait relativement facilement, tandis qu'il faut dépenser une énergie considérable pour extraire une particule contenue dans la couche elle-même. Dans l'atome de sodium, par exemple, on trouve un électron (de valence) hors d'une couche électronique fermée. Il ne faut que 5 eV pour extraire cet électron ; cependant, pour extraire un *deuxième* électron (qui doit être arraché à une couche fermée), il faut 22 eV. Dans le domaine nucléaire, on peut considérer l'élément ^{121}Sb ($Z = 51$), qui renferme un proton unique hors d'une couche fermée de 50 protons. Pour extraire ce proton solitaire, il faut 5,8 MeV ; pour en extraire un deuxième, il faut une énergie de 11 MeV. Il existe de nombreuses autres preuves expérimentales que les nucléons contenus dans un noyau forment des couches fermées et que ces couches possèdent des propriétés de stabilité.

On a vu que la théorie quantique peut expliquer les nombres magiques d'électrons, c'est-à-dire les populations des sous-couches dans lesquels les électrons atomiques sont regroupés. De la même façon, dans certaines conditions, la théorie quantique peut tout aussi bien expliquer les nombres magiques de nucléons. Le prix Nobel de physique de 1963 a été remis à Maria Mayer et à Hans Jensen « pour leurs découvertes sur la structure en couches du noyau ».

Un modèle combiné

On peut considérer un noyau dans lequel un petit nombre de neutrons (ou de protons) se trouvent hors d'un cœur de couches fermées qui contient des nombres magiques de neutrons ou de protons. Les nucléons externes occupent des états d'énergie quantifiés dans un puits de potentiel créé par le cœur central, préservant ainsi l'élément central du modèle des couches. Ces nucléons externes interagissent aussi avec le cœur, le déformant et y générant des mouvements « ondulatoires » de rotation et de vibration. Ces mouvements collectifs du cœur préservent l'élément central de ce modèle. Un tel modèle de structure nucléaire réussit ainsi à combiner les points de vue apparemment irréconciliables du modèle collectif et du modèle en couches. Il réussit de façon remarquable à expliquer les propriétés nucléaires observées.

Exemple 12.10

Considérez la réaction suivante, dans laquelle il y a capture d'un neutron :



$$^{109}\text{Ag} + \text{n} \rightarrow {}^{110}\text{Ag} \rightarrow {}^{110}\text{Ag} + \gamma, \qquad (12.34)$$

durant laquelle il y a formation d'un noyau composé (^{110}Ag). La figure 12.14 représente graphiquement le taux relatif de production du noyau composé en fonction de l'énergie du neutron incident. On cherche à déterminer la durée de vie moyenne de ce noyau composé en faisant appel au principe d'incertitude de Heisenberg pour l'énergie et le temps (exprimé par l'équation 9.25)

$$\Delta E\, \Delta t \approx \hbar. \qquad (12.35)$$

Ici, ΔE est une mesure de l'incertitude quant à l'énergie d'un état. La grandeur Δt est une mesure du temps disponible pour mesurer cette énergie. En fait, ici, Δt est simplement t_{moy}, la durée de vie moyenne du noyau composé avant qu'il se désintègre pour retrouver son état fondamental.

SOLUTION : On constate que le taux relatif de la réaction connaît un pic abrupt quand le neutron possède une énergie d'environ 5,2 eV. Cela laisse croire qu'on est en présence d'un unique niveau d'énergie excité du noyau composé ^{110}Ag. Quand l'énergie disponible (du neutron incident) correspond à l'énergie de ce niveau supérieur à l'état fondamental de ^{110}Ag, on est en présence de « résonance », et la réaction de l'équation 12.34 « fonctionne » vraiment.

Cependant, le pic de résonance n'est pas infiniment aigu, mais a une demi-largeur approximative (ΔE dans la figure) d'environ 0,20 eV. Ici, le concept clé est qu'on peut expliquer cette largeur en disant que le niveau excité ne possède pas une énergie parfaitement définie,

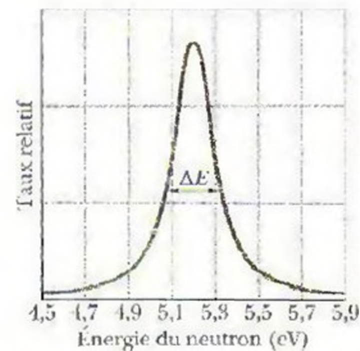


Figure 12.14 Exemple 12.10 Graphique du nombre relatif de réactions du type décrit par l'équation 12.34 en fonction de l'énergie du neutron incident. La demi-largeur ΔE du pic de résonance est d'environ 0,20 eV.

l'incertitude ΔE étant d'environ 0,20 eV. Donc, l'équation 12.25 donne

$$\Delta t = t_{moy} \approx \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{1{,}05 \times 10^{-34}\ \text{J}\cdot\text{s}}{(0{,}20\ \text{eV})(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{J/eV})}$$

$$\approx 3 \times 10^{-15}\ \text{s} \qquad \text{(réponse)}$$

Ce résultat représente plusieurs centaines de fois le temps qu'il faut à un neutron de 0,20 eV pour parcourir le diamètre d'un noyau de ^{109}Ag. Par conséquent, durant cet intervalle de 3×10^{-15} s, le neutron *fait en quelque sorte partie* du noyau.

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Les nucléides On connaît environ 2 000 **nucléides.** Chacun est caractérisé par un **numéro atomique** Z (nombre de protons), par un **nombre de neutrons** N et par un **nombre de masse** A (nombre total de **nucleons** – protons et neutrons). Donc, $A = Z + N$. Les nucléides ayant le même numéro atomique mais des nombres différents de neutrons sont des **isotopes** d'un élément. Les noyaux ont un rayon moyen r donné par

$$r = r_0 A^{1/3}, \qquad (12.3)$$

où $r_0 \approx 1{,}2$ fm.

Les échanges entre masse et énergie L'énergie au repos d'une unité de masse atomique (u) est 931,5 MeV. La courbe de l'énergie de liaison démontre que les nucléides de masse moyenne sont les plus stables, et que la fission d'un noyau de forte masse et la fusion de deux noyaux de faible masse dégagent de l'énergie.

La force nucléaire Les parties des noyaux sont maintenues ensemble par une force d'attraction qui agit entre les nucléons. On croit qu'il s'agit d'un effet secondaire de l'**interaction forte** agissant entre les quarks qui forment les nucléons. Les noyaux peuvent exister dans un certain nombre d'états d'énergie discrets, chacun ayant un moment cinétique et un moment magnétique caractéristiques.

La désintégration radioactive La plupart des nucléides connus sont radioactifs ; ils se désintègrent spontanément. L'**activité** R ($= -dN/dt$) représente le taux de désintégration, et est proportionnelle au nombre N d'atomes radioactifs présents, la constante de proportionnalité étant la **constante de désintégration** λ, ce qui mène à la loi de la désintégration :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \qquad R = \lambda N = R_0 e^{-\lambda t}$$

(la désintégration radioactive). (12.14, 12.15, 12.16)

La demi-vie $T_{1/2} = (\ln 2)/\lambda$ d'un nucléide radioactif est le temps requis pour que l'activité R (ou le nombre N) d'un échantillon atteigne la moitié de sa valeur initiale.

La désintégration alpha Certains nucléides se désintègrent en émettant une particule alpha (noyau d'hélium, ^{4}He). Une telle désintégration est inhibée par une barrière d'énergie potentielle impénétrable du point de vue de la physique classique, mais qui est sujette à l'effet tunnel selon la physique quantique. La perméabilité de la barrière, donc la demi-vie de la désintégration alpha, est très sensible à l'énergie de la particule alpha émise.

La désintégration bêta Dans la **désintégration bêta,** un noyau émet un électron ou un positron, qui est accompagné d'un neutrino. Les particules émises se partagent l'énergie de désintégration disponible. Les électrons et les positrons émis dans la désintégration bêta possèdent un spectre continu d'énergie s'étalant de presque zéro à une énergie limite K_{max} ($= Q = -\Delta m\, c^2$).

La datation par radioactivité Les nucléides radioactifs présents dans la nature permettent de dater approximativement des éléments historiques et préhistoriques. Par exemple, on peut souvent déterminer l'âge des matières organiques en mesurant leur teneur en ^{14}C ; on peut dater des échantillons de roche à l'aide de l'isotope radioactif ^{40}K.

La mesure de la dose radioactive On utilise trois unités pour exprimer l'exposition aux rayonnements ionisants. Le **becquerel** (1 Bq = 1 désintégration par seconde) mesure l'**activité** d'une source. La quantité d'énergie vraiment absorbée s'exprime en **grays**, 1 Gy correspondant à 1 J/kg. L'action biologique estimée de l'énergie absorbée est exprimée en **sieverts** ; une dose équivalant à 1 Sv provoque le même effet biologique, peu importe le type de rayonnement en jeu.

Les modèles nucléaires Selon le modèle **collectif** de la structure nucléaire, les nucléons se heurtent continuellement et des **noyaux composés** ayant des vies relativement longues sont formés quand il y a capture d'un projectile. La formation d'un noyau composé et sa désintégration subséquente sont des événements parfaitement indépendants.

Selon le modèle en **couches,** chaque nucléon se déplace, essentiellement sans collision, dans un état quantique à l'intérieur du noyau. Ce modèle mène aux niveaux de nucléons et aux **nombres magiques** de nucléons (2, 8, 20, 28, 50, 82 et 126) associés à des couches fermées ; les nucléides comprenant l'une de ces quantités de neutrons ou de protons sont particulièrement stables.

Le modèle **combiné,** dans lequel les nucléons supplémentaires occupent des états quantifiés hors d'un cœur central de couches fermées, permet de prédire avec succès de nombreuses propriétés nucléaires.

QUESTIONS

1. Supposez que la particule alpha de l'exemple 12.1 est remplacée par un proton ayant la même énergie cinétique initiale et fonçant aussi directement sur le noyau de l'atome d'or. Le proton, comparativement à la particule alpha, s'immobilisera-t-il plus loin, plus près ou à la même distance du centre du noyau ?

2. Votre corps contient-il plus de protons que de neutrons, plus de neutrons que de protons, ou approximativement le même nombre de protons et de neutrons ?

3. Le nucléide ^{244}Pu ($Z = 94$) émet des particules alpha. Lequel des nucléides suivants devient-il après sa désintégration : ^{240}Np ($Z = 93$), ^{240}U ($Z = 92$), ^{248}Cm ($Z = 96$) ou ^{244}Am ($Z = 95$) ?

4. Un certain nucléide est considéré comme étant particulièrement stable. Son énergie de liaison moyenne par nucléon se situe-t-elle légèrement au-dessus ou légèrement en dessous de la courbe d'énergie de liaison de la figure 12.6 ?

5. L'excès de masse d'une particule alpha (utiliser une règle pour lire la valeur dans le graphique de la figure 12.12) est-il supérieur ou inférieur à l'énergie de liaison totale de la particule (utilisez l'énergie de liaison par nucléon donnée dans la figure 12.6) ?

6. Le radionucléide ^{196}Ir se désintègre en émettant un électron. a) Dans quelle case de la figure 12.5 se trouve-t-il après sa transformation ? b) Subit-il des désintégrations subséquentes ?

7. Un nucléide de plomb contient 82 protons. a) S'il contenait également 82 neutrons, où se situerait-il dans le graphique de la figure 12.4 ? b) Si un tel noyau était formé, émettrait-il des positrons, émettrait-il des électrons ou resterait-il stable ? c) Selon la figure 12.4, combien de neutrons vous attendez-vous à trouver, approximativement, dans un nucléide de plomb stable ?

8. Le nucléide ^{238}U ($Z = 92$) peut se diviser en deux fragments ayant des numéros atomiques et des nombres de masses identiques. a) Le nucléide ^{238}U se trouve-t-il au-dessus ou en dessous de la ligne $N = Z$ de la figure 12.4 ? b) Les deux fragments se situent-ils au-dessus ou en dessous de cette ligne ? c) Ces fragments sont-ils stables ou radioactifs ?

9. Les radionucléides se désintègrent de manière exponentielle, comme dans l'équation 12.15. De fait, les piles, les étoiles et même les étudiants se désintègrent ; par « désintégrer », on entend ici « se consumer ». Ces éléments se désintègrent-ils de manière exponentielle ?

10. À $t = 0$, un échantillon du radionucléide A affiche la même activité qu'un échantillon du radionucléide B à $t = 30$ min. Les constantes de désintégration sont λ_A et λ_B, où $\lambda_A < \lambda_B$. Les deux échantillons présenteront-ils éventuellement (simultanément) la même activité ? (*Indice :* représentez graphiquement leurs activités.)

11. À $t = 0$, l'activité d'un échantillon du radionucléide A représente deux fois celle d'un échantillon du radionucléide B. Les constantes de désintégration sont λ_A et λ_B, où $\lambda_A > \lambda_B$. Les deux échantillons présenteront-ils éventuellement (simultanément) la même activité ?

12. La figure 12.15 présente l'activité de trois échantillons radioactifs en fonction du temps. Classez ces échantillons selon a) leurs demi-vies

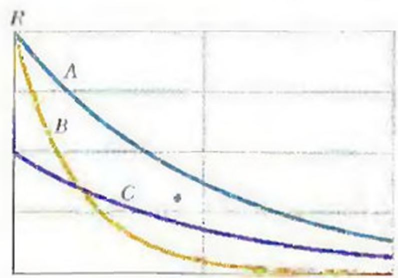


Figure 12.15 Question 12

et b) leurs constantes de désintégration, en commençant par les valeurs les plus élevées. (*Indice :* en a), utilisez une règle pour trouver la demi-vie à partir du graphique.)

13. Si la masse d'un échantillon radioactif est doublée, a) l'activité et b) la constante de désintégration de l'échantillon augmentent-elles, diminuent-elles ou restent-elles les mêmes ?

14. À $t = 0$, on commence à observer deux noyaux radioactifs identiques ayant une demi-vie de 5 min. À $t = 1$ min, un des noyaux se désintègre. Cet événement augmente-t-il ou diminue-t-il la probabilité que le second noyau se désintègre dans les 4 minutes suivantes, ou n'a-t-il aucun rapport avec le second noyau ?

15. Le radionucléide ^{49}Sc a une demi-vie de 57,0 min. À $t = 0$, il affiche une activité de 6 000 coups/min au-dessus de l'activité de fond générale, qui est de 30 coups/min. Sans calculs explicites, dites s'il faudra environ 3 h, 7 h ou 10 h, ou plus de 10 h, pour que son activité soit approximativement égale à celle de l'activité de fond.

16. Les radionucléides ^{212}At et ^{212}Po émettent des particules alpha ayant des énergies respectives de 7,83 MeV et de 8,95 MeV. Quel nucléide possède la demi-vie la plus longue ?

17. Les nombres magiques associés aux noyaux sont donnés dans la section 12.8 : 2, 8, 20, 28, 50, 82 et 126. Les nucléides sont-ils magiques (c'est-à-dire particulièrement stables) quand a) seul le nombre de masse A est égal à l'un de ces nombres, b) seul le numéro atomique Z est égal à l'un de ces nombres, c) seul le nombre de neutrons N est égal à l'un de ces nombres ou d) Z ou N (ou les deux) sont égaux à l'un de ces nombres ? Choisissez toutes les réponses qui sont correctes.

18. a) Lesquels des nucléides suivants sont magiques : ^{122}Sn, ^{132}Sn, ^{98}Cd, ^{198}Au, ^{208}Pb ? b) Lesquels, s'il y en a, sont doublement magiques ?

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/

SECTION 12.1 La découverte du noyau

1E. Supposez qu'un noyau d'or possède un rayon de 6,23 fm et qu'une particule alpha a un rayon de 1,80 fm. Quelle énergie une particule alpha incidente doit-elle posséder pour « toucher » le noyau d'or selon le type de calcul employé dans l'exemple 12.1 ?

2E. Calculez la distance minimale séparant une particule alpha de 5,30 MeV et le noyau d'un atome de cuivre durant une collision frontale.

3P. Quand une particule alpha subit une collision élastique avec un noyau, ce dernier effectue un mouvement de recul. Supposez qu'une particule alpha de 5,00 MeV effectue une collision frontale élastique avec un noyau d'or initialement au repos. Quelle est l'énergie cinétique a) du noyau qui recule et b) de la particule alpha qui rebondit ?

SECTION 12.2 Certaines propriétés nucléaires

4E. À l'aide de la diffusion d'électrons, on mesure le rayon d'un noyau sphérique : 3,6 fm. Quel est le nombre de masse probable de ce noyau ?

5E. Dans le tableau des nucléides de la figure 12.4, situez les nucléides présentés dans le tableau 12.1. Vérifiez s'ils se trouvent dans la zone de stabilité.

6E. Une étoile à neutrons est un corps céleste dont la masse volumique est approximativement celle de la matière nucléaire, telle qu'on l'a calculée dans l'exemple 12.2. Supposez que le Soleil s'effondre sur lui-même et devienne une telle étoile sans perdre sa masse actuelle. Quel serait son rayon ?

7E. a) Combien de protons et b) combien de neutrons le nucléide ^{14}C contient-il ?

8E. À l'aide d'un tableau de nucléides, écrivez les symboles a) de tous les isotopes stables dont $Z = 60$, b) de tous les nucléides radioactifs dont $N = 60$ et c) de tous les nucléides dont $A = 60$.

9E. Construisez un tableau de nucléides semblable à celui de la figure 12.5 pour les 25 nucléides suivants : $^{118-122}Te$, $^{117-121}Sb$, $^{116-120}Sn$, $^{115-119}In$, et $^{114-118}Cd$. Tracez-y et nommez a) toutes les droites isobares (A constante) et b) toutes les lignes d'excès de neutrons constants, définis par $N - Z$.

10E. On peut illustrer l'important excès de neutrons (défini par $N - Z$) des noyaux de masse élevée en notant que la plupart des nucléides de forte masse ne pourraient jamais se diviser en deux noyaux stables sans laisser des neutrons dans l'opération. On peut prendre comme exemple la fission spontanée d'un noyau du nucléide ^{235}U en deux *noyaux filiation* stables ayant des numéros atomiques 39 et 53. a) Selon l'annexe F, quels sont les éléments filiation ? Selon la figure 12.4, combien y a-t-il b) de neutrons dans les isotopes filiation et c) de neutrons qui sont libérés ?

11E. L'énergie potentielle électrique d'une sphère homogène de charge q et de rayon r est

$$U = \frac{3q^2}{20\pi\varepsilon_0 r}.$$

a) Déterminez l'énergie potentielle électrique du nucléide ^{239}Pu, qu'on suppose sphérique et ayant un rayon de 6,64 fm. b) Comparez l'énergie potentielle électrique par nucléon, et aussi l'énergie potentielle électrique par proton de ce nucléide avec l'énergie de liaison moyenne par nucléon de 7,56 MeV. c) Qu'en concluez-vous ?

12E. Calculez et comparez a) la masse volumique nucléaire ρ_m et b) la densité de charge volumique nucléaire ρ_q du nucléide de masse plutôt faible ^{55}Mn et du nucléide plutôt massif ^{209}Bi. c) Les différences sont-elles celles que vous attendiez ? Expliquez votre réponse.

13E. Vérifiez la valeur de l'énergie de liaison moyenne par nucléon présentée dans le tableau 12.1 pour le ^{239}Pu. Les masses atomiques dont vous aurez besoin sont 239,052 16 u (^{239}Pu), 1,007 83 u (^{1}H) et 1,008 67 u (neutron).

14E. a) Démontrez qu'une formule approximative pour déterminer la masse M d'un atome est $M = Am_p$, où A est le nombre de masse et m_p est la masse du proton. b) Quel pourcentage d'erreur trouve-t-on quand on utilise cette formule pour calculer les masses des atomes

nommés dans le tableau 12.1 ? La masse du proton isolé est de 1,007 276 u. c) Cette formule est-elle assez précise pour permettre le calcul de l'énergie de liaison nucléaire ?

15E. On peut mesurer les rayons nucléaires par la diffusion d'électrons à haute énergie par des noyaux. a) Quelle est la longueur d'onde de De Broglie des électrons de 200 MeV ? b) Ces électrons constituent-ils des sondes appropriées compte tenu de l'objectif poursuivi ?

16E. Le temps nucléaire caractéristique est une mesure utile, mais dont la définition est imprécise ; il s'agit du temps nécessaire à un nucléon possédant une énergie de quelques millions d'électronvolts pour parcourir une distance égale au diamètre d'un nucléide de classe moyenne. Quel en est l'ordre de grandeur ? Imaginez des neutrons de 5 MeV traversant un diamètre de ^{197}Au ; utilisez l'équation 12.3.

7E. Étant donné qu'un nucléon est confiné dans un noyau, on peut considérer que l'incertitude quant à sa position correspond approximativement au rayon du noyau r. Que dit le principe d'incertitude sur l'énergie cinétique d'un nucléon contenu dans un noyau dont, par exemple, $A = 100$? (*Indice :* considérez l'incertitude quant à la quantité de mouvement Δp comme étant la quantité de mouvement réelle p.)

8E. Les masses atomiques de ^{1}H, de ^{12}C et de ^{238}U sont respectivement de 1,007 825 u, de 12,000 000 u (celle-ci est exacte par définition) et de 238,050 785 u. a) Quelles seraient ces masses si on avait défini l'unité de masse atomique de façon à ce que la masse de ^{1}H corresponde à (exactement) 1,000 000 u ? b) En vous inspirant de votre résultat, indiquez pourquoi cette définition n'a pas été choisie.

9P. a) Démontrez que l'énergie associée à la force nucléaire entre les nucléons contenus dans un noyau est proportionnelle à A, soit le nombre de masse du noyau en question. b) Démontrez que l'énergie associée à la force coulombienne entre les protons contenus dans un noyau est proportionnelle à $Z(Z-1)$. c) Démontrez que, à mesure que les noyaux grossissent (voir la figure 12.4), la force coulombienne augmente plus rapidement que la force nucléaire.

0P. On vous demande de séparer une particule alpha (^{4}He) en extrayant, à tour de rôle, un proton, un neutron et un proton. Calculez a) le travail requis à chaque étape, b) l'énergie de liaison totale de la particule alpha et c) l'énergie de liaison moyenne par nucléon. Voici quelques masses atomiques utiles.

^{4}He	4,002 60 u	^{2}H	2,014 10 u
^{3}H	3,016 05 u	^{1}H	1,007 83 u
n	1,008 67 u		

1P. Un tableau périodique peut donner la masse atomique moyenne du magnésium, qui est de 24,312 u. Cette valeur moyenne résulte de la *pesée* des masses atomiques des isotopes de magnésium selon leur abondance naturelle sur la Terre. Les trois isotopes et leurs masses sont ^{24}Mg (23,985 04 u), ^{25}Mg (24,985 84 u) et ^{26}Mg (25,982 59 u). L'abondance naturelle de ^{24}Mg représente 78,99 % de la masse (c'est-à-dire que 78,99 % de la masse d'un échantillon de magnésium présent dans la nature est composée de ^{24}Mg). Calculez l'abondance des deux autres isotopes.

'P. Pour simplifier les calculs, on présente parfois les masses atomiques non sous la forme de la masse atomique réelle m, mais sous la forme $(m - A)c^2$, où A est le nombre de masse exprimé en unités de masse atomique. Cette grandeur, habituellement exprimée en millions d'électronvolts, est appelée *excès de masse* et représentée par le symbole Δ. À l'aide des données de l'exemple 12.3, déterminez les excès de masse a) de ^{1}H, b) du neutron et c) du ^{120}Sn.

P. Une pièce de un cent a une masse de 3,0 g. Calculez l'énergie nucléaire qu'il faudrait pour séparer les uns des autres tous les neutrons et tous les protons qu'elle contient. Pour simplifier le problème, supposez que la pièce de un cent est entièrement composée d'atomes de ^{63}Cu (masse de 62,929 60 u). Les masses du proton et du neutron sont respectivement de 1,007 83 u et de 1,008 67 u.

24P. Étant donné que le neutron est électriquement neutre, il faut déterminer sa masse par un autre moyen que la spectrométrie de masse. Quand un neutron et un proton se rencontrent (supposez que les deux sont presque immobiles), ils se combinent pour former un deutéron, en émettant un rayon gamma ayant une énergie de 2,223 3 MeV. Les masses du proton et du deutéron (sans aucun électron) sont respectivement de 1,007 276 467 u et de 2,013 553 213 u. À l'aide de ces données, déterminez la masse du neutron, au nombre de chiffres significatifs permis. (Voici une valeur du facteur de conversion masse-énergie c^2 plus précise que celle donnée dans le manuel : $c^2 = 931{,}494$ MeV/u.)

25P. Démontrez que l'énergie de liaison totale E_l d'un nucléide est

$$E_l = Z\Delta_H + Z\Delta_n - \Delta,$$

où Δ_H, Δ_n et Δ sont les excès de masse appropriés (voir le problème 22). À l'aide de cette méthode, calculez l'énergie de liaison moyenne par nucléon du nucléide ^{197}Au. Comparez votre résultat avec la valeur donnée dans le tableau 12.1. Les excès de masse nécessaires, arrondis à trois chiffres significatifs, sont $\Delta_H = +7{,}29$ MeV, $\Delta_n = +8{,}07$ MeV, et $\Delta_{197} = -31{,}2$ MeV. Notez l'économie de calculs quand on utilise les excès de masse au lieu de la masse réelle. www

SECTION 12.3 La désintégration radioactive

26E. Un nucléide radioactif a une demi-vie de 30 a. Quelle fraction de l'échantillon pur initial de ce nucléide ne sera pas désintégrée au bout a) de 60 a et b) de 90 a ?

27E. La demi-vie d'un isotope radioactif est de 140 j. Combien de jours faudra-t-il pour que l'activité d'un échantillon de cet isotope chute au quart de sa valeur initiale ?

28E. La demi-vie d'un certain isotope radioactif est de 6,0 h. Si un échantillon contient initialement 48×10^{19} atomes de cet isotope, combien en contient-il après 24 h ?

29E. Prenez un échantillon pur initialement de 3,4 g de ^{67}Ga, isotope ayant une demi-vie de 78 h. a) Quelle est son activité initiale ? b) Quelle est son activité 48 h plus tard ?

30E. À l'aide des données présentées dans les deux premiers paragraphes de la section 12.3, déterminez a) la constante de désintégration λ et b) la demi-vie du nucléide ^{238}U.

31E. Un isotope de mercure radioactif ^{197}Hg ayant une constante de désintégration de 0,010 8 h^{-1} se désintègre en or, ^{197}Au. a) Calculez sa demi-vie. Quelle fraction d'un échantillon de cet élément restera-t-il au bout b) de trois demi-vies et c) de 10,0 jours ?

32E. L'isotope de plutonium ^{239}Pu est un sous-produit généré par les réacteurs nucléaires qui s'accumule dans l'environnement. Radioactif, il a une demi-vie de $2{,}41 \times 10^4$ a. a) Combien de noyaux de Pu constituent une dose chimiquement mortelle de 2,00 mg ? b) Quelle est l'activité d'un échantillon de 2,00 mg ?

33E. Les cellules cancéreuses sont plus vulnérables aux rayons X et aux rayons gamma que les cellules saines. Dans le passé, on utilisait, en radiothérapie, l'isotope radioactif ^{60}Co comme source standard de rayonnements ionisants ; cet isotope se désintègre en un état excité de ^{60}Ni avec une demi-vie de 5,27 a. L'isotope de nickel émet immédiatement deux photons de rayons gamma, chacun ayant une énergie approximative de 1,2 MeV. Combien de noyaux de ^{60}Co radioactif contient une source de 6 000 Ci du type utilisé dans les hôpitaux ? (Aujourd'hui, la radiothérapie fait appel à des particules énergiques émanant d'accélérateurs linéaires.)

34P. Le radionucléide ^{64}Cu a une demi-vie de 12,7 h. Si un échantillon pur contient initialement 5,50 g de ^{64}Cu à $t = 0$, quelle quantité se désintégrera entre $t = 14{,}0$ h et $t = 16{,}0$ h ?

35P. En 1902, après un long effort, Marie et Pierre Curie ont réussi à séparer d'un minerai d'uranium la première quantité importante de radium, soit un décigramme de $RaCl_2$ pur. Le radium était l'isotope radioactif ^{226}Ra, dont la demi-vie est de 1 600 a. a) Combien de noyaux de radium les Curie ont-ils isolés ? b) Quelle était l'activité de leur échantillon, exprimée en becquerels ? www

36P. Le radionucléide ^{32}P ($T_{1/2} = 14{,}28$ j) est souvent utilisé comme traceur pour suivre le cours des réactions biochimiques mettant en jeu le phosphore. a) Si son activité initiale dans une expérience donnée est de 3 050 coups/s, combien de temps lui faudra-t-il pour tomber à 170 coups/s ? b) Une solution contenant du ^{32}P est donnée aux racines d'un plant de tomate expérimental pour mesurer l'activité du ^{32}P dans une feuille 3,48 jours plus tard. Par quel facteur doit-on multiplier cette lecture pour corriger la désintégration survenue depuis le début de l'expérience ?

37P. Une source contient des radionucléides de phosphore ^{32}P ($T_{1/2} = 14{,}3$ j) et ^{33}P ($T_{1/2} = 25{,}3$ j). Initialement, 10,0 % des désintégrations proviennent des ^{33}P. Combien de temps faut-il attendre pour que 90,0 % en proviennent ?

38P. Un isotope de plutonium ^{239}Pu ayant une demi-vie de 24 100 a subit une désintégration alpha. Combien de milligrammes d'hélium sont produits par un échantillon pur contenant initialement 12,0 g de ^{239}Pu au bout de 20 000 a ? (Tenez compte de l'hélium produit directement par le plutonium et non par un sous-produit du processus de désintégration.)

39P. Un échantillon de 1,00 g de samarium émet des particules alpha à un taux de 120 particules/s. L'isotope responsable est le ^{147}Sm, qui forme 15 % du samarium naturel. Calculez la demi-vie du ^{147}Sm.

40P. Après une brève irradiation de l'argent par des neutrons, on trouve deux isotopes : l'isotope ^{108}Ag ($T_{1/2} = 2{,}42$ min), ayant une activité initiale de $3{,}1 \times 10^5$ Bq, et l'isotope ^{110}Ag ($T_{1/2} = 24{,}6$ s), ayant une activité initiale de $4{,}1 \times 10^6$ Bq. Tracez un graphique semblable à celui de la figure 12.8 montrant l'activité combinée des deux isotopes en fonction du temps, de $t = 0$ à $t = 10$ min. On utilise la figure 12.8 pour illustrer l'extraction de la demi-vie dans le cas d'une désintégration simple (un isotope). En vous fondant sur votre seul graphique de l'activité totale du système à deux isotopes, suggérez une analyse permettant de déterminer les demi-vies des deux isotopes.

41P. On produit un certain radionucléide dans un cyclotron, par exemple, à un taux constant R. Il se désintègre en fonction d'une constante de désintégration λ. Supposez que le processus de production se fait durant un intervalle de temps suffisamment long comparativement à la demi-vie du radionucléide. Démontrez que le nombre de noyaux radioactifs présents après un tel intervalle de temps demeure constant et qu'il est donné par $N = R/\lambda$. Maintenant, démontrez que ce résultat est toujours bon, peu importe le nombre de noyaux radioactifs présents initialement. On dit de ce nucléide qu'il est en *équilibre séculaire* avec sa source ; dans cet état, son taux de désintégration (son activité) est égal à son taux de production. www

42P. Calculez la masse d'un échantillon de l'isotope ^{40}K (initialement pur) présentant une activité initiale de $1{,}70 \times 10^5$ Bq. L'isotope a une demi-vie de $1{,}28 \times 10^9$ a.

43P. (Voir le problème 41.) Le radionucléide ^{56}Mn a une demi-vie de 2,58 h. Il est produit dans un cyclotron par un bombardement de deutérons sur une cible de manganèse. La cible ne contient que l'isotope de manganèse stable ^{55}Mn ; la réaction manganèse-deutéron qui produit le ^{56}Mn est



$$^{55}Mn + d \rightarrow {}^{56}Mn + p.$$

Après un bombardement beaucoup plus long que 2,58 h, l'activité de la cible, en raison de la présence du ^{56}Mn, est $8{,}88 \times 10^{10}$ Bq. a) À quel taux R constant les noyaux de ^{56}Mn sont-ils produits dans le cyclotron pendant le bombardement ? b) À quel taux se désintègrent-ils (durant le bombardement également) ? c) Quel est le nombre de noyaux de ^{56}Mn présents à la fin du bombardement ? d) Quelle est leur masse totale ?

44P. (Voir les problèmes 41 et 43.) Une source de radium contient 1,00 mg de ^{226}Ra, qui se désintègre avec une demi-vie de 1 600 a pour produire du ^{222}Rn, un gaz noble. Cet isotope de radon se désintègre à son tour par émission alpha avec une demi-vie de 3,82 j. a) Quelle est l'activité de ^{226}Ra dans la source ? b) Combien de temps faut-il au radon pour atteindre un équilibre séculaire avec son parent radium ? c) À quel taux le radon se désintègre-t-il alors ? d) Quelle quantité de radon est en équilibre avec son parent radium ?

45P. Un des dangers des retombées radioactives d'une explosion nucléaire est le ^{90}Sr, qui a une demi-vie de 29 ans. Étant donné qu'il possède des propriétés chimiques semblables à celles du calcium, le strontium, s'il est ingéré par une vache, se concentre dans le lait. Une certaine quantité du ^{90}Sr aboutit alors dans les os de la personne qui boit le lait de cette vache. Les électrons énergiques émis par la désintégration bêta du ^{90}Sr endommagent la moelle osseuse et affaiblissent la production des globules rouges. Une bombe de 1 mégatonne produit environ 400 g de ^{90}Sr. Si les retombées se répandent uniformément sur une superficie de 2 000 km², quelle superficie présenterait une radioactivité égale à la limite « permise » pour une personne, qui est de 74 000 Bq ?

SECTION 12.4 La désintégration alpha

46E. Imaginez qu'un noyau de ^{238}U est constitué d'une particule alpha (^4He) et d'un noyau résiduel (^{234}Th). Représentez graphiquement l'énergie potentielle électrique $U(r)$, où r est la distance entre ces particules. Couvrez la plage approximative de 10 fm < r < 100 fm, et comparez votre graphique avec celui présenté dans la figure 12.9.

47E. Généralement, plus la masse du nucléide est grande, plus il est instable par suite de la désintégration alpha. Par exemple, l'isotope d'uranium le plus stable, le ^{238}U, possède une demi-vie de $4{,}5 \times 10^9$ a. L'isotope de plutonium le plus stable est le ^{244}Pu, dont la demi-vie est $8{,}0 \times 10^7$ a ; dans le cas du curium, l'isotope le plus stable est le ^{248}Cm, dont la demi-vie est $3{,}4 \times 10^5$ a. Quand la moitié de l'échantillon original de ^{238}U s'est désintégrée, quelles fractions des échantillons originaux des isotopes de plutonium et de curium mentionnés reste-t-il ?

48P. Imaginez qu'un noyau de ^{238}U émet a) une particule alpha ou b) une suite neutron, proton, neutron, proton. Calculez l'énergie dégagée dans chaque cas. c) Convainquez-vous, par des arguments qualitatifs et par des calculs, que la différence entre ces deux nombres est égale à l'énergie de liaison totale de la particule alpha. Calculez cette énergie de liaison. Voici quelques masses d'atomes et de particules qui vous seront nécessaires :

^{238}U	238,050 79 u	^{234}Th	234,043 63 u
^{237}U	237,048 73 u	^4He	4,002 60 u
^{236}Pa	236,048 91 u	^1H	1,007 83 u
^{235}Pa	235,045 44 u	n	1,008 67 u

49P. Un noyau de ^{238}U émet une particule alpha de 4,196 MeV. Calculez l'énergie de désintégration Q de ce processus, en tenant compte de l'énergie de recul du noyau résiduel ^{234}Th.

50P. Les gros radionucléides émettent une particule alpha plutôt que d'autres combinaisons de nucléides parce que la particule alpha possède une structure stable fortement liée. Pour confirmer cette

affirmation, calculez les énergies de ces désintégrations hypothétiques et expliquez la signification de vos résultats :

a) $^{235}U \rightarrow {}^{232}Th + {}^{3}He$.

b) $^{235}U \rightarrow {}^{231}Th + {}^{4}He$.

c) $^{235}U \rightarrow {}^{230}Th + {}^{5}He$.

Voici les masses atomiques dont vous avez besoin.

^{232}Th	232,038 1 u	^{3}He	3,016 0 u
^{231}Th	231,036 3 u	^{4}He	4,002 6 u
^{230}Th	230,033 1 u	^{5}He	5,012 2 u
^{235}U	235,043 9 u		

51P. Dans certaines circonstances rares, un noyau peut se désintégrer en émettant une particule plus massive qu'une particule alpha. Voyez ces désintégrations :



$$^{223}Ra \rightarrow {}^{209}Pb + {}^{14}C$$

et



$$^{223}Ra \rightarrow {}^{219}Rn + {}^{4}He.$$

a) Calculez les valeurs Q de ces désintégrations et démontrez que toutes deux sont énergiquement possibles. b) La hauteur de la barrière coulombienne de l'émission de la particule alpha est de 30,0 MeV. Quelle est la hauteur de la barrière de l'émission du ^{14}C ? Voici les masses atomiques dont vous avez besoin.

^{223}Ra	223,018 50 u	^{14}C	14,003 24 u
^{209}Pb	208,981 07 u	^{4}He	4,002 60 u
^{219}Rn	219,009 48 u		

SECTION 12.5 La désintégration bêta

52E. Les radionucléides de masse élevée, qui peuvent émettre des particules alpha ou bêta, appartiennent à l'une des quatre séries de désintégration, selon que leur nombre de masse A a la forme $4n$, $4n + 1$, $4n + 2$ ou $4n + 3$, où n est un nombre entier positif. a) Justifiez cette affirmation et démontrez que, si un nucléide appartient à l'une de ces séries, tous ses produits de désintégration appartiennent à la même série. b) Classez ces nucléides selon la série à laquelle ils appartiennent : ^{235}U, ^{236}U, ^{238}U, ^{239}Pu, ^{240}Pu, ^{245}Cm, ^{246}Cm, ^{249}Cf, et ^{253}Fm.

53E. Un certain nucléide stable, après absorption d'un neutron, émet un électron ; le nouveau nucléide formé se divise spontanément en deux particules alpha. Identifiez le nucléide.

54E. Un nucléide de masse moyenne ($A = 150$, par exemple) émet un électron avec une énergie cinétique de 1,0 MeV. a) Quelle est la longueur d'onde de De Broglie de l'électron ? b) Calculez le rayon du noyau qui l'émet. c) Un électron peut-il être confiné sous la forme d'une onde stationnaire dans une « boîte » ayant de telles dimensions ? d) Pouvez-vous faire appel à ces nombres pour contredire l'argument (abandonné) qui veut que les électrons existent vraiment dans les noyaux ?

55E. L'isotope de césium ^{137}Cs est présent dans les retombées d'explosions nucléaires au-dessus du sol. Étant donné qu'il se désintègre en ^{137}Ba avec une demi-vie lente (30,2 a) en dégageant considérablement d'énergie, il soulève une inquiétude du point de vue environnemental. Les masses atomiques de Cs et de Ba sont respectivement de 136,907 1 u et de 136,905 8 u ; calculez l'énergie totale dégagée par une telle désintégration.

56P. Certains radionucléides se désintègrent en capturant un de leurs propres électrons atomiques, comme un électron de la couche K. En voici un exemple :



$$^{49}V + e^- \rightarrow {}^{49}Ti + \nu \qquad T_{1/2} = 331 \text{ j.}$$

Démontrez que l'énergie de désintégration Q de ce processus est donnée par

$$Q = (m_V - m_{Ti})c^2 - E_K,$$

où m_V et m_{Ti} sont les masses atomiques respectives du ^{49}V et du ^{49}Ti, et E_K est l'énergie de liaison de l'électron de la couche K du vanadium. (*Indice :* soit $\mathbf{m}_V$ et $\mathbf{m}_{Ti}$ les masses nucléaires correspondantes ; continuez en employant la méthode de l'exemple 12.7.)

57P. Un neutron libre se désintègre selon l'équation 12.26. Si la différence de masse entre le neutron et l'atome d'hydrogène est 840 μu, quelle est l'énergie cinétique maximale K_{max} du spectre d'énergie de l'électron ?

58P. Déterminez l'énergie de désintégration Q du ^{49}V lorsqu'il y a capture d'un électron de la couche K, comme le décrit le problème 56. Voici les données qui vous sont nécessaires : $m_V = 48{,}948\ 52$ u, $m_{Ti} = 48{,}947\ 87$ u et $E_K = 5{,}47$ keV.

59P. Le radionucléide ^{11}C se désintègre de la manière suivante :



$$^{11}C \rightarrow {}^{11}B + e^+ + \nu, \qquad T_{1/2} = 20{,}3 \text{ min.}$$

L'énergie maximale des positrons émis est de 0,960 MeV.

a) Démontrez que l'énergie de désintégration Q de ce processus est déterminée par

$$Q = (m_C - m_B - 2m_e)c^2,$$

où m_C et m_B sont les masses atomiques respectives du ^{11}C et du ^{11}B, et m_e est la masse d'un positron. b) À l'aide des valeurs de masses $m_C = 11{,}011\ 434$ u, $m_B = 11{,}009\ 305$ u et $m_e = 0{,}000\ 548\ 6$ u, calculez Q et comparez sa valeur avec l'énergie maximale du positron émis donnée précédemment. (*Indice :* soit $\mathbf{m}_C$ et $\mathbf{m}_B$ les masses nucléaires ; continuez en employant la méthode de l'exemple 12.7. Notez que la désintégration bêta plus est une exception à la règle générale qui dit que, si des masses atomiques sont utilisées dans les calculs des désintégrations nucléaires, la masse de l'électron émis est automatiquement considérée.)

60P. Deux nucléides instables par rapport à la désintégration alpha, le ^{238}U et le ^{232}Th, et un autre, instable par rapport à la désintégration bêta, le ^{40}K, sont suffisamment abondants pour contribuer de manière notable au réchauffement de la Terre par l'énergie de désintégration qu'ils génèrent. Les isotopes instables par rapport à la désintégration alpha génèrent des chaînes de désintégrations qui cessent à la formation des isotopes stables du plomb. L'isotope ^{40}K subit une simple désintégration bêta. Voici les données du problème.

Parent	Mode de désintégration	Demi-vie (a)	Point final stable	Q (MeV)	f (mg/kg)
^{238}U	α	$4{,}47 \times 10^9$	^{206}Pb	51,7	4
^{232}Th	α	$1{,}41 \times 10^{10}$	^{208}Pb	42,7	13
^{40}K	β	$1{,}28 \times 10^9$	^{40}Ca	1,31	4

Dans le tableau, Q est l'énergie *totale* dégagée par la désintégration d'un noyau parent au point *final* stable, et f est la concentration de l'isotope en milligrammes par kilogramme de granit. a) Démontrez que ces substances génèrent de l'énergie sous forme de chaleur au taux de $1{,}0 \times 10^{-9}$ W par kilogramme de granit. b) En supposant

qu'il y a $2,7 \times 10^{22}$ kg de granit dans une couche sphérique de 20 km d'épaisseur à la surface de la Terre, estimez la puissance de cette désintégration sur toute la Terre. Comparez cette puissance avec la puissance totale du Soleil captée par la Terre, soit $1,7 \times 10^{17}$ W.

61P*. Le radionucléide ^{32}P se désintègre en ^{32}S comme le décrit l'équation 12.23. Dans une certaine désintégration, un électron de 1,71 MeV est émis, ce qui correspond à la valeur maximale possible. Quelle est l'énergie cinétique de recul de l'atome de ^{32}S durant cet événement ? (*Indice :* dans le cas d'un électron, on doit utiliser les expressions relativistes pour l'énergie cinétique et la quantité de mouvement. La mécanique newtonienne peut s'appliquer dans le cas de l'atome de ^{32}S, dont le mouvement est relativement lent.) www

SECTION 12.6 La datation par radioactivité

62E. Le ^{14}C contenu dans un échantillon de charbon de 5,00 g provenant d'un ancien feu de camp a une activité de 63,0 désintégrations/min. Dans un arbre vivant, l'activité du ^{14}C pour un échantillon de 1,00 g est de 15,3 désintégrations/min. La demi-vie du ^{14}C est 5 730 a. Quel est l'âge de l'échantillon de charbon ?

63E. Le nucléide ^{238}U se désintègre en ^{206}Pb avec une demi-vie de $4,47 \times 10^9$ a. Bien que cette désintégration se produise en plusieurs étapes, la première étape possède de loin la plus longue demi-vie : par conséquent, on peut souvent considérer que cette désintégration mène directement au plomb. Ainsi,



$$^{238}U \rightarrow {}^{206}Pb + \text{divers produits de désintégration.}$$

On constate qu'une roche contient 4,20 mg de ^{238}U et 2,135 mg de ^{206}Pb. Si cette roche ne contenait pas de plomb à sa formation, de sorte que tout le plomb présent actuellement provient de la désintégration de l'uranium, a) combien d'atomes de ^{238}U et de ^{206}Pb la pierre contient-elle maintenant ? b) Combien d'atomes de ^{238}U la roche contenait-elle à sa formation ? c) Quel est l'âge de la roche ?

64P. On croit qu'une certaine roche a 260 millions d'années. Si elle contient 3,70 mg de ^{238}U, combien de ^{206}Pb devrait-elle contenir ? (Voir l'exercice 63.)

65P. Une roche trouvée profondément sous terre contient 0,86 mg de ^{238}U, 0,15 mg de ^{206}Pb et 1,6 mg de ^{40}Ar. Combien de ^{40}K devrait-elle contenir ? Les demi-vies à connaître sont indiquées dans le problème 60.

SECTION 12.7 Mesurer la dose de rayonnements ionisants

66E. Un compteur Geiger enregistre 8 700 coups en 1 minute. Calculez l'activité de la source en becquerels et en curies, en supposant que le compteur enregistre toutes les désintégrations.

67E. Le nucléide ^{198}Au, qui a une demi-vie de 2,70 j, est utilisé pour combattre le cancer. Quelle masse de ce nucléide est nécessaire pour produire une activité de 250 Ci ?

68E. Un pilote de ligne vole en moyenne 20 h par semaine à une altitude de 10 km, où l'équivalent de dose de rayonnements cosmiques est de 7,0 μSv/h. Quel est l'équivalent de dose annuelle (52 semaines) provenant de cette seule source ? Notez que l'équivalent de dose annuelle maximale permise (provenant de toutes les sources) pour la population en général est de 5 mSv ; dans le cas des travailleurs soumis aux rayonnements, elle est de 50 mSv.

69P. Lors d'une radiographie pulmonaire, le patient reçoit une dose type de 250 μSv, dégagés par des rayons X dont le facteur de qualité est de 0,85. En supposant que la masse du tissu exposé représente la moitié de la masse du patient de 88 kg, calculez l'énergie absorbée en joules.

70P. Une personne de 75 kg reçoit une dose de rayonnements ionisants sur tout le corps de $2,4 \times 10^{-4}$ Gy, émise par des particules alpha dont le facteur de qualité est 12. Calculez a) l'énergie absorbée en joules et b) l'équivalent de dose en sieverts et en rem.

71P. S'affairant près d'un surgénérateur, un travailleur de 85 kg ingère accidentellement 2,5 mg de poussière de ^{239}Pu. Ce radioisotope a une demi-vie de 24 100 a, et se désintègre par désintégration alpha. L'énergie des particules alpha émises est de 5,2 MeV, avec un facteur de qualité de 13. Supposez que le plutonium demeure dans le corps du travailleur pendant 12 heures et que 95 % des particules alpha émises y sont capturées. Calculez a) le nombre d'atomes de plutonium absorbés, b) le nombre d'entre eux qui se désintègrent durant les 12 heures, c) l'énergie absorbée par le corps, d) la dose résultante en grays et e) l'équivalent de dose en sieverts.

SECTION 12.8 Les modèles nucléaires

72E. Un noyau intermédiaire impliqué dans une réaction nucléaire particulière se désintègre $1,0 \times 10^{-22}$ s après sa formation. a) Quelle est l'incertitude ΔE quant à notre connaissance de cet état intermédiaire ? b) Cet état peut-il s'appeler « noyau composé » ? (Voir l'exemple 12.10.)

73E. Nommez, parmi les noyaux suivants, a) ceux dont les couches de nucléons sont remplies, b) ceux qui présentent un nucléon hors d'une couche remplie et c) ceux qui affichent une vacance dans une couche autrement remplie : ^{13}C, ^{18}O, ^{40}K, ^{49}Ti, ^{60}Ni, ^{91}Zr, ^{92}Mo, ^{121}Sb, ^{143}Nd, ^{144}Sm, ^{205}Tl et ^{207}Pb.

74P. Voyez les trois processus de formation du noyau composé ^{20}Ne illustrés dans la figure 12.13. Voici quelques-unes des masses atomiques.

^{20}Ne	19,992 44 u	α	4,002 60 u
^{19}F	18,998 40 u	p	1,007 83 u
^{16}O	15,994 91 u		

Quelle énergie a) la particule alpha, b) le proton et c) le photon de rayons gamma doivent-ils avoir pour fournir une énergie d'excitation de 25,0 MeV au noyau composé ? www

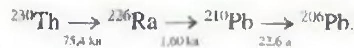
Problèmes supplémentaires

75. À la fin de la Seconde Guerre mondiale, les autorités néerlandaises ont arrêté l'artiste hollandais Hans van Meegeren pour trahison parce qu'il avait vendu un tableau de maître au nazi Hermann Goering pendant la guerre. Le tableau, *La Rencontre à Emmaüs* du peintre Johannes Vermeer (1632-1675), a été découvert en 1937 par van Meegeren après une disparition de près de 300 ans. Peu après sa découverte, les experts en arts affirmèrent qu'Emmaüs était probablement le plus grand Vermeer jamais vu. La vente d'un tel trésor national à l'ennemi fut considérée comme une trahison sans nom.

Cependant, peu après son arrestation, van Meegeren annonça soudainement que c'était lui, et non Vermeer, qui avait peint *Emmaüs*. Il expliqua qu'il avait soigneusement imité le style de Vermeer, et utilisé une toile vieille de 300 ans et les pigments de Vermeer ; il avait ensuite signé le nom de Vermeer sur le tableau et cuit ce dernier pour lui donner un aspect vieilli.

Van Meegeren mentait-il pour échapper à une accusation de trahison ? Espérait-il être accusé de fraude, un crime moins grave ? Du point de vue des experts, *Emmaüs* ressemblait vraiment à un Vermeer mais, à l'époque où s'est tenu le procès de van Meegeren (1947), il n'y avait aucun moyen scientifique de résoudre l'énigme. Cependant, en 1968, Bernard Keisch, de l'université Carnegie-Mellon, a pu s'attaquer au mystère grâce à des techniques nouvelles d'analyse par radioactivité.

Il analysa notamment un petit échantillon d'un pigment blanc contenant du plomb prélevé sur *Emmaüs*. Ce pigment est une particule raffinée provenant d'un minerai de plomb, dans lequel le plomb est produit par une longue suite de désintégrations radioactives qui commence par le ^{238}U instable et se termine par le ^{206}Pb stable. Pour suivre l'esprit de l'analyse de Keisch, penchez-vous sur la partie abrégée suivante de la suite des désintégrations, dans laquelle les radionucléides intermédiaires à vie relativement courte ont été omis :



$$^{230}\text{Th} \xrightarrow[75{,}4\text{ ka}]{} {}^{226}\text{Ra} \xrightarrow[1{,}60\text{ ka}]{} {}^{210}\text{Pb} \xrightarrow[22{,}6\text{ a}]{} {}^{206}\text{Pb}.$$

Les plus longues et les plus importantes demi-vies de cette partie de la suite de désintégrations y sont indiquées.

a) Démontrez que, dans un échantillon témoin de minerai de plomb, le taux auquel le nombre de noyaux de ^{210}Pb change est déterminé par

$$\frac{dN_{210}}{dt} = \lambda_{226}N_{226} - \lambda_{210}N_{210},$$

où N_{210} et N_{226} sont le nombre de noyaux de ^{210}Pb et le nombre de noyaux de ^{226}Ra contenus dans l'échantillon, et λ_{210} et λ_{226} sont les constantes de désintégration correspondantes.

Étant donné que la suite de désintégrations est active depuis des milliards d'années et que la demi-vie de ^{210}Pb est de beaucoup inférieure à celle de ^{226}Ra, les nucléides ^{226}Ra et ^{210}Pb sont en *équilibre*, c'est-à-dire que leur nombre, ou leur concentration, dans l'échantillon ne varie pas. b) Quel est le rapport R_{226}/R_{210} des activités de ces nucléides dans l'échantillon témoin de minerai de plomb ? c) Quel est le rapport N_{226}/N_{210} de leur nombre ?

Quand le pigment de plomb est raffiné à partir du minerai, le ^{226}Ra est pratiquement éliminé. Supposez ici qu'il en reste seulement 1,00 %. Juste après la production du pigment, quels sont les rapports d) R_{226}/R_{210} et e) N_{226}/N_{210} ?

Keisch constata que, avec le temps, le rapport R_{226}/R_{210} du pigment passerait graduellement de la valeur présente dans le pigment fraîchement raffiné à celle dans le minerai où il y a équilibre entre le ^{210}Pb et le ^{226}Ra résiduel. Si *Emmaüs* avait été peint par Vermeer et que l'échantillon qui y a été prélevé avait 300 ans à son examen en 1968, le rapport serait près de la réponse obtenue en b). S'il avait été peint par van Meegeren dans les années 1930 et que l'échantillon n'avait que 30 ans, le rapport serait près de la réponse obtenue en d). Keisch trouva un rapport de 0,09. f) *Emmaüs* est-il un Vermeer ? www

76. Pendant des essais nucléaires au-dessus du sol, de la poussière radioactive a été projetée dans les couches supérieures de l'atmosphère. Les courants aériens ont alors répandu cette poussière sur l'ensemble de la planète avant qu'elle s'incorpore au sol et à l'eau. Un tel essai a été réalisé en octobre 1976. Quelle fraction du ^{90}Sr produit par cette explosion restera-t-il en octobre 2006 ? La demi-vie du ^{90}Sr est 29 a.

77. Dans un laboratoire, on prépare un échantillon radioactif destiné à l'irradiation d'un patient dans un hôpital voisin. L'échantillon a une demi-vie de 83,61 h. Quelle devrait être son activité initiale pour qu'elle soit de $7{,}4 \times 10^8$ Bq au moment où on l'utilisera pour irradier le patient, 24 h plus tard ?

78. On peut injecter le nucléide radioactif ^{99}Tc dans le sang d'un patient pour, entre autres, suivre sa circulation, mesurer le volume sanguin ou localiser une tumeur. Le nucléide est produit dans un hôpital par une « vache » contenant du ^{99}Mo, un radionucléide qui se désintègre en ^{99}Tc avec une demi-vie de 67 h. Une fois par jour, on « trait » la « vache » pour obtenir le ^{99}Tc, produit dans un état excité par le ^{99}Mo ; le ^{99}Tc se désexcite vers son état fondamental en émettant un photon de rayons gamma, qui est enregistré par des détecteurs placés autour du patient. La désexcitation a une demi-vie de 6,0 h. a) Quel est le processus de désintégration du ^{99}Mo en ^{99}Tc ? b) Si on injecte un échantillon de $8{,}2 \times 10^7$ Bq de ^{99}Tc à un patient, combien de photons de rayons gamma sont initialement produits dans le patient chaque seconde ? c) Si le taux d'émission des photons de rayons gamma d'une petite tumeur qui a capturé le ^{99}Tc est de 38 par seconde à un certain moment, quelle quantité de ^{99}Tc à l'état excité se trouve dans la tumeur à cet instant ?

79. À cause de l'explosion et de l'incendie qui ont eu lieu dans le réacteur nucléaire de Tchernobyl (nord de l'Ukraine) en 1986, une partie de l'Ukraine est contaminée par du ^{137}Ce, qui subit une désintégration bêta moins ayant une demi-vie de 30,2 a. En 1996, l'activité totale de cette contamination sur une superficie de $2{,}6 \times 10^5$ km^2 était estimée à 1×10^{16} Bq. Supposez que le ^{137}Ce est répandu uniformément sur cette superficie et que les électrons de la désintégration bêta se déplacent directement vers le haut ou directement vers le bas. Combien d'électrons de la désintégration bêta auriez-vous interceptés si vous vous étiez couché sur le sol dans cette région pendant 1 h a) en 1996 et b) aujourd'hui ? (Vous devez estimer votre superficie frontale, qui est la superficie qui intercepte ces électrons.)

80. En octobre 1992, la police suisse a arrêté deux hommes qui essayaient de passer de l'osmium en contrebande vers l'Europe de l'Est. Cependant, ces hommes avaient pris, par erreur, du ^{137}Ce. On a rapporté que chaque contrebandier avait transporté un échantillon de 1,0 g de ^{137}Ce dans une poche. En becquerels et en curies, quelle était l'activité de chaque échantillon ? Le ^{137}Ce a une demi-vie de 30,2 a. (Les activités des radioisotopes couramment utilisés dans les hôpitaux sont de l'ordre de quelques millicuries.)

81. La figure 12.16 montre une partie d'un schéma de désintégration du ^{237}Np dans un graphique présentant le nombre de masse A en fonction du numéro atomique Z ; cinq segments de droites représentant la désintégration alpha ou la désintégration bêta moins relient les points qui représentent les isotopes. Quel isotope se trouve à la fin des cinq désintégrations (accompagné d'un point d'interrogation dans la figure 12.16) ?

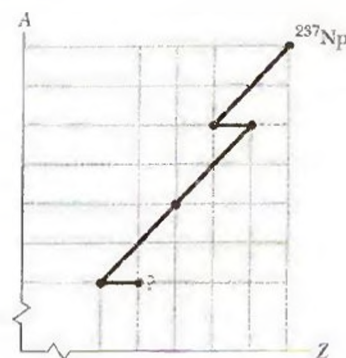


Figure 12.16 Problème 81

82. L'isotope ^{40}K, qui a une demi-vie de $1{,}26 \times 10^9$ a, peut se désintégrer en ^{40}Ca ou en ^{40}Ar. Le rapport entre le Ca et l'Ar qui sont produits est de 8,54/1 = 8,54. Initialement, un échantillon ne possédait que du ^{40}K. Il possède maintenant des quantités égales de ^{40}K et de ^{40}Ar ; c'est donc dire que le rapport entre le K et l'Ar est 1/1 = 1. Quel est l'âge de cet échantillon ? (*Indice :* traitez ce problème comme tout autre problème mettant en jeu la datation par radioactivité, exception faite que cette désintégration a deux produits au lieu d'un seul.)

83. Dans certaines cavernes, l'air contient une quantité importante de radon, un gaz pouvant provoquer un cancer du poumon s'il est respiré pendant une longue période. Dans les cavernes britanniques, l'air de caverne présentant la plus grande quantité de ce gaz a une

activité volumique de $1{,}55 \times 10^5$ Bq/m^3. Supposez que vous passiez deux jours complets à explorer (et à dormir) dans cette caverne. Quelle quantité approximative d'atomes de ^{222}Rn inspireriez-vous et expireriez-vous durant votre séjour ? Le radionucléide ^{222}Rn contenu dans le radon gazeux a une demi-vie de 3,82 jours. Vous devez estimer votre capacité pulmonaire et votre taux moyen de respiration.

84. Un noyau de ^{7}Li ayant une énergie cinétique de 3,00 MeV est projeté vers un noyau de ^{232}Th. Quelle est la distance minimale entre les centres des deux noyaux, en supposant que le noyau de ^{232}Th (le plus massif) ne bouge pas ?

85. Quelle est l'énergie de liaison moyenne par nucléon du ^{262}Bh ? La masse de l'atome est 262,123 1 u.

86. Combien d'années faut-il pour que l'activité du ^{14}C chute à 0,020 de sa valeur originale ? La demi-vie du ^{14}C est de 5 730 a.

87. Quelle est l'activité d'un échantillon de 20 ng de ^{92}Kr, dont la demi-vie est de 1,84 s ?

13 L'énergie nucléaire

À l'époque de la Seconde Guerre mondiale, le monde a été frappé de stupeur par cette image. Après avoir assisté à la première explosion atomique, Robert Oppenheimer, le directeur de l'équipe qui a conçu la bombe atomique, nota la phrase suivante, tirée d'un texte sacré hindou : « Je suis maintenant la Mort, destructrice des mondes. »



Quelles sont les notions de physique sous-jacentes à cette image qui a tant horrifié les gens ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.

13.1 L'atome et son noyau

Quand on obtient de l'énergie en brûlant du charbon dans une chaudière, on manipule les atomes de carbone et d'oxygène, réarrangeant leurs *électrons* externes pour en faire des combinaisons plus stables. Quand on obtient de l'énergie de l'uranium dans un réacteur nucléaire, on brûle encore un combustible, mais on en manipule ici les noyaux, réarrangeant leurs *nucléons* pour en faire des combinaisons plus stables.

Les électrons sont maintenus dans les atomes par la force électromagnétique ; il ne faut que quelques électronvolts pour en extraire un. Par contre, les nucléons sont maintenus dans les noyaux par l'interaction forte, et il faut quelques *millions* d'électronvolts pour en extraire un. Ce facteur de quelques millions se reflète dans le rapport entre l'énergie qu'on peut extraire d'un kilogramme d'uranium et celle qu'on peut obtenir d'un kilogramme de charbon.

Dans les combustions atomique et nucléaire, le dégagement d'énergie est accompagné d'une diminution de masse, selon l'équation $Q = -\Delta m\, c^2$. La principale différence entre la combustion de l'uranium et celle du charbon est que la première consume une plus grande fraction de la masse disponible (encore par un facteur de quelques millions) que la seconde.

Les divers procédés utilisés dans la combustion atomique ou nucléaire fournissent différents niveaux de puissance (les taux auxquels l'énergie est dégagée). Dans le cas du nucléaire, on peut consumer un kilogramme d'uranium à une vitesse explosive avec une bombe ou le faire lentement dans un réacteur. Dans la combustion atomique, on peut mettre en parallèle l'explosion d'un bâton de dynamite et la digestion d'un biscuit au chocolat.

Le tableau 13.1 montre la quantité d'énergie qu'on peut extraire de 1 kg de matière par diverses méthodes. Au lieu de donner directement une valeur à l'énergie, le tableau indique l'intervalle de temps durant lequel l'énergie extraite pourrait alimenter une ampoule électrique de 100 W. Seuls les trois premiers procédés ont réellement fait l'objet de tests ; les trois autres représentent des limites théoriques inaccessibles en pratique. Le dernier, soit l'annihilation mutuelle totale de la matière et de l'antimatière, est un objectif ultime de production d'énergie. Dans ce processus, *toute* l'énergie au repos est transformée en d'autres formes d'énergie.

Notez que les comparaisons dans le tableau 13.1 sont calculées pour une masse de 1 kg. Pour un même kilogramme, on obtient plusieurs millions de fois plus d'énergie de l'uranium que du charbon ou d'une chute d'eau. Par contre, on trouve beaucoup de charbon dans l'écorce terrestre, et l'eau revient facilement en amont d'un barrage.

13.2 La fission nucléaire : principe de base

En 1932, le physicien James Chadwick découvrit le neutron. Quelques années plus tard, à Rome, Enrico Fermi constata que, si on bombarde divers éléments avec des neutrons, il y a production de nouveaux éléments radioactifs. Fermi avait prédit que le neutron, ne portant aucune charge, serait un projectile nucléaire utile ; contrairement au proton ou à la particule alpha, il ne subit aucune force coulombienne répulsive quand il se trouve près d'un noyau. Même les *neutrons thermiques*, des neutrons lents en équilibre thermique avec la matière environnante à température ambiante et qui ont une énergie cinétique moyenne d'environ 0,04 eV, constituent des projectiles utiles dans les études sur la physique nucléaire.

TABLEAU 13.1 Énergie dégagée par 1 kg de matière

Matière	Processus	Temps*
Eau	Chute de 50 m	5 s
Charbon	Combustion	8 h
UO_2 enrichi	Fission dans un réacteur	690 a
^{235}U	Fission complète	3×10^3 a
Deutérium gazeux chaud	Fusion complète	3×10^4 a
Matière et antimatière	Annihilation complète	3×10^7 a

* Cette colonne indique le temps durant lequel l'énergie générée pourrait alimenter une ampoule électrique de 100 W.

À la fin des années 1930, la physicienne Lise Meitner et les chimistes Otto Hahn et Fritz Strassmann, travaillant à Berlin et s'intéressant au travail de Fermi et de ses collaborateurs, ont bombardé des solutions de sels d'uranium avec de tels neutrons thermiques. Après le bombardement, ils ont constaté la présence d'un certain nombre de nouveaux radionucléides. En 1939, des tests répétés ont permis d'identifier le baryum comme l'un des radionucléides produits de cette façon. Hahn et Strassmann se sont alors demandé : « Comment cet élément de masse moyenne ($Z = 56$) peut-il être produit par le bombardement de l'uranium ($Z = 92$) avec des neutrons ? »

Ce casse-tête a été résolu en quelques semaines par Meitner et son neveu Otto Frisch. Ils avancèrent l'idée d'un mécanisme faisant qu'un noyau d'uranium ayant absorbé un neutron thermique pouvait se scinder, avec dégagement d'énergie, en deux fragments grossièrement égaux, dont l'un pourrait bien être le baryum. Frisch nomma ce processus **fission.**

Le rôle déterminant joué par Meitner dans la découverte de la fission n'a pas été pleinement reconnu jusqu'à ce que des recherches récentes en histoire le mettent à jour. Elle n'a pas partagé le prix Nobel de chimie remis à Otto Hahn en 1944. Cependant, Hahn et Meitner ont tous deux eu l'honneur de donner leur nom à des éléments : hahnium (symbole Ha, $Z = 105$) et meitnerium (symbole Mt, $Z = 109$).

La fission vue de près

La figure 13.1 présente la distribution selon le nombre de masse des fragments produits par le bombardement du nucléide ^{235}U avec des neutrons thermiques. Les nombres de masse les plus probables, apparaissant dans environ 7 % des événements, sont centrés autour de $A \approx 95$ et de $A \approx 140$. Curieusement, la courbe à deux pics dans le graphique de la figure 13.1 n'est pas encore comprise complètement.

Dans une fission type de ^{235}U, un noyau de ^{235}U absorbe un neutron thermique, produisant un noyau de ^{236}U dans un état excité élevé. C'est *ce* noyau qui subit réellement la fission, se scindant en deux fragments. Ces fragments émettent rapidement deux neutrons, laissant (dans un cas type) du ^{140}Xe ($Z = 54$) et du ^{94}Sr ($Z = 38$) comme fragments de fission. Donc, l'équation de fission générale pour cet événement est



$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow {}^{236}\text{U} \rightarrow {}^{140}\text{Xe} + {}^{94}\text{Sr} + 2\text{n}. \qquad (13.1)$$

Notez que, durant la formation et la fission du noyau composé, il y a conservation du nombre de protons et du nombre de neutrons en jeu dans le processus (donc de leur nombre total et de la charge nette).

Dans l'équation 13.1, les fragments de ^{140}Xe et de ^{94}Sr sont tous deux hautement instables, subissant une désintégration bêta (avec la conversion d'un neutron en proton

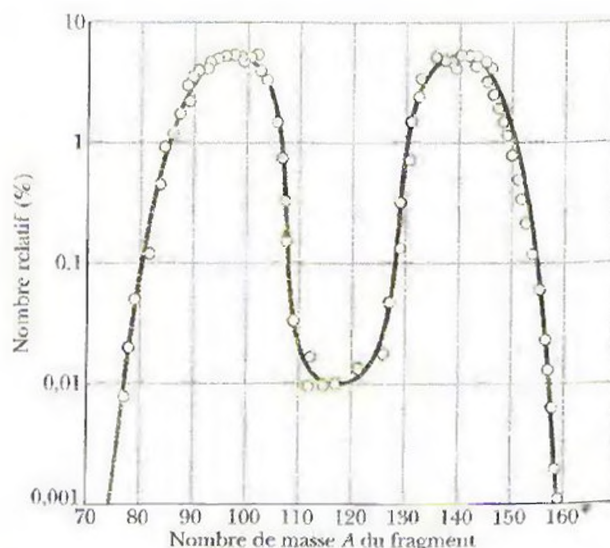


Figure 13.1 La distribution selon le nombre de masse des fragments trouvés lors de l'étude de nombreuses fissions de ^{235}U. Notez que l'échelle verticale est logarithmique.

et l'émission d'un électron et d'un neutrino) jusqu'à ce qu'ils atteignent un nucléide final stable. Dans le cas du xénon, la série de désintégration est

$$^{140}\text{Xe} \rightarrow {}^{140}\text{Cs} \rightarrow {}^{140}\text{Ba} \rightarrow {}^{140}\text{La} \rightarrow {}^{140}\text{Ce} \qquad (13.2)$$

$T_{1/2}$	14 s	64 s	13 j	40 h	Stable
Z	54	55	56	57	58

Dans le cas du strontium, la série est

$$^{94}\text{Sr} \rightarrow {}^{94}\text{Y} \rightarrow {}^{94}\text{Zr} \qquad (13.3)$$

$T_{1/2}$	75 s	19 min	Stable
Z	38	39	40

Si on se fie aux notions présentées dans la section 12.5, on pouvait s'attendre à ce que les nombres de masse (140 et 94) des fragments demeurent inchangés durant ces désintégrations bêta, et à ce que les numéros atomiques (initialement 54 et 38) augmentent d'une unité à chaque étape.

Un examen de la bande de stabilité du tableau des nucléides de la figure 12.4 révèle pourquoi les fragments de la fission sont instables. Le nucléide ^{236}U, qui est le noyau fissile dans la réaction de l'équation 13.1, possède 92 protons et 236 − 92 = 144 neutrons, ce qui donne un rapport neutrons/protons approximatif de 1,6. Les premiers fragments formés immédiatement après la fission affichent environ ce même rapport neutrons/protons. Cependant, chez les nucléides stables se trouvant dans la zone des masses moyennes, ce rapport est plus petit, soit entre 1,3 et 1,4. Les premiers fragments sont donc *riches en neutrons* (ils possèdent trop de neutrons), de sorte qu'ils en expulseront quelques-uns, deux dans le cas de la réaction de l'équation 13.1. Les fragments qui restent sont encore trop riches en neutrons pour être stables. La désintégration bêta permet aux nucléides de se débarrasser des neutrons en excès, notamment en les transformant en protons à l'intérieur du noyau.

On peut estimer l'énergie dégagée par la fission d'un nucléide massif en tenant compte de l'énergie de liaison totale par nucléon E_{ln} avant et après la fission. L'idée est que la fission est possible parce que l'énergie au repos totale diminuera ; c'est-à-dire que E_{ln} *augmentera* pour que les produits de la fission soient *plus* fortement liés. Donc, l'énergie Q dégagée par la fission est

$$Q = \begin{pmatrix}\text{énergie de liaison}\\ \text{totale finale}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{énergie de liaison}\\ \text{initiale}\end{pmatrix}. \qquad (13.4)$$

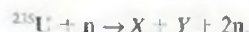
Pour établir l'estimation, on suppose que la fission transforme un noyau massif initial en deux noyaux de masse moyenne ayant le même nombre de nucléons. On a alors

$$Q = \begin{pmatrix}\Delta E_{ln}\\ \text{finale}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{nombre final}\\ \text{de nucléons}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\Delta E_{ln}\\ \text{initiale}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{nombre initial}\\ \text{de nucléons}\end{pmatrix}. \qquad (13.5)$$

Dans la figure 12.6, on constate que, dans le cas d'un nucléide massif ($A \sim 240$), l'énergie de liaison par nucléon est d'environ 7,6 MeV/nucléon. Dans le cas des nucléides de masse moyenne ($A \approx 120$), elle est d'environ 8,5 MeV/nucléon. Donc, l'énergie dégagée par la fission d'un nucléide massif en deux nucléides de masse moyenne est

$$Q = \left(8{,}5\,\frac{\text{MeV}}{\text{nucléon}}\right)(2\ \text{noyaux})\left(120\,\frac{\text{nucléons}}{\text{noyau}}\right) - \left(7{,}6\,\frac{\text{MeV}}{\text{nucléon}}\right)(240\ \text{nucléons}) \sim 2{,}0 \times 10^{2}\ \text{MeV}. \qquad (13.6)$$

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : Voici une fission générale :


$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow X + Y + 2\text{n}.$$

Parmi les paires de nucléides suivantes, quelle est celle ou quelles sont celles qui *ne* peuvent être représentées par X et Y : a) ^{141}Xe et ^{93}Sr ; b) ^{139}Cs et ^{95}Rb ; c) ^{156}Nd et ^{79}Ge ; d) ^{121}In et ^{113}Ru ?

Exemple 13.1

Déterminez l'énergie de désintégration Q dans le cas de la fission de l'équation 13.1, en tenant compte de la désintégration des fragments de fission inscrits dans les équations 13.2 et 13.3. Voici quelques masses d'atomes et celle du neutron dont vous avez besoin pour résoudre le problème :

^{235}U	235,043 9 u	^{140}Ce	139,905 4 u
n	1,008 67 u	^{94}Zr	93,906 3 u

SOLUTION : Voici les concepts clés utilisés ici : 1) l'énergie de désintégration Q est l'énergie au repos transformée en énergie cinétique des produits de la désintégration et 2) $Q = -\Delta m\, c^2$, où Δm est la variation de la masse. Puisqu'il faut inclure la désintégration des fragments de fission, on combine les équations 13.1, 13.2 et 13.3 pour écrire ainsi la transformation générale :



$$^{235}\text{U} \rightarrow {}^{140}\text{Ce} + {}^{94}\text{Zr} + \text{n}. \qquad (13.7)$$

Un seul neutron apparaît ici parce que le neutron initiateur présent dans le membre de gauche de l'équation 13.1 annule l'un des deux neutrons du membre de droite. La différence de masse dans la réaction de l'équation 13.7 est

$$\Delta m = (139{,}905\,4 \text{ u} + 93{,}906\,3 \text{ u} + 1{,}008\,67 \text{ u}) - (235{,}043\,9 \text{ u})$$
$$= -0{,}223\,53 \text{ u},$$

et l'énergie de désintégration correspondante est

$$Q = -\Delta m\, c^2 = -(-0{,}223\,53 \text{ u})(931{,}5 \text{ MeV/u})$$
$$= 208{,}2 \text{ MeV}, \qquad \text{(réponse)}$$

qui est en accord avec l'estimation présentée à l'équation 13.6.

Si la fission se produit dans un corps solide, la plus grande partie de cette énergie de désintégration, qui se transforme d'abord en énergie cinétique des produits de la désintégration, se traduit finalement par une augmentation de l'énergie interne de ce corps, se révélant par une augmentation de la température. Cependant, environ 5 % ou 6 % de l'énergie de désintégration est associée aux neutrinos émis durant la désintégration bêta des premiers fragments de fission. Cette énergie, emportée hors du système, est perdue.

13.3 Un modèle de fission nucléaire

Peu après la découverte de la fission, Niels Bohr et John Wheeler ont utilisé le modèle collectif du noyau (section 12.8) et établi une analogie entre un noyau et une goutte de liquide chargée pour en expliquer le principe de base. La figure 13.2 montre comment ce modèle explique la fission. Quand un noyau massif, par exemple le ^{235}U, absorbe un neutron lent (thermique), comme dans la figure 13.2 a), ce neutron tombe dans un puits de potentiel associé aux interactions fortes agissant à l'intérieur du noyau. L'énergie potentielle du neutron est alors transformée en énergie d'excitation interne du noyau, comme le montre la figure 13.2 b). L'énergie d'excitation qu'un neutron lent apporte à l'intérieur d'un noyau est égale à l'énergie de liaison E_n du neutron dans ce noyau, qui est la variation de l'énergie au repos du système neutron-noyau provoquée par la capture du neutron.

Les figures 13.2 c) et 13.2 d) montrent que le noyau, se comportant comme une goutte de liquide chargée oscillant fortement, formera tôt ou tard un court « col ». Le noyau aura alors la forme d'un haltère. Si la répulsion électrique éloigne suffisamment les deux parties de l'haltère l'une de l'autre pour rompre le col, les deux fragments, chacun possédant une certaine énergie d'excitation résiduelle, se sépareront (figures 13.2 e) et 13.2 f). La fission sera alors terminée.

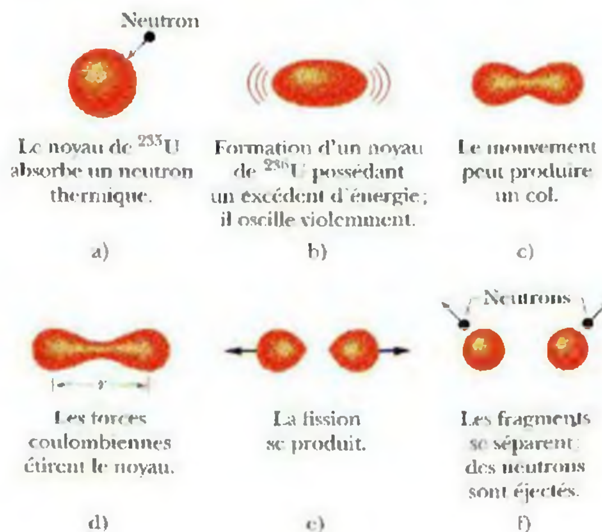


Figure 13.2 Les étapes d'une fission type, selon le modèle collectif de Bohr et Wheeler.

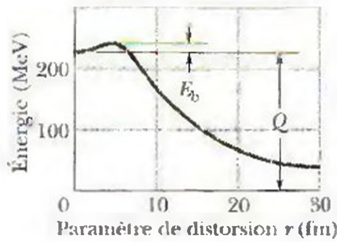


Figure 13.3 L'énergie potentielle à diverses étapes de la fission, comme permet de le prédire le modèle collectif de Bohr et Wheeler. La valeur de Q de la réaction (environ 200 MeV) et la hauteur de la barrière de fission E_b sont toutes deux indiquées.

Ce modèle constitue une bonne description qualitative de la fission. Il reste toutefois à savoir s'il peut répondre à une question difficile : pourquoi certains nucléides massifs (^{235}U et ^{239}Pu, par exemple) sont-ils facilement fissiles si on les bombarde de neutrons thermiques alors que d'autres, également massifs (^{238}U et ^{243}Am, par exemple), ne le sont pas ?

Bohr et Wheeler ont pu répondre à cette question. La figure 13.3 représente graphiquement l'énergie potentielle d'un noyau à diverses étapes de la fission, d'après leur modèle. Cette énergie est représentée graphiquement en fonction du *paramètre de distorsion r*, qui est une mesure grossière de l'étirement que connaît un noyau oscillant par rapport à sa forme sphérique. La figure 13.2 d) illustre ce paramètre juste avant la fission. Quand les fragments sont éloignés, ce paramètre ne représente que la distance qui sépare leurs centres.

La différence d'énergie entre l'état initial et l'état final du noyau en fission (c'est-à-dire l'énergie de désintégration Q) est donnée dans la figure 13.3. Or, on remarque, dans cette figure, que la courbe d'énergie potentielle atteint un maximum à une certaine valeur de r. Donc, il y a une *barrière de potentiel* d'une hauteur E_b qui doit être surmontée (ou traversée par effet tunnel) pour que la fission se produise. Ce qui rappelle la désintégration alpha (figure 12.9), processus également inhibé par une barrière de potentiel.

On en déduit que la fission se produira seulement si le neutron absorbé fournit une énergie d'excitation E_n suffisamment grande pour surmonter cette barrière. Grâce à l'effet tunnel de la physique quantique, il n'est toutefois pas nécessaire que cette énergie soit *aussi* grande que la hauteur de la barrière E_b.

Le tableau 13.2 montre le test qui vise à savoir si un neutron thermique peut provoquer la fission de quatre nucléides massifs. Relativement à chaque nucléide, le tableau donne la hauteur de la barrière E_b du noyau formé par la capture du neutron et l'énergie d'excitation E_n générée par la capture. Les valeurs de E_n sont calculées en fonction de la variation de l'énergie au repos provoquée par la capture du neutron.

Voici un exemple du calcul effectué pour E_n de la première ligne du tableau, qui représente le processus suivant de la capture d'un neutron :



$$^{235}\mathrm{U} + \mathrm{n} \rightarrow {}^{236}\mathrm{U}.$$

Les masses en jeu sont 235,043 923 u dans le cas du ^{235}U, 1,008 665 u dans le cas du neutron et 236,045 562 u dans le cas du ^{236}U. Il est facile de démontrer que, en raison de la capture du neutron, la masse diminue de $7{,}026 \times 10^{-3}$ u. Donc, il y a transfert de l'énergie au repos à l'énergie d'excitation E_n. Si on multiplie la variation de masse par c^2 (= 931,5 MeV/u), on obtient $E_n = 6{,}5$ MeV, valeur qui est donnée dans la première ligne du tableau.

Les premier et troisième résultats du tableau 13.2 ont une importance historique, car ils constituent les raisons pour lesquelles les deux bombes atomiques lancées à la fin de la Seconde Guerre mondiale contenaient du ^{235}U (première bombe) et du ^{239}Pu (seconde bombe). Autrement dit, pour le ^{235}U et le ^{239}Pu, $E_n > E_b$. Ce qui signifie que la fission par absorption d'un neutron thermique est possible chez ces nucléides. Dans le cas des deux autres nucléides (^{238}U et ^{243}Am), on a $E_n < E_b$; c'est donc dire que le neutron thermique ne fournit pas suffisamment d'énergie pour que le noyau excité surmonte la barrière de potentiel ou la traverse par effet tunnel. Au lieu de se scinder, le noyau se débarrasse de cette énergie d'excitation en émettant un photon de rayon gamma.

TABLEAU 13.2 Test de fissibilité de quatre nucléides

Nucléide cible	Nucléide subissant la fission	E_n (MeV)	E_b (MeV)	Fission par neutrons thermiques ?
^{235}U	^{236}U	6,5	5,2	Oui
^{238}U	^{239}U	4,8	5,7	Non
^{239}Pu	^{240}Pu	6,4	4,8	Oui
^{243}Am	^{244}Am	5,5	5,8	Non



À 20 m du module 4 du réacteur de Tchernobyl (près de Kiev), après son explosion en avril 1986. Presque tous les radionucléides volatils présents dans le réacteur ont été projetés dans l'atmosphère.

Il est toutefois possible que le ^{238}U et le ^{243}Am subissent une fission s'ils absorbent un neutron ayant assez d'énergie (au lieu d'un neutron thermique). Par exemple, dans le cas du ^{238}U, le neutron absorbé doit posséder une énergie minimale de 1,3 MeV pour qu'une *fission rapide* puisse se produire.

Le dégagement d'énergie explosif et dévastateur des deux bombes atomiques employées pendant la Seconde Guerre mondiale dépendait de la capacité des neutrons thermiques de provoquer des fissions presque simultanées chez les nombreux nucléides massifs que ces bombes contenaient. La première bombe utilisait du ^{235}U parce qu'on en avait suffisamment tiré d'un minerai d'uranium pour fabriquer cette bombe et une bombe d'essai. (Le minerai contient principalement du ^{238}U, qui, comme on le sait, n'est pas fissile par des neutrons thermiques.) La seconde bombe utilisait du ^{239}Pu ; elle fut conçue à l'aide des seuls calculs théoriques résumés dans le tableau 13.2, car il n'y avait pas suffisamment de ^{235}U additionnel disponible quand elle fut commandée.

13.4 Le réacteur nucléaire

Pour obtenir un dégagement d'énergie à grande échelle, une fission doit en provoquer d'autres, pour faire en sorte que le processus se répande dans tout le combustible nucléaire, comme une flamme dans une bûche. Le fait que la fission produise plus de neutrons qu'elle n'en consume augmente la possibilité d'une telle **réaction en chaîne,** durant laquelle chaque neutron généré peut potentiellement provoquer une autre fission. La réaction peut être rapide (comme lors d'une explosion nucléaire) ou contrôlée (comme dans un réacteur nucléaire).

Supposez qu'on veuille concevoir un réacteur fondé sur la fission du ^{235}U par des neutrons thermiques. L'uranium naturel contient 0,7 % de cet isotope, les autres 99,3 % étant constitués de ^{238}U, non fissile par des neutrons thermiques. On peut tenter d'augmenter l'efficacité du réacteur en *enrichissant* artificiellement l'uranium combustible pour qu'il contienne peut-être 3 % de ^{235}U. Il reste néanmoins encore trois difficultés à surmonter pour concevoir un réacteur fonctionnel.

1. *La fuite de neutrons.* Certains des neutrons produits par la fission s'échapperont du réacteur et ne participeront pas à la réaction en chaîne. La fuite est un effet de surface ; son importance est proportionnelle au carré de la longueur d'un réacteur type (l'aire totale d'un cube d'une longueur d'arête a est $6a^2$). Cependant, la production de neutrons s'effectuant dans tout le volume du combustible, elle est proportionnelle au cube d'une dimension type (le volume du même cube est a^3). On peut réduire au minimum la fraction de neutrons perdus par fuite en fabriquant un cœur de réacteur suffisamment grand ; on réduit ainsi le rapport entre la surface et le volume ($= 6/a$ dans le cas d'un cube).
2. *L'énergie du neutron.* Les neutrons générés par la fission sont rapides ; ils possèdent une énergie cinétique d'environ 2 MeV. Cependant, la fission est plus efficacement induite par les neutrons thermiques. Il est possible de ralentir les neutrons rapides en mélangeant l'uranium à une substance, appelée **modérateur,** ayant deux propriétés : elle ralentit les neutrons au moyen de collisions élastiques et elle ne retire pas les neutrons du cœur par absorption. En Amérique du Nord, la plupart des réacteurs nucléaires utilisent l'eau comme modérateur ; les noyaux d'hydrogène (protons) présents dans l'eau en sont les composantes actives. Dans le chapitre 10 du volume 1, on a vu que, si une particule en mouvement subit une collision frontale élastique avec une particule immobile, la particule en mouvement perd *toute* son énergie cinétique si les deux particules ont la même masse. Donc, les protons constituent des modérateurs efficaces parce qu'ils ont approximativement la même masse que les neutrons dont on veut réduire la vitesse.
3. *La capture de neutrons.* Quand l'énergie des neutrons rapides (2 MeV) générés par la fission est ramenée au niveau des énergies thermiques (environ 0,04 eV) par le modérateur, il y a un intervalle d'énergie critique (de 1 à 100 eV) au cours duquel les neutrons sont particulièrement susceptibles d'être capturés sans fission par les noyaux de ^{238}U. Une telle *capture par résonance,* qui se solde par l'émission d'un rayon gamma, retire le neutron de la chaîne de fission. Pour réduire ces captures sans fission, l'uranium combustible et le modérateur ne sont pas étroitement mélangés : ils sont plutôt « regroupés », occupant différentes zones du volume du réacteur.

Dans un réacteur type, l'uranium combustible prend la forme de pastilles d'oxyde d'uranium, insérées bout à bout dans de longs tubes métalliques. Les grappes formées par ces **crayons de combustible** baignent dans le modérateur liquide, formant le **cœur** du réacteur. Cette disposition géométrique augmente la probabilité qu'un neutron rapide, produit dans un crayon de combustible, soit dans le modérateur quand il traverse l'intervalle d'énergie critique. Une fois que le neutron a atteint le niveau d'énergie thermique, il peut *encore* être capturé sans production de fission (*capture thermique*). Cependant, il retournera probablement dans un crayon de combustible et y provoquera une fission.

La figure 13.4 illustre l'équilibre des neutrons dans un réacteur nucléaire type fonctionnant à puissance constante. On peut suivre le cycle complet d'un échantillon de 1 000 neutrons thermiques, une *génération*, dans le cœur d'un réacteur. Ils produisent 1 330 neutrons par fission dans le combustible ^{235}U et 40 neutrons par fission dans le ^{238}U, ce qui donne 370 neutrons de plus que les 1 000 neutrons initiaux, tous rapides. Quand le réacteur fonctionne à puissance constante, le nombre de neutrons perdus par fuite du cœur et par capture sans fission est toujours exactement le même (370), ce qui laisse 1 000 neutrons thermiques pour créer la génération suivante. Bien sûr, dans ce cycle, chacun des 370 neutrons produits par fission représente un dépôt d'énergie dans le cœur du réacteur, ce qui le réchauffe.

Le *facteur de multiplication k* (important paramètre du réacteur) est le rapport entre le nombre de neutrons présents au début d'une génération et le nombre de neutrons présents au début de la génération suivante. Dans la figure 13.4, le facteur de multiplication est 1 000/1 000, soit exactement l'unité. Quand $k = 1$, le fonctionnement du réacteur est dit exactement *critique*, et c'est ce que l'on veut pour avoir une puissance stable. En fait, on conçoit les réacteurs de façon qu'ils soient *supercritiques* de manière inhérente ($k > 1$) ; on ajuste ensuite le facteur de multiplication pour obtenir le fonctionnement critique ($k = 1$) en enfonçant des **barres de contrôle** dans le cœur du réacteur. Ces barres contiennent une substance, comme le cadmium, qui absorbe facilement les neutrons ; on peut les enfoncer profondément pour réduire la puissance d'opération ou les retirer pour augmenter cette puissance ou pour compenser la tendance des réacteurs à atteindre

Fuite de neutrons thermiques
1 000 neutrons thermiques
1 000 neutrons thermiques
Captures thermiques
1 050 neutrons thermiques
Captures par résonance
1 170 neutrons thermiques
Modérateur
Combustible ^{235}U
Fissions thermiques
1 300 neutrons rapides
1 330 neutrons rapides
Fuite de neutrons rapides
1 370 neutrons rapides
^{238}U
Fissions rapides

Figure 13.4 Comptabilité des neutrons dans un réacteur. Une génération de 1 000 neutrons thermiques interagit avec le combustible ^{235}U, la matrice ^{238}U et le modérateur. Ils produisent 1 370 neutrons par fission : 370 d'entre eux sont perdus par capture sans fission ou par fuite ; il reste donc 1 000 neutrons thermiques pour former la génération suivante. La figure illustre un réacteur fonctionnant à puissance constante.

un niveau *sous-critique* à mesure que les produits de fission (qui absorbent les neutrons) s'accumulent dans le cœur.

Si vous retiriez rapidement l'une des barres de contrôle, à quel taux la puissance augmenterait-elle ? Le *temps de réponse* dépend d'une situation particulière et fascinante, soit celle où une petite fraction des neutrons générés par fission ne s'échappe pas immédiatement des fragments de fission nouvellement formés, mais plus tard, au moment où les fragments se désintègrent par émission bêta. Des 370 « nouveaux » neutrons produits dans la figure 13.4, par exemple, 16 peut-être sont retardés, étant émis par les fragments après les désintégrations bêta, dont les demi-vies durent entre 0,2 s et 55 s. Ces neutrons retardés sont peu nombreux, mais ils sont utiles pour ralentir le temps de réponse du réacteur de façon qu'il corresponde aux temps des réactions mécaniques.

La figure 13.5 est le schéma d'une centrale électrique à *réacteur à eau sous pression*, type de centrale couramment utilisé aux États-Unis. Dans un tel réacteur, l'eau sert de modérateur et de milieu de transfert de la chaleur. Dans la *première boucle*, elle circule dans l'appareil du réacteur et transfère l'énergie à température et pression élevées (600 K et 150 atm possibles) du cœur chaud du réacteur à la chaudière, qui fait partie de la *deuxième boucle*. Au Canada, les réacteurs CANDU (*Canadian deuterium-uranium*) utilisent de l'eau lourde (D_2O) comme modérateur et comme milieu de transfert de chaleur circulant dans le cœur. Dans la chaudière, l'évaporation fournit une vapeur à pression élevée qui permet d'actionner la turbine qui entraîne le générateur d'électricité. Pour compléter la *deuxième boucle*, la vapeur à faible pression de la turbine est refroidie et condensée en eau, puis poussée dans la chaudière par une pompe. Sachez qu'un réacteur typique d'une centrale (électrique) de 1 000 MW peut atteindre une hauteur de 12 m et un poids de 4 MN. L'eau circule dans la première boucle à un débit approximatif de 1 ML/min.

L'utilisation de réacteurs nucléaires engendre inévitablement une accumulation de déchets radioactifs, dont des produits de fission et des nucléides *transuraniens* lourds, comme le plutonium et l'américium. Le taux auquel ces déchets dégagent de l'énergie sous forme thermique constitue une mesure de leur radioactivité. La figure 13.6 montre la puissance thermique générée par les déchets produits en une année d'opération dans une grande centrale nucléaire type. Notez que les deux échelles sont logarithmiques. La plupart des crayons de combustible « épuisés » des réacteurs nucléaires sont entreposés

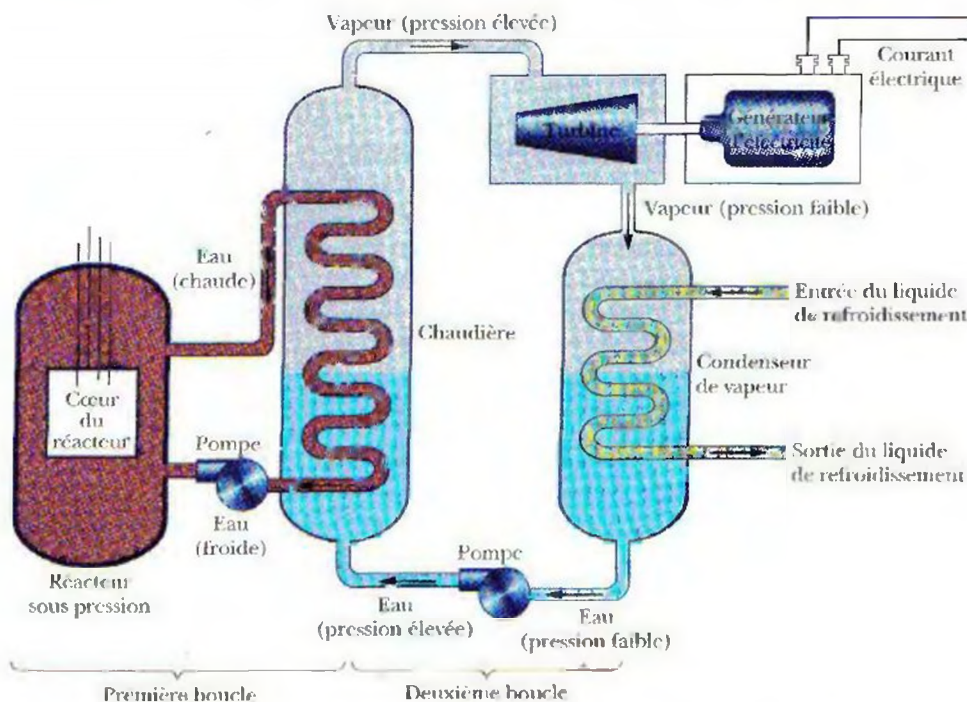


Figure 13.5 Schéma simplifié d'un réacteur nucléaire à eau sous pression. Il y manque de nombreux éléments, dont le dispositif de refroidissement du cœur en cas d'urgence.

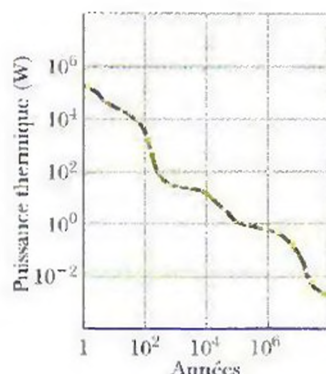


Figure 13.6 Graphique de la puissance thermique dégagée par les déchets radioactifs résultant d'une année d'opération dans une grande centrale nucléaire type en fonction du temps. La courbe est une superposition des actions de nombreux radionucléides, qui ont une grande diversité de demi-vies. Notez que les deux échelles sont logarithmiques.

in situ, immergés dans l'eau ; on doit donc encore construire des sites d'entreposage permanent pour les déchets nucléaires.

Une grande quantité de déchets radioactifs provenant d'armes, accumulés durant la Seconde Guerre mondiale et au cours des années subséquentes, sont encore entreposés dans des sites construits à cette fin. Par exemple, la figure 13.7 montre un ensemble de réservoirs souterrains en construction au site de Hanford, dans l'État de Washington ; chaque grand réservoir contient 1 ML de déchets liquides hautement radioactifs. Ce site compte aujourd'hui 152 réservoirs. De plus, beaucoup de déchets solides, faiblement radioactifs (des vêtements contaminés, par exemple) et hautement radioactifs (les piles nucléaires de sous-marins démontés, par exemple), sont ensevelis dans les tranchées.



Figure 13.7 Un ensemble de réservoirs souterrains en construction pendant la Seconde Guerre mondiale au site de Hanford, dans l'État de Washington. Observez les camions et les ouvriers. Chaque grand réservoir contient actuellement 1 ML de déchets hautement radioactifs.

Exemple 13.2

Une grande centrale électrique est alimentée par un réacteur nucléaire à eau sous pression. La puissance thermique produite dans le cœur du réacteur est de 3 400 MW ; la centrale génère 1 100 MW d'électricité. La masse de combustible est $8,60 \times 10^4$ kg d'uranium, sous forme d'oxyde d'uranium, distribué dans $5,70 \times 10^4$ crayons. L'uranium est enrichi de 3,0 % de ^{235}U.

a) Quel est le rendement de la centrale ?

SOLUTION : Le **concept clé** est la définition du rendement de cette centrale électrique ou de tout autre appareil : rapport entre la puissance de production (taux auquel l'énergie utile est obtenue) et la puissance fournie (taux auquel l'énergie doit être fournie). Ici, le rendement (rend) est

$$\text{rend} = \frac{\text{puissance de production}}{\text{puissance fournie}} = \frac{1\ 100 \text{ MW (électrique)}}{3\ 400 \text{ MW (thermique)}}$$
$$= 0,32, \text{ ou } 32\ \%. \qquad \text{(réponse)}$$

Le rendement (comme dans toutes les centrales électriques) obéit au deuxième principe de la thermodynamique. Pour que cette centrale fonctionne, il doit y avoir un taux de 3 400 MW − 1 100 MW, soit 2 300 MW, de perte d'énergie ; cette énergie est dispersée sous forme thermique dans l'environnement.

b) À quel taux R la fission se produit-elle dans le cœur du réacteur ?

SOLUTION : Voici les **concepts clés** qu'on doit utiliser pour résoudre le problème : 1) les fissions fournissent une puissance P de 3 400 MW ($= 3,4 \times 10^9$ J/s) ; et 2) selon l'équation 13.6, l'énergie Q dégagée par chaque fission est d'environ 200 MeV. Donc, pour arriver à une opération stable (P constante), on obtient :

$$R = \frac{P}{Q} = \left(\frac{3,4 \times 10^9 \text{ J/s}}{200 \text{ MeV/fission}}\right)\left(\frac{1 \text{ MeV}}{1,60 \times 10^{-13} \text{ J}}\right)$$
$$= 1,06 \times 10^{20} \text{ fissions/s}$$
$$\approx 1,1 \times 10^{20} \text{ fissions/s}. \qquad \text{(réponse)}$$

c) À quel taux (en kilogrammes par jour) le combustible ^{235}U disparaît-il ? Tenez compte des conditions présentes au début des opérations.

SOLUTION : Ici, le **concept clé** est que le ^{235}U disparaît en raison de deux procédés : 1) la fission au taux calculé en b), et 2) la capture sans fission de neutrons à environ le quart de ce taux. Donc, le taux total de disparition de ^{235}U est

$$(1 + 0,25)(1,06 \times 10^{20} \text{ atomes/s}) = 1,33 \times 10^{20} \text{ atomes/s}.$$

On doit maintenant avoir la masse de chaque atome de ^{235}U. On ne peut utiliser la masse molaire de l'uranium donnée dans l'annexe F parce que c'est celle de l'isotope ^{238}U, l'isotope d'uranium le plus abondant. Il faut plutôt supposer que la masse de chaque atome de ^{235}U en unités de masse atomique est égale au nombre de masse A.

Donc, la masse de chaque atome de ^{235}U est 235 u (= $3{,}90 \times 10^{-25}$ kg). Donc, le taux auquel le combustible ^{235}U disparaît est

$$\frac{dM}{dt} = (1{,}33 \times 10^{20} \text{ atomes/s})(3{,}90 \times 10^{-25} \text{ kg}) = 5{,}19 \times 10^{-5} \text{ kg/s} \approx 4{,}5 \text{ kg/j.} \qquad \text{(réponse)}$$

d) À ce taux de combustion, combien de temps la réserve de combustible ^{235}U durera-t-elle ?

SOLUTION : On sait déjà que la masse totale de ^{235}U correspond à 3,0 % des $8{,}6 \times 10^4$ kg d'oxyde d'uranium. Le **concept clé** ici est donc que le temps T requis pour consumer cette masse totale de ^{235}U au taux constant de 4,5 kg/j est

$$T = \frac{(0{,}030)(8{,}6 \times 10^4 \text{ kg})}{4{,}5 \text{ kg/j}} \approx 570 \text{ j.} \qquad \text{(réponse)}$$

En pratique, il faut remplacer les crayons de combustible (habituellement en groupes) avant que le ^{235}U qu'ils contiennent soit entièrement consumé.

e) À quel taux la masse est-elle convertie en d'autres formes d'énergie par la fission du ^{235}U dans le cœur du réacteur ?

SOLUTION : Ici, le **concept clé** est que la conversion de l'énergie au repos en d'autres formes d'énergie est uniquement liée à la fission qui fournit la puissance (3 400 MW), non à la capture sans fission des neutrons (bien que ces deux processus influencent le taux de consommation de ^{235}U). Donc, en s'inspirant de la relation d'Einstein $E_0 = mc^2$, on peut écrire

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dE_0/dt}{c^2} = \frac{3{,}4 \times 10^9 \text{ W}}{(3{,}00 \times 10^8 \text{ m/s})^2} = 3{,}8 \times 10^{-8} \text{ kg/s} = 3{,}3 \text{ g/j.} \qquad \text{(réponse)}$$

On constate que le taux de conversion de la masse correspond à environ la masse d'une pièce de monnaie par jour, ce qui est considérablement moins que le taux de consommation calculé en c).

13.5 Un réacteur nucléaire naturel

Le 2 décembre 1942, quand leur premier réacteur est devenu opérationnel (figure 13.8), Enrico Fermi et ses collaborateurs étaient en droit de supposer qu'ils avaient conçu le premier réacteur à fission de l'histoire de la Terre. Cependant, environ 30 ans plus tard, on a découvert que, s'ils l'ont vraiment pensé, ils étaient dans l'erreur.

Il y a quelque deux milliards d'années, dans un dépôt d'uranium maintenant exploité près de Franceville au Gabon, en Afrique équatoriale, un réacteur à fission naturel s'est apparemment mis en marche et a peut-être fonctionné durant plusieurs centaines de milliers d'années avant de s'éteindre. Il est possible de vérifier si cet événement s'est réellement produit en répondant à deux questions.

1. *Y avait-il assez de combustible ?* Dans un réacteur à fission d'uranium, le combustible doit être l'isotope ^{235}U facilement fissile, qui ne constitue que 0,72 % de l'uranium naturel. Ce rapport a été mesuré dans des échantillons terrestres, dans des rochers provenant de la Lune et dans des météorites ; dans tous les cas, le taux est le même. L'indice qui a mené à cette découverte au Gabon était que l'uranium de ce dépôt était déficient en ^{235}U, certains échantillons affichant des taux aussi faibles que 0,44 %. Les études suggérèrent que ce déficit en ^{235}U pourrait s'expliquer si, à une certaine époque, le ^{235}U avait été partiellement consumé par l'opération d'un réacteur à fission naturel.



Figure 13.8 Tableau montrant le premier réacteur nucléaire, assemblé pendant la Seconde Guerre mondiale sur un terrain de squash à l'Université de Chicago par une équipe dirigée par Enrico Fermi. Ce réacteur, devenu opérationnel le 2 décembre 1942, a été construit avec des boules d'uranium encastrées dans des blocs de granite. Il servit de prototype aux réacteurs ultérieurs, dont le but était de fabriquer du plutonium ; on se servait du plutonium pour construire des armes nucléaires.

Un sérieux problème demeure : si on travaille en fonction d'un taux d'isotope de seulement 0,72 %, la construction d'un réacteur (comme l'ont appris Fermi et son équipe) repose sur une conception rigoureuse et on doit prêter une attention scrupuleuse aux détails. Les chances qu'un réacteur nucléaire devienne critique « naturellement » semblent nulles.

Cependant, dans un lointain passé, les choses étaient différentes. Les isotopes ^{235}U et ^{238}U sont tous deux radioactifs, et ont des demi-vies respectives de $7,04 \times 10^8$ a et de $44,7 \times 10^8$ a. Donc, la demi-vie de l'isotope ^{235}U, qui est facilement fissile, est environ 6,4 fois plus courte que celle de l'isotope ^{238}U. Puisque le ^{235}U se désintègre plus rapidement que le ^{238}U, il était plus abondant que ce dernier dans le passé. Il y a deux milliards d'années, en fait, son taux dans l'uranium n'était pas de 0,72 %, comme maintenant, mais de 3,8 %. Ce qui correspond au taux dans l'uranium naturel qui est artificiellement enrichi pour servir de combustible dans les réacteurs nucléaires modernes.

En raison de la disponibilité de ce combustible facilement fissile (et d'autres conditions), la présence d'un réacteur naturel est moins surprenante. Le combustible était là. Il y a deux milliards d'années, la forme de vie la plus développée était l'algue bleue.

2. *Quelle est la preuve de l'existence de ce réacteur?* La seule réduction du ^{235}U dans un dépôt de minerai ne prouve pas qu'un réacteur à fission naturel ait existé. Il faut chercher des preuves plus convaincantes.

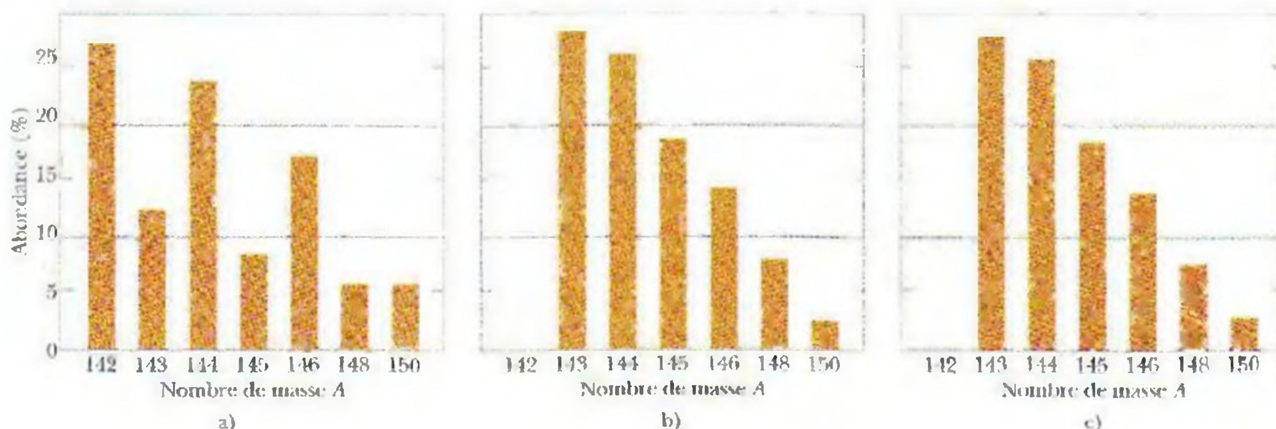
S'il y a déjà eu un réacteur, il devrait aujourd'hui y avoir des produits de fission. Parmi la trentaine d'éléments qui produisent des isotopes stables dans un réacteur, certains doivent encore être présents. La mesure de leur abondance pourrait fournir la preuve dont on a besoin.

Parmi les nombreux éléments étudiés, le cas du néodyme est particulièrement convaincant. La figure 13.9 a) donne l'abondance des sept isotopes du néodyme qu'on trouve normalement dans la nature. La figure 13.9 b) donne ces abondances telles qu'elles apparaissent dans les produits finaux stables de la fission de ^{235}U. Les différences ne sont pas surprenantes, considérant les origines totalement différentes des deux ensembles d'isotopes. Notez particulièrement que le ^{142}Nd, isotope dominant dans l'élément naturel, est absent dans les produits de fission.

La principale question est alors la suivante : à quoi ressemblent les isotopes de néodyme trouvés dans le minerai d'uranium du Gabon ? Si un réacteur naturel a fonctionné à cet endroit, on s'attend à trouver des isotopes provenant des *deux* sources (c'est-à-dire autant des isotopes naturels que des isotopes provenant de la fission). La figure 13.9 c) présente les abondances de ces isotopes ; on a tenu compte ici des deux sources et quelques corrections ont été apportées aux données. La comparaison des figures 13.9 b) et 13.9 c) indique qu'il y a bel et bien eu un réacteur à fission naturel ayant fonctionné à cet endroit.

Le fait que les produits de fission de ce réacteur naturel du Gabon n'aient pas voyagé loin du site de leur production depuis deux milliards d'années peut constituer un argument en faveur d'un entreposage à long terme de déchets radioactifs dans un environnement géologique adéquat.

Figure 13.9 La distribution selon le nombre de masse des isotopes de néodyme tels qu'ils apparaissent a) dans les dépôts terrestres naturels des minerais de cet élément et b) dans le combustible épuisé d'une centrale nucléaire. c) La distribution (après plusieurs corrections) du néodyme trouvé dans la mine d'uranium du Gabon, en Afrique équatoriale. Notez que b) et c) sont pratiquement identiques, et plutôt différents de a).



Exemple 13.3

Le rapport entre le ^{235}U et le ^{238}U dans un dépôt d'uranium naturel est aujourd'hui 0,007 2. Quel était ce rapport il y a $2,0 \times 10^9$ a ? Les demi-vies des deux isotopes sont respectivement de $7,04 \times 10^8$ a et de $44,7 \times 10^8$ a.

SOLUTION : Ici, le concept clé est que le rapport N_5/N_8 entre le ^{235}U et le ^{238}U au temps $t = 0$ n'était pas égal à 0,007 2 (rapport actuel, au temps $t = 2,0 \times 10^9$ a) parce que ces deux isotopes se sont désintégrés à des taux différents. Soit $N_5(0)$ et $N_8(0)$, les nombres d'isotopes dans un échantillon d'uranium à $t = 0$, et $N_5(t)$ et $N_8(t)$, les nombres d'isotopes à un temps ultérieur t. Donc, on peut utiliser l'équation 12.14 pour écrire le nombre de chaque isotope au temps t par rapport au nombre au temps $t = 0$:

$$N_5(t) = N_5(0)e^{-\lambda_5 t} \quad \text{et} \quad N_8(t) = N_8(0)e^{-\lambda_8 t},$$

où λ_5 et λ_8 sont les constantes de désintégration correspondantes. Si on les divise, on obtient

$$\frac{N_5(t)}{N_8(t)} = \frac{N_5(0)}{N_8(0)} e^{-(\lambda_5-\lambda_8)t}.$$

Puisqu'on cherche le rapport $N_5(0)/N_8(0)$, on réarrange cette équation ainsi :

$$\frac{N_5(0)}{N_8(0)} = \frac{N_5(t)}{N_8(t)} e^{(\lambda_5-\lambda_8)t}. \tag{13.8}$$

On calcule les constantes de désintégration en utilisant l'équation 12.17 et les valeurs des demi-vies, ce qui donne

$$\lambda_5 = \frac{\ln 2}{T_{1/2,5}} = \frac{\ln 2}{7,04 \times 10^8 \text{ a}} = 9,85 \times 10^{-10} \text{ a}^{-1}$$

et
$$\lambda_8 = \frac{\ln 2}{T_{1/2,8}} = \frac{\ln 2}{44,7 \times 10^8 \text{ a}} = 1,55 \times 10^{-10} \text{ a}^{-1}.$$

L'exposant de l'équation 13.8 est alors

$$(\lambda_5 - \lambda_8)t = [(9,85 - 1,55) \times 10^{-10} \text{ a}^{-1}](2 \times 10^9 \text{ a}) = 1,66.$$

L'équation 13.8 donne

$$\frac{N_5(0)}{N_8(0)} = \frac{N_5(t)}{N_8(t)} e^{(\lambda_5-\lambda_8)t} = (0,007\,2)(e^{1,66}) = 0,037\,9 \approx 3,8\,\%. \quad \text{(réponse)}$$

Le rapport entre le ^{235}U et le ^{238}U était encore plus élevé (environ 30 %) à l'époque de la formation de la Terre, il y a 4,5 milliards d'années.

13.6 La fusion thermonucléaire : principe de base

La courbe de l'énergie de liaison par nucléon de la figure 12.6 démontre qu'il peut y avoir dégagement d'énergie si deux noyaux légers se combinent pour former un noyau plus gros, processus appelé **fusion** nucléaire. Ce processus est inhibé par la répulsion coulombienne qui empêche les deux particules chargées positivement de se rapprocher suffisamment pour se trouver dans la portée de leurs interactions fortes attractives et « fusionner ». La hauteur de cette *barrière coulombienne* dépend des charges et des rayons des deux noyaux en interaction. Dans l'exemple 13.4, on démontre que, dans le cas de deux protons ($Z = 1$), la hauteur de la barrière est 400 keV. Dans le cas de particules ayant des charges plus élevées, la barrière a, bien sûr, une hauteur supérieure.

Pour générer des quantités utiles d'énergie, la fusion nucléaire doit se produire dans une matière solide. La meilleure façon de produire cette fusion est d'élever la température du matériau jusqu'à ce que les particules possèdent suffisamment d'énergie (en raison de leurs seuls mouvements thermiques) pour pénétrer dans la barrière coulombienne. Ce processus est appelé **fusion thermonucléaire.**

Dans les études des phénomènes thermonucléaires, les températures sont exprimées en énergie cinétique K des particules en interaction ; cette expression découle de la relation

$$K = kT, \tag{13.9}$$

où K est l'énergie cinétique correspondant à la vitesse *la plus probable* des particules en jeu et k est la constante de Boltzmann (voir l'annexe B) ; la température T est exprimée en kelvins. Donc, au lieu de dire « la température au centre du Soleil est $1,5 \times 10^7$ K », il est plus courant de dire « la température au centre du Soleil est 1,3 keV ».

La température ambiante correspond à $K \approx 0,03$ eV ; une particule possédant seulement cette énergie ne pourrait surmonter une barrière aussi haute que 400 keV, par exemple. Même au centre du Soleil, où $kT = 1,3$ keV, les possibilités de fusion thermonucléaire ne semblent pas prometteuses à première vue. On sait que la fusion thermonucléaire non seulement se produit dans le cœur du Soleil, mais qu'elle est le principe dominant de ce corps et de toutes les autres étoiles.

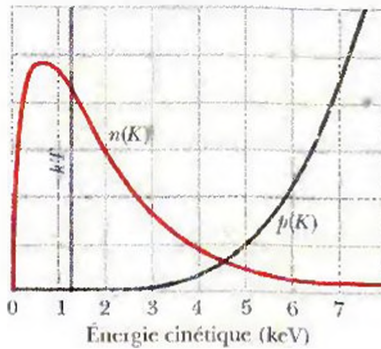


Figure 13.10 La courbe nommée $n(K)$ donne le nombre volumique (le nombre par unité de volume) de protons par unité d'énergie au centre du Soleil. La courbe nommée $p(K)$ donne la probabilité de pénétration dans la barrière (et, ainsi, de fusion) par rapport aux collisions proton-proton à la température du cœur du Soleil. La droite verticale indique la valeur de kT à cette température. Notez que les deux courbes sont tracées à des échelles verticales arbitraires (différentes).

Ce casse-tête est résolu quand on constate deux faits : 1) l'énergie calculée avec l'équation 13.9 est celle des particules ayant la vitesse la plus probable ; il y a des particules qui possèdent des vitesses beaucoup plus élevées et, par conséquent, des énergies beaucoup plus élevées ; 2) les hauteurs des barrières qu'on a calculées représentent leurs *pics*. La traversée des barrières par effet tunnel peut se produire à des énergies considérablement inférieures à celles de ces pics, comme dans la désintégration alpha, principe qu'on a vu dans la section 12.4.

La figure 13.10 en fait la somme. La courbe nommée $n(K)$ y représente la distribution de Maxwell des protons dans le cœur du Soleil ; elle est tracée pour correspondre à la température centrale du Soleil. Plus spécifiquement, l'expression $n(K)\,dK$ donne la probabilité qu'un proton ait une énergie cinétique se situant entre K et $K + dK$. La valeur de kT dans le cœur du Soleil est indiquée par la droite verticale dans la figure ; notez que de nombreux protons dans le cœur du Soleil possèdent des énergies supérieures à cette valeur.

La courbe nommée $p(K)$ dans la figure 13.10 représente la probabilité de pénétration dans la barrière de deux protons en collision. Les deux courbes de cette figure suggèrent qu'il existe une énergie particulière du proton à laquelle les fusions proton-proton se produisent à un taux maximal. À des énergies bien supérieures à cette valeur, la barrière est suffisamment transparente, mais trop peu de protons possèdent ces énergies pour que la réaction de fusion puisse être maintenue. Par contre, de nombreux protons possèdent des énergies très inférieures à cette valeur, mais la barrière coulombienne est trop importante.

✔ VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : Laquelle des réactions de fusion potentielles suivantes *ne* se soldera *pas* par un dégagement d'énergie résultante : a) $^{6}Li + {}^{6}Li$, b) $^{4}He + {}^{4}He + {}^{4}He$, c) $^{12}C + {}^{12}C$, d) $^{20}Ne + {}^{20}Ne$, e) $^{35}Cl + {}^{35}Cl$ ou f) $^{14}N + {}^{35}Cl$? (*Indice* : Observez la courbe d'énergie de liaison de la figure 12.6.)

Exemple 13.4

Supposez qu'un proton est une sphère ayant un rayon $R \approx 1$ fm. Deux protons sont projetés l'un vers l'autre avec la même énergie cinétique K.

a) Quelle doit être la valeur de K si les particules sont immobilisées par leur répulsion coulombienne mutuelle à l'instant où elles se « touchent » ? On peut considérer cette valeur de K comme une mesure représentative de la hauteur de la barrière coulombienne.

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : l'énergie mécanique E du système de deux protons est conservée quand ceux-ci se dirigent l'un vers l'autre et s'immobilisent momentanément. Plus particulièrement, l'énergie mécanique initiale E_i est égale à l'énergie mécanique E_f à l'instant où les particules s'immobilisent. L'énergie initiale E_i n'est constituée que de l'énergie cinétique totale $2K$ des deux protons. Quand les protons s'immobilisent, l'énergie E_f n'est constituée que de l'énergie potentielle électrique U du système, comme on le détermine à l'aide de l'équation 4.43 du volume 2 ($U = q_1q_2/4\pi\varepsilon_0 r$). Ici, la distance r qui sépare les protons à l'instant où ils s'immobilisent est la distance entre leurs centres, $2R$, et leurs charges q_1 et q_2 sont toutes deux égales à la charge élémentaire e. On peut donc exprimer la conservation d'énergie $E_i = E_f$ ainsi :

$$2K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{2R}.$$

Ce qui donne, d'après les valeurs connues,

$$K = \frac{e^2}{16\pi\varepsilon_0 R}$$

$$= \frac{(1{,}60 \times 10^{-19}\ \text{C})^2}{(16\pi)(8{,}85 \times 10^{-12}\ \text{F/m})(1 \times 10^{-15}\ \text{m})}$$

$$= 5{,}75 \times 10^{-14}\ \text{J} = 360\ \text{keV} \approx 0{,}4\ \text{MeV}. \quad \text{(réponse)}$$

b) À quelle température un proton contenu dans un gaz de protons aura l'énergie cinétique moyenne calculée en a) et, de ce fait, aura donc une énergie égale à la hauteur de la barrière coulombienne ?

SOLUTION : Ici, le concept clé consiste à considérer le gaz de protons comme un gaz parfait ; donc, l'énergie moyenne des protons est $K_{moy} = \frac{3}{2}kT$, où k est la constante de Boltzmann (l'équation 13.9 donne l'énergie cinétique associée à la vitesse la plus probable, et non l'énergie cinétique moyenne). Si on isole T dans cette équation et qu'on utilise le résultat obtenu en a), on a

$$T = \frac{2K_{moy}}{3k} = \frac{(2)(5{,}75 \times 10^{-14}\ \text{J})}{(3)(1{,}38 \times 10^{-23}\ \text{J/K})}$$

$$\approx 3 \times 10^{9}\ \text{K} \quad \text{(réponse)}$$

La température du cœur du Soleil n'est approximativement que de $1{,}5 \times 10^{7}$ K ; il est donc clair que la fusion dans le cœur du Soleil doit mettre en jeu des protons possédant des énergies de *loin* supérieures à l'énergie moyenne.

13.7 La fusion thermonucléaire dans le Soleil et dans les autres étoiles

Le Soleil rayonne de l'énergie à un taux de $3{,}9 \times 10^{26}$ W depuis plusieurs milliards d'années. D'où vient toute cette énergie ? La combustion chimique est exclue ; si le Soleil était composé de charbon et d'oxygène (dans des proportions adéquates pour la combustion), il n'aurait duré qu'un millier d'années. Une autre possibilité serait que le Soleil rétrécisse lentement sous l'action de ses propres forces gravitationnelles. En transformant l'énergie potentielle gravitationnelle en énergie thermique, il pourrait maintenir sa température et continuer à rayonner. Les calculs démontrent toutefois que ce mécanisme n'est pas le bon ; il produirait une durée de vie solaire trop courte par un facteur d'au moins 500. Ce qui ne laisse que la fusion nucléaire. Le Soleil, comme vous le verrez, ne brûle pas du charbon, mais de l'hydrogène, et dans une chaudière qui n'est ni atomique ni chimique, mais bien nucléaire.

La réaction de fusion dans le Soleil est un processus comportant plusieurs étapes dans lequel l'hydrogène est transformé en hélium, l'hydrogène étant le « combustible » et l'hélium étant les « cendres ». La figure 13.11 illustre la **chaîne proton-proton** (p-p) que ce processus suit.

La chaîne p-p commence par la collision de deux protons (^{1}H + ^{1}H) qui forment un deutéron (^{2}H), avec création simultanée d'un positron (e^+) et d'un neutrino (ν). Le positron rencontre rapidement un électron libre (e^-) dans le Soleil, et ces deux particules s'annihilent (voir la section 1.6 du volume 2), leur énergie au repos apparaissant sous la forme de deux photons de rayon gamma (γ).

Une paire de tels événements apparaît dans la ligne du haut de la figure 13.11. Ces événements sont extrêmement rares. En fait, il n'y a formation d'un deutéron qu'une fois toutes les 10^{26} collisions proton-proton, environ ; dans la grande majorité des cas, les deux protons rebondissent simplement l'un sur l'autre, de manière élastique. C'est la lenteur de ce processus en « goulot d'étranglement » qui régule le taux de production d'énergie et empêche le Soleil d'exploser. Malgré cette lenteur, il y a tellement de protons dans le gigantesque et dense volume du cœur du Soleil que le deutérium y est produit ainsi au taux de 10^{12} kg/s.

Une fois produit, le deutéron heurte rapidement un autre proton et forme un noyau de ^{3}He, comme l'illustre la ligne du centre de la figure 13.11. Deux noyaux de ^{3}He peuvent finalement (en 10^5 a, ils ont suffisamment de temps) se trouver, formant une particule alpha (^{4}He) et deux protons, comme l'indique la dernière ligne de la figure.

Dans la figure 13.11, on voit que la chaîne p-p équivaut à la combinaison de quatre protons et de deux électrons pour former une particule alpha, deux neutrinos et six photons de rayon gamma, c'est-à-dire



$$4\,{}^1\text{H} + 2e^- \rightarrow {}^4\text{He} + 2\nu + 6\gamma. \qquad (13.10)$$

On ajoute deux électrons à chaque membre de l'équation 13.10 pour obtenir



$$(4\,{}^1\text{H} + 4e^-) \rightarrow ({}^4\text{He} + 2e^-) + 2\nu + 6\gamma. \qquad (13.11)$$

Les grandeurs entre les deux ensembles de parenthèses représentent alors des *atomes* (non pas des noyaux seuls) d'hydrogène et d'hélium. Ce qui permet de calculer le dégagement d'énergie de la réaction générale de l'équation 13.10 (et de l'équation 13.11) ainsi :

$$\begin{aligned} Q &= -\Delta m\, c^2 \\ &= -[4{,}002\,603\text{ u} - (4)(1{,}007\,825\text{ u})](931{,}5\text{ MeV/u}) \\ &= 26{,}7\text{ MeV}. \end{aligned}$$

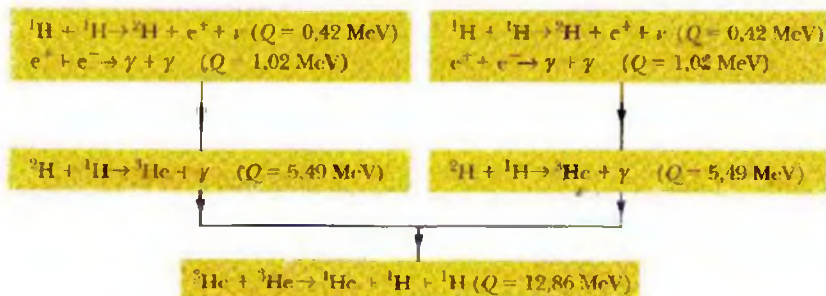


Figure 13.11 La chaîne proton-proton qui explique la production d'énergie dans le Soleil. Dans ce processus, les protons fusionnent pour former une particule alpha (^{4}He), chacun des événements dégageant une énergie nette de 26,7 MeV.

où 4,002 603 u est la masse d'un atome d'hélium et 1,007 825 u est celle d'un atome d'hydrogène. Les neutrinos ayant tout au plus une masse négligeable et les photons de rayons gamma ayant une masse nulle, ils n'entrent pas dans le calcul de l'énergie de désintégration.

Cette même valeur de Q découle (comme il se doit) de l'addition des valeurs de Q dans les étapes distinctes de la chaîne proton-proton de la figure 13.11. Donc,

$$Q = (2)(0,42\ \text{MeV}) + (2)(1,02\ \text{MeV}) + (2)(5,49\ \text{MeV}) + 12,86\ \text{MeV}$$
$$= 26,7\ \text{MeV}.$$

De cette quantité d'énergie, environ 0,5 MeV est transporté hors du Soleil par les deux neutrinos présents dans les équations 13.10 et 13.11 ; le reste (= 26,2 MeV) se dépose dans le cœur du Soleil sous forme d'énergie thermique. Cette énergie thermique est ensuite graduellement transportée vers la surface du Soleil d'où elle rayonne en s'éloignant sous forme d'ondes électromagnétiques, dont la lumière visible fait partie.

La combustion de l'hydrogène dans le cœur du Soleil est analogue à de l'alchimie à grande échelle quand on considère qu'un élément est transformé en un autre. Cependant, les alchimistes du Moyen Âge cherchaient davantage à changer le plomb en or que l'hydrogène en hélium. Dans un sens, ils étaient sur la bonne voie, sauf que leurs fours n'étaient pas assez chauds. Au lieu d'être à une température de 600 K, par exemple, ils auraient dû atteindre une température d'au moins 10^8 K.

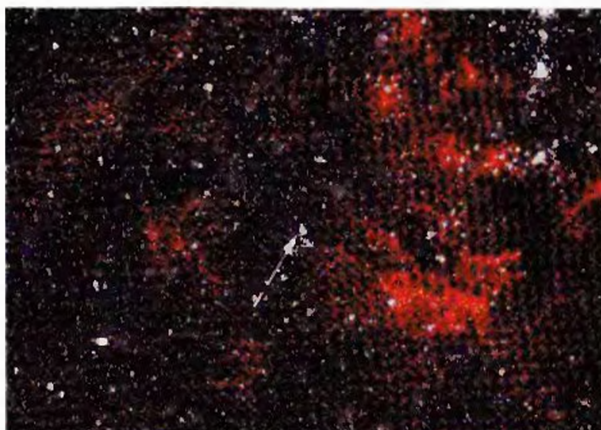
Il y a combustion de l'hydrogène dans le Soleil depuis environ 5×10^9 a ; les calculs démontrent qu'il reste suffisamment d'hydrogène pour que cet astre brille encore autant de temps dans le futur. Ainsi, dans cinq milliards d'années, le cœur du Soleil, qui sera alors largement composé d'hélium, commencera à se refroidir et le Soleil commencera à s'effondrer sur lui-même en raison de sa propre gravité. Ce phénomène fera augmenter la température du cœur et provoquera une expansion de l'enveloppe externe, transformant le Soleil en ce qu'on appelle une *géante rouge*.

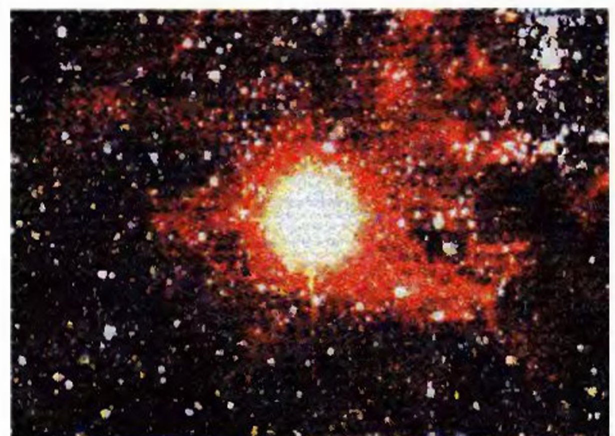
Si la température du cœur atteint environ 10^8 K, la fusion peut encore produire de l'énergie, cette fois par la combustion de l'hélium, qui forme du carbone. À mesure qu'une étoile évolue davantage et devient encore plus chaude, les réactions de fusion peuvent former d'autres éléments. Cependant, les éléments plus massifs que ceux situés près du pic de la courbe de l'énergie de liaison illustrée dans la figure 12.6 ne peuvent être produits par des fusions ultérieures.

On croit que les éléments ayant des nombres de masse qui vont au-delà de ce pic sont formés par la capture de neutrons pendant les explosions stellaires cataclysmiques qu'on appelle *supernovæ* (figure 13.12). Au cours d'un tel événement, la couche externe de l'étoile est soufflée au loin, où elle se mêle au milieu ténu qui remplit l'espace interstellaire. C'est à partir de ce milieu, continuellement enrichi par des débris d'explosions stellaires, que les nouvelles étoiles se forment par effondrement sous l'influence de la force gravitationnelle.

L'abondance, sur terre, d'éléments plus lourds que l'hydrogène et l'hélium laisse penser que le système solaire s'est formé à partir de matière interstellaire contenant des restes de telles explosions. Par conséquent, tous les éléments qui vous entourent (y compris ceux qui composent votre organisme) ont été fabriqués à l'intérieur d'étoiles qui n'existent plus. Un scientifique a déjà dit que les êtres humains sont, en vérité, les enfants des étoiles.

Figure 13.12 a) L'étoile appelée Sanduleak telle qu'elle apparaissait jusqu'en 1987. b) À cette date, la lumière de sa supernova est parvenue jusqu'ici ; l'explosion fut 100 millions de fois plus grosse que le Soleil et pouvait être vue à l'œil nu. Cette explosion a eu lieu à 155 000 années-lumière de la Terre ; elle s'est donc produite il y a 155 000 ans.


a)


b)

Exemple 13.5

À quel taux dm/dt l'hydrogène est-il consumé dans le cœur du Soleil par la chaîne p-p illustrée dans la figure 13.11 ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : le taux dE/dt auquel la consommation d'hydrogène (proton) produit de l'énergie est égal au taux L (qu'on appelle la luminosité du Soleil) auquel le Soleil rayonne l'énergie :

$$L = \frac{dE}{dt}.$$

Pour insérer le taux de consommation de la masse dm/dt dans cette équation, on peut la récrire ainsi :

$$L = \frac{dE}{dt} = \frac{dE}{dm}\frac{dm}{dt} \approx \frac{\Delta E}{\Delta m}\frac{dm}{dt}, \qquad (13.12)$$

où ΔE est l'énergie produite quand les protons de masse Δm sont consumés. Dans le texte de cette section, il est démontré que 26,2 MeV ($= 4{,}20 \times 10^{-12}$ J) d'énergie thermique sont produits lorsque quatre protons sont consumés, c'est-à-dire que $\Delta E = 4{,}20 \times 10^{-12}$ J pour une consommation de masse de $\Delta m = 4(1{,}67 \times 10^{-27}$ kg). Si on insère ces données dans l'équation 13.12 et qu'on utilise la luminosité L du Soleil donnée dans l'annexe C, on constate que

$$\frac{dm}{dt} = \frac{\Delta m}{\Delta E}L = \frac{4(1{,}67 \times 10^{-27}\ \text{kg})}{4{,}20 \times 10^{-12}\ \text{J}}(3{,}90 \times 10^{26}\ \text{W})$$
$$= 6{,}21 \times 10^{11}\ \text{kg/s}. \qquad \text{(réponse)}$$

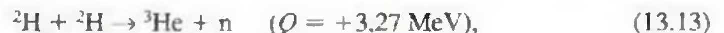
Donc, une gigantesque quantité d'hydrogène est consumée par le Soleil à chaque seconde. Cependant, ne craignez pas que le Soleil épuise son hydrogène, car sa masse de 2×10^{30} kg lui permettra de briller durant très, très longtemps.

13.8 La fusion thermonucléaire contrôlée

La première réaction thermonucléaire sur terre s'est produite dans l'atoll Eniwetok le 1er novembre 1952, quand les États-Unis ont fait exploser une bombe à fusion, générant un dégagement d'énergie équivalent à 10 millions de tonnes de TNT. Les températures élevées et les densités de particules nécessaires pour déclencher cette réaction ont été atteintes à l'aide d'une bombe à fission qui a servi d'amorce.

Il est considérablement plus difficile de concevoir une source continue et contrôlable de fusion (un réacteur à fusion faisant partie, par exemple, d'une centrale électrique). Plusieurs pays du monde poursuivent néanmoins sans relâche cet objectif, car nombreux sont ceux qui considèrent le réacteur à fusion comme la source d'énergie du futur, du moins pour la production d'électricité.

La chaîne p-p présentée dans la figure 13.11 n'est pas appropriée pour un réacteur à fusion terrestre parce qu'elle représente un phénomène beaucoup trop lent. Ce processus ne se produit qu'à l'intérieur du Soleil en raison de l'énorme densité des protons s'y trouvant. Sur terre, l'utilisation de deux réactions deutéron-deutéron (d-d) semble plus réalisable,



$$^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{He} + \text{n} \quad (Q = +3{,}27\ \text{MeV}), \qquad (13.13)$$



$$^2\text{H} + {}^2\text{H} \rightarrow {}^3\text{H} + {}^1\text{H} \quad (Q = +4{,}03\ \text{MeV}), \qquad (13.14)$$

tout comme la réaction deutéron-triton (d-t)*



$$^2\text{H} + {}^3\text{H} \rightarrow {}^4\text{He} + \text{n} \quad (Q = +17{,}59\ \text{MeV}). \qquad (13.15)$$

L'isotope deutérium, source de deutérons pour ces réactions, a une abondance de seulement 1 partie par 6 700 dans les échantillons d'hydrogène, mais il est disponible en quantité illimitée en tant que composante de l'eau de mer. Les promoteurs de l'énergie nucléaire décrivent le choix énergétique ultime de l'être humain (lorsque le combustible fossile sera épuisé) comme « la combustion de rochers » (fission de l'uranium extrait de minerais) ou « la combustion de l'eau » (fusion du deutérium extrait de l'eau).

Trois conditions doivent être remplies pour qu'un réacteur thermonucléaire fonctionne.

1. *Un nombre volumique n élevé.* Le nombre volumique de particules interagissant (nombre de deutérons par unité de volume, par exemple) doit être assez grand pour permettre un taux de collisions d-d suffisamment important. Aux températures élevées requises, le deutérium serait complètement ionisé, formant un **plasma** neutre (gaz ionisé) de deutérons et d'électrons.
2. *Une température de plasma élevée T.* Le plasma doit être chaud. Sinon, les deutérons en collision ne posséderaient pas l'énergie suffisante pour pénétrer dans la barrière coulombienne qui tend à les maintenir éloignés les uns des autres. En laboratoire, on a réussi à atteindre une température de plasma ionisé de 35 keV, correspondant à 4×10^8 K, soit environ 30 fois celle du centre du Soleil.

* Le noyau de l'isotope d'hydrogène ^{3}H (tritium) est appelé *triton*. C'est un radionucléide ayant une demi-vie de 12,3 a.

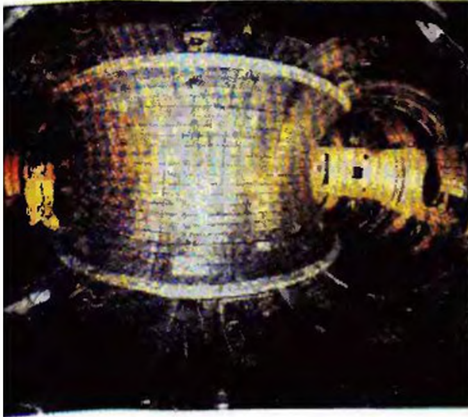


Figure 13.13 Le réacteur d'essai de fusion Tokamak à l'Université de Princeton

3. *Une longue période de confinement* τ. Un problème majeur consiste à maintenir le plasma chaud à une densité et à une température suffisamment élevées pour permettre la fusion d'une quantité appréciable de combustible. Pour ce faire, on doit conserver le plasma chaud assez longtemps, et il est clair qu'aucun contenant solide ne peut supporter les températures requises ; il est donc nécessaire de concevoir des techniques de confinement appropriées ; on verra bientôt deux d'entre elles.

Il peut être démontré que, pour qu'un réacteur thermonucléaire fonctionne en employant la réaction d-t, il est nécessaire d'avoir

$$n\tau > 10^{20}\ \text{s/m}^3. \tag{13.16}$$

Cette condition, appelée **critère de Lawson,** indique qu'on a le choix de confiner une grande quantité de particules durant une courte période ou d'en confiner peu durant une longue période. Outre ce critère, il est nécessaire que la température du plasma soit suffisamment élevée.

Deux méthodes de contrôle de l'énergie nucléaire font actuellement l'objet d'études. Bien qu'aucune ne soit encore concluante, on en poursuit l'étude parce qu'elles sont prometteuses et parce que la fusion contrôlée offre un potentiel important quant à la résolution des problèmes énergétiques mondiaux.

Le confinement magnétique

Dans une version de cette méthode, un champ magnétique ayant une forme particulière confine un plasma chaud dans une chambre toroïdale sous vide appelée **tokamak** (ce nom est une contraction de trois mots russes). Les forces magnétiques agissant sur les particules chargées qui forment le plasma chaud empêchent le plasma de toucher les parois de la chambre. La figure 13.13 présente un tel appareil ; il se trouve au laboratoire des plasmas de l'Université de Princeton.

On chauffe le plasma en y induisant un courant et en le bombardant avec un faisceau de particules accélérées à l'extérieur. Le premier objectif de cette méthode est d'atteindre l'**équilibre énergétique,** ce qui se produit quand le critère de Lawson est atteint ou dépassé. L'objectif ultime est l'**ignition,** qui correspond à une réaction thermonucléaire autosuffisante, accompagnée d'une production nette d'énergie. En 2000, l'ignition n'avait pas encore été réussie, ni dans un tokamak ni dans un autre appareil de confinement magnétique.

Le confinement inertiel

Cette méthode de confinement et de réchauffement du combustible de fusion pour obtenir une réaction thermonucléaire consiste à « bombarder » une pastille de combustible solide de tous les côtés avec d'intenses faisceaux laser, ce qui fait évaporer une certaine quantité de matière de la surface. Cette matière engendre une onde de choc qui se dirige vers l'intérieur et comprime le cœur de la pastille, augmentant à la fois la densité de ses particules et sa température. Ce processus est appelé *confinement inertiel* parce que le combustible est *confiné* dans la pastille et que, en raison de leur *inertie* (leur masse), les particules ne s'échappent pas de la pastille chauffée durant le très court laps de temps que dure le bombardement.

La **fusion par laser,** utilisant le confinement inertiel, est étudiée dans de nombreux laboratoires aux États-Unis et ailleurs. Par exemple, au laboratoire Lawrence Livemore, des pastilles de deutérium-tritium plus petites qu'un grain de sable (figure 13.14) sont bombardées par 10 impulsions laser à haute puissance synchronisées et disposées symétriquement autour de chacune d'elles. Les impulsions laser sont conçues pour fournir une énergie totale de 200 kJ à chaque pastille en moins d'une nanoseconde. Cela représente un apport de puissance d'environ 2×10^{14} W durant l'impulsion, ce qui constitue, grossièrement, 100 fois la capacité de production d'électricité (maintenue) dans le monde !

Dans un réacteur thermonucléaire du type fusion par laser, les pastilles de combustible doivent exploser (comme des bombes à hydrogène miniatures) à un taux qui pourrait être de 10 à 100 par seconde. La faisabilité de la fusion par laser pour produire de l'énergie thermonucléaire n'avait pas encore été démontrée en 2000, mais les recherches continuent à une cadence accélérée.



Figure 13.14 Les petites sphères présentes sur une pièce de 25 cents américains sont des pastilles de combustible deutérium-tritium conçues pour être utilisées dans une chambre à fusion au laser.

Exemple 13.6

Supposez qu'une pastille de combustible dans un appareil de fusion par laser contient un nombre égal d'atomes de deutérium et de tritium (sans aucune autre substance). La masse volumique $\rho = 200$ kg/m³ de la pastille est augmentée par un facteur de 10^3 par l'action des impulsions laser.

a) Combien de particules par unité de volume (deutérons et tritons) la pastille comprimée contient-elle ? La masse molaire M_d des atomes de deutérium est de $2{,}0 \times 10^{-3}$ kg/mol ; la masse molaire M_t des atomes de tritium est de $3{,}0 \times 10^{-3}$ kg/mol.

SOLUTION : Ici, le concept clé est le suivant : dans le cas d'un système constitué d'un seul type de particule, on peut décrire la masse volumique en employant la masse des particules et leur nombre volumique (nombre de particules par unité de volume) :

$$\begin{pmatrix}\text{masse volumique,}\\ \text{kg/m}^3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\text{nombre volumique,}\\ \text{m}^{-3}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\text{masse d'une particule,}\\ \text{kg}\end{pmatrix}. \quad (13.17)$$

Soit n le nombre total de particules par unité de volume dans la pastille comprimée. Le nombre d'atomes de deutérium par unité de volume est $n/2$, et le nombre d'atomes de tritium par unité de volume est aussi $n/2$.

Ensuite, on peut élargir l'équation 13.17 au système constitué de deux types de particules en décrivant la masse volumique ρ' de la pastille comprimée comme la somme des masses volumiques individuelles :

$$\rho' = \frac{n}{2} m_d + \frac{n}{2} m_t, \quad (13.18)$$

où m_d et m_t sont les masses respectives d'un atome de deutérium et d'un atome de tritium. On peut remplacer ces masses par les masses molaires données ; ainsi

$$m_d = \frac{M_d}{N_A} \quad \text{et} \quad m_t = \frac{M_t}{N_A},$$

où N_A est le nombre d'Avogadro. Après avoir effectué ces substitutions et remplacé la masse volumique comprimée ρ' par $1\,000\rho$, on isole n dans l'équation 13.18 pour obtenir

$$n = \frac{2\,000\rho N_A}{M_d + M_t},$$

ce qui donne

$$n = \frac{(2\,000)(200 \text{ kg/m}^3)(6{,}02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1})}{(2{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}) + (3{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol})}$$
$$= 4{,}8 \times 10^{31} \text{ m}^{-3}. \quad \text{(réponse)}$$

b) Selon le critère de Lawson, combien de temps la pastille doit-elle maintenir ce nombre volumique de particules pour que l'équilibre énergétique soit atteint ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : pour que l'équilibre énergétique soit atteint, le nombre volumique comprimé doit être maintenu durant une période τ donnée par l'équation 13.16 ($n\tau > 10^{20}$ s/m³). Donc, on a

$$\tau > \frac{10^{20} \text{ s/m}^3}{4{,}8 \times 10^{31} \text{ m}^{-3}} \approx 10^{-12} \text{ s}. \quad \text{(réponse)}$$

(La température du plasma doit également être suffisamment élevée.)

RÉVISION ET RÉSUMÉ

L'énergie du noyau Les processus nucléaires sont environ un million de fois plus efficaces, par unité de masse, que les processus chimiques pour transformer de la masse en énergie.

La fission nucléaire L'équation 13.1 illustre une **fission** du ^{236}U induite par le bombardement de ^{235}U avec des neutrons thermiques. Les équations 13.2 et 13.3 donnent les chaînes de désintégration bêta des premiers fragments. L'énergie dégagée par une telle fission est $Q \approx 200$ MeV.

La fission peut être comprise à l'aide du modèle collectif qui compare un noyau à une goutte de liquide chargée portant une certaine énergie d'excitation. Pour que la fission se produise, une barrière de potentiel doit être traversée par effet tunnel. La fissibilité dépend de la relation entre la hauteur de la barrière E_b et l'énergie d'excitation E_n.

Les neutrons libérés pendant la fission rendent possible une **réaction en chaîne** de fissions. La figure 13.4 illustre l'équilibre des neutrons dans le cycle d'un réacteur type. La figure 13.5 présente le schéma d'une centrale nucléaire complète.

La fusion nucléaire Le dégagement d'énergie généré par la **fusion** de deux noyaux légers est inhibé par leur barrière coulombienne mutuelle. La fusion peut se produire dans la matière solide seulement si la température est suffisamment élevée (c'est-à-dire si l'énergie de la particule est suffisamment élevée) pour que se produise un effet tunnel appréciable.

L'énergie du Soleil provient principalement de la combustion thermonucléaire de l'hydrogène, qui forme de l'hélium en suivant la **chaîne proton-proton** décrite dans la figure 13.11. Une fois l'hydrogène combustible d'une étoile épuisé, d'autres processus de fusion peuvent produire des éléments jusqu'à $A = 56$ (le pic de la courbe d'énergie de liaison).

La fusion contrôlée On n'a pas encore réussi à contrôler la **fusion thermonucléaire** pour générer de l'énergie. Les mécanismes les plus prometteurs sont les réactions d-d et d-t. Pour qu'un réacteur à fusion fonctionne, il doit satisfaire au **critère de Lawson**,

$$n\tau > 10^{20} \text{ s/m}^3, \quad (13.16)$$

et le plasma doit avoir une température T suffisamment élevée.

Dans un **tokamak**, le plasma est confiné par un champ magnétique. Dans la **fusion par laser**, on utilise le confinement inertiel.

QUESTIONS

1. Dans le tableau 13.1, la relation $Q = -\Delta m\, c^2$ s'applique-t-elle a) à tous les processus, b) à tous les processus sauf celui de la chute d'eau, c) à la fission seulement, d) à la fission et à la fusion seulement ?

2. Selon la figure 13.1, la fission du ^{235}U par bombardement de neutrons thermiques en deux fragments de masses égales se produit dans environ un cas sur a) 10 000, b) 1 000, c) 100, d) 10.

3. Les fragments initiaux formés par la fission ont-ils a) plus de protons que de neutrons, b) plus de neutrons que de protons ou c) à peu près le même nombre de neutrons et de protons ?

4. Soit la réaction de fission



$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow \text{X} + \text{Y} + 2\text{n}.$$

Classez les nucléides suivants selon la possibilité qu'ils ont de représenter X (ou Y), en commençant par le plus susceptible de le faire : a) ^{152}Nd, b) ^{140}I, c) ^{128}In, d) ^{115}Pd, e) ^{105}Mo. (*Indice :* Voir la figure 13.1.)

5. Choisissez dans chacune des paires suivantes l'isotope le plus susceptible d'être un fragment initial formé par une fission : a) ^{93}Sr ou ^{93}Ru, b) ^{140}Gd ou ^{140}I, c) ^{155}Nd ou ^{155}Lu. (*Indice :* Voir la figure 12.4 et l'annexe F.)

6. Supposez qu'un noyau de ^{238}U absorbe un neutron, puis se désintègre, non par fission, mais en émettant un électron et un neutrino. Quel nucléide cette désintégration produit-elle : a) ^{239}Pu, b) ^{238}Np, c) ^{239}Np ou d) ^{238}Pa ?

7. Un réacteur nucléaire fonctionne à une certaine puissance, son facteur de multiplication k étant réglé à l'unité. Si on utilise des barres de contrôle pour réduire la puissance du réacteur à 25 % de sa valeur, le facteur de multiplication est-il alors a) un peu inférieur à l'unité, b) substantiellement inférieur à l'unité ou c) encore égal à l'unité ?

8. Le cœur d'un réacteur nucléaire doit avoir le plus petit rapport surface/volume possible. Classez les solides suivants selon leurs rapports surface/volume, en commençant par le rapport le plus élevé : a) un cube d'arête a, b) une sphère de rayon a, c) un cône de hauteur a et de rayon de base a et d) un cylindre de rayon a et de hauteur a. (L'aire de la surface *courbe* du cône est $\sqrt{2}\pi a^2$ et son volume est $\pi a^3/3$.)

9. La figure 13.6 illustre comment la chaleur générée par les déchets nucléaires produits par une année d'opération dans une grande centrale nucléaire diminue avec le temps. Par quel facteur approximatif ce dégagement d'énergie thermique a-t-il diminué au bout de 100 ans : a) 20, b) 200, c) 2 000 ou d) plus de 2 000 ?

10. Lequel des éléments suivants *n'est pas* produit par la fusion thermonucléaire à l'intérieur des étoiles : a) carbone, b) silicium, c) chrome, d) brome.

11. Environ 2 % de l'énergie générée dans le cœur du Soleil par la chaîne p-p est transportée hors de l'étoile par les neutrinos. L'énergie associée à ce flux de neutrinos est-elle a) égale, b) supérieure ou c) inférieure à l'énergie qui rayonne de la surface du Soleil sous forme de rayonnement électromagnétique ?

12. Le critère de Lawson associé à la réaction d-t (équation 13.16) est $n\tau > 10^{20}$ s/m^3. Dans le cas de la réaction d-d, vous attendez-vous à ce que le nombre du membre de droite soit a) le même, b) inférieur ou c) supérieur ?

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 13.2 La fission nucléaire : principe de base

1E. a) Combien d'atomes 1,0 kg de ^{235}U pur contient-il ? b) Quelle énergie, en joules, est dégagée par la fission complète de 1,00 kg de ^{235}U ? Supposez que $Q = 200$ MeV. c) Combien de temps cette énergie alimenterait-elle une ampoule électrique de 100 W ?

2E. Complétez le tableau suivant, qui se rapporte à une réaction de fission typique $^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow \text{X} + \text{Y} + b\text{n}$.

X	Y	b
^{140}Xe	—	1
^{139}I	—	2
—	^{100}Zr	2
^{141}Cs	^{92}Rb	—

3E. À quel taux les noyaux de ^{235}U doivent-il subir une fission par bombardement de neutrons pour générer une puissance de 1,0 W ? Supposez que $Q = 200$ MeV.

4E. Les propriétés de fission de l'isotope ^{239}Pu sont très semblables à celles de l'isotope ^{235}U. L'énergie moyenne dégagée par fission est de 180 MeV. Quelle énergie, en MeV, est dégagée si tous les atomes contenus dans 1,00 kg de ^{239}Pu pur subissent une fission ?

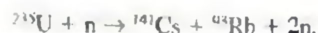
5E. Vérifiez si, comme on l'affirme dans la section 13.2, les neutrons en équilibre avec la matière à une température ambiante de 300 K possèdent une énergie cinétique moyenne approximative de 0,04 eV (*Indice :* L'énergie cinétique moyenne est $K_{moy} = 3kT/2$.)

6E. Calculez l'énergie de désintégration Q dans le cas de la fission de ^{98}Mo en deux noyaux identiques. Les masses que vous devez connaître sont 97,905 41 u pour le ^{98}Mo et 48,950 02 u pour le ^{49}Sc. Si la valeur de Q s'avère positive, dites pourquoi ce processus ne se produit pas spontanément.

7E. Calculez l'énergie de désintégration Q dans le cas de la fission du ^{52}Cr en deux fragments égaux. Les masses que vous devez connaître sont 51,940 51 u pour le ^{52}Cr et 25,982 59 u pour le ^{26}Mg.

8E. L'isotope ^{235}U subit une désintégration alpha avec une demi-vie de $7{,}0 \times 10^8$ a. Il se désintègre également (rarement) par fission spontanée et, en l'absence de désintégration alpha, sa demi-vie associée à ce seul processus serait de $3{,}0 \times 10^{17}$ a. a) À quel taux les fissions spontanées se produisent-elles dans 1,0 g de ^{235}U ? b) Combien de désintégrations alpha de ^{235}U y a-t-il à chaque fission spontanée ?

9E. Calculez l'énergie dégagée par la réaction de fission



$$^{235}\text{U} + \text{n} \rightarrow {}^{141}\text{Cs} + {}^{93}\text{Rb} + 2\text{n}.$$

Voici les masses des atomes et des particules dont vous avez besoin :

^{235}U	235,043 92 u	^{93}Rb	92,921 57 u
^{141}Cs	140,919 63 u	n	1,008 67 u

10E Vérifiez si, comme l'indique le tableau 13.1, la fission de ^{235}U contenu dans 1,0 kg de UO_2 (enrichi pour que le ^{235}U représente 3,0 % de l'uranium total) pourrait alimenter une ampoule électrique de 100 W durant 690 a.

11P Au cours d'une fission particulière dans laquelle l'isotope ^{235}U subit une fission par bombardement de neutrons lents, aucun neutron n'est émis et l'un des premiers fragments de fission est l'isotope ^{83}Ge. a) Quel est l'autre fragment ? b) Comment l'énergie de désintégration Q = 170 MeV est-elle divisée entre les deux fragments ? c) Calculez la vitesse initiale (juste après la fission) de chaque fragment. www

12P Soit la fission du ^{238}U par bombardement de neutrons rapides. Au cours d'une fission, aucun neutron n'est émis et les produits finaux stables, après la désintégration bêta des premiers fragments de fission, sont ^{140}Ce et ^{99}Ru. a) Combien de désintégrations bêta forment les deux chaînes, prises ensemble ? b) Calculez l'énergie de désintégration Q de ce processus de fission. Voici les masses des atomes et des particules dont vous avez besoin :

^{238}U	238,050 79 u	^{140}Ce	139,905 43 u
n	1,008 67 u	^{99}Ru	98,905 94 u

13P Imaginez que, immédiatement après la fission de ^{236}U décrite par l'équation 13.1, les surfaces des noyaux de ^{140}Xe et de ^{94}Sr résultants se touchent. a) En supposant que les noyaux sont sphériques, calculez l'énergie potentielle électrique (en MeV) associée à la répulsion entre les deux fragments. (*Indice :* Utilisez l'équation 12.3 pour calculer les rayons des fragments.) b) Comparez cette énergie à l'énergie dégagée dans une fission typique.

14P Un noyau de ^{236}U se sépare en deux fragments de masse moyenne, ^{140}Xe et ^{96}Sr. a) En pourcentage, de combien l'aire totale des produits de fission diffère-t-elle de celle du noyau initial de ^{236}U ? b) Quel est, en pourcentage, le changement de volume ? c) Quel est, en pourcentage, le changement de l'énergie potentielle électrique ? L'énergie potentielle électrique d'une sphère de rayon r et de charge q homogène est

$$U = \frac{3}{5}\left(\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 r}\right).$$

SECTION 13.4 Le réacteur nucléaire

15E Un réacteur à fission de 200 MW a consumé la moitié de son combustible en 3,00 a. Quelle quantité de ^{235}U contenait-il initialement ? Supposez que toute l'énergie générée provient de la fission de ^{235}U, et que ce nucléide n'est consumé que par fission.

16E Refaites l'exercice 15, mais en tenant compte de la capture de neutrons sans fission par le ^{235}U.

17E La fission de ^{238}Np nécessite 4,2 MeV. Pour extraire un neutron de ce nucléide, il faut dépenser une énergie de 5,0 MeV. Le ^{237}Np est-il fissile par bombardement de neutrons thermiques ?

18P Le dégagement d'énergie dans l'explosion d'une bombe atomique est provoqué par la fission incontrôlée de ^{239}Pu (ou de ^{235}U). La puissance nominale de la bombe correspond à l'énergie dégagée, exprimée en masse de TNT requise pour produire le même dégagement d'énergie. Une mégatonne (10^6 tonnes) de TNT dégage $2,6 \times 10^{28}$ MeV d'énergie. a) Calculez la puissance nominale, en tonnes de TNT, d'une bombe atomique contenant 95 kg de ^{239}Pu, dont 2,5 kg subissent vraiment une fission (voir l'exercice 4). b) Pourquoi les autres 92,5 kg de ^{239}Pu sont-ils nécessaires s'ils ne subissent aucune fission ?

19P L'énergie thermique générée quand la matière absorbe du rayonnement provenant de radionucléides peut servir de mécanisme de base à une petite source énergétique dans les satellites, dans les stations météorologiques éloignées et dans d'autres installations isolées. De tels radionucléides sont fabriqués en abondance dans les réacteurs nucléaires et peuvent être séparés chimiquement du combustible épuisé. Le ^{238}Pu ($T_{1/2}$ = 87,7 a) est un radionucléide approprié ; il subit une désintégration alpha dont Q = 5,50 MeV. Quelle est la puissance thermique générée par 1,00 kg de cette matière ?

20P (Voir le problème 19.) Parmi les produits de fission pouvant être extraits chimiquement du combustible épuisé d'un réacteur nucléaire, on trouve le ^{90}Sr ($T_{1/2}$ = 29 a). Cet isotope est produit dans les grands réacteurs nucléaires types au taux approximatif de 18 kg/a. Par sa radioactivité, il génère de l'énergie thermique au taux de 0,93 W/g. a) Calculez l'énergie de désintégration efficace Q_{eff} associée à la désintégration d'un noyau de ^{90}Sr. (Q_{eff} comprend les contributions de la désintégration des produits de filiation de l'isotope ^{90}Sr dans sa chaîne de désintégration, mais non celles des neutrinos, qui s'échappent complètement de l'échantillon.) b) On veut construire une source d'énergie générant 150 W (d'électricité) pour alimenter un appareil électronique installé dans une balise acoustique sous-marine. Si la source énergétique est basée sur l'énergie thermique générée par le ^{90}Sr, et si le rendement de la conversion thermique-électrique est de 5,0 %, quelle quantité de ^{90}Sr faut-il ?

21P Nombreux sont ceux qui craignent que, en aidant les nations à acquérir la technologie des réacteurs nucléaires, on augmente la possibilité de guerre nucléaire parce que ces réacteurs peuvent servir non seulement à produire de l'électricité, mais aussi à fabriquer l'isotope ^{239}Pu, produit secondaire de la capture de neutrons par ^{238}U, qui est peu cher et qui peut servir de « combustible » dans les bombes nucléaires. Quelle série simple de réactions mettant en jeu la capture de neutrons et la désintégration bêta donne cet isotope de plutonium ?

22P Le temps de génération d'un neutron $t_{gén}$ dans un réacteur est le temps moyen requis pour que le neutron rapide émis dans une fission ralentisse dans le modérateur et provoque une autre fission. Supposez que la puissance électrique produite dans un réacteur au temps $t = 0$ est P_0. Démontrez que la puissance électrique produite au temps t ultérieur est $P(t)$, avec

$$P(t) = P_0 k^{t/t_{gén}},$$

où k est le facteur de multiplication. Lors d'une production d'électricité à une puissance constante, $k = 1$.

23P Une bombe atomique de 66 kilotonnes (voir le problème 18) est alimentée avec des isotopes de ^{235}U purs (figure 13.15), dont 4,0 % subissent réellement une fission. a) Quelle quantité d'uranium la



Figure 13.15 Problème 23. Un « bouton » de ^{235}U, prêt à être refondu et usiné pour servir dans une ogive.

bombe contient-elle ? b) Combien de premiers fragments de fission sont produits ? c) Combien de neutrons générés dans les fissions sont libérés dans l'environnement ? (En moyenne, chaque fission produit 2,5 neutrons.)

24P. Le temps de génération d'un neutron $t_{gén}$ (voir le problème 22) dans un réacteur particulier est 1,0 ms. Si le réacteur fonctionne à une puissance de 500 MW, environ combien de neutrons libres sont présents dans le réacteur à tout instant ?

25P. Le temps de génération d'un neutron (voir le problème 22) dans un réacteur particulier est 1,3 ms. Le réacteur génère l'énergie à une puissance de 1 200 MW. Pour effectuer certaines vérifications d'usage, on doit temporairement réduire cette puissance à 350 MW. On veut que la transition vers cette puissance réduite prenne 2,6 s. À quelle valeur (constante) doit-on établir le facteur de multiplication pour effectuer la transition dans le temps voulu ? www

26P. Un réacteur fonctionne à 400 MW avec un temps de génération d'un neutron (voir le problème 22) de 30,0 ms. Si cette puissance augmente durant 5,00 min par un facteur de multiplication de 1,000 3, quelle est la puissance de production électrique à la fin des 5,00 min ?

27P. a) Un neutron de masse m_n ayant une énergie cinétique K subit une collision frontale élastique avec un atome au repos de masse m. Démontrez que la perte relative d'énergie cinétique est donnée par

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{4m_n m}{(m + m_n)^2}.$$

b) Déterminez $\Delta K/K$ pour chacune des particules suivantes agissant comme atome au repos : l'hydrogène, le deutérium, le carbone et le plomb. c) Si, initialement, $K = 1,00$ MeV, combien de collisions frontales faudrait-il pour que l'énergie cinétique du neutron atteigne une valeur thermique (0,025 eV) si les atomes au repos qu'il heurte sont des atomes de deutérium, un modérateur couramment utilisé ? (Dans les vrais modérateurs, la plupart des collisions ne sont pas frontales.)

SECTION 13.5 Un réacteur nucléaire naturel

28E. À quelle époque le rapport $^{235}U/^{238}U$ était-il de 0,15 dans les dépôts d'uranium naturel ?

29E. On estime que le réacteur à fission naturel dont on parle dans la section 13.5 a généré 15 gigawatts-années d'énergie durant sa vie. a) Si le réacteur a eu une vie de 200 000 a, à quelle puissance moyenne a-t-il fonctionné ? b) Combien de kilogrammes de ^{235}U a-t-il consumés durant sa vie ?

30P. On a constaté que certains échantillons d'uranium provenant du réacteur naturel décrit dans la section 13.5 étaient légèrement enrichis de ^{235}U, plutôt qu'appauvris. Expliquez cet état en tenant compte de l'absorption de neutrons par l'isotope ^{238}U, qui est abondant, et des désintégrations bêta et alpha de ses produits.

31P. Aujourd'hui, l'uranium extrait des mines contient 0,72 % de ^{235}U fissile mélangé au ^{238}U, soit trop peu pour former un combustible destiné à la fission par bombardement de neutrons thermiques. C'est pourquoi il faut l'enrichir en ^{235}U. Les isotopes ^{235}U ($T_{1/2} = 7,0 \times 10^8$ a) et ^{238}U ($T_{1/2} = 4,5 \times 10^9$ a) sont tous deux radioactifs. À quelle époque l'uranium naturel constituait-il un combustible pour réacteur, possédant un rapport $^{235}U/^{238}U$ de 3,0 % ? www

SECTION 13.6 La fusion thermonucléaire : principe de base

32E. En utilisant l'information donnée dans le texte, trouvez et notez les hauteurs approximatives des barrières coulombiennes a) de la désintégration alpha de ^{238}U et b) de la fission de ^{235}U par bombardement de neutrons thermiques.

33E. Calculez la hauteur de la barrière coulombienne de la collision frontale de deux deutérons. Considérez que le rayon réel d'un deutéron est de 2,1 fm.

34E. Vérifiez si la fusion de 1,0 kg de deutérium par la réaction



$$^2H + {}^2H \rightarrow {}^3He + n \quad (Q = +3,27 \text{ MeV})$$

peut alimenter une ampoule électrique de 100 W pendant 3×10^4 a.

35E. D'autres méthodes que le réchauffement de la matière pour surmonter la barrière coulombienne ont été suggérées pour provoquer une fusion. Par exemple, on peut envisager l'utilisation d'accélérateurs de particules. Si vous deviez en utiliser deux pour accélérer deux faisceaux de deutérons directement l'un vers l'autre pour qu'il y ait collision frontale, a) quelle différence de potentiel chaque accélérateur devrait-il générer pour que les deutérons en collision surmontent la barrière coulombienne ? b) Selon vous, pourquoi cette méthode n'est-elle pas utilisée actuellement ?

36P. Calculez la hauteur de la barrière coulombienne de deux noyaux de ^7Li projetés l'un vers l'autre à l'aide de la même énergie cinétique K. (*Indice* : Utilisez l'équation 12.3 pour calculer les rayons des noyaux.)

37P. Dans la figure 13.10, l'équation de $n(K)$, le nombre volumique par unité d'énergie, est

$$n(K) = 1,13n \frac{K^{1/2}}{(kT)^{3/2}} e^{-K/kT},$$

où n est le nombre volumique total de particules. Au centre du Soleil, la température est de $1,50 \times 10^7$ K, et l'énergie moyenne d'un proton, K_{moy}, est de 1,94 keV. Déterminez le rapport entre le nombre volumique des protons à 5,00 keV et le nombre volumique des protons dont l'énergie est égale à l'énergie moyenne.

SECTION 13.7 La fusion thermonucléaire dans le Soleil et dans les autres étoiles

38E. Démontrez que l'énergie dégagée, quand trois particules alpha fusionnent pour former l'isotope ^{12}C est de 7,27 MeV. La masse atomique de ^4He est de 4,002 6 u, celle de ^{12}C est de 12,000 0 u.

39E. On a vu que le facteur Q, dans la chaîne de fusion proton-proton complète, est 26,7 MeV. Comment pouvez-vous relier cette valeur avec les valeurs de Q des réactions qui forment cette chaîne, comme l'illustre la figure 13.11 ?

40E. Au centre du Soleil, la masse volumique est de $1,5 \times 10^5$ kg/m^3 et la composition massique est, pour l'essentiel, la suivante : 35 % d'hydrogène et 65 % d'hélium. a) Quel est le nombre volumique de protons au centre du Soleil ? b) De combien est-il supérieur à celui des particules dans un gaz parfait à température et à pression normales (0 °C et 101 kPa) ? (*Indice* : Pour un gaz parfait, $pV = NkT$, où p est la pression, V est le volume, N est le nombre de particules, k est la constante de Boltzmann et T est la température en kelvins.)

41P. Vérifiez les quatre valeurs de Q des réactions présentées dans la figure 13.11. Voici les masses des atomes et des particules dont vous avez besoin :

^1H	1,007 825 u	^4He	4,002 603 u
^2H	2,014 102 u	e^+	0,000 548 6 u
^3He	3,016 029 u		

(*Indice* : Distinguez bien la masse des atomes de la masse des noyaux, et tenez compte des positrons.)

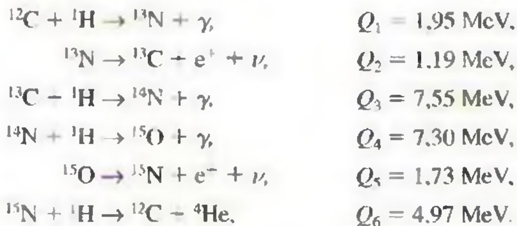
42P. Le Soleil a une masse de $2,0 \times 10^{30}$ kg et il rayonne de l'énergie avec une puissance de $3,9 \times 10^{26}$ W. a) À quel taux le Soleil

transforme-t-il sa masse en d'autres formes d'énergie ? b) Quelle fraction de sa masse initiale le Soleil a-t-il perdue depuis qu'il a commencé à consumer l'hydrogène qu'il contient, il y a environ $4,5 \times 10^9$ a ?

43P. Calculez et comparez l'énergie dégagée a) par la fusion de 1,0 kg d'hydrogène au cœur du Soleil et b) par la fission de 1,0 kg de ^{235}U dans un réacteur à fission.

44P. a) Calculez le taux auquel le Soleil génère des neutrinos. Considérez que la production d'énergie est entièrement provoquée par la chaîne proton-proton. b) À quel taux les neutrinos solaires atteignent-ils la Terre ?

45P. Dans certaines étoiles, le cycle CNO est plus probable que la chaîne proton-proton. Ce cycle est



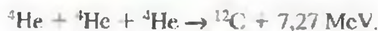
$$^{12}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{13}N + \gamma, \qquad Q_1 = 1,95 \text{ MeV},$$
$$^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^{+} + \nu, \qquad Q_2 = 1,19 \text{ MeV},$$
$$^{13}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{14}N + \gamma, \qquad Q_3 = 7,55 \text{ MeV},$$
$$^{14}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{15}O + \gamma, \qquad Q_4 = 7,30 \text{ MeV},$$
$$^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^{-} + \nu, \qquad Q_5 = 1,73 \text{ MeV},$$
$$^{15}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{12}C + {}^{4}He, \qquad Q_6 = 4,97 \text{ MeV}.$$

a) Démontrez que ce cycle de réactions a des effets exactement équivalents à ceux de la chaîne proton-proton de la figure 13.11. b) Vérifiez si les deux cycles possèdent, comme prévu, la même valeur de Q.

46P. La combustion du charbon est la réaction suivante : $C + O_2 \rightarrow CO_2$. La chaleur de combustion est de $3,3 \times 10^7$ J/kg de carbone atomique consumé. a) Exprimez-la en énergie par atome de carbone. b) Exprimez-la en énergie par kilogramme de réactifs initiaux, le carbone et l'oxygène. c) Supposez que le Soleil (masse = $2,0 \times 10^{30}$ kg) est composé de carbone et d'oxygène en proportions combustibles et qu'il continue de rayonner son énergie avec sa puissance actuelle de $3,9 \times 10^{26}$ W. Quelle serait sa durée ?

47P. Considérez que le cœur du Soleil représente le huitième de sa masse et qu'il est comprimé dans une sphère dont le rayon est le quart de celui du Soleil. De plus, considérez que la composition du cœur compte 35 % d'hydrogène par masse et qu'essentiellement toute l'énergie du Soleil y est générée. Si le Soleil continue à brûler l'hydrogène au taux calculé dans l'exemple 13.5, dans combien de temps l'hydrogène sera-t-il entièrement consumé ? La masse du Soleil est de $2,0 \times 10^{30}$ kg.

48P. Une étoile convertit tout son hydrogène en hélium, et finit par être composée à 100 % d'hélium. Elle convertit ensuite l'hélium en carbone par le processus triple-alpha :



$$^{4}He + {}^{4}He + {}^{4}He \rightarrow {}^{12}C + 7,27 \text{ MeV}.$$

La masse de l'étoile est de $4,6 \times 10^{32}$ kg, et elle génère l'énergie à une puissance de $5,3 \times 10^{30}$ W. À cette puissance, combien de temps faudra-t-il pour convertir tout l'hélium en carbone ?

49P. La valeur de Q efficace pour la chaîne proton-proton de la figure 13.11 est de 26,2 MeV. a) Exprimez-la en énergie par kilogramme d'hydrogène consumé. b) La puissance du Soleil est de $3,9 \times 10^{26}$ W. Si son énergie provient de la chaîne proton-proton, à quel taux perd-il son hydrogène ? c) À quel taux perd-il sa masse ? Expliquez la différence dans les résultats de b) et de c). d) La masse du Soleil est de $2,0 \times 10^{30}$ kg. S'il en perd au taux constant calculé en c), combien de temps lui faut-il pour perdre 0,10 % de sa masse ?

50P. La figure 13.16 illustre une des premières idées de bombe à hydrogène. Le combustible de fusion est le deutérium, ^{2}H. La haute température et le nombre volumique élevé de particules nécessaires à la fusion sont fournis par une bombe atomique agissant comme « détonateur », qui met en jeu la fission de ^{235}U ou de ^{239}Pu, disposé de façon à imprimer une onde de choc implosive et compressive au deutérium. La réaction de fusion résultante est



$$5\,{}^{2}H \rightarrow {}^{3}He + {}^{4}He + {}^{1}H + 2n.$$

a) Calculez le facteur Q de la fusion. Pour connaître les masses atomiques dont vous avez besoin, voyez le problème 41. b) Calculez la puissance nominale (voir le problème 18) de la partie fusion de la bombe si celle-ci contient 500 kg de deutérium, dont 30,0 % subit une fusion.

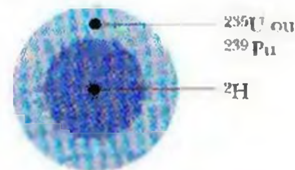


Figure 13.16 Problème 50

SECTION 13.8 La fusion thermonucléaire contrôlée

51E. Vérifiez les valeurs de Q utilisées dans les équations 13.13, 13.14 et 13.15. Voici les masses dont vous avez besoin :

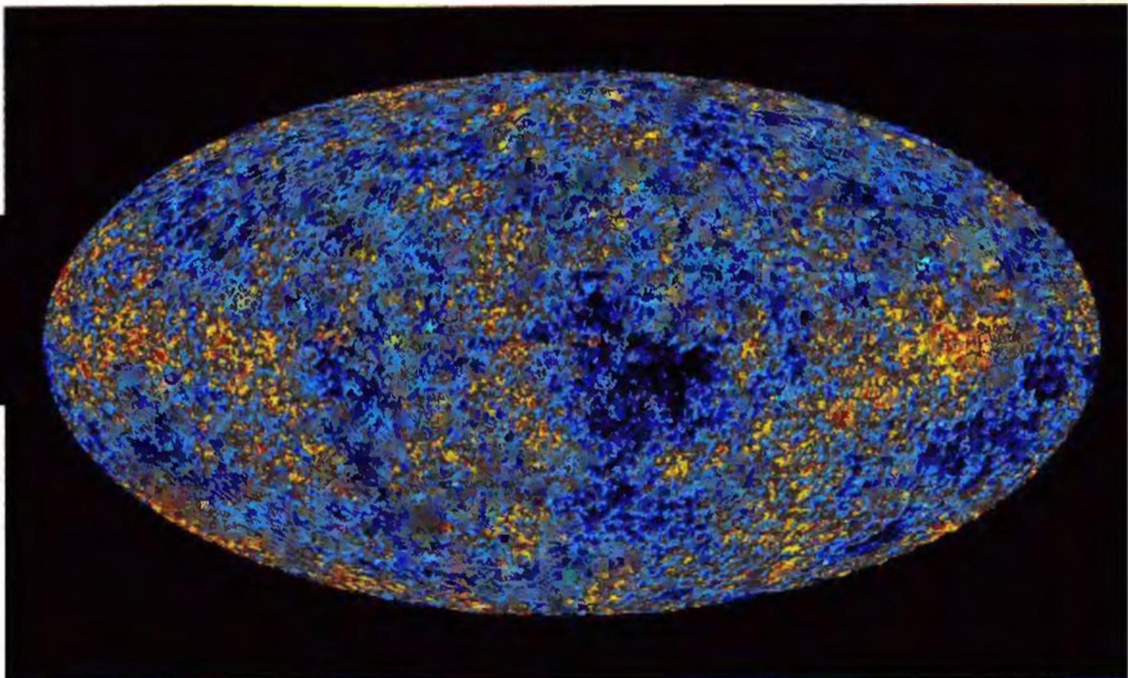
^{1}H	1,007 825 u	^{3}He	3,016 029 u
^{2}H	2,014 102 u	^{4}He	4,002 603 u
^{3}H	3,016 049 u	n	1,008 665 u

52P. L'eau ordinaire contient approximativement, par masse, 0,015 0 % d'eau lourde, dans laquelle un des deux atomes d'hydrogène est remplacé par le deutérium, ^{2}H. Quelle puissance de fusion moyenne peut-on obtenir si on « brûle » tout le ^{2}H contenu dans 1 litre d'eau en 1 jour d'une manière quelconque, en provoquant la fusion du deutérium à l'aide de la réaction $^2H + {}^2H \rightarrow {}^3He + n$?

53P. Dans la réaction de fusion deutéron-triton de l'équation 13.15, comment l'énergie de réaction Q est-elle partagée entre la particule alpha et le neutron ? Négligez les énergies cinétiques relativement faibles des deux particules qui se combinent.

14 Les quarks, les leptons et le Big Bang

Cette image est une photographie de l'Univers âgé de seulement 379 000 ans, ce qui représente une remontée d'environ 13×10^9 années dans le passé. C'est ce que vous auriez vu à l'époque en regardant dans toutes les directions (la vue a été condensée dans cette image ovale). Des taches lumineuses provenant des atomes traversent le « ciel », alors que les galaxies, les étoiles et les planètes ne sont pas encore formées.



Comment une telle photographie a-t-elle pu être prise ?

La réponse se trouve dans ce chapitre.

14.1 La vie sur une corde raide

Les physiciens parlent souvent de « physique moderne » quand ils font référence aux théories de la relativité et de la physique quantique, pour les distinguer des théories de la mécanique newtonienne et de l'électromagnétisme maxwellien, qu'ils regroupent sous le terme « physique classique ». Avec les années, le terme « moderne » semble de moins en moins approprié pour désigner ces théories, dont les bases ont été élaborées au début du XXe siècle. Néanmoins, le qualificatif a toujours un sens.

Dans ce dernier chapitre, on s'intéressera à deux champs d'études vraiment « modernes », bien qu'ils aient les plus anciennes racines. Ils tournent autour de deux questions désespérément simples :

De quoi l'Univers est-il fait ?

Comment l'Univers est-il devenu ce qu'il est ?

Ces dernières décennies, de rapides progrès ont permis d'y répondre.

De nombreux nouveaux concepts sont fondés sur des expériences réalisées dans de grands accélérateurs de particules. Cependant, à mesure que les physiciens projettent des particules les unes sur les autres à des énergies toujours plus élevées à l'aide d'accélérateurs de plus en plus gros, ils se rendent à l'évidence qu'aucun accélérateur terrestre ne pourra générer des particules possédant suffisamment d'énergie pour tester leur théorie ultime. Une seule source de particules a déjà possédé ces énergies, soit l'Univers lui-même, dans les premières millisecondes de son existence.

Dans ce chapitre, vous apprendrez une série de nouveaux termes et un grand nombre de noms de particules que vous n'aurez pas à retenir. Si vous vous sentez temporairement perdu, vous partagerez alors le sentiment des physiciens qui ont connu ces progrès et qui, parfois, ne voyaient rien d'autre que la complexité croissante de choses qu'ils avaient peu d'espoir de comprendre. Cependant, si vous persévérez, vous partagerez l'excitation ressentie par les physiciens qui font de nouvelles découvertes grâce aux magnifiques accélérateurs modernes, grâce aux théoriciens qui mettent de l'avant des idées chaque jour plus audacieuses et grâce à cette lueur qui brille enfin dans l'obscurité.

14.2 Une « ménagerie » de particules

Dans les années 1930, de nombreux scientifiques croyaient que le problème de la structure ultime de la matière était en bonne voie d'être résolu. On pouvait alors comprendre les atomes en faisant référence à trois particules : l'électron, le proton et le neutron. La physique quantique expliquait bien la structure de l'atome et la désintégration radioactive alpha. L'existence du neutrino avait été postulée et, bien que cette particule n'eût pas encore été observée, elle avait été incorporée par Enrico Fermi à une théorie fructueuse de la désintégration bêta. Il y avait espoir que la théorie quantique, appliquée aux protons et aux neutrons, expliquerait rapidement la structure du noyau. Qu'y avait-il d'autre ?

L'euphorie n'a pas duré. La fin de cette même décennie fut l'aube d'une période de découvertes de nouvelles particules qui se poursuit encore aujourd'hui. Les nouvelles particules ont des noms et des symboles comme *muon* (μ), *pion* (π), *kaon* (**K**) et *sigma* (Σ). Toutes les nouvelles particules sont instables, c'est-à-dire qu'elles se transforment spontanément en d'autres types de particules selon les mêmes fonctions de temps qui s'appliquent aux noyaux instables. Donc, si N_0 particules d'un certain type sont présentes dans un échantillon au temps $t = 0$, le nombre N de ces particules présentes à un temps ultérieur t est donné par l'équation 12.14 :

$$N = N_0 e^{-\lambda t}. \quad (14.1)$$

Le taux de désintégration (ou activité) R, à partir d'une valeur initiale R_0, est déterminé par l'équation 12.15 :

$$R = R_0 e^{-\lambda t}, \quad (14.2)$$

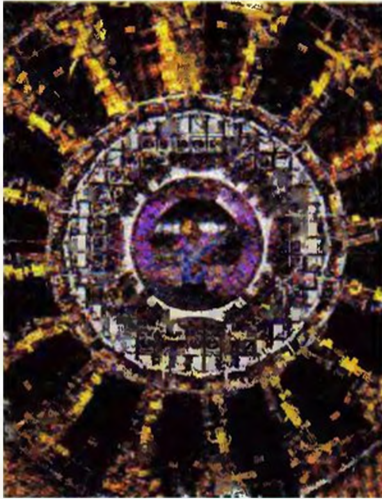


Figure 14.1 Le détecteur de particules OPAL (de l'anglais *omni-purpose apparatus*) au CERN, le laboratoire européen de physique des particules situé près de Genève, en Suisse. OPAL est conçu pour mesurer les énergies des particules produites par les collisions positron-électron ayant chacun une énergie de 50 GeV. Bien que ce détecteur soit de taille imposante, il est petit en comparaison de l'accélérateur lui-même, qui est un cercle de 27 km de circonférence.

et la demi-vie $T_{1/2}$, la constante de désintégration λ et la durée de vie moyenne τ sont reliées par l'équation 12.17 :

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2. \tag{14.3}$$

Les demi-vies des nouvelles particules se situent entre 10^{-6} s et 10^{-23} s. En fait, certaines des particules ont une durée de vie si courte qu'elles ne peuvent être directement détectées ; leur présence ne peut être confirmée que par des indices indirects.

Ces nouvelles particules sont habituellement produites lors de collisions frontales entre des protons ou des électrons accélérés à des énergies élevées dans des accélérateurs situés en des lieux comme le Fermilab (près de Chicago), le CERN (près de Genève), le SLAC (à Stanford) et le DESY (près de Hambourg, en Allemagne). On doit leurs découvertes à des détecteurs de particules de plus en plus sophistiqués (voir la figure 14.1) qui peuvent *chacun* rivaliser avec l'*ensemble de tous les accélérateurs* d'il y a quelques décennies.

Aujourd'hui, on connaît plusieurs centaines de particules. Pour les nommer, on a épuisé l'alphabet grec, et on attribue un nombre à la plupart d'entre elles dans la compilation périodique *The Review of Particle Physics* (publiée par le *Particle Data Group*, dont le site Web est http://pdg.lbl.gov/). Pour s'y retrouver dans cet ensemble impressionnant de particules, on recherche des critères physiques simples. On peut à tout le moins faire une première division grossière parmi les particules des trois manières suivantes.

Fermion ou boson ?

Toutes les particules ont un moment cinétique intrinsèque appelé **spin**, comme on l'a vu lorsqu'on a étudié les électrons à la section 11.3. Si on généralise la notation employée dans cette section, on peut écrire la composante du spin $\vec{S}$ dans toute direction (on suppose qu'elle est orientée dans la direction de l'axe des z) ainsi :

$$S_z = m_s \hbar \quad \text{pour } m_s = s, s-1, \ldots, -s, \tag{14.4}$$

où $\hbar$ est égal à $h/2\pi$, m_s est le *nombre quantique magnétique de spin* et s est le *nombre quantique de spin*. Ce dernier peut avoir des valeurs demi-entières positives ($\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \ldots$) ou des valeurs entières non négatives (0, 1, 2, ...). Par exemple, pour un électron, $s = \frac{1}{2}$. Ainsi, la composante du spin d'un électron (mesuré dans n'importe quelle direction) peut avoir les valeurs

$$S_z = \tfrac{1}{2}\hbar \quad \text{(spin vers le haut)}$$

ou

$$S_z = -\tfrac{1}{2}\hbar \quad \text{(spin vers le bas).}$$

Une chose qui peut porter à confusion est que le terme *spin* est utilisé de deux façons : il fait référence, de manière appropriée, au moment cinétique intrinsèque $\vec{S}$ d'une particule, mais il désigne souvent, par extension, le nombre quantique de spin de la particule s. Dans ce dernier cas, par exemple, on dit d'un électron qu'il est une particule de spin $\frac{1}{2}$.

Les particules dont le nombre quantique de spin est demi-entier (comme les électrons) s'appellent **fermions**, d'après Enrico Fermi, qui découvrit (en même temps que Paul Dirac) les lois statistiques qui gouvernent leur comportement. Tout comme les électrons, les protons et les neutrons ont $s = \frac{1}{2}$ et sont des fermions.

Les particules dont le nombre quantique de spin est entier ou nul sont appelées **bosons**, d'après le physicien indien Satyendra Nath Bose, qui découvrit (avec Albert Einstein) les lois statistiques qui gouvernent *ces* particules. Les photons, qui ont $s = 1$, sont des bosons ; vous connaîtrez bientôt d'autres particules faisant partie de cette classe.

Cette façon de classer les particules peut sembler rudimentaire, mais elle est très importante, pour la raison suivante.

Les fermions obéissent au principe d'exclusion de Pauli, qui veut qu'un état quantique donné ne peut accueillir qu'une seule particule à la fois. Les bosons *n'obéissent pas* à ce principe. N'importe quel nombre de bosons peut occuper un état quantique donné.

On a vu l'importance du principe d'exclusion de Pauli quand on a « construit » des atomes en attribuant des électrons (spin $\frac{1}{2}$) à des états quantiques individuels. Ce principe a permis de donner une explication complète de la structure et des propriétés des atomes de différents types.

Étant donné que les bosons *n'obéissent pas* au principe de Pauli, ces particules tendent à s'empiler dans l'état quantique ayant la plus faible énergie. En 1995, une équipe de Boulder, au Colorado, dirigée par Eric Cornell et Carl Wieman, a réussi à produire un condensat d'environ 2 000 atomes de rubidium 87 (qui sont des bosons) dans un état quantique unique d'énergie approximativement nulle.

Pour que ce phénomène se produise, le rubidium doit être à l'état de vapeur ; sa température, très basse, et son nombre volumique, très grand, font alors que la longueur d'onde de De Broglie de chaque atome est plus grande que la distance moyenne qui sépare les atomes. Une fois cette condition atteinte, les fonctions d'onde respectives des atomes se chevauchent, et tout l'ensemble devient un système quantique unique, appelé *condensat de Bose-Einstein*. La figure 14.2 démontre que, lorsque la température de la vapeur de rubidium est abaissée à environ $1{,}70 \times 10^{-7}$ K, ce système « s'effondre sur lui-même » dans un état nettement défini correspondant à une vitesse approximativement nulle des atomes. D'autres groupes ont réussi à produire des condensats de Bose-Einstein à partir de vapeurs d'éléments différents, comme le lithium et le sodium. En 2001, Cornell et Wieman (ainsi que Wolfgang Ketterle) ont reçu le prix Nobel de physique pour leur découverte.

Hadron ou lepton ?

On peut également classer les particules en fonction des quatre interactions fondamentales qui agissent sur elles. L'*interaction gravitationnelle* agit sur *toutes* les particules, mais son action au niveau des particules élémentaires est si faible qu'on n'a pas à en tenir compte (du moins pas dans la recherche actuelle). L'*interaction électromagnétique* agit sur toutes les particules *chargées électriquement*; son action est bien connue et on peut en tenir compte, au besoin ; on ignorera cette interaction dans la majeure partie du présent chapitre.

Il reste l'*interaction forte*, qui lie les nucléons entre eux, et l'*interaction faible*, qui est en jeu dans la désintégration bêta et les processus semblables. L'interaction faible agit sur toutes les particules ; l'interaction forte, seulement sur quelques-unes.

On peut alors grossièrement classer les particules en déterminant si l'interaction forte agit ou non sur elles. Les particules sur lesquelles l'*interaction forte* agit sont appelées **hadrons.** Celles sur lesquelles l'interaction forte n'agit pas, laissant la place à l'interaction faible, sont appelées **leptons.** Les protons, les neutrons et les pions sont des hadrons ; les électrons et les neutrinos sont des leptons. Vous connaîtrez bientôt d'autres

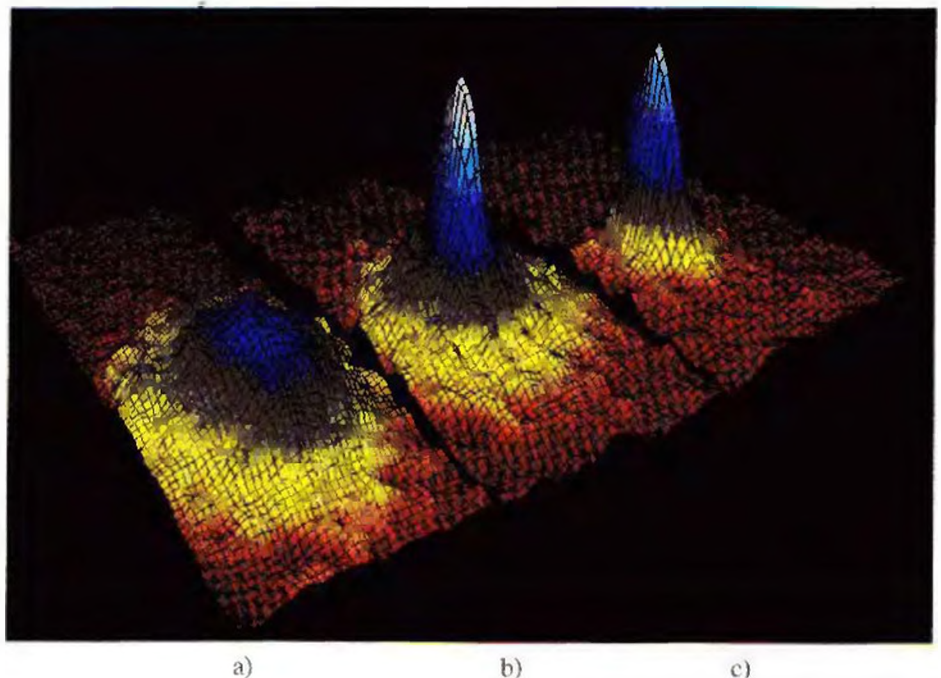


Figure 14.2 Trois graphiques de la distribution de la vitesse des atomes de rubidium 87 à l'état de vapeur. La température de la vapeur est successivement réduite du graphique a) au graphique c). Le graphique c) montre un pic net centré autour de la vitesse nulle ; c'est donc dire que tous les atomes sont dans le même état quantique. Un tel condensat de Bose-Einstein, souvent appelé Saint-Graal de la physique atomique, a finalement été observé en 1995.

membres de ces classes. On peut faire une autre distinction dans la classe des hadrons. Certains hadrons sont des bosons (on les appelle les **mésons**) ; le pion en est un exemple. Les autres hadrons sont des fermions (on les appelle les **baryons**) ; le proton et le neutron en sont des exemples.

Particule ou antiparticule ?

En 1928, Dirac prédit que l'électron e^- devait avoir une contrepartie de masse et de spin identiques, mais avec une charge positive. Cette contrepartie, le *positron* e^+, fut découverte dans les rayons cosmiques en 1932 par Carl Anderson. Par la suite, les physiciens ont graduellement constaté que *chaque* particule était associée à une **antiparticule**. Les membres de chacune de ces paires avaient la même masse et le même spin, mais des charges électriques de signes opposés (si elles sont chargées) et des nombres quantiques (dont on parlera dans les sections suivantes) de signes opposés.

Au début, le terme *particule* faisait référence aux particules communes, comme les électrons, les protons et les neutrons ; le terme *antiparticule*, quant à lui, faisait référence à leurs contreparties, rarement détectées. Plus tard, on a attribué les termes *particule* et *antiparticule* aux particules moins communes pour être cohérent avec certains principes de conservation qui seront vus plus loin dans ce chapitre (on emploie parfois indifféremment le terme *particule* quand on parle de particules et d'antiparticules et qu'on n'a pas à les distinguer). Souvent (pas toujours), on représente une antiparticule par une barre au-dessus du symbole de la particule correspondante. Ainsi, p est le symbole du proton, et $\bar{p}$ (prononcé « p barre ») est le symbole de l'antiproton.

Quand une particule rencontre son antiparticule, elles peuvent *s'annihiler* mutuellement : la particule et l'antiparticule disparaissent et leurs énergies combinées (incluant l'énergie au repos) réapparaissent sous d'autres formes. Dans le cas d'une annihilation d'une paire électron-positron, l'énergie des deux particules est transformée en deux photons de rayons gamma :



$$e^- + e^+ \rightarrow \gamma + \gamma. \qquad (14.5)$$

Si l'électron et le positron sont à peu près au repos au moment de leur annihilation, leur énergie totale est égale à la somme de leurs énergies au repos, énergie alors partagée également entre les deux photons. Pour conserver la quantité de mouvement, et puisqu'ils ne peuvent être au repos, ces photons s'éloignent dans des directions opposées.

En 1996, les physiciens du CERN ont réussi à créer, durant quelques brèves nanosecondes, une poignée d'atomes d'antihydrogène, chacun étant constitué d'un positron et d'un antiproton liés ensemble (tout comme l'électron et le proton le sont dans un atome d'hydrogène, vraisemblablement). Un tel ensemble de particules est appelé *antimatière*, pour le distinguer d'un ensemble de particules communes (*matière*).

On peut supposer qu'il existe des galaxies d'antimatière, comptant des atomes, des molécules et même des physiciens. On peut même imaginer le désastre qui se produirait si, par exemple, un astéroïde échappé d'une telle galaxie heurtait la Terre (en annihilant le point d'impact). Heureusement, les connaissances actuelles indiquent que notre Galaxie et le reste de l'Univers sont largement constitués de matière au lieu d'antimatière. (Cette asymétrie pourrait être expliquée par une asymétrie de l'interaction faible.)

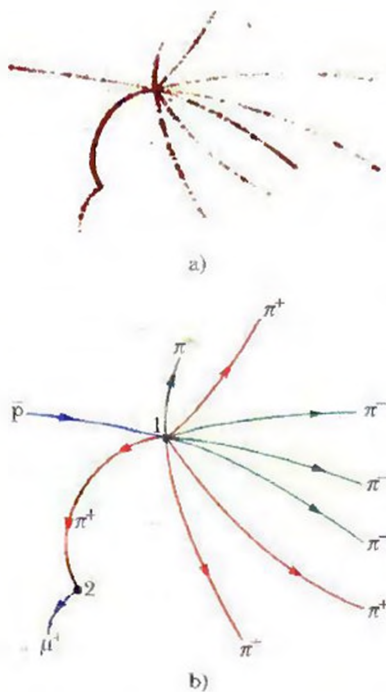


Figure 14.3 a) Une photographie d'une chambre à bulles où se produit une suite d'événements provoquée par un antiproton qui y entre par la gauche. b) Les trajectoires sont tracées et annotées, pour les rendre plus claires. Les points 1 et 2 indiquent les sites des événements secondaires spécifiques décrits dans le texte. Les trajectoires sont courbées parce qu'un champ magnétique présent dans la chambre exerce une force de déflexion sur chaque particule chargée qui se déplace.

14.3 Un interlude

Avant de se précipiter pour classer les particules, on peut prendre un moment pour saisir l'esprit de la recherche en physique des particules en analysant un événement type — celui illustré par la photo de la chambre à bulles de la figure 14.3 a).

Les traces de cette figure sont constituées de bulles formées le long des trajectoires des particules chargées qui se déplacent dans une chambre remplie d'hydrogène liquide. On peut identifier la particule qui forme une trace particulière en mesurant l'espace relatif entre les bulles (entre autres moyens). La chambre baigne dans un champ magnétique homogène qui dévie dans le sens contraire des aiguilles d'une montre les trajectoires des particules dont la charge électrique est positive, et dans le sens des aiguilles d'une montre les trajectoires des particules dont la charge électrique est négative. En mesurant le rayon de courbure d'une trajectoire, on peut calculer la quantité de mouvement de la

TABLEAU 14.1 Les particules et les antiparticules associées à l'événement de la figure 14.3

Particule	Symbole	Charge q	Masse (MeV/c^2)	Spin s	Classe	Vie moyenne (s)	Antiparticule
Neutrino	ν	0	0	$\frac{1}{2}$	Lepton	Stable	$\bar{\nu}$
Électron	e^-	−1	0,511	$\frac{1}{2}$	Lepton	Stable	e^+
Muon	μ^-	−1	105,7	$\frac{1}{2}$	Lepton	$2{,}2 \times 10^{-6}$	μ^+
Pion	π^+	+1	139,6	0	Méson	$2{,}6 \times 10^{-8}$	π^-
Proton	p	+1	938,3	$\frac{1}{2}$	Baryon	Stable	$\bar{p}$

particule qui l'a formée. Le tableau 14.1 présente certaines propriétés des particules et des antiparticules associées à l'événement décrit dans la figure 14.3 a), y compris celles qui n'ont pas laissé de traces. En vertu d'une pratique courante, on exprime les masses des particules nommées dans le tableau 14.1 (et dans les autres tableaux de ce chapitre) en MeV/c^2. On emploie cette unité parce qu'on a plus souvent besoin de l'énergie au repos d'une particule que de sa masse. Ainsi, dans le tableau 14.1, on donne 938,3 MeV/c^2 comme masse d'un proton. Pour déterminer l'énergie au repos du proton, il suffit de multiplier cette masse par c^2 pour obtenir 938,3 MeV.

Pour analyser une photographie comme celle de la figure 14.3 a), on utilise des outils tels que les principes de conservation de l'énergie, de la quantité de mouvement, du moment cinétique et de la charge électrique, en plus d'autres principes de conservation qu'on n'a pas encore étudiés. La figure 14.3 a) est, en fait, l'une de deux photographies prises en stéréo ; en pratique, cette analyse est effectuée en trois dimensions.

L'événement de la figure 14.3 a) est provoqué par un antiproton énergétique ($\bar{p}$) qui, après avoir été généré dans un accélérateur du laboratoire Lawrence Berkeley, entre dans la chambre du côté gauche. Il y a trois sous-événements distincts ; deux se produisent aux points 1 et 2 de la figure 14.3 b), le troisième se produit hors du cadre de la figure. On examinera ici chacun d'eux.

1. *L'annihilation proton-antiproton*. Dans la figure 14.3 b), au point 1, l'antiproton initiateur (trace bleue) heurte un proton de l'hydrogène liquide contenu dans la chambre, collision qui se solde par une annihilation mutuelle. On peut dire que l'annihilation s'est produite quand l'antiproton incident était en vol parce que la plupart des particules générées par la rencontre se déplacent dans la direction initiale – c'est-à-dire vers la droite de la figure 14.3. Selon le principe de conservation de la quantité de mouvement, l'antiproton incident devait avoir une quantité de mouvement vers la droite à l'instant de son annihilation.

   L'énergie totale en jeu dans la collision de l'antiproton et du proton est la somme de l'énergie cinétique de l'antiproton et des deux énergies au repos (identiques) de ces deux particules (2 × 938,3 MeV, ou 1 876,6 MeV), ce qui constitue suffisamment d'énergie pour créer un certain nombre de particules de faible masse et leur donner de l'énergie cinétique. Dans le présent cas, l'annihilation produit quatre pions positifs (traces rouges de la figure 14.3 b) et quatre pions négatifs (traces vertes). (Pour simplifier, on suppose qu'aucun photon de rayon gamma n'est produit, photon qui n'aurait laissé aucune trace parce qu'il est électriquement neutre.) Le processus d'annihilation est alors

$$p + \bar{p} \rightarrow 4\pi^+ + 4\pi^- . \qquad (14.6)$$

   D'après le tableau 14.1, on constate que les pions positifs (π^+) sont des *particules* et que les pions négatifs (π^-) sont des *antiparticules*. La réaction de l'équation 14.6 est causée par l'interaction forte, parce que toutes les particules en jeu sont des hadrons.

   On vérifie maintenant si la charge électrique est conservée dans la réaction. Pour ce faire, on peut décrire la charge électrique d'une particule comme qe, où q est un **nombre quantique de charge.** Donc, déterminer si la charge électrique est conservée dans un processus équivaut à déterminer si le nombre quantique de charge net initial est égal au nombre quantique de charge net final. Dans le processus de l'équation 14.6, la charge nette initiale est $(+1) + (-1) = 0$ et la charge nette finale est $4(+1) + 4(-1) = 0$. Donc, la charge *est* conservée.

Le principe de conservation de l'énergie implique que l'énergie disponible provenant d'une annihilation p-$\bar{p}$ est au moins la somme des énergies au repos du proton et de l'antiproton, soit 1 876,6 MeV. L'énergie au repos d'un pion étant 139,6 MeV, l'énergie au repos totale des huit pions est donc de 8 × 139,6 MeV, ou 1 116,8 MeV. Ce qui laisse au moins 760 MeV à partager entre les huit pions sous forme d'énergie cinétique. Donc, le principe de conservation d'énergie est facilement respecté.

2. *La désintégration du pion*. Les pions sont des particules instables ; les pions chargés se désintègrent après une vie moyenne de $2{,}6 \times 10^{-8}$ s. Au point 2 de la figure 14.3 b), un des pions positifs se désintègre spontanément en un antimuon μ^+ (trace violette) et en un neutrino ν :

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu. \tag{14.7}$$

Le neutrino, sans charge, ne laisse aucune trace. L'antimuon et le neutrino sont tous deux des leptons, c'est-à-dire que ce sont des particules sur lesquelles l'interaction forte n'agit pas. Donc, la désintégration décrite par l'équation 14.7 est causée par l'interaction faible. L'énergie au repos d'un antimuon est 105,7 MeV. Il reste donc 139,6 MeV − 105,7 MeV = 33,9 MeV (en plus de l'énergie cinétique qu'avait le pion en se désintégrant) à partager entre l'antimuon et le neutrino sous forme d'énergie cinétique.

On peut vérifier si le moment cinétique est conservé dans le processus de l'équation 14.7, ce qui équivaut à déterminer si la composante S_z du spin résultant dans la direction d'un axe des z arbitraire peut être conservée par le processus. Les nombres quantiques de spin s des particules de ce processus sont 0 pour le pion π^+ et $\frac{1}{2}$ pour l'antimuon μ^+ et le neutrino ν. Donc, la composante S_z du pion doit être $0\hbar$ alors que la composante S_z de l'antimuon et du neutrino doit être $+\frac{1}{2}\hbar$ ou $-\frac{1}{2}\hbar$.

La composante S_z est conservée dans le processus de l'équation 14.7 s'il existe *un* moyen par lequel la valeur initiale de S_z ($= 0\hbar$) peut être égale à la valeur finale de S_z résultante. On constate que, si l'un des produits, soit μ^+ ou ν, a $S_z = +\frac{1}{2}\hbar$ et l'autre a $S_z = -\frac{1}{2}\hbar$, leur valeur résultante finale est $0\hbar$. Donc, puisque S_z peut être conservée, la désintégration de l'équation 14.7 *peut* se produire.

Selon l'équation 14.7, on constate également que la charge est conservée par le processus parce que, avant celui-ci, le nombre quantique de la charge est +1 et, après ce processus, il est +1 + 0 = +1.

3. *La désintégration du muon*. Les muons (μ^- ou μ^+) sont également instables, se désintégrant après une vie moyenne de $2{,}2 \times 10^{-6}$ s. Bien que les produits de désintégration n'apparaissent pas dans la figure 14.3 b), l'antimuon produit dans la réaction décrite par l'équation 14.7 se désintègre spontanément de la manière suivante :

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}. \tag{14.8}$$

L'énergie au repos de l'antimuon est 105,7 MeV ; celle du positron n'est que 0,511 MeV, ce qui laisse 105,2 MeV (en plus de l'énergie cinétique qu'avait le muon en se désintégrant) à partager sous forme d'énergie cinétique entre les trois particules produites dans la désintégration décrite par l'équation 14.8.

Une question vous vient peut-être à l'esprit : pourquoi *deux* neutrinos dans l'équation 14.8 ? Pourquoi non pas un seul, comme dans la désintégration du pion décrite dans l'équation 14.7 ? Une réponse possible est que les nombres quantiques de spin de l'antimuon, du positron et du neutrino sont respectivement $\frac{1}{2}$; s'il n'y avait qu'un seul neutrino, la composante S_z résultante du spin ne pourrait être conservée dans la désintégration de l'antimuon décrite par l'équation 14.8. Une autre raison sera donnée dans la section 14.4.

Exemple 14.1

Un pion positif au repos peut se désintégrer de la manière suivante :

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu.$$

Quelle est l'énergie cinétique de l'antimuon μ^+ ? Quelle est l'énergie cinétique du neutrino ?

SOLUTION : Le concept clé ici est que, dans la désintégration du pion, il doit y avoir conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement. On exprime d'abord de la manière suivante la conservation de l'énergie (énergie au repos mc^2 plus l'énergie cinétique K) dans la désintégration :

$$m_\pi c^2 + K_\pi = m_\mu c^2 + K_\mu + m_\nu c^2 + K_\nu.$$

Étant donné que le pion était au repos, son énergie cinétique K_π était nulle. Ainsi, d'après les masses données au tableau 14.1, on obtient

$$\begin{aligned} K_\mu + K_\nu &= m_\pi c^2 - m_\mu c^2 - m_\nu c^2 \\ &= 139{,}6 \text{ MeV} - 105{,}7 \text{ MeV} - 0 \\ &= 33{,}9 \text{ MeV}. \end{aligned} \tag{14.9}$$

K_μ et K_ν ne peuvent être déterminées séparément dans l'équation 14.9. On applique donc le principe de conservation de la quantité de

mouvement à la désintégration. Puisque le pion est au repos quand il se désintègre, ce principe exige que le muon et le neutrino se déplacent dans des directions opposées après la désintégration. Supposez que leur mouvement suit un axe. Ainsi, on peut exprimer de la manière suivante la conservation de la quantité de mouvement dans la direction de l'axe pour la désintégration :

$$p_\pi = p_\mu + p_\nu,$$

qui donne, si $p_\pi = 0$,

$$p_\mu = -p_\nu. \tag{14.10}$$

On veut relier les quantités de mouvement p_μ et $-p_\nu$ et les énergies cinétiques K_μ et K_ν pour déterminer ces dernières. Étant donné qu'il n'y a aucune raison de croire que la physique non relativiste puisse s'appliquer au mouvement du muon et du neutrino, on utilise l'équation 8.53, soit la relation quantité de mouvement-énergie cinétique de la relativité restreinte :

$$(pc)^2 = K^2 + 2Kmc^2. \tag{14.11}$$

Grâce à l'équation 14.10, on sait que

$$(p_\mu c)^2 = (p_\nu c)^2. \tag{14.12}$$

Si on insère l'équation 14.11 dans le membre de gauche et dans le membre de droite de l'équation 14.12, on obtient

$$K_\mu^2 + 2K_\mu m_\mu c^2 = K_\nu^2 + 2K_\nu m_\nu c^2.$$

Si on pose que la masse du neutrino $m_\nu = 0$ (comme on l'indique dans le tableau 14.1), on insère $K_\nu = 33{,}9$ MeV $- K_\mu$, qui provient de l'équation 14.9, puis on isole K_μ et on obtient

$$K_\mu = \frac{(33{,}9\ \text{MeV})^2}{(2)(33{,}9\ \text{MeV} + m_\mu c^2)}$$
$$= \frac{(33{,}9\ \text{MeV})^2}{(2)(33{,}9\ \text{MeV} + 105{,}7\ \text{MeV})}$$
$$= 4{,}12\ \text{MeV}. \quad \text{(réponse)}$$

L'énergie cinétique du neutrino est alors, d'après l'équation 14.9,

$$K_\nu = 33{,}9\ \text{MeV} - K_\mu = 33{,}9\ \text{MeV} - 4{,}12\ \text{MeV}$$
$$= 29{,}8\ \text{MeV}. \quad \text{(réponse)}$$

On constate que, bien que les modules des quantités de mouvement des deux particules qui s'éloignent soient les mêmes, le neutrino obtient la plus grande part (88 %) de l'énergie cinétique.

Exemple 14.2

Des protons au repos dans une chambre à bulles sont bombardés par des pions négatifs énergiques, ce qui provoque la réaction suivante :



$$\pi^- + p \rightarrow K^- + \Sigma^+.$$

Les énergies au repos de ces particules sont

π^-	139,6 MeV	K^-	493,7 MeV
p	938,3 MeV	Σ^+	1 189,4 MeV

Quelle est la valeur Q de cette réaction ?

SOLUTION : Ici, le concept clé est que la valeur Q d'une réaction est

$$Q = \begin{pmatrix}\text{énergie au repos}\\ \text{totale initiale}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{énergie au repos}\\ \text{totale finale}\end{pmatrix}.$$

On obtient, pour la réaction précédente,

$$Q = (m_\pi c^2 + m_p c^2) - (m_K c^2 + m_\Sigma c^2)$$
$$= (139{,}6\ \text{MeV} + 938{,}3\ \text{MeV}) - (493{,}7\ \text{MeV} + 1\,189{,}4\ \text{MeV})$$
$$= -605{,}2\ \text{MeV}. \quad \text{(réponse)}$$

Le signe négatif signifie que la réaction est *endothermique*, c'est-à-dire que le pion incident (π^-) doit posséder une énergie cinétique supérieure à une certaine valeur de seuil pour provoquer la réaction. L'énergie de seuil est supérieure à 605 MeV parce que la quantité de mouvement doit être conservée, ce qui signifie, d'une part, que le kaon (K^-) et le sigma (Σ^+) doivent être créés et que, d'autre part, ils doivent aussi obtenir une certaine énergie cinétique. Un calcul relativiste dont les détails dépassent les notions abordées dans le présent volume démontre que l'énergie de seuil de cette réaction est 907 MeV.

14.4 Les leptons

Dans cette section et dans la prochaine, nous traiterons de certaines des particules de la méthode de classification présentée à la section 14.2 : les leptons et les hadrons. Nous commencerons par les leptons, ces particules sur lesquelles l'interaction forte *n'agit pas*. Les leptons vus jusqu'ici sont l'électron familier et le neutrino qui l'accompagne dans une désintégration bêta. Le muon, dont la désintégration est décrite par l'équation 14.8, est un autre membre de cette classe. Les physiciens ont graduellement appris que le neutrino qui apparaît dans l'équation 14.7, associée à la production d'un muon, *n'est pas identique* au neutrino produit dans la désintégration bêta, associée à l'apparition d'un électron. Le premier est appelé **neutrino muonique** (ν_μ) et le second, **neutrino électronique** (ν_e) quand il faut les distinguer.

Ces deux types de neutrinos sont considérés comme des particules différentes parce que, si un faisceau de neutrinos muoniques (produits par une désintégration de pions comme celle décrite dans l'équation 14.7) heurte une cible solide, il y a *uniquement production de muons*, jamais d'électrons. Par contre, si des neutrinos électroniques (produits par une désintégration bêta des produits de fission dans un réacteur nucléaire) heurtent une cible solide, il y a *uniquement production d'électrons*, jamais de muons.

En 1975, on a découvert un autre lepton, le **tauon,** au SLAC ; celui qui a fait cette découverte, Martin Perl, a partagé le prix Nobel de physique en 1995. Le tauon possède son propre neutrino, différent des deux autres. Le tableau 14.2 énumère tous les leptons (particules et antiparticules) ; tous ont un nombre quantique de spin s de $\frac{1}{2}$.

Il y a des raisons pour diviser les leptons en trois familles, chacune constituée d'une particule (électron, muon ou tauon), du neutrino qui lui est associé et des antiparticules correspondantes. De plus, il y a lieu de croire qu'*il n'y a que* les trois familles de leptons nommées dans tableau 14.2. Les leptons n'ont aucune structure interne ni aucune dimension mesurable : on croit qu'il s'agit de particules fondamentales vraiment ponctuelles quand elles interagissent avec d'autres particules ou avec des ondes électromagnétiques.

La conservation du nombre leptonique

Les expériences menées montrent que les interactions de particules qui mettent en jeu des leptons obéissent à un principe de conservation d'un nombre quantique appelé **nombre leptonique** L. Dans le tableau 14.2, on attribue le nombre leptonique $L = +1$ à chaque particule (normale) et $L = -1$ à chaque antiparticule. On attribue $L = 0$ à toutes les autres particules, qui ne sont pas des leptons. De plus, selon les expériences,

> dans toutes les interactions de particules, le nombre leptonique net *pour chaque famille* est conservé séparément.

Il y a donc vraiment trois nombres leptoniques, L_e, L_μ et L_τ, la somme de *chacun* doit demeurer inchangée pendant une interaction de particules. Ce fait expérimental est appelé principe de **conservation du nombre leptonique.**

On peut illustrer ce principe en réexaminant la désintégration de l'antimuon décrite dans l'équation 14.8, qui est plus complète ainsi :

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_\mu. \tag{14.13}$$

Considérez-la d'abord en tenant compte de la famille des muons parmi les leptons. Le μ^+ est une antiparticule (voir le tableau 14.2), donc le nombre leptonique muonique est $L_\mu = -1$. Les deux particules e^+ et ν_e n'appartiennent pas à la famille des muons ; elles ont donc $L_\mu = 0$. Ce qui laisse $\bar{\nu}_\mu$ à droite qui, étant une antiparticule, possède aussi le nombre leptonique muonique $L_\mu = -1$. Donc, les deux membres de l'équation 14.13 possèdent le même nombre leptonique muonique, à savoir $L_\mu = -1$; si ce n'était pas le cas, le μ^+ ne se désintégrerait pas ainsi.

Étant donné qu'aucun membre de la famille des électrons n'apparaît dans le membre de gauche de l'équation 14.13, le nombre leptonique électronique net doit être $L_e = 0$. Dans le membre de droite de l'équation 14.13, le positron, étant une antiparticule (voir le tableau 14.2), possède le nombre leptonique électronique $L_e = -1$. Le neutrino électronique ν_e, étant une particule, possède le nombre leptonique électronique $L_e = +1$. Donc, le nombre leptonique électronique net pour ces deux particules du membre de droite de l'équation 14.13 est également 0 ; le nombre leptonique électronique est également conservé dans le processus.

TABLEAU 14.2 Les leptons*

Famille	Particule	Symbole	Masse (MeV/c^2)	Charge q	Antiparticule
Électron	Électron	e^-	0,511	−1	e^+
	Neutrino électronique**	ν_e	0	0	$\bar{\nu}_e$
Muon	Muon	μ^-	105,7	−1	μ^+
	Neutrino muonique**	ν_μ	0	0	$\bar{\nu}_\mu$
Tauon	Tauon	τ^-	1 777	−1	τ^+
	Neutrino tauonique**	ν_τ	0	0	$\bar{\nu}_\tau$

* Tous les leptons ont un nombre quantique de spin de $\frac{1}{2}$ et sont donc des fermions.

** Les masses des neutrinos sont très faibles. On les néglige dans ce manuel.

Aucun membre de la famille des tauons n'apparaît dans les deux membres de l'équation 14.13 ; on doit donc avoir $L_\tau = 0$ dans chaque membre. Donc, les nombres quantiques leptoniques L_μ, L_e et L_τ demeurent inchangés durant la désintégration décrite par l'équation 14.13, leurs valeurs constantes étant respectivement -1, 0 et 0. Cet exemple n'est qu'une illustration de la conservation du nombre leptonique ; il s'applique à toutes les interactions de particules.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 1 : a) Le méson π^+ se désintègre ainsi : $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$. À quelle famille de leptons le neutrino ν appartient-il ? b) Ce neutrino est-il une particule ou une antiparticule ? c) Quel est son nombre leptonique ?

14.5 Les hadrons

On peut maintenant traiter des hadrons (baryons et mésons), ces particules qui sont soumises à l'interaction forte. On commence en ajoutant un autre principe de conservation à la liste déjà établie : la conservation du nombre baryonique.

Pour décrire ce principe de conservation, on prend la désintégration du proton,

$$p \rightarrow e^+ + \nu_e. \tag{14.14}$$

Ce processus *ne* se produit *jamais*. On doit s'en réjouir, car s'il se produisait, tous les protons de l'Univers se transformeraient graduellement en positrons, ce qui aurait des conséquences désastreuses. Pourtant, cette désintégration ne viole aucun des principes de conservation dont on a parlé jusqu'ici, y compris la conservation du nombre leptonique.

Cette apparente stabilité du proton (ainsi que l'absence de nombreux autres processus qui pourraient se produire autrement) s'explique par un nouveau nombre quantique, le **nombre baryonique** B, et un nouveau principe de conservation, la **conservation du nombre baryonique.**

On attribue $B = +1$ à chaque baryon ; $B = -1$ à chaque antibaryon ; $B = 0$ à tous les autres types de particules. Un processus mettant en jeu des particules ne peut se produire s'il fait varier le nombre baryonique net.

Dans le processus de l'équation 14.14, le proton a un nombre baryonique de $B = +1$; le positron et le neutrino ont tous deux un nombre baryonique de $B = 0$. Puisque ce processus ne conserve pas le nombre baryonique, il ne peut se produire.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 2 : Le mode de désintégration suivant *n'est pas* observé :

$$n \rightarrow p + e^-.$$

Quels principes de conservation, parmi les suivants, ce processus viole-t-il : a) principe de conservation de l'énergie, b) principe de conservation du moment cinétique, c) principe de conservation de la quantité de mouvement, d) principe de conservation de la charge, e) principe de conservation du nombre leptonique, f) principe de conservation du nombre baryonique ? Les masses sont $m_n = 939{,}6$ MeV/c^2, $m_p = 938{,}3$ MeV/c^2 et $m_e = 0{,}511$ MeV/c^2.

Exemple 14.3

Déterminez si un proton au repos peut se désintégrer de la manière suivante :

$$p \rightarrow \pi^0 + \pi^+.$$

Les propriétés du proton et du pion π^+ sont énumérées dans le tableau 14.1. Le pion π^0 a une charge nulle, un spin nul et une énergie au repos de 135,0 MeV.

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : il faut déterminer si la désintégration proposée viole l'un des principes de conservation dont on a parlé. Dans le cas de la charge électrique, on constate que le nombre quantique de charge initial est +1, et que le nombre quantique de charge final est 0 + 1 = +1. Donc, la charge est conservée durant la désintégration. Le nombre leptonique est aussi conservé, car aucune des trois particules n'est un lepton, de sorte que leurs nombres leptoniques sont tous 0.

La quantité de mouvement peut également être conservée : étant donné que le proton est au repos, et qu'il a une quantité de mouvement nulle, les deux pions doivent simplement se déplacer dans des directions opposées, mais avec des modules de quantité de mouvement égaux (de sorte que leur quantité de mouvement totale est nulle), pour

conserver la quantité de mouvement. Le fait que la quantité de mouvement *puisse* être conservée signifie que le processus n'en viole pas le principe de conservation.

Y a-t-il de l'énergie pour la désintégration ? Étant donné que le proton est au repos, cette question équivaut à demander si l'énergie au repos du proton suffit à produire les énergies au repos et les énergies cinétiques des pions. Pour y répondre, on évalue la valeur Q de la désintégration :

$$Q = \begin{pmatrix}\text{énergie au repos}\\ \text{totale initiale}\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}\text{énergie au repos}\\ \text{totale finale}\end{pmatrix}$$
$$= m_p c^2 - (m_0 c^2 - m_+ c^2)$$
$$= 938{,}3 \text{ MeV} - (135{,}0 \text{ MeV} + 139{,}6 \text{ MeV})$$
$$= 663{,}7 \text{ MeV}.$$

Le fait que Q ait une valeur positive indique que l'énergie au repos initiale est supérieure à l'énergie au repos finale. Donc, le proton *possède* suffisamment d'énergie au repos pour créer la paire de pions.

Le moment cinétique est-il conservé par la désintégration ? Cette question équivaut à déterminer si la composante S_z résultante du spin sur un axe des z arbitraire peut être conservée dans la désintégration. Les nombres quantiques de spin s des particules dans le processus sont $\frac{1}{2}$ pour le proton et 0 pour les deux pions. Donc, dans le cas du proton, la composante S_z peut être $+\frac{1}{2}\hbar$ ou $-\frac{1}{2}\hbar$, et dans le cas de chaque pion, elle est $0\hbar$. On constate que S_z ne peut être conservée d'aucune façon. Ainsi, le moment cinétique n'est pas conservé, et la désintégration proposée du proton ne peut se produire.

La désintégration viole également le principe de conservation du nombre baryonique : le proton a un nombre baryonique de $B = +1$, et les deux pions ont un nombre baryonique de $B = 0$. Cette non-conservation du nombre baryonique constitue une autre raison qui permet d'affirmer que la désintégration ne peut se produire.

Exemple 14.4

Une particule appelée xi-moins, représentée par le symbole Ξ^-, se désintègre de la manière suivante :

$$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0 + \pi^-.$$

La particule Λ^0 (appelée lambda-zéro) et la particule π^- sont toutes deux instables. La désintégration suivante se produit en *cascade* jusqu'à ce qu'il ne reste que des produits stables :

$$\Lambda^0 \rightarrow \mathrm{p} + \pi^- \qquad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu \qquad \mu^- \rightarrow \mathrm{e}^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e.$$

a) La particule Ξ^- est-elle un lepton ou un hadron ? S'il s'agit d'un hadron, est-ce un baryon ou un méson ?

SOLUTION : Pour répondre à la première question, on utilise le concept clé suivant : il n'existe que trois familles de leptons (tableau 14.2), et aucune ne comprend la particule Ξ^-. Donc, cette particule doit être un hadron.

Le concept clé, pour répondre à la seconde question, est qu'il faut déterminer le nombre baryonique de la particule Ξ^-. S'il est +1 ou −1, la particule Ξ^- est un baryon ; s'il est 0, il s'agit d'un méson. Pour le savoir, on écrit la désintégration totale, de la particule Ξ^- initiale aux produits finaux stables, de la manière suivante :

$$\Xi^- \rightarrow \mathrm{p} + 2(\mathrm{e}^- + \bar{\nu}_e) + 2(\nu_\mu + \bar{\nu}_\mu). \qquad (14.15)$$

Dans le membre de droite, le proton a un nombre baryonique de +1 ; les électrons et les neutrinos ont un nombre baryonique de 0. Donc, le nombre baryonique net du membre de droite est +1, ce qui doit alors être le nombre baryonique de la particule unique du membre de gauche. On en conclut que la particule Ξ^- est un baryon.

b) La désintégration conserve-t-elle les trois nombres leptoniques ?

SOLUTION : Ici, le concept clé est que tout processus doit conserver séparément le nombre leptonique net de chaque famille de leptons du tableau 14.2. On examine d'abord le nombre leptonique électronique L_e, qui est +1 pour l'électron e^-, −1 pour l'antineutrino électronique $\bar{\nu}_e$ et 0 pour les autres particules de la désintégration totale de l'équation 14.15. On constate que L_e net est 0 avant la désintégration et $2[+1 + (-1)] + 2(0 + 0) = 0$ après la désintégration. Donc, le nombre leptonique électronique *est* conservé. Vous pouvez ainsi démontrer que le nombre leptonique muonique et que le nombre leptonique tauonique sont également conservés.

c) Que pouvez-vous dire au sujet du spin de la particule Ξ^- ?

SOLUTION : Le concept clé est ici que la désintégration totale décrite par l'équation 14.15 doit conserver la composante S_z du spin résultant. Donc, on peut déterminer la composante S_z du spin de la particule Ξ^- dans le membre de gauche de l'équation 14.15 en tenant compte des composantes S_z des neuf particules du membre de droite. Les neuf particules sont des particules de spin $\frac{1}{2}$; elles ont donc une composante S_z de $+\frac{1}{2}\hbar$ ou de $-\frac{1}{2}\hbar$. Peu importe le choix fait entre ces deux valeurs possibles pour S_z, la valeur S_z résultante de ces neuf particules doit être un multiple *demi-entier* de $\hbar$. Donc, la particule Ξ^- doit avoir une composante S_z d'un *demi-entier* multiplié par $\hbar$, ce qui signifie que son nombre quantique de spin s doit être un demi-entier. (En fait, le nombre quantique est $\frac{1}{2}$; la particule Ξ^- se trouve avec d'autres baryons de spin $\frac{1}{2}$ dans le tableau 14.3.)

14.6 Un autre principe de conservation

Les particules ont des propriétés intrinsèques en plus de celles qui ont été vues jusqu'ici : la masse, la charge, le spin, le nombre leptonique et le nombre baryonique. La première de ces propriétés additionnelles a été découverte quand les chercheurs ont observé que certaines nouvelles particules, comme le kaon (K) et le sigma (Σ), étaient apparemment toujours produites deux par deux. Il semblait impossible de n'en produire qu'une seule à la fois. Donc, si un faisceau de pions énergétiques interagit avec les protons présents dans une chambre à bulles, la réaction

$$\pi^+ + \mathrm{p} \rightarrow \mathrm{K}^+ + \Sigma^+ \qquad (14.16)$$

se produit souvent. Pour sa part, la réaction



$$\pi^{+} + p \rightarrow \pi^{+} + \Sigma^{+}, \qquad (14.17)$$

qui ne viole aucune des lois de conservation connues dans les premiers jours de la physique des particules, ne se produit jamais.

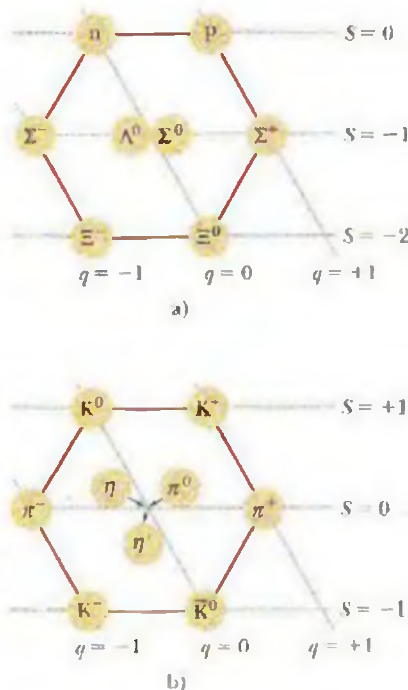
On a plus tard proposé (Murray Gell-Mann aux États-Unis et K. Nishijima au Japon, chacun de leur côté) que certaines particules possédaient une nouvelle propriété, appelée **étrangeté,** ayant son propre nombre quantique S et son propre principe de conservation. (Il ne faut pas confondre le symbole S avec celui du spin.) Le terme *étrangeté* découle du fait que, avant qu'on ne découvre l'identité de ces particules, on les considérait comme des « particules étranges » ; le nom leur est resté.

Le proton, le neutron et le pion ont $S = 0$, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas « étranges ». Il apparaît, par contre, que la particule K^{+} a une étrangeté $S = +1$ et que Σ^{+} a $S = -1$. Dans la réaction décrite par l'équation 14.16, l'étrangeté initiale est 0 ; l'étrangeté finale est aussi 0. Donc, l'étrangeté est conservée dans la réaction. Cependant, dans la réaction décrite par l'équation 14.17, l'étrangeté finale est -1 ; l'étrangeté n'y étant pas conservée, cette réaction ne peut se produire. Il semble donc qu'il faille ajouter un autre principe de conservation à la liste déjà établie, à savoir la **conservation de l'étrangeté.**

L'étrangeté est conservée dans les processus mettant en jeu l'interaction forte, mais elle n'est pas conservée dans les processus mettant en jeu l'interaction faible.

Il peut sembler maladroit de donner une nouvelle propriété aux particules pour expliquer un petit casse-tête comme celui représenté par les équations 14.16 et 14.17. Cependant, l'étrangeté et son nombre quantique sont rapidement apparus dans de nombreux domaines de la physique des particules, de sorte que l'étrangeté est aujourd'hui pleinement acceptée comme un attribut légitime des particules, de pair avec la charge et le spin.

Ne vous laissez pas tromper par le caractère singulier de ce nom. L'étrangeté n'est pas plus mystérieuse que la charge. Il s'agit de deux propriétés que les particules peuvent (ou non) avoir, chacune étant décrite par un nombre quantique approprié. Chacune obéit à un principe de conservation. D'autres propriétés des particules ont été découvertes, et elles portent des noms encore plus curieux, comme *charmé* et *bottom*, mais toutes sont parfaitement légitimes. On peut voir, par exemple, comment l'étrangeté « justifie sa présence » en permettant de dévoiler d'importantes régularités dans les propriétés des particules.



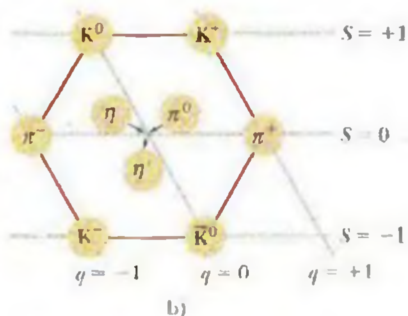


Figure 14.4 a) Le schéma de l'octet montrant les huit baryons de spin $\frac{1}{2}$ mentionnés dans le tableau 14.3. Les particules sont représentées par des disques sur un graphique étrangeté-charge, où l'on utilise un axe incliné pour désigner le nombre quantique de charge. b) Un schéma semblable pour les neuf mésons de spin zéro mentionnés dans le tableau 14.4.

14.7 La voie octuple

Après la découverte d'une centaine de hadrons, les physiciens se sont demandé comment classer ceux-ci de façon plus précise. En considérant les baryons de plus faible masse, on trouve huit baryons (neutron et proton inclus) qui ont un nombre quantique de spin de $\frac{1}{2}$. Le tableau 14.3 donne certaines de leurs autres propriétés. La figure 14.4 a) montre le fascinant motif qui apparaît si l'on représente graphiquement l'étrangeté de ces baryons en fonction de leur nombre quantique de charge, et qu'on utilise un axe en pente pour désigner les nombres quantiques de charge. Six des huit baryons forment un hexagone au centre duquel se trouvent les deux baryons résiduels. On dit que les huit baryons constituent un multiplet de huit particules : un octet.

On peut maintenant passer des baryons aux mésons de faible masse. Neuf mésons ayant un spin de 0 sont nommés dans le tableau 14.4. Si on les représente dans un diagramme en pente étrangeté-charge, comme dans la figure 14.4 b), le même schéma fascinant apparaît. Cette fois-ci, les mésons forment un octet (groupe de 8 particules) et un singulet (une particule seule). Dans ces diagrammes, les particules sont reliées par des opérateurs de symétrie qui forment ce que les mathématiciens appellent le groupe SU(3). Ils ont été proposés en 1961 de façon indépendante par Murray Gell-Mann, du California Institute of Technology, et Yuval Ne'eman, de l'Imperial College, à Londres. Gell-Mann les a nommés *la voie octuple** parce que le groupe SU(3) contient huit opérateurs de symétrie. Les deux schémas de la figure 14.4 sont des exemples de schémas de multiplets représentant des groupes de baryons et de mésons.

* Emprunt au bouddhisme.

La symétrie de la voie octuple prévoit un décuplet de baryons de spin $\frac{3}{2}$ (non illustré ici), c'est-à-dire un groupe de 10 baryons disposés dans un schéma en triangle ressemblant à la disposition des dix quilles dans un jeu. Cependant, quand ce type de schéma a été proposé pour la première fois, seulement *neuf* de ces particules étaient connues ; la « quille centrale » était absente. En 1962, guidé par la théorie et la symétrie du schéma, Gell-Mann fit une prédiction qui consistait en ce qui suit :

> Il existe un baryon de spin $\frac{3}{2}$ ayant une charge de -1, une étrangeté de -3 et une énergie au repos d'environ 1 680 MeV. Si vous cherchez cette particule *oméga moins* (comme je propose de l'appeler), je pense que vous la trouverez.

Une équipe de physiciens dirigée par Nicholas Samios, du Brookhaven National Laboratory, releva le défi et trouva la particule « manquante », confirmant toutes les prédictions de ses propriétés par Gell-Mann. Rien ne vaut une confirmation expérimentale pour stimuler la confiance en une théorie.

La voie octuple est à la physique des particules ce que le tableau périodique est à la chimie. Dans chaque cas, il y a un motif d'organisation dans lequel les vacances (particules manquantes ou éléments manquants) sont évidentes comme le nez au milieu du visage, guidant les chercheurs. En ce qui a trait au tableau périodique, son existence même laisse fortement croire que les atomes des éléments ne sont pas des particules fondamentales, mais qu'ils ont une structure sous-jacente. De même, les schémas de multiplets suggèrent fortement l'idée d'une structure sous-jacente aux mésons et aux baryons, à l'aide de laquelle on pourrait comprendre leurs propriétés. Cette structure peut être expliquée par le *modèle des quarks*, que nous aborderons dans la section suivante.

TABLEAU 14.3 Huit baryons de spin $\frac{1}{2}$ formant un octet

			Nombres quantiques	
Particule	Symbole	Masse (MeV/c^2)	Charge q	Étrangeté S
Proton	p	938,3	+1	0
Neutron	n	939,6	0	0
Lambda	Λ^0	1 115,6	0	−1
Sigma	Σ^+	1 189,4	+1	−1
Sigma	Σ^0	1 192,5	0	−1
Sigma	Σ^-	1 197,3	−1	−1
Xi	Ξ^0	1 314,9	0	−2
Xi	Ξ^-	1 321,3	−1	−2

TABLEAU 14.4 Neuf mésons* de spin 0 formant un octet et un singulet

			Nombres quantiques	
Particule	Symbole	Masse (MeV/c^2)	Charge q	Étrangeté S
Pion	π^0	135,0	0	0
Pion	π^+	139,6	+1	0
Pion	π^-	139,6	−1	0
Kaon	K^+	493,7	+1	+1
Kaon	K^-	493,7	−1	−1
Kaon	K^0	497,7	0	+1
Kaon	$\bar{K}^0$	497,7	0	−1
Êta	η	547,5	0	0
Êta prime	η'	957,8	0	0

* Tous les mésons sont des bosons ayant des spins de 0, 1, 2, ... Tous ceux qui sont nommés ici ont un spin de 0.

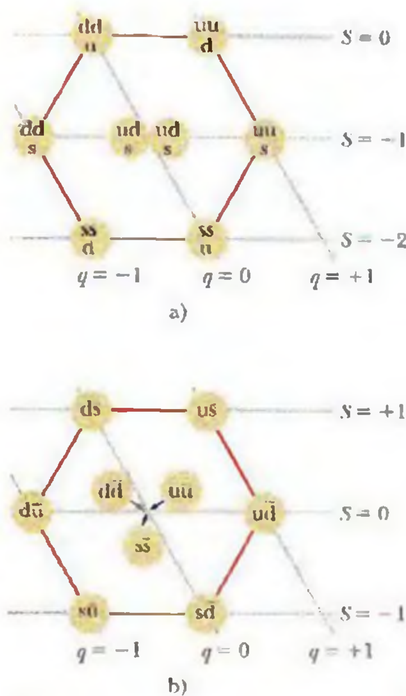


Figure 14.5 a) Les compositions des quarks des huit baryons de spin $\frac{1}{2}$ figurant dans le tableau 14.3. (Bien que les deux baryons centraux partagent la même structure de quark, le sigma est un état excité du lambda ; il se désintègre en lambda par l'émission d'un photon de rayon gamma.) b) Les compositions des quarks des neuf mésons de spin 0 figurant dans le tableau 14.4.

14.8 Le modèle des quarks

En 1964, Gell-Mann et George Zweig affirmèrent, chacun de leur côté, qu'on pouvait facilement comprendre les schémas de la voie octuple si l'on comprenait que les mésons et les baryons sont composés de sous-unités, que Gell-Mann a nommées **quarks.** On peut voir d'abord trois d'entre eux : le *quark up* (u), le *quark down* (d) et le *quark étrange* (s pour *strange*), et leur attribuer les propriétés mentionnées dans le tableau 14.5. (Les noms de ces quarks, à l'instar de ceux des trois autres dont on traitera plus loin, ne sont que des étiquettes commodes ; ils n'ont aucune signification particulière. On appelle collectivement ces noms *saveurs des quarks*. On aurait tout aussi bien pu les appeler vanille, chocolat et fraise au lieu de up, down et étrange.)

Il est possible que les nombres quantiques de charge fractionnaires des quarks vous agacent un peu. Cependant, ne portez aucun jugement jusqu'à ce que vous constatiez la clarté avec laquelle ces charges fractionnaires expliquent les charges observées des mésons et des baryons. Dans toutes les situations normales, soit sur la Terre ou dans tout processus astronomique, les quarks sont toujours regroupés par deux ou par trois pour des raisons qui ne sont pas encore tout à fait expliquées. Cependant, en 2000, certains accélérateurs avaient finalement pu projeter des atomes dans des cibles avec suffisamment d'énergie pour que la collision sépare les quarks les uns des autres pendant un bref instant.

On sait comment on peut lier des atomes en combinant leurs électrons et leurs noyaux. On peut voir maintenant comment on peut former des mésons et des bosons en combinant des quarks. Une chose apparaît évidente :

> Il n'existe aucun méson ni baryon dont on ne peut comprendre les propriétés à l'aide d'une combinaison de quarks. Inversement, il n'y a pas de combinaison possible de quarks qui ne corresponde pas à un méson ou à un baryon.

Examinons d'abord les baryons du tableau 14.3.

Quarks et baryons

Chaque baryon est constitué d'une combinaison de trois quarks ; certaines de ces combinaisons sont présentées dans la figure 14.5 a). Par rapport au nombre baryonique, on constate que tout ensemble de trois quarks (chacun avec $B = +\frac{1}{3}$) donne un baryon (où $B = +1$).

La situation est semblable avec les charges, comme on peut le voir dans les trois exemples. Pour le proton, la composition des quarks est uud, et le nombre quantique de charge est

$$q(\text{uud}) = \tfrac{2}{3} + \tfrac{2}{3} + (-\tfrac{1}{3}) = +1.$$

Pour le neutron, la composition des quarks est udd, et le nombre quantique de charge est

$$q(\text{udd}) = \tfrac{2}{3} + (-\tfrac{1}{3}) + (-\tfrac{1}{3}) = 0.$$

Pour la particule Σ^- (sigma moins) la composition des quarks est dds, et le nombre quantique de charge est

$$q(\text{dds}) = -\tfrac{1}{3} + (-\tfrac{1}{3}) + (-\tfrac{1}{3}) = -1.$$

La situation est la même avec les nombres quantiques d'étrangeté. Vous pouvez le vérifier en consultant le tableau 14.3 dans le cas du Σ^- et le tableau 14.5 dans le cas des quarks.

TABLEAU 14.5 Les quarks*

			Nombres quantiques			
Particule	Symbole	Masse (MeV/c^2)	Charge q	Étrangeté S	Nombre baryonique B	Antiparticule
Up	u	5	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{u}$
Down	d	10	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{d}$
Charmé	c	1 500	$+\frac{2}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{c}$
Étrange	s	200	$-\frac{1}{3}$	−1	$+\frac{1}{3}$	$\bar{s}$
Top	t	175 000	$+\frac{2}{3}$	0*	$+\frac{1}{3}$	$\bar{t}$
Bottom	b	4 300	$-\frac{1}{3}$	0	$+\frac{1}{3}$	$\bar{b}$

* Tous les quarks (y compris les antiquarks) ont un spin de $\frac{1}{2}$ et sont donc des fermions. Le nombre quantique q, S ou B d'un antiquark est l'opposé du nombre quantique du quark correspondant.

Quarks et mésons

Les mésons sont des paires quark-antiquark ; certaines de leurs compositions sont présentées dans la figure 14.5 b). Le modèle quark-antiquark est cohérent quant au fait que les mésons ne sont pas des baryons, donc que les mésons ont un nombre baryonique $B = 0$. Le nombre baryonique d'un quark est $+\frac{1}{3}$ et celui d'un antiquark est $-\frac{1}{3}$; donc, la combinaison des nombres baryoniques dans un méson est 0.

On peut s'intéresser au méson π^+, qui est constitué d'un quark up (u) et d'un quark antidown ($\overline{\mathrm{d}}$). Si on regarde le tableau 14.5, on constate que le nombre quantique de charge du quark up est $+\frac{2}{3}$ et que celui du quark antidown est $+\frac{1}{3}$ (le signe est opposé à celui du quark down). Il s'agit là de nombres qui s'additionnent bien pour donner un nombre quantique de charge de +1 au méson π^+ ; c'est donc dire que

$$q(\mathrm{u}\overline{\mathrm{d}}) = \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{3} = +1.$$

Tous les nombres quantiques de charge et d'étrangeté de la figure 14.5 b) sont cohérents par rapport à ceux du tableau 14.4 et de la figure 14.4 b). Convainquez-vous que toutes les combinaisons quark-antiquark up, down et étrange sont utilisées et que tous les mésons de spin zéro connus sont expliqués.

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES 3 : La combinaison d'un quark down (d) et d'un quark antiup ($\overline{\mathrm{u}}$) s'appelle-t-elle a) un méson π^0, b) un proton, c) un méson π^-, d) un méson π^+ ou e) un neutron ?

Un regard neuf sur la désintégration bêta

À quoi ressemble la désintégration bêta du point de vue du modèle des quarks ? L'équation 12.23 présente un exemple type de ce processus :



$$^{32}\mathrm{P} \rightarrow {}^{32}\mathrm{S} + \mathrm{e}^- + \nu.$$

Après la découverte du neutron et le travail de Fermi sur sa théorie de la désintégration bêta, les physiciens en sont venus à considérer le processus fondamental de la désintégration bêta comme une transformation d'un neutron en proton à l'intérieur du noyau, transformation s'effectuant de la manière suivante :

$$\mathrm{n} \rightarrow \mathrm{p} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_e,$$

où le neutrino est identifié de manière complète. De nos jours, des observations plus approfondies permettent de constater qu'un neutron (udd) peut se transformer en un proton (uud) en transformant un quark down en quark up. On considère maintenant le processus fondamental de la désintégration bêta comme étant

$$\mathrm{d} \rightarrow \mathrm{u} + \mathrm{e}^- + \overline{\nu}_e.$$

Donc, en développant chaque jour davantage les connaissances sur la nature fondamentale de la matière, on peut examiner les processus familiers encore plus à fond. On constate également que le modèle des quarks, en plus d'aider les chercheurs à comprendre la structure des particules, clarifie les interactions entre ces particules.

Encore d'autres quarks

Il existe d'autres particules et d'autres multiplets dont on n'a pas parlé. Pour les expliquer, on doit présenter trois autres quarks, le *quark charmé* (c), le *quark top* (t) et le *quark bottom* (b). Donc, il existe un total de six quarks, qui sont énumérés dans le tableau 14.5.

Notez que trois quarks sont exceptionnellement massifs, le plus massif d'entre eux (top) l'étant presque 170 fois plus qu'un proton. Pour générer des particules qui contiennent de tels quarks, qui possèdent des énergies au repos très élevées, on doit produire des quantités d'énergie de plus en plus grandes, raison pour laquelle ces trois quarks n'ont pas été découverts plus tôt.

La première particule contenant un quark charmé à être observée fut le méson J/ψ, dont la structure des quarks est $c\bar{c}$. Elle fut découverte simultanément et indépendamment en 1974 par des groupes dirigés par Samuel Ting, au Brookhaven National Laboratory, et par Burton Richter, à l'Université Stanford.

La production en laboratoire du quark top a déjoué tous les efforts jusqu'en 1995, quand son existence a finalement été démontrée dans le Tevatron, un grand accélérateur de particules du Fermilab. Dans cet accélérateur, on oblige les protons et les antiprotons, chacun ayant une énergie de 0,9 TeV ($= 9 \times 10^{11}$ eV), à entrer en collision aux centres de deux grands détecteurs de particules. Dans de rares occasions, la collision entre un proton et un antiproton crée une paire de quarks top-antitop ($t\bar{t}$), qui se désintègre *très* rapidement en particules détectables ; de la présence de ces particules on peut déduire l'existence de la paire top-antitop.

Revenez brièvement au tableau 14.5 (les quarks) et au tableau 14.2 (les leptons) et notez la symétrie claire entre ces deux « paquets de six » particules, chacun se divisant naturellement en trois familles de deux particules correspondantes. Selon les connaissances actuelles, les quarks et les leptons semblent vraiment être des particules fondamentales ne possédant aucune structure interne.

Exemple 14.5

La particule Ξ^- a un nombre quantique de spin s de $\frac{1}{2}$, un nombre quantique de charge q de -1 et un nombre quantique d'étrangeté S de -2. On sait également qu'elle ne contient aucun quark bottom. Quelle combinaison de quarks forme la particule Ξ^- ?

SOLUTION : Grâce à l'exemple 14.4, on sait que la particule Ξ^- est un baryon. Le concept clé est alors qu'elle doit consister en trois quarks (non pas en deux, comme dans le cas d'un méson).

On prend ensuite l'étrangeté $S = -2$ de Ξ^-. Ici, le concept clé est que seul le quark étrange s et le quark antiétrange $\bar{s}$ ont des valeurs d'étrangeté non nulles (voir le tableau 14.5). De plus, étant donné que seul le quark étrange s a une valeur d'étrangeté *négative*, Ξ^- doit contenir ce quark. En fait, pour que Ξ^- ait une étrangeté de -2, elle doit contenir deux quarks étranges.

Pour déterminer le troisième quark, qu'on nommera x, on peut tenir compte des autres propriétés connues de Ξ^-. Son nombre quantique de charge q est -1, et le nombre quantique de charge q de chaque quark étrange est de $-\frac{1}{3}$. Donc, le troisième quark x doit avoir un nombre quantique de charge de $-\frac{1}{3}$ pour qu'on puisse être en présence de

$$q(\Xi^-) = q(\text{ssx}) = -\tfrac{1}{3} + (-\tfrac{1}{3}) + (-\tfrac{1}{3}) = -1.$$

Outre le quark s, les seuls quarks affichant $q = -\frac{1}{3}$ sont le quark down d et le quark bottom b. Étant donné que l'énoncé du problème élimine le quark bottom, il reste le quark down. Cette conclusion est également cohérente quant aux nombres quantiques baryoniques :

$$B(\Xi^-) = B(\text{ssd}) = \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3} + \tfrac{1}{3} = +1.$$

Donc, la composition des quarks de la particule Ξ^- est ssd.

14.9 Les interactions fondamentales et les particules messagères

Du catalogage des particules, on passe à l'étude des interactions qui les animent.

L'interaction électromagnétique

À l'échelle atomique, on dit que deux électrons exercent une interaction électromagnétique l'un sur l'autre selon la loi de Coulomb. À un niveau inférieur, cette interaction est décrite par une brillante théorie appelée **électrodynamique quantique**. De ce point de vue, on dit que chaque électron sent la présence de l'autre en échangeant des photons avec lui.

On ne peut détecter ces photons parce que, une fois qu'ils sont émis par un électron, ils sont absorbés par l'autre très peu de temps après. À cause de cette existence indétectable, on les appelle **photons virtuels**. Puisque ces photons établissent des communications entre les deux particules chargées, on les appelle parfois *particules messagères*.

Si un électron émet un photon en demeurant lui-même inchangé, l'énergie n'est pas conservée. Le principe de conservation de l'énergie est toutefois sauvegardé par le principe d'incertitude, décrit par l'équation 9.25 :

$$\Delta E \cdot \Delta t \approx \hbar. \tag{14.18}$$

Ici, on interprète cette relation de la façon suivante : vous pouvez « mettre à découvert » une quantité d'énergie ΔE, violant ainsi le principe de la conservation de l'énergie, *pourvu* que vous la « retourniez » dans un intervalle Δt déterminé par $h/\Delta E$, de sorte que la violation ne puisse être détectée. Les photons virtuels le font. Ainsi, quand un électron A émet un photon virtuel, le découvert en énergie est rapidement comblé quand cet électron reçoit un photon virtuel de l'électron B, et la violation du principe de conservation de l'énergie pour la paire d'électrons est dissimulée par l'incertitude inhérente.

L'interaction faible

La théorie de l'interaction faible, qui s'applique à toutes les particules, a été formulée par analogie avec la théorie de l'interaction électromagnétique. Les messagers qui transmettent l'interaction faible entre les particules ne sont toutefois pas des photons (sans masse), mais des particules massives, représentées par les symboles W^+, W^- et Z^0. Cette théorie fut si fructueuse qu'elle permit de constater que l'interaction électromagnétique et l'interaction faible étaient deux aspects d'une seule **interaction électrofaible.** Ce résultat est une suite logique au travail de Maxwell, qui a découvert que les forces électrique et magnétique étaient différents aspects d'une seule interaction *électromagnétique*.

La théorie électrofaible permit de prédire les propriétés des particules messagères. On a prédit, par exemple, que leurs charges et leurs masses étaient celles indiquées dans le tableau ci-contre. Rappelez-vous que la masse du proton n'est que de 0,938 GeV/c^2 ; ces particules sont massives ! Le prix Nobel de physique de 1979 a été remis à Sheldon Glashow, Steven Weinberg et Abdus Salam pour leur travail sur la théorie de l'interaction électrofaible.

Particule	Charge	Masse
W	$\pm e$	80,6 GeV/c^2
Z	0	91,2 GeV/c^2

Cette théorie a d'abord été vérifiée dans les années 1970. De plus, une équipe du CERN, dirigée par Carlo Rubbia, l'a confirmée en 1983 de façon éclatante en observant directement les trois particules messagères et en mesurant leurs masses qui se sont avérées égales aux prédictions théoriques. Le prix Nobel de physique de 1984 a été remis à Rubbia et à Simon van der Meer pour ce brillant travail expérimental.

On peut mettre en évidence la complexité de la physique des particules d'aujourd'hui en la comparant à une ancienne expérience en physique des particules qui mena à la découverte du neutron, et qui valut à son auteur le prix Nobel. Cette découverte d'une importance vitale a été faite au cours d'une expérience simple où des particules émises par des substances radioactives servaient alors de projectiles ; elle fut documentée en 1932 sous le titre « Possible Existence of a Neutron » (Existence possible d'un neutron), dont le seul auteur était James Chadwick.

Par contre, l'expérience qui a mené à la découverte des particules messagères en 1983 a été réalisée dans un grand accélérateur de particules ayant environ 7 km de circonférence et fonctionnant à plusieurs centaines de milliards d'électronvolts. Le détecteur de particules principal pèse à lui seul 20 MN. Cette expérience a nécessité le travail de 130 physiciens appartenant à 12 centres de recherche de 8 pays différents, appuyés par une importante équipe.

L'interaction forte

On a également formulé une théorie sur l'interaction forte, qui est la force qui lie les quarks ensemble. Dans ce cas, les particules messagères sont appelées **gluons** et, comme le photon, elles n'ont pas de masse. Dans cette théorie, on suppose que chaque « saveur » de quark existe en trois variétés qui, pour plus de commodité, ont été appelées *rouge*, *jaune* et *bleu*. Il y a donc trois quarks up, soit un de chaque couleur, et il en va de même pour les autres quarks. Les antiquarks existent également en trois couleurs, qu'on appelle *antirouge*, *antijaune* et *antibleu*. Il ne faut toutefois pas croire que les quarks sont colorés, comme des fèves en gelée. Ces noms sont attribués par simple commodité, mais on verra qu'ils ont une certaine justification formelle.

La force qui agit entre les quarks est appelée **interaction forte,** et la théorie sous-jacente, par analogie à l'électrodynamique quantique, est appelée **chromodynamique quantique**. Il semble que les quarks ne peuvent s'assembler qu'en combinaison *neutre*, sans couleur.

Il y a deux moyens d'atteindre la neutralité de couleur. Dans la théorie, la combinaison rouge + jaune + bleu donne blanc, qui est neutre ; donc, on peut réunir trois quarks pour former un baryon, à condition qu'il y en ait un jaune, un rouge et un bleu. La combinaison antirouge + antijaune + antibleu donne également blanc, de sorte qu'on

peut unir trois antiquarks (des bonnes anticouleurs) pour former un antibaryon. Finalement, la combinaison rouge + antirouge ou jaune + antijaune ou bleu + antibleu donne aussi blanc. Donc, on peut former un méson en combinant un quark et un antiquark. La règle de la neutralité de couleur permet aussi des combinaisons plus complexes comme la combinaison rouge + jaune + bleu + rouge + antirouge. La particule ainsi formée est appelée pentaquark ; elle a été observée en 2003 par une équipe au Japon et par une autre équipe aux États-Unis.

L'interaction forte ne lie pas seulement les quarks en baryons et en mésons, elle lie aussi certaines de ces dernières particules entre elles ; dans ce cas, on l'appelle traditionnellement force nucléaire. Ainsi, non seulement l'interaction forte lie-t-elle ensemble les quarks pour former des protons et des neutrons, mais elle lie aussi les protons et les neutrons pour former des noyaux. Ceci est équivalent à l'interaction électromagnétique qui lie les électrons et les noyaux pour former des atomes, mais aussi les atomes ensemble pour former des molécules.

Le rêve d'Einstein

L'unification des interactions fondamentales de la nature en une interaction unique (qui occupa Einstein vers la fin de sa vie) est un sujet de recherche actuel. On a vu qu'on a réussi à combiner l'interaction faible avec l'électromagnétisme et qu'ainsi on a pu les considérer comme une *interaction électrofaible* unique. Les théories qui permettraient d'ajouter l'interaction forte à cette combinaison, appelées *grandes théories unifiées,* sont à l'étude. Les théories qui permettraient de compléter le travail en y ajoutant la gravité (parfois appelées *théories du tout*) en sont à une étape encourageante, mais spéculative.

14.10 Une pause pour réfléchir

On peut mettre ce qu'on vient d'apprendre en perspective. Si tout ce qui vous intéresse est la structure du monde qui vous entoure, vous vous en tirerez bien avec l'électron, le neutrino, le neutron et le proton accompagnés du photon comme particule messagère. Comme quelqu'un l'a dit, on peut plutôt bien naviguer sur le « vaisseau Terre » en connaissant seulement ces particules. On peut observer quelques-unes des particules les plus exotiques en les cherchant dans les rayons cosmiques ; cependant, pour observer la plupart d'entre elles, il faut construire des accélérateurs imposants et travailler à grands frais en déployant de grands efforts.

L'effort à fournir est grand parce que, du point de vue énergétique, on vit dans un monde de températures très basses. Même au centre du Soleil, la valeur de kT n'est que de 1 keV environ. Pour produire ces particules exotiques, il faut pouvoir accélérer les protons ou les électrons à des énergies de l'ordre des GeV et des TeV, et plus.

Il fut une période où la température *était* partout suffisante pour fournir une telle énergie, et même plus. Cette période de températures extrêmement élevées date du début de l'Univers, pendant le **Big Bang,** au moment où l'Univers est né (ainsi que l'espace et le temps). Donc, les scientifiques étudient les particules à hautes énergies pour comprendre, entre autres, comment était l'Univers juste après sa naissance.

On verra bientôt que *tout* l'espace contenu dans l'Univers était initialement minuscule, et que la température des particules contenues dans cet espace était incroyablement élevée. Avec le temps, cependant, l'Univers s'est dilaté et a refroidi à des températures plus basses, jusqu'à atteindre la taille et la température qu'on voit aujourd'hui.

En fait, l'expression « on voit aujourd'hui » est complexe : quand on observe l'espace, on regarde dans le passé, car la lumière provenant des étoiles et des galaxies a mis beaucoup de temps à atteindre la Terre. Les objets les plus éloignés qu'on peut détecter sont les **quasars** (de l'anglais ***quasi**-stel**lar** objects*: objets quasi stellaires), qui sont des cœurs de galaxies extrêmement brillants situés aussi loin que 14×10^9 al de la Terre. Chacun de ces cœurs contient un gigantesque trou noir ; quand la matière (des gaz et même des étoiles) est attirée vers un de ces trous noirs, elle s'échauffe et émet une impressionnante quantité de lumière, suffisante pour qu'on puisse la détecter malgré l'incroyable distance. On « voit » le quasar tel qu'il était jadis, à l'instant où cette lumière commença son voyage vers la Terre, il y a des milliards d'années.

14.11 L'Univers est en expansion

Dans la section 8.10, on a vu qu'il est possible de mesurer les vitesses relatives auxquelles les galaxies s'approchent ou s'éloignent de la Terre en mesurant le déplacement Doppler de la longueur d'onde de la lumière qu'elles émettent. Si on observe seulement les galaxies éloignées, au-delà des galaxies voisines de la Terre, on constate un fait étonnant : elles s'éloignent *toutes* de nous.

En 1929, Edwin P. Hubble a établi une relation entre la vitesse de récession apparente v d'une galaxie et sa distance r de la Terre. Cette relation indique que la vitesse de récession et la distance sont directement proportionnelles :

$$v = Hr \quad \text{(la loi de Hubble).} \qquad (14.19)$$

où H, une constante de proportionnalité, est appelée **constante de Hubble**. La valeur de H est habituellement exprimée en kilomètres par seconde par mégaparsec, où le mégaparsec est une unité de longueur couramment utilisée en astrophysique et en astronomie :

$$1 \text{ Mpc} = 3{,}084 \times 10^{19} \text{ km} = 3{,}260 \times 10^{6} \text{ a l.} \qquad (14.20)$$

La constante de Hubble H n'a pas conservé la même valeur depuis la naissance de l'Univers. Il est très difficile de déterminer sa valeur actuelle parce qu'il faut faire des mesures en fonction de galaxies très éloignées. Une étude récente a établi la valeur actuelle de H à (70 ± 7) km/(s · Mpc), alors qu'une autre propose fortement une valeur de 58 km/(s · Mpc). Dans le présent chapitre, on utilisera une valeur de compromis :

$$H = 63{,}0 \text{ km/(s} \cdot \text{Mpc)} = 19{,}3 \text{ mm/(s} \cdot \text{a l).} \qquad (14.21)$$

La récession des galaxies s'explique par l'expansion de l'Univers ; elles agissent comme les raisins secs qui s'éloignent les uns des autres quand la pâte à pain qui les contient se dilate en cuisant. Des observateurs se trouvant dans toutes les autres galaxies constateraient également une récession des galaxies éloignées, comme le prévoit la loi de Hubble. Pour poursuivre dans l'analogie développée, on peut dire qu'aucun raisin sec (galaxie) n'a une vue unique ou idéale.

La loi de Hubble est cohérente avec l'hypothèse qui veut que l'Univers soit né avec le Big Bang et qu'il se dilate depuis. Si l'on suppose qu'il se dilate à un taux constant (c'est-à-dire que la valeur de H a été constante), on peut estimer son âge t_{Univers} à l'aide de l'équation 14.19. On suppose également que, depuis le Big Bang, n'importe quelle partie de l'Univers (une galaxie, par exemple) s'éloigne de la Terre à une vitesse v déterminée par l'équation 14.19. Ainsi, le temps nécessaire pour que cette partie s'éloigne à une distance r est

$$t_{\text{Univers}} = \frac{r}{v} = \frac{r}{Hr} = \frac{1}{H} \quad \text{(l'âge estimé de l'Univers).} \qquad (14.22)$$

Si on utilise la valeur de compromis donnée à H dans l'équation 14.21, t_{Univers} se révèle être 15×10^9 a. Des études plus poussées sur l'expansion de l'Univers attribuent à t_{Univers} des valeurs entre 12×10^9 a et 15×10^9 a.

Exemple 14.6

Le déplacement Doppler de la longueur d'onde lumineuse d'un quasar donné indique que ce quasar a une vitesse de récession de $2{,}8 \times 10^8$ m/s (soit 93 % de la vitesse de la lumière). À quelle distance approximative ce quasar se trouve-t-il de la Terre ?

SOLUTION : Le concept clé utilisé ici est le suivant : il faut appliquer la loi de Hubble à la vitesse v donnée. Selon les équations 14.19 et 14.21, on a

$$r = \frac{v}{H} = \frac{2{,}8 \times 10^8 \text{ m/s}}{19{,}3 \text{ mm/(s} \cdot \text{a l)}} (1\,000 \text{ mm/m})$$
$$= 14{,}5 \times 10^9 \text{ a l.} \qquad \text{(réponse)}$$

Ce n'est qu'une approximation, parce que le quasar ne s'est pas toujours éloigné de la Terre à la même vitesse v, c'est-à-dire que H n'a pas toujours eu sa valeur actuelle durant toute l'expansion de l'Univers.

Exemple 14.7

Une raie d'émission particulière, détectée dans la lumière d'une galaxie, a une longueur d'onde $\lambda_{dét} = 1,1\lambda$, où λ est la longueur d'onde propre de la raie. À quelle distance cette galaxie se trouve-t-elle de la Terre ?

SOLUTION : Ici, un premier concept clé est qu'il faut supposer que la loi de Hubble ($v = Hr$) s'applique à la récession de la galaxie. Un deuxième concept clé est qu'il faut supposer que le déplacement Doppler astronomique de l'équation 8.35 ($v = c\,\Delta\lambda/\lambda$) s'applique au déplacement de la longueur d'onde provoqué par la récession. On peut alors établir que les membres de droite de ces deux équations sont mutuellement égaux et ainsi obtenir

$$Hr = \frac{c\,\Delta\lambda}{\lambda}, \qquad (14.23)$$

ce qui mène à

$$r = \frac{c\,\Delta\lambda}{H\lambda}. \qquad (14.24)$$

Dans cette équation,

$$\Delta\lambda = \lambda_{dét} - \lambda = 1,1\lambda - \lambda = 0,1\lambda.$$

Si on insère ce résultat dans l'équation 14.24, on obtient

$$r = \frac{c(0,1\lambda)}{H\lambda} = \frac{0,1c}{H}$$
$$= \frac{(0,1)(3,0 \times 10^8\ \text{m/s})}{19,3\ \text{mm/(s} \cdot \text{a l)}}(1\,000\ \text{mm/m})$$
$$= 1,6 \times 10^9\ \text{a l}. \qquad \text{(réponse)}$$

14.12 Le rayonnement cosmique fossile

En 1965, Arno Penzias et Robert Wilson, qui travaillaient dans ce qui était alors les Bell Telephone Laboratories, testaient un récepteur à micro-ondes sensible utilisé dans les recherches en télécommunications. Ils découvrirent un faible bruit de fond qui restait d'intensité constante peu importe où ils pointaient l'antenne. Il devint bientôt clair que Penzias et Wilson observaient un **rayonnement cosmique fossile**, généré au début de l'existence de l'Univers et remplissant l'espace presque uniformément. Ce rayonnement, dont l'intensité maximale atteint une longueur d'onde de 1,1 mm, a une distribution de longueurs d'onde identique à celle d'un rayonnement d'un corps noir maintenu à une température de 2,7 K. Dans ce cas, le corps noir est l'Univers entier. Penzias et Wilson ont reçu le prix Nobel de physique de 1978 pour leur découverte.

Ce rayonnement a été produit environ 379 000 ans après le Big Bang, quand l'Univers est soudainement devenu transparent pour les ondes électromagnétiques (les ondes n'étaient alors plus immédiatement absorbées par les particules). À cette époque, le rayonnement correspondait à un rayonnement d'un corps noir dont la température atteignait peut-être 10^5 K. Avec l'expansion de l'Univers, la température a chuté à sa valeur actuelle de 2,7 K.

14.13 La matière sombre

À l'observatoire national de Kitt Peak, en Arizona, Vera Rubin et son coéquipier Kent Ford ont mesuré les vitesses de rotation d'un certain nombre de galaxies éloignées. Pour ce faire, ils ont mesuré les déplacements Doppler d'amas brillants d'étoiles se trouvant à différentes distances du centre de notre Galaxie. Comme on peut le voir dans la figure 14.6, les résultats obtenus sont surprenants : la vitesse orbitale des étoiles au bord externe visible de la Galaxie est environ la même que celle des étoiles se trouvant près du centre galactique.

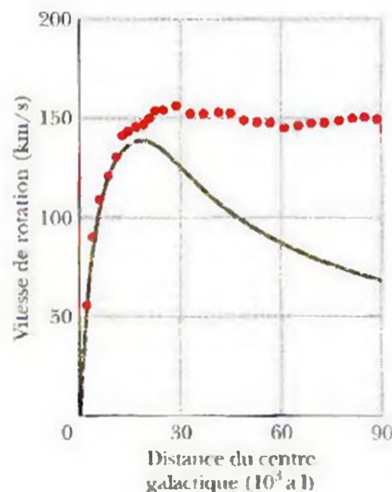


Figure 14.6 La vitesse de rotation des étoiles dans une galaxie type en fonction de la distance qui sépare chacune d'elles du centre galactique. La courbe théorique en trait plein démontre que, si une galaxie ne contenait que la masse qui est visible, les vitesses observées diminueraient avec la distance dans le cas des étoiles éloignées. Les points représentent les données expérimentales, qui démontrent que la vitesse de rotation est approximativement constante à de grandes distances.

Comme l'atteste la courbe en trait plein de la figure 14.6, ce n'est pas ce qu'on s'attendrait à trouver si toute la masse de la Galaxie était représentée par la lumière visible. Ce n'est pas non plus ce qu'on trouve dans le système solaire. Par exemple, la vitesse orbitale de Pluton (planète la plus éloignée du Soleil) n'est que le dixième de celle de Mercure (planète la plus près du Soleil).

La seule explication quant aux découvertes de Rubin et de Ford qui peut être en conformité avec la mécanique newtonienne est qu'une galaxie type contient beaucoup plus de matière que celle qu'on peut réellement voir. En fait, la portion visible d'une galaxie ne représente environ que 5 % à 10 % de sa masse totale. En plus de ces études sur la rotation des galaxies, de nombreuses autres observations mènent à la conclusion que l'Univers abonde en matière qu'on ne peut voir.

Quelle est donc cette **matière sombre** qui se trouve dans une galaxie type et qui l'entoure comme un halo dont le diamètre représente peut-être 30 fois celui de la galaxie visible ? Les « choses » qui peuvent être de la matière sombre se rangent dans deux classes,

curieusement appelées la classe des *wimps* (de l'anglais WIMP, *weakly interacting massive particles*: particules massives soumises à l'interaction faible) et la classe des *machos* (de l'anglais *massive compact halo objects*: objets massifs compacts du halo). Si les neutrinos ont une masse, ils sont des candidats *wimps* possibles. Les *machos* peuvent comprendre des objets comme les trous noirs, les naines blanches et les naines brunes, qui sont de la taille de Jupiter et donc trop petites pour produire de la fusion nucléaire. Les naines brunes ne brillent donc pas, ce qui fait qu'elles ne sont pas visibles. Avant 2000, il y a eu des preuves convaincantes que les *machos* existent dans notre Galaxie. Imaginez qu'un *macho* (invisible) se trouvant dans notre Galaxie passe, par hasard, entre la Terre et une étoile d'une galaxie voisine. Dans sa théorie de la relativité générale, Einstein a prédit que des rayons lumineux passant près d'un objet massif seront déviés par la masse de ce dernier (voir la section 14.9 du volume 1). Donc, si l'étoile, le *macho* et la Terre sont alignés, le *macho* agira comme une *lentille gravitationnelle*, concentrant les rayons lumineux de l'étoile qui passent près de lui et produisant une image plus brillante de l'étoile alors que le *macho* lui-même l'éclipse.

Il y a eu suffisamment d'observations de tels événements pour convaincre les astronomes que les *machos* peuvent composer une fraction substantielle (certains disent 50 %) de la matière sombre présente dans notre Galaxie. Les observations se poursuivent.

14.14 Le Big Bang

En 1985, un physicien fit la remarque suivante lors d'une réunion scientifique :

> Il est aussi sûr que l'Univers est né lors d'un Big Bang il y a environ 15 milliards d'années qu'il est sûr que la Terre tourne autour du Soleil.

Cette affirmation montre le niveau de confiance des scientifiques dans la théorie du Big Bang, formulée pour la première fois par le physicien belge Georges Lemaître.

Il ne faut pas imaginer que le Big Bang a ressemblé à l'explosion d'un gigantesque pétard ni que, en principe du moins, vous auriez pu vous tenir à côté pour l'observer. Il n'y avait pas de « côté » parce que le Big Bang représente le commencement de l'espace-temps lui-même. Du point de vue de l'Univers actuel, il n'y a aucun endroit dans l'espace que vous pouvez pointer et dont vous pouvez dire : « Le Big Bang s'est produit ici. » Il s'est produit partout.

De plus, il n'y a pas d'« avant Big Bang » parce que le temps *a commencé* avec cet événement créateur. Dans ce contexte, le terme « avant » perd toute sa signification. On peut toutefois émettre des conjectures sur ce qui s'est passé au cours d'intervalles de temps successifs qui ont suivi le Big Bang.

$t \approx 10^{-43}$ s. C'est la première période durant laquelle on ne peut rien dire de significatif sur le développement de l'Univers. C'est à cet instant que les concepts d'espace et de temps acquièrent leurs significations actuelles, et que les lois de la physique telles qu'on les connaît maintenant deviennent applicables. À cet instant, l'Univers entier est plus petit qu'un proton, et sa température est d'environ 10^{32} K.

$t \approx 10^{-34}$ s. Jusqu'à cet instant, l'Univers a subi une dilatation incroyablement rapide qu'on appelle **inflation,** augmentant sa taille par un facteur d'environ 10^{30}. Il est devenu une soupe chaude de photons, de quarks et de leptons, à une température d'environ 10^{27} K.

$t \approx 10^{-4}$ s. Les quarks peuvent maintenant se combiner pour former des protons et des neutrons, et leurs antiparticules. Les particules de matière et d'antimatière se heurtent et s'annihilent mutuellement. Un léger excès de matière, en l'absence de partenaires d'annihilation, survit pour former le monde de matière qu'on connaît aujourd'hui.

$t \approx 1$ min. L'Univers s'est suffisamment refroidi pour que les protons et les neutrons qui entrent en collision puissent rester unis pour former des noyaux de faible masse ^{2}H, ^{3}He, ^{4}He et ^{7}Li. Les abondances prédites de ces noyaux sont celles qu'on observe dans l'Univers actuel. Il y a plein de rayonnements, mais la lumière ne peut parcourir de grandes distances avant d'interagir avec un noyau. L'Univers est donc opaque.

$t \approx$ 379 000 a. La température a chuté à environ 10^4 K ; les électrons peuvent rester liés aux noyaux après qu'ils sont entrés en collision, formant ainsi des atomes. Étant donné que la lumière n'interagit pas de manière appréciable avec des particules (sans charge) comme les atomes neutres, elle peut parcourir de grandes distances. Ce rayonnement forme le *rayonnement cosmique fossile* dont nous avons parlé dans la section 14.12. Les atomes d'hydrogène et d'hélium, sous l'influence de la gravité, commencent à s'unir, amorçant ainsi la formation des galaxies et des étoiles.

Les premières mesures suggéraient que le rayonnement cosmique fossile était homogène dans toutes les directions, ce qui impliquait que, 379 000 a après le Big Bang, toute la matière de l'Univers était répartie uniformément. Cette découverte était étonnante parce que la matière de l'Univers actuel n'est pas uniformément répartie, mais rassemblée en galaxies, en amas de galaxies et en superamas de galaxies. Il y a aussi de vastes *vides* contenant relativement peu de matière, et il y a des régions tellement pleines de matière qu'on les appelle *murs*. Si la théorie du Big Bang est même approximativement juste, les germes de cette répartition non homogène de la matière doivent avoir été présents avant les 379 000 a de l'Univers, et ils se révèlent maintenant sous la forme d'une répartition non homogène des rayonnements cosmiques fossiles.

En 1992, des mesures prises par le satellite COBE de la NASA ont révélé que le rayonnement cosmique fossile n'est pas parfaitement homogène. En 2003, de nouveaux résultats ont été obtenus par le satellite WMAP de la NASA. L'image de la première page de ce chapitre a été réalisée à l'aide de ces mesures, après une année d'observation, et illustre l'aspect de l'Univers lorsqu'il n'était âgé que de 379 000 a. Les zones rouges montrent des régions plus chaudes alors que les zones bleues montrent des régions plus froides. Vous pouvez alors voir que des rassemblements de matière avaient déjà commencé. Donc, la théorie du Big Bang s'avère, en principe, fondée. De plus, les résultats du WMAP indiquent que l'âge de l'Univers est de (13,7 ± 0,2) milliards d'années.

14.15 Une récapitulation

Imaginez, dans ces derniers paragraphes, où cette accumulation rapide de connaissances sur l'Univers mène. Elle procure, bien sûr, une satisfaction incontestable aux physiciens et aux astronomes curieux. Cependant, certains la voient comme une expérience d'humilité : chacun des progrès de la connaissance semble révéler plus à fond la relative insignifiance de l'humain dans le grand schème de la matière. En ordre grossièrement chronologique, on en est venu à constater ce qui suit.

La Terre n'est pas le centre du système solaire.

Le Soleil n'est qu'une étoile parmi tant d'autres dans notre Galaxie.

Notre Galaxie en est une parmi beaucoup d'autres, et notre Soleil est une étoile insignifiante qui en fait partie.

L'âge de la Terre représente peut-être seulement le tiers de celui de l'Univers, et on peut affirmer avec certitude que notre planète disparaîtra quand le Soleil aura épuisé son combustible et deviendra une géante rouge.

Notre espèce habite la Terre depuis moins d'un million d'années, un clin d'œil dans le temps cosmique.

Bien que notre position dans l'Univers semble insignifiante, les lois de la physique qu'on a découvertes (et celles qui sont encore à découvrir) semblent s'appliquer dans tout l'Univers, et (pour autant qu'on le sache) elles existaient au début et existeront dans l'avenir. Il n'y a aucune preuve que d'autres lois s'appliquent dans d'autres parties de l'Univers. Donc, jusqu'à ce que quelqu'un se plaigne, on est habilité à valider les lois de la physique « découvertes sur Terre ». Il en reste beaucoup à découvrir : « L'Univers est rempli de choses magiques, qui attendent patiemment que notre esprit s'affine. »

RÉVISION ET RÉSUMÉ

Les leptons et les quarks Les recherches actuelles confirment l'idée que toute matière est faite de six types de **leptons** (tableau 14.2), de six types de **quarks** (tableau 14.5) et de douze types d'**antiparticules,** une pour chacun des leptons et des quarks. Chaque quark se divise en trois types (rouge, vert et bleu). Toutes ces particules ont des nombres quantiques de spin de $\frac{1}{2}$ et sont, de ce fait, des **fermions** (des particules dont le nombre quantique de spin est demi-entier).

Les interactions Les particules chargées électriquement interagissent sous l'action de l'interaction électromagnétique en échangeant des **photons virtuels.** Les leptons peuvent interagir entre eux et avec les quarks grâce à ce que l'on nomme l'**interaction faible,** en échangeant des particules massives W^+, W^- et Z^0. De plus, les quarks interagissent entre eux grâce à l'**interaction forte** en échangeant des gluons. L'interaction électromagnétique et l'interaction faible sont différentes manifestations de la même interaction, appelée **interaction électrofaible.**

Les leptons Trois types de leptons (l'**électron,** le **muon** et le **tauon**) ont une charge électrique égale à $-e$. Il existe aussi trois **neutrinos** (qui sont également des leptons) non chargés, un pour chacun des leptons chargés. Les neutrinos ont de très petites masses, qui sont peut-être même nulles. Les antiparticules associées aux leptons chargés ont une charge électrique positive.

Les quarks Chacun des six quarks (**u, d, s, c, b** et **t**) a un nombre baryonique de $+\frac{1}{3}$ et une charge égale à $+\frac{2}{3}e$ ou $-\frac{1}{3}e$. Le quark s possède une étrangeté de -1, alors que tous les autres en affichent une de 0. Ces quatre signes algébriques sont inversés chez les antiquarks. Les quarks ont aussi une couleur (rouge, vert ou bleu).

Les hadrons : les baryons et les mésons Les quarks se combinent pour former des particules qui interagissent fortement et qu'on appelle **hadrons.** Les **baryons** sont des hadrons qui ont des nombres quantiques de spin demi-entiers ($\frac{1}{2}$ ou $\frac{3}{2}$). Les **mésons** sont des hadrons qui ont des nombres quantiques de spin entiers (0 ou 1) et qui sont, par conséquent, des **bosons.** Les baryons sont des fermions. Les mésons ont un nombre baryonique égal à zéro ; les baryons ont un nombre baryonique égal à $+1$ ou à -1. La **chromodynamique quantique** permet de prédire les combinaisons possibles : seules les combinaisons de couleur neutre sont possibles (par exemple rouge + vert + bleu ou rouge + antirouge) (cette prédiction est cohérente au regard des expériences menées).

L'expansion de l'Univers Les indices actuels suggèrent fortement que l'Univers est en expansion ; les lointaines galaxies s'éloignent de la Terre à une vitesse v donnée par la **loi de Hubble** :

$$v = Hr \quad \text{(la loi de Hubble).} \qquad (14.19)$$

Dans ce volume, on considère que H, la **constante de Hubble,** possède la valeur

$$H = 63{,}0\ \text{km/s/Mpc} = 19{,}3\ \text{mm/(s} \cdot \text{a l).} \qquad (14.21)$$

L'expansion décrite par la loi de Hubble et l'omniprésence d'un rayonnement cosmique fossile suggèrent que l'Univers est né lors du Big Bang, voilà 12 à 15 milliards d'années.

QUESTIONS

1. Il n'y a pas que les particules comme les électrons et les photons qui peuvent être considérées comme des fermions ou des bosons. Des atomes entiers peuvent aussi l'être, selon que leurs nombres quantiques de spin résultant sont, respectivement, des demi-entiers ou des entiers. Laquelle des affirmations suivantes est juste par rapport aux isotopes d'hélium ^{3}He et ^{4}He ? a) Tous deux sont des fermions. b) Tous deux sont des bosons. c) ^{4}He est un fermion ; ^{3}He est un boson. d) ^{3}He est un fermion ; ^{4}He est un boson. (Les deux électrons de l'hélium forment une couche fermée et ne jouent aucun rôle dans cette détermination.)

2. Le champ magnétique de la figure 14.3 b) sort-il de la page ou y entre-t-il ?

3. Lequel des huit pions de la figure 14.3 b) possède le moins d'énergie cinétique ?

4. Un électron ne peut se désintégrer en deux neutrinos. Quels principes de conservation des éléments suivants seraient violés s'il le pouvait : a) énergie, b) moment cinétique, c) charge, d) nombre leptonique, e) quantité de mouvement, f) nombre baryonique ?

5. Un proton ne peut se désintégrer en un neutron et en un neutrino. Quels principes de conservation des éléments suivants seraient violés s'il le pouvait : a) énergie (en supposant que le proton soit au repos), b) moment cinétique, c) charge, d) nombre leptonique, e) quantité de mouvement, f) nombre baryonique ?

6. Un proton possède suffisamment d'énergie au repos pour se désintégrer en jet composé d'électrons et de neutrinos, et de leurs antiparticules. Quel principe de conservation d'un des éléments suivants serait violé s'il le faisait : a) nombre leptonique électronique, b) moment cinétique, c) charge, d) nombre leptonique muonique, e) quantité de mouvement, f) nombre baryonique ?

7. On a vu que la structure de quarks du méson π^- est $d\bar{u}$. Quels principes de conservation des éléments suivants seraient violés si un π^- était plutôt formé d'un quark d et d'un quark u : a) énergie, b) moment cinétique, c) charge, d) nombre leptonique, e) quantité de mouvement, f) nombre baryonique ?

8. Une particule Σ^+ a les nombres quantiques suivants : étrangeté $S = -1$, charge $q = +1$ et spin $s = +\frac{1}{2}$. Laquelle des combinaisons de quarks suivantes est correcte : a) dds, b) ss, c) uus, d) ssu ou e) uus ?

9. Ci-dessous, la colonne de gauche donne des concepts appartenant à la physique atomique ; celle de droite, des concepts de la physique des particules. Associez les concepts des deux colonnes.

1. chimie	a) voie octuple
2. électrons	b) hadrons manquants
3. tableau périodique	c) chromodynamique quantique
4. éléments manquants	d) physique des particules
5. mécanique quantique	e) quarks

10. Soit le neutrino dont le symbole est $\bar{\nu}_\tau$. a) S'agit-il d'un quark, d'un lepton, d'un méson ou d'un baryon ? b) S'agit-il d'une particule ou d'une antiparticule ? c) S'agit-il d'un boson ou d'un fermion ? d) Est-il stable ?

11. Associez les éléments de ces deux colonnes :

1. tauon	a) quark
2. pion	b) lepton
3. proton	c) méson
4. positron	d) baryon
5. charmé	e) antiparticule

12. Classez les particules suivantes selon leur masse, en commençant par la plus légère : a) proton, b) neutrino, c) méson π^+, d) quark étrange, e) tauon, f) électron et g) Σ^-.

13. Quels sont les nombres leptoniques de ces particules : a) π^-, b) e^-, c) μ^+, d) τ^-, e) $\overline{\nu}_\mu$?

EXERCICES ET PROBLÈMES

www La solution se trouve sur le site Web, à l'adresse ci-dessous : www.dlcmcgrawhill.ca/physique

SECTION 14.3 Un interlude

1E. Calculez la différence de masse, en kilogrammes, entre le muon et le pion de l'exemple 14.1.

2E. Une distance r sépare un électron et un positron. Déterminez le rapport entre la force gravitationnelle et la force électrique qui agissent entre ces particules. D'après votre résultat, que pouvez-vous conclure sur les forces agissant entre les particules détectées dans une chambre à bulles ?

3E. Un pion neutre se désintègre en deux rayons gamma : $\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$. Calculez la longueur d'onde des rayons gamma produits par la désintégration d'un pion neutre au repos.

4E. Un pion positif subit la désintégration décrite dans l'équation 14.7 : $\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu$. Quel doit donc être le schéma de désintégration du pion négatif ? (*Indice :* Le π^- est l'antiparticule du π^+.)

5E. Quelle énergie serait dégagée si la Terre était annihilée par une collision avec une anti-Terre ?

6P. Certaines théories d'unification des interactions prédisent que le proton est instable, sa demi-vie étant d'environ 10^{32} années. En supposant que ce soit vrai, calculez le nombre de désintégrations de protons que vous vous attendriez à voir en une année dans l'eau d'une piscine olympique d'une capacité de $4{,}32 \times 10^5$ L.

7P. Les observations de neutrinos émis par la supernova SN1987a (figure 13.12), située dans le Grand Nuage de Magellan, établissent une limite supérieure de 20 eV à l'énergie au repos du neutrino électronique. Supposez que l'énergie au repos de ce neutrino, au lieu d'être nulle, est égale à 20 eV. De combien inférieure à la vitesse de la lumière serait la vitesse d'un neutrino de 1,5 MeV émis lors d'une désintégration bêta ?

8P. Un pion neutre a une énergie au repos de 135 MeV et une vie moyenne de $8{,}3 \times 10^{-17}$ s. S'il est produit avec une énergie cinétique initiale de 80 MeV et se désintègre après une durée de vie moyenne, quelle est la plus longue trace que cette particule pourrait laisser dans une chambre à bulles ? Utilisez la dilatation du temps.

9P. On ne peut mesurer directement les énergies au repos de nombreuses particules ayant de courtes vies : on doit en trouver les valeurs à l'aide des quantités de mouvement mesurées et des énergies au repos connues des produits de désintégration. Prenez le méson ρ^0, qui se désintègre par la réaction $\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$. Calculez l'énergie au repos du méson ρ^0, sachant que la quantité de mouvement de chaque pion créé a un module de 358,3 MeV/c. Voyez le tableau 14.4 pour connaître les énergies au repos des pions.

10P. Un tauon positif (τ^+, énergie au repos = 1 777 MeV) se déplace avec une énergie cinétique de 2 200 MeV en suivant une trajectoire circulaire perpendiculaire à un champ magnétique homogène de 1,20 T. a) Calculez la quantité de mouvement du tauon en kilogrammes-mètres par seconde. Il faut tenir compte des effets relativistes. b) Déterminez le rayon de la trajectoire circulaire.

11P. a) Une particule au repos, 1, se désintègre en deux particules, 2 et 3, qui s'éloignent avec des quantités de mouvement de même module, mais dans des directions opposées. Démontrez que l'énergie cinétique K_2 de la particule 2 est donnée par

$$K_2 = \frac{1}{2E_1}[(E_1 - E_2)^2 - E_3^2],$$

où E_1, E_2 et E_3 sont les énergies au repos correspondantes. (*Indice :* Suivez le raisonnement de l'exemple 14.1, sauf que, dans ce cas, aucune des particules créées n'a une masse nulle.) b) Démontrez que le résultat en a) donne l'énergie cinétique du muon telle qu'elle est calculée dans l'exemple 14.1.

SECTION 14.5 Les hadrons

12E. Vérifiez si le schéma de désintégration hypothétique du proton de l'équation 14.14 ne viole pas les principes de conservation a) de la charge, b) de l'énergie, c) de la quantité de mouvement et d) du moment cinétique.

13E. Quel principe de conservation est violé dans chacune des désintégrations suivantes (supposez que la particule initiale est au repos et que les produits de désintégration ont un moment cinétique orbital nul) : a) $\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu$, b) $\mu^- \rightarrow e^+ + \nu_e + \overline{\nu}_\mu$, c) $\mu^+ \rightarrow \pi^+ + \nu_\mu$?

14P. La particule A_2^+ et ses produits se désintègrent de la manière suivante :

$$A_2^+ \rightarrow \rho^0 + \pi^+, \qquad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \overline{\nu},$$
$$\rho^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-, \qquad \pi^- \rightarrow \mu^- + \overline{\nu},$$
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu, \qquad \mu^- \rightarrow e^- + \nu + \overline{\nu}.$$

a) Quels sont les produits de désintégration finaux stables ? b) Selon les produits, la particule A_2^+ est-elle un fermion ou un boson ? Est-elle un méson ou un baryon ? Quel est son nombre baryonique ? (*Indice :* Voir l'exemple 14.4.)

SECTION 14.6 Un autre principe de conservation

15E. La réaction $\pi^+ + p \rightarrow p + p + \overline{n}$ se produit par interaction forte. En appliquant les principes de conservation, déduisez le nombre quantique de charge, le nombre baryonique et l'étrangeté de l'antineutron.

16E. En étudiant l'étrangeté, déterminez, parmi les désintégrations ou les réactions suivantes, celles qui se produisent par interaction forte : a) $K^0 \rightarrow \pi^+ + \pi^-$, b) $\Lambda^0 + p \rightarrow \Sigma^+ + n$, c) $\Lambda^0 + p \rightarrow + \pi^-$, d) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$.

17E. Quel principe de conservation est violé dans chacune des réactions ou des désintégrations suivantes (supposez que les produits ont des moments cinétiques orbitaux nuls) : a) $\Lambda^0 \rightarrow p + K^-$, b) $\Omega^- \rightarrow \Sigma^- + \pi^0$ ($S = -3$, $q = -1$, et $m = 1\,672$ MeV/c^2 pour Ω^-), c) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^+$?

18E. Calculez l'énergie de désintégration des réactions suivantes : a) $\pi^+ + p \rightarrow \Sigma^+ + K^+$ et b) $K^- + p \rightarrow \Lambda^0 + \pi^0$.

19E. Une particule Σ^- se déplaçant avec une énergie cinétique de 220 MeV se désintègre de la manière suivante : $\Sigma^- \rightarrow \pi^- + n$. Calculez l'énergie cinétique totale des produits de désintégration.

SECTION 14.7 La voie octuple

20P. Démontrez l'énoncé suivant : si, au lieu de représenter graphiquement l'étrangeté S en fonction de la charge q des baryons de spin $\frac{1}{2}$ de la figure 14.4 a) et des mésons de spin nul de la figure 14.4 b), on représentait la quantité $Y = B + S$ en fonction de la quantité $T_3 = q - \frac{1}{2}(B + S)$, le schéma hexagonal apparaîtrait avec des axes qui ne seraient pas en pente (perpendiculaires). (La grandeur Y est appelée *hypercharge* et T_3 est relié à une grandeur appelée *isospin*.)

21P. Faites appel aux principes de conservation pour identifier la particule appelée x dans chacune des réactions suivantes, qui se produisent par interaction forte : a) $p + p \rightarrow p + \Lambda^0 + x$, b) $p + \overline{p} \rightarrow n + x$, c) $\pi^- + p \rightarrow \Xi^0 + K^0 + x$. www

22P. Soit la désintégration $\Lambda^0 \rightarrow p + \pi^-$, où Λ^0 est au repos. a) Calculez l'énergie de désintégration. b) Déterminez l'énergie cinétique du proton. c) Quelle est l'énergie cinétique du pion ? (*Indice :* Voyez le problème 11.)

SECTION 14.8 Le modèle des quarks

23E. Les combinaisons de quarks qui forment le proton et le neutron sont respectivement uud et udd. Quelles sont les combinaisons de quarks a) de l'antiproton et b) de l'antineutron ?

24E. À l'aide des tableaux 14.3 et 14.5, déterminez l'identité des baryons formés par les combinaisons suivantes de quarks (vérifiez vos réponses avec l'octet de baryon illustré dans la figure 14.4 a]) : a) ddu, b) uus, c) ssd.

25E. En utilisant seulement les quarks up, down et étrange, construisez, si possible, un baryon a) dont $q = +1$ et l'étrangeté $S = -2$, et b) dont $q = +2$ et l'étrangeté $S = 0$.

26E. Quelles combinaisons de quarks faut-il pour former a) un Λ^0 et b) un Ξ^0 ?

27E. Il y a 10 baryons qui ont un spin de $\frac{3}{2}$. Leurs symboles et leurs nombres quantiques pour la charge q et l'étrangeté S sont les suivants :

	q	S		q	S
Δ^-	-1	0	Σ^{*0}	0	-1
Δ^0	0	0	Σ^{*+}	$+1$	-1
Δ^+	$+1$	0	Ξ^{*-}	-1	-2
Δ^{++}	$+2$	0	Ξ^{*0}	0	-2
Σ^{*-}	-1	-1	Ω^-	-1	-3

Représentez ces baryons dans un graphique charge-étrangeté, en utilisant le système de coordonnées en pente de la figure 14.4. Comparez votre graphique avec cette figure.

28P. Il n'y a aucun méson connu dont le nombre quantique de charge $q = +1$ et l'étrangeté $S = -1$, ou dont $q = -1$ et $S = +1$. Dites pourquoi, à l'aide du modèle des quarks.

29P. Le baryon Σ^{*0} de spin $\frac{3}{2}$ (voir l'exercice 27) a une énergie au repos de 1 385 MeV (dont l'incertitude intrinsèque est ignorée ici) ; le baryon Σ^0 de spin $\frac{1}{2}$ a une énergie au repos de 1 192,5 MeV. Si chacune de ces particules a une énergie cinétique de 1 000 MeV, laquelle, le cas échéant, se déplace le plus rapidement, et quelle est la différence de vitesse entre les deux ?

SECTION 14.11 L'Univers est en expansion

30E. Si on applique la loi de Hubble à des distances très grandes, à quelle distance la vitesse de récession apparente devient-elle égale à la vitesse de la lumière ?

31E. Quelle est la longueur d'onde observée d'une raie d'hydrogène de 656,3 nm (première raie de Balmer) émise par une galaxie située à une distance de $2{,}40 \times 10^8$ al ? Supposez que le déplacement Doppler de l'équation 8.35 et que la loi de Hubble s'appliquent. www

32E. En laboratoire, une des raies du sodium est émise à une longueur d'onde de 590,0 nm. Cependant, dans la lumière d'une galaxie donnée, cette raie est observée à une longueur d'onde de 602,0 nm. Calculez la distance de la galaxie, en supposant que la loi de Hubble et que le déplacement Doppler de l'équation 8.35 s'appliquent.

33P. L'Univers continuera-t-il de se dilater indéfiniment ? Pour répondre à cette question, faites la supposition (vraisemblable ?) que la vitesse de récession v d'une galaxie se trouvant à une distance r de la Terre est seulement déterminée par la matière se trouvant dans une sphère de rayon r dont nous sommes le centre. Si la masse totale à l'intérieur de cette sphère est M, la vitesse de libération v_{lib} de cette sphère est $v_{lib} = \sqrt{2GM/r}$ (équation 14.27 du volume 1). a) Démontrez que, pour prévenir une expansion illimitée, la masse volumique moyenne ρ à l'intérieur de la sphère doit au moins être égale à

$$\rho = \frac{3H^2}{(8\pi G)}.$$

b) Évaluez numériquement cette « masse volumique critique » ; exprimez votre réponse en atomes d'hydrogène par mètre cube. Les mesures de la masse volumique réelle sont difficiles à prendre, notamment à cause de la présence de matière sombre, mais les mesures récentes du satellite WMAP indiquent que la masse volumique est égale à cette masse volumique critique.

34P. Les vitesses de récession apparentes des galaxies et des quasars éloignés sont proches de la vitesse de la lumière ; il faut donc utiliser la formule relativiste du déplacement Doppler (équation 8.32). Le déplacement vers le rouge est rapporté comme étant un déplacement relatif $z = \Delta\lambda/\lambda_0$. a) Démontrez que le paramètre de la vitesse de récession $\beta = v/c$, exprimé par rapport à z, est déterminé par

$$\beta = \frac{z^2 + 2z}{z^2 + 2z + 2}.$$

b) Un quasar ayant $z = 4{,}43$ a été détecté en 1987. Calculez son paramètre de vitesse. c) Déterminez la distance du quasar, en supposant que la loi de Hubble s'applique à cette distance.

SECTION 14.12 Le rayonnement cosmique fossile

35P. En raison de l'omniprésence du rayonnement cosmique fossile, la température minimale possible d'un gaz dans l'espace interstellaire ou intergalactique n'est pas 0 K, mais 2,7 K. Ce qui implique qu'une fraction importante des molécules de l'espace pouvant occuper des états excités associés à une énergie d'excitation faible peuvent, en fait, être dans ces état excités. La désexcitation subséquente devrait mener à l'émission de rayonnements détectables. Soit une molécule (hypothétique) ne comportant qu'un état excité. a) Que devrait être l'énergie d'excitation pour que 25 % des molécules soient dans l'état excité ? (*Indice :* Voyez l'équation 11.29.) b) Quelle serait la longueur d'onde du photon émis dans une transition vers l'état fondamental ?

SECTION 14.13 La matière sombre

36E. Quelle devrait être la masse du Soleil pour que Pluton (la planète la plus éloignée du Soleil, la plupart du temps) ait la vitesse orbitale que Mercure (la planète la plus près du Soleil) a actuellement ? Utilisez les données de l'annexe C et exprimez votre réponse en masses actuelles du Soleil M_S. (Supposez que les orbites sont circulaires.)

37P. Supposez que le rayon du Soleil a augmenté à $5{,}90 \times 10^{12}$ m (rayon moyen de l'orbite de Pluton, planète la plus éloignée du Soleil), que la masse volumique de ce Soleil dilaté est homogène

et que les planètes orbitent à l'intérieur de cet objet ténu. a) Calculez la vitesse orbitale de la Terre dans cette nouvelle configuration et comparez-la avec sa vitesse orbitale actuelle de 29,8 km/s. Supposez que le rayon de l'orbite de la Terre demeure inchangé. b) Quelle serait la nouvelle période de révolution de la Terre ? (La masse du Soleil demeure la même.) www

38P. Supposez que la matière (étoiles, gaz, poussières) d'une galaxie donnée, d'une masse totale M, est distribuée uniformément dans une sphère de rayon R. Une étoile de masse m tourne autour du centre de la galaxie sur une orbite de rayon $r < R$. a) Démontrez que la vitesse orbitale v de l'étoile est donnée par

$$v = r\sqrt{GM/R^3},$$

et que, par conséquent, la période de révolution T est

$$T = 2\pi\sqrt{R^3/GM},$$

indépendante de r. Ignorez toute force de résistance. b) Quelle est la formule correspondante de la période orbitale, en supposant que la masse de la galaxie est fortement concentrée vers son centre, de sorte que, essentiellement, toute la masse se trouve à des distances inférieures à r du centre ?

SECTION 14.14 Le Big Bang

39E. La longueur des ondes électromagnétiques les plus intenses émises par un corps noir à une température T est donnée par la loi de Wien : (voir l'équation 9.5). a) Démontrez que l'énergie E d'un photon correspondant à cette longueur d'onde peut être calculée à l'aide de

$$E = (4{,}28 \times 10^{-10}\ \text{MeV/K})T.$$

b) À quelle température minimale ce photon peut-il créer une paire électron-positron (comme on l'a vu dans la section 1.6 du volume 2) ?

40E. Faites appel à la loi de Wien (voir l'exercice 39) pour répondre aux questions suivantes : a) Le rayonnement cosmique fossile présente un pic d'intensité à une longueur d'onde de 1,1 mm. À quelle température cette longueur d'onde correspond-elle ? b) Environ 379 000 a après le Big Bang, l'Univers devint transparent au rayonnement électromagnétique. Sa température était alors de 10^4 K. Quelle était la longueur d'onde à laquelle le rayonnement cosmique fossile était le plus intense ?

Problèmes supplémentaires

41. La figure 14.7 montre une partie du montage expérimental qui permit la découverte de l'antiproton dans les années 1950. Un faisceau de protons de 6,2 GeV émergeait d'un accélérateur de particules et heurtait des noyaux dans une cible de cuivre. Selon les prédictions théoriques de l'époque, les collisions entre les protons et les neutrons contenus dans ces noyaux devaient produire des antiprotons par les réactions



$$\text{p} + \text{p} \rightarrow \text{p} + \text{p} + \text{p} + \bar{\text{p}}$$

et $$\text{p} + \text{n} \rightarrow \text{p} + \text{n} + \text{p} + \bar{\text{p}}.$$

Cependant, même si ces réactions se sont produites, elles étaient rares en comparaison des réactions



$$\text{p} + \text{p} \rightarrow \text{p} + \text{p} + \pi^+ + \pi^-$$

et $$\text{p} + \text{n} \rightarrow \text{p} + \text{n} + \pi^+ + \pi^-.$$

Donc, la plupart des particules produites par les collisions entre les protons de 6,2 GeV et la cible de cuivre étaient des pions.

Pour prouver que les antiprotons existaient et qu'ils étaient produits par les collisions, on dirigeait les particules quittant la cible dans une suite de champs magnétiques et de détecteurs disposés de la manière illustrée dans la figure 14.7. Le premier champ magnétique M1 déviait la trajectoire de toute particule chargée qui le traversait ; de plus, ce champ était réglé de façon que seules les particules qui étaient chargées négativement (soit un $\bar{\text{p}}$ ou un π^-) et qui avaient une quantité de mouvement de 1,19 GeV/c en émergent pour atteindre le deuxième champ magnétique (Q1). Q1 était un type particulier de champ magnétique (un *champ quadrupolaire*) qui faisait converger les particules qui l'atteignaient de manière à former un faisceau leur permettant de traverser un trou pratiqué dans un épais écran et de se diriger vers un *compteur à scintillations* S1. Le passage d'une particule chargée dans un tel compteur provoquait un signal (tout comme l'écran d'un téléviseur normal émet une impulsion lumineuse quand un électron le heurte). Donc, chaque signal indiquait le passage d'un π^- de 1,19 GeV/c ou, vraisemblablement, d'un $\bar{\text{p}}$ de 1,19 GeV/c.

Après avoir été de nouveau concentrées par le champ magnétique Q2, les particules étaient dirigées par le champ magnétique M2 à travers un deuxième compteur à scintillations S2, puis à travers deux *détecteurs Cerenkov* C1 et C2. Ces derniers peuvent être conçus pour produire un signal seulement quand la particule qui les traverse a une vitesse se trouvant entre deux limites. Dans l'expérience, une particule qui avait une vitesse supérieure à 0,79c déclenchait C1 ; une particule qui avait une vitesse entre 0,75c et 0,78c déclenchait C2.

Il existait alors deux moyens de faire la distinction entre les rares antiprotons prédits et les abondants pions négatifs. Ces deux moyens reposaient sur le fait que la vitesse d'un $\bar{\text{p}}$ de 1,19 GeV/c devait être différente de celle d'un π^- de 1,19 GeV/c : 1) selon les calculs, un $\bar{\text{p}}$ déclencherait l'un des compteurs Cerenkov, et un π déclencherait l'autre ; 2) de plus, l'intervalle de temps Δt entre les signaux de S1 et S2, qui étaient séparés de 12 m, aurait une valeur dans le cas du $\bar{\text{p}}$ et une autre valeur dans le cas du π^-. Donc, si le bon compteur Cerenkov était déclenché et si l'intervalle de temps Δt avait la bonne valeur, l'expérience prouverait l'existence des antiprotons.

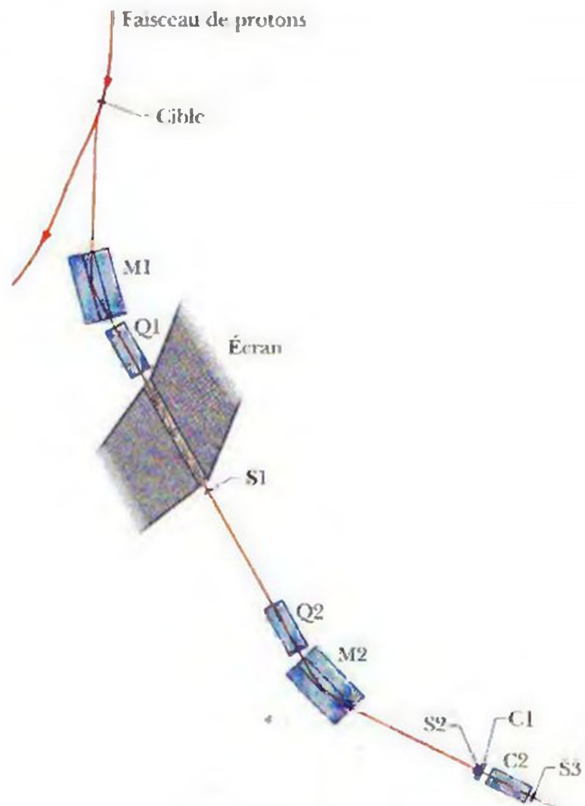


Figure 14.7 Problème 41

Quelle est la vitesse a) d'un antiproton ayant une quantité de mouvement de 1,19 GeV/c et b) d'un pion négatif ayant la même quantité de mouvement ? La vitesse d'un antiproton traversant les détecteurs Cerenkov serait légèrement inférieure à celle calculée ici parce qu'un antiproton perdrait un peu d'énergie dans les détecteurs. Quel détecteur Cerenkov a été déclenché c) par un antiproton et d) par un pion négatif ? Quels intervalles de temps Δt les passages e) d'un antiproton et f) d'un pion négatif indiquaient-ils ? (Problème adapté de O. Chamberlain, E. Segrè, C. Wiegand et T. Ypsilantis, « Observation of Antiprotons », *Physical Review*, vol. 100, 1955, p. 947-950.)

42. *Un jeu de particules.* La figure 14.8 est un croquis représentant les traces que laissent des particules dans une chambre à bulles *fictive* (où un champ magnétique homogène est perpendiculaire à la page) ; le tableau qui suit donne les nombres quantiques *fictifs* (la fantaisie, le sérieux et la coquetterie) associés aux particules qui laissent ces traces. La particule A entre dans la chambre, laisse la trace 1 et se désintègre en trois particules. Ensuite, la particule qui laisse la trace 6 se désintègre en trois autres particules, et la particule qui laisse la trace 4 se désintègre en deux autres particules, dont l'une est électriquement neutre ; la trajectoire de cette dernière est représentée par la droite pointillée. La particule qui laisse la trace 8 est connue pour avoir un nombre quantique sérieux nul.

Particule	Charge	Fantaisie	Sérieux	Coquetterie
A	1	1	−2	−2
B	0	4	3	0
C	1	2	−3	−1
D	−1	−1	0	1
E	−1	0	−4	−2
F	1	0	0	0
G	−1	−1	1	−1
H	3	3	1	0
I	0	6	4	6
J	1	−6	−4	−6

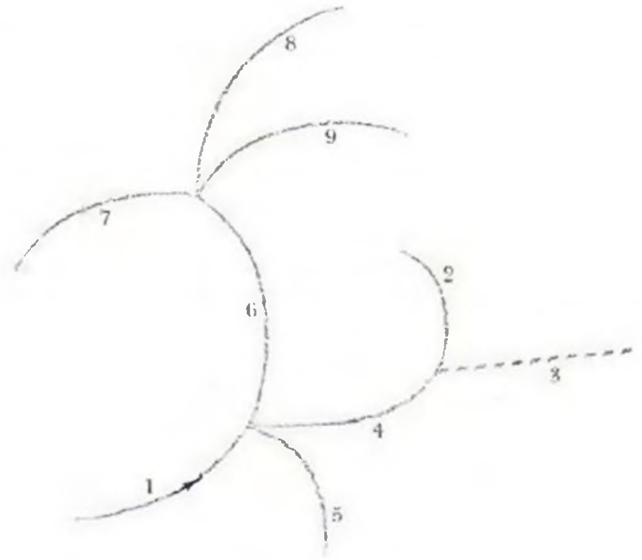


Figure 14.8 Problème 42

En supposant un principe de conservation de chacun des nombres quantiques fictifs à chaque point de désintégration, et en notant les directions des courbes des trajectoires, associez chacune des particules à une trajectoire. Une des particules de la liste n'est pas formée ; les autres n'apparaissent qu'une fois chacune.

43. *Déplacement vers le rouge cosmique.* L'expansion de l'Univers est souvent représentée par un croquis semblable à celui de la figure 14.9 a). Dans ce croquis, la Terre est située à l'endroit où se trouve le symbole nommé VL (pour Voie lactée), à l'origine d'un axe des r qui s'éloigne de notre planète de façon radiale dans toutes les directions. D'autres galaxies très éloignées y sont aussi représentées. Leurs symboles sont accompagnés de leurs vecteurs vitesses calculés

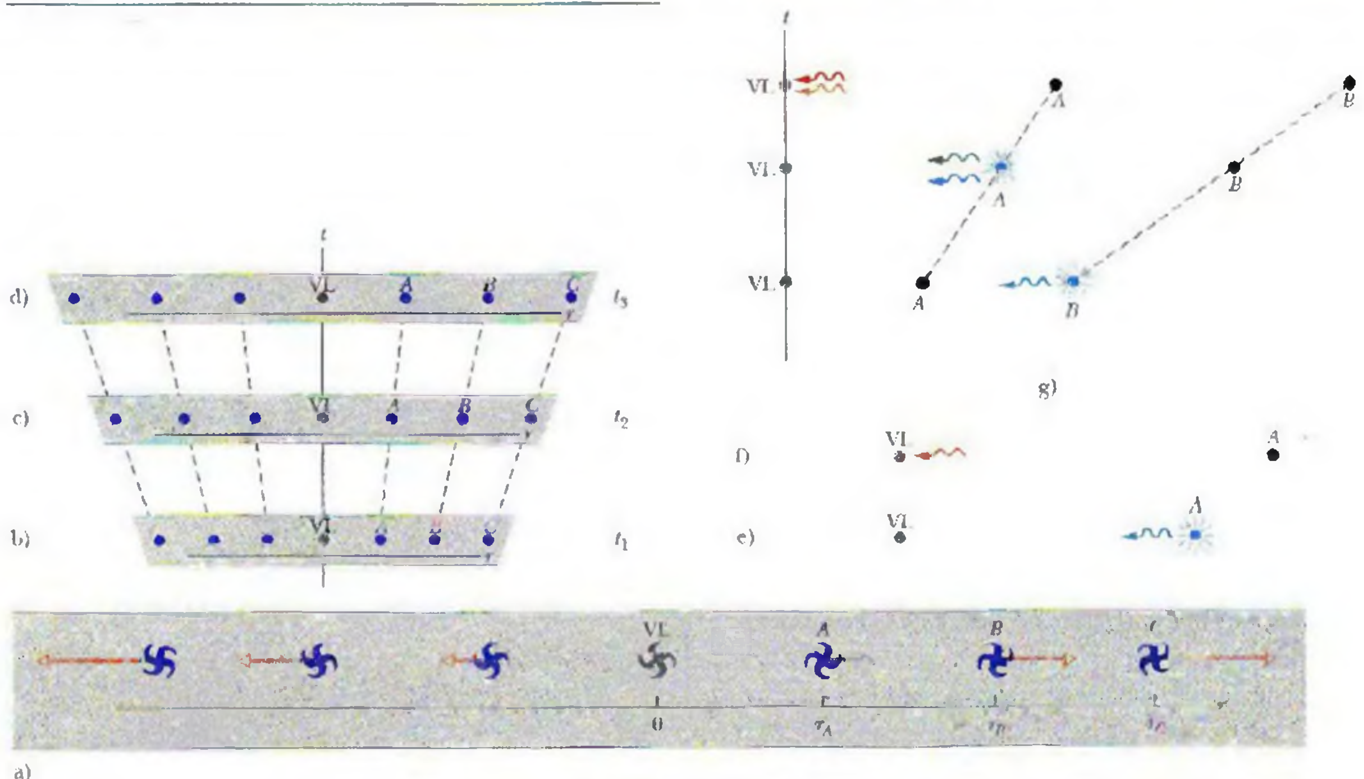


Figure 14.9 Problème 43

en fonction du déplacement vers le rouge de la lumière qui parvient jusqu'à la Terre. Comme l'indique la loi de Hubble, la vitesse de chaque galaxie est proportionnelle à la distance qui la sépare de la Terre. De tels croquis peuvent être trompeurs parce qu'ils impliquent 1) que les déplacements vers la gauche sont causés par les mouvements des galaxies par rapport à la Terre, en s'éloignant de celle-ci dans un espace statique (stationnaire), et 2) que la Terre est au centre de tout ce mouvement.

En fait, l'expansion de l'Univers et la séparation croissante des galaxies sont causées non pas par un éloignement des galaxies dans un espace préexistant, mais par une expansion de l'espace lui-même dans l'Univers. *L'espace est dynamique, non statique.*

Les points b), c) et d) de la figure 14.9 montrent une façon différente de représenter l'Univers et son expansion. Chaque partie de la figure représente une section unidimensionnelle de l'Univers (sur un axe des r) ; les deux autres dimensions spatiales de l'Univers ne sont pas illustrées. Chacune des trois parties de la figure illustre la Voie lactée et six autres galaxies (représentées par des points) ; ces parties sont placées sur un axe de temps vertical, où le temps augmente vers le haut. En b), au premier temps des trois parties, la Voie lactée et les six autres galaxies sont représentées relativement près les unes des autres. À mesure que le temps avance vers le haut dans la figure, l'espace se dilate, faisant s'éloigner les galaxies. Notez que les parties de la figure sont dessinées par rapport à la Voie lactée et que, de ce point d'observation, toutes les autres galaxies s'éloignent en raison de l'expansion. Cependant, la Voie lactée n'a rien de particulier – les galaxies s'éloignent également de n'importe quel site d'observation. Les points e) et f) de la figure 14.9 montrent seulement la Voie lactée et une autre galaxie, la galaxie nommée A, à deux instants particuliers pendant l'expansion. En e), la galaxie A se trouve à une distance r de la Voie lactée et émet une lumière d'une longueur d'onde λ. En f), après un intervalle de temps Δt, cette onde lumineuse est détectée sur la Terre. On peut représenter le taux d'expansion de l'Univers par unité de longueur de l'espace par α, qu'on suppose constant durant l'intervalle Δt. Alors, durant cet intervalle, chaque unité de longueur de l'espace, par exemple chaque mètre, se dilate de $\alpha\Delta t$, donc d'une distance $r\alpha\Delta t$. L'onde lumineuse de la figure 14.9 e) et f) se déplace à une vitesse c de la galaxie A vers la Terre. a) Démontrez que

$$\Delta t = \frac{r}{c - r\alpha}.$$

La longueur d'onde détectée λ' de la lumière est supérieure à la longueur d'onde émise λ parce que l'espace s'est dilaté durant l'intervalle Δt. Cette augmentation de la longueur d'onde est appelée **déplacement vers le rouge cosmique** ; ce n'est pas un effet Doppler. b) Démontrez que la variation de longueur d'onde $\Delta\lambda$ $(= \lambda' - \lambda)$ est donnée par

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{r\alpha}{c - r\alpha}.$$

c) Développez le membre de droite de cette équation, en utilisant le développement du binôme (présenté dans l'annexe D). d) Si vous retenez seulement le premier terme du développement, quelle est l'équation résultante de $\Delta\lambda/\lambda$?

Si l'on suppose plutôt que la figure 14.9 a) s'applique et que $\Delta\lambda$ est causée par un effet Doppler, on a alors, selon l'équation 8.35,

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{v}{c},$$

où v est la vitesse radiale de la galaxie A par rapport à la Terre. e) Faites appel à la loi de Hubble pour comparer ce résultat de l'effet Doppler à l'expansion cosmique décrite en d), et déterminez une valeur pour α. À partir de cette analyse, vous pouvez voir que les deux résultats, dérivés avec des modèles très différents du déplacement vers le rouge de la lumière des galaxies lointaines que l'on détecte, sont compatibles.

Supposez que la lumière de la galaxie A que l'on détecte a un déplacement vers le rouge de $\Delta\lambda/\lambda$ et que le taux d'expansion de l'Univers a toujours été constant à la valeur actuelle donnée dans le chapitre. f) À l'aide des résultats obtenus en b), déterminez la distance qui séparait la galaxie de la Terre à l'instant où cette lumière a été émise. Déterminez depuis combien de temps cette lumière fut émise par la galaxie g) à l'aide du résultat obtenu en a), et h) en supposant que le déplacement vers le rouge est un effet Doppler. (*Indice :* En h), le temps n'est que la distance présente à l'instant de l'émission divisée par la vitesse de la lumière, car si le déplacement vers le rouge n'est qu'un effet Doppler, la distance ne varie pas durant le déplacement de la lumière. Ici, les deux modèles du déplacement vers le rouge de la lumière présentent des résultats différents.) i) À l'instant de la détection, quelle distance sépare la galaxie A de la Terre ? (On suppose ici que la galaxie A existe encore ; si elle avait cessé d'exister, les humains n'apprendraient sa disparition qu'au moment où la dernière lumière qu'elle aurait émise atteindrait la Terre.)

Supposez maintenant que la lumière qu'on détecte de la galaxie B (figure 14.9 g]) a un déplacement vers le rouge de $\Delta\lambda/\lambda = 0{,}080$. j) À l'aide du résultat obtenu en b), déterminez la distance qui séparait la galaxie B de la Terre quand la lumière fut émise. k) À l'aide du résultat obtenu en a), déterminez combien il y a de temps que la lumière a été émise par la galaxie B. l) Quand la lumière de la galaxie A qu'on a détectée a été émise, quelle distance séparait la galaxie A de la galaxie B ?

44. La figure 14.10 est une représentation graphique hypothétique des vitesses de récession v des galaxies en fonction de leur distance r de la Terre ; la droite présentant le meilleur ajustement est illustrée parmi ces points. À l'aide de ce graphique, déterminez l'âge de l'Univers, en supposant que la loi de Hubble s'applique et que la constante de Hubble a toujours la même valeur durant l'expansion de l'Univers.

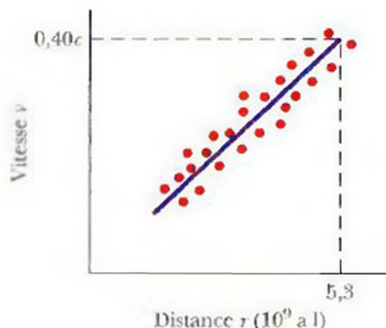


Figure 14.10 Problème 44

ANNEXE A

Le système international d'unités (SI)*

1. Les unités de base

Grandeur	Nom	Symbole	Définition
longueur	mètre	m	« Le mètre est la longueur du trajet parcouru dans le vide par la lumière pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde. »
masse	kilogramme	kg	« Le kilogramme est l'unité de masse ; il est égal à la masse du prototype international du kilogramme. »
temps	seconde	s	« La seconde est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133. »
courant électrique	ampère	A	« L'ampère est l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force égale à 2×10^{-7} newton par mètre de longueur. »
température thermodynamique	kelvin	K	« Le kelvin, unité de température thermodynamique, est la fraction 1/273,16 de la température thermodynamique du point triple de l'eau. »
quantité de matière	mole	mol	« La mole est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12. »
intensité lumineuse	candela	cd	« La candela est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540×10^{12} hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est de 1/683 watt par stéradian. »

* BUREAU INTERNATIONAL DES POIDS ET MESURES. *Système international d'unités*, 7e édition, 1998. Pour plus de détails, consultez le site Web du Bureau international des poids et mesures : www.bipm.fr. Dans le présent manuel, nous n'utilisons pas la candela.

2. Quelques unités dérivées

Grandeur	Nom de l'unité	Symbole	
angle plan	radian	rad	m/m = 1
angle solide	stéradian	sr	$m^2/m^2 = 1$
aire	mètre carré	m^2	
volume	mètre cube	m^3	
fréquence	hertz	Hz	s^{-1}
masse volumique	kilogramme par mètre cube	kg/m^3	
vitesse	mètre par seconde	m/s	
vitesse angulaire	radian par seconde	rad/s	
accélération	mètre par seconde carrée	m/s^2	
accélération angulaire	radian par seconde carrée	rad/s^2	
force	newton	N	$kg \cdot m/s^2$
pression, contrainte	pascal	Pa	N/m^2
travail, énergie, quantité de chaleur	joule	J	$N \cdot m$
puissance	watt	W	J/s
charge électrique	coulomb	C	$A \cdot s$
différence de potentiel, force électromotrice	volt	V	W/A
champ électrique	volt par mètre (ou newton par coulomb)	V/m	N/C
résistance électrique	ohm	Ω	V/A
capacité électrique	farad	F	C/V
flux magnétique	weber	Wb	$V \cdot s$
inductance	henry	H	$V \cdot s/A$
champ magnétique	tesla	T	Wb/m^2
entropie	joule par kelvin	J/K	
capacité thermique massique (chaleur massique)	joule par kilogramme kelvin	$J/(kg \cdot K)$	
conductivité thermique	watt par mètre kelvin	$W/(m \cdot K)$	
intensité énergétique	watt par stéradian	W/sr	

3. Les préfixes du SI

Facteur	Préfixe	Symbole	Facteur	Préfixe	Symbole
10^{24}	yotta	Y	10^{-1}	déci	d
10^{21}	zetta	Z	$\mathbf{10^{-2}}$	**centi**	**c**
10^{18}	exa	E	$\mathbf{10^{-3}}$	**milli**	**m**
10^{15}	peta	P	$\mathbf{10^{-6}}$	**micro**	μ
10^{12}	téra	T	$\mathbf{10^{-9}}$	**nano**	**n**
$\mathbf{10^{9}}$	**giga**	**G**	$\mathbf{10^{-12}}$	**pico**	**p**
$\mathbf{10^{6}}$	**méga**	**M**	10^{-15}	femto	f
$\mathbf{10^{3}}$	**kilo**	**k**	10^{-18}	atto	a
10^{2}	hecto	h	10^{-21}	zepto	z
10^{1}	déca	da	10^{-24}	yocto	y

ANNEXE B

Constantes fondamentales de la physique*

Constante	Symbole	Valeur approchée	Valeur recommandée	
			Valeur[a]	Incertitude[b]
Vitesse de la lumière dans le vide	c	$3{,}00 \times 10^8$ m/s	2,997 924 58	exacte
Charge élémentaire	e	$1{,}60 \times 10^{-19}$ C	1,602 176 462	0,039
Constante gravitationnelle	G	$6{,}67 \times 10^{-11}$ $m^3/(s^2 \cdot kg)$	6,673	1 500
Constante des gaz parfaits	R	8,31 J/(mol · K)	8,314 472	1,7
Nombre d'Avogadro	N_A	$6{,}02 \times 10^{23}$ mol^{-1}	6,022 141 99	0,079
Constante de Boltzmann	k	$1{,}38 \times 10^{-23}$ J/K	1,380 650 3	1,7
Constante de Stefan-Boltzmann	σ	$5{,}67 \times 10^{-8}$ $W/(m^2 \cdot K^4)$	5,670 400	7,0
Volume molaire des gaz parfaits à TPN[c]	V_m	$2{,}24 \times 10^{-2}$ m^3/mol	2,241 399 6	1,7
Permittivité du vide	ε_0	$8{,}85 \times 10^{-12}$ F/m	8,854 187 817 62...	exacte
Perméabilité du vide	μ_0	$12{,}6 \times 10^{-7}$ H/m	4π	exacte
Constante de Planck	h	$6{,}63 \times 10^{-34}$ J · s	6,626 068 76	0,078
Constante de Planck réduite	$\hbar$	$1{,}05 \times 10^{-34}$ J · s	1,054 571 596	0,078
Masse de l'électron	m_e	$9{,}11 \times 10^{-31}$ kg	9,109 381 88	0,079
		$5{,}49 \times 10^{-4}$ u	5,485 799 110	0,002 1
		0,511 MeV/c^2	0,510 998 902	0,040
Masse du proton	m_p	$1{,}67 \times 10^{-27}$ kg	1,672 621 58	0,079
		1,007 3 u	1,007 276 466 88	0,000 13
		938 MeV/c^2	938,271 998	0,040
Rapport de la masse du proton à celle de l'électron	m_p/m_e	1840	1 836,152 667 5	0,002 1
Rapport de la charge à la masse de l'électron	e/m_e	$1{,}76 \times 10^{11}$ C/kg	1,758 820 174	0,040
Masse du neutron	m_n	$1{,}675 \times 10^{-27}$ kg	1,674 927 16	0,079
		1,009 u	1,008 664 915 78	0,000 54
		939,5 MeV/c^2	939,565 330	0,040
Masse de l'atome d'hydrogène	$m_{^1H}$	1,007 8 u	1,007 825 031 6	0,000 5
Masse de l'atome de deutérium	$m_{^2H}$	2,014 1 u	2,014 101 777 9	0,000 5
Masse de l'atome d'hélium	$m_{^4He}$	4,002 6 u	4,002 603 2	0,067
Masse du muon	m_μ	$1{,}88 \times 10^{-28}$ kg	1,883 531 09	0,084
Moment magnétique de l'électron	μ_e	$9{,}28 \times 10^{-24}$ J/T	9,284 763 62	0,040
Moment magnétique du proton	μ_p	$1{,}41 \times 10^{-26}$ J/T	1,410 606 633	0,041
Magnéton de Bohr	μ_B	$9{,}27 \times 10^{-24}$ J/T	9,274 008 99	0,040
Magnéton nucléaire	μ_N	$5{,}05 \times 10^{-27}$ J/T	5,050 783 17	0,040
Rayon de Bohr	a	$5{,}29 \times 10^{-11}$ m	5,291 772 083	0,003 7
Constante de Rydberg	R_∞	$1{,}10 \times 10^7$ m^{-1}	1,097 373 156 854 9	$7{,}6 \times 10^{-6}$
Longueur d'onde de Compton pour l'électron	λ_C	$2{,}43 \times 10^{-12}$ m	2,426 310 215	0,007 3
Unité de masse atomique	u	$1{,}66 \times 10^{-27}$ kg	1,660 538 73	0,079
		931 MeV/c^2	931,494 013	0,040
Électronvolt	eV	$1{,}60 \times 10^{-19}$ J	1,602 176 462	0,039

[a] Aux valeurs inscrites dans cette colonne, il faut ajouter les mêmes unités et puissances de 10 que les valeurs approchées correspondantes.
[b] Incertitude relative en parties par million.
[c] TPN signifie « température et pression normales » : 0 °C et 1,0 atm (101,325 kPa).

* Source : Peter J. Mohr and Barry N. Taylor, CODATA Recommended Values of the Fondamental Physical Constants : 1998, *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, vol. 28, n° 6, et *Reviews of Modern Physics*, vol. 72, n° 2, 2000. (www.physics.nist.gov)

ANNEXE C

Quelques données physiques

Propriétés de l'air et de l'eau

Air (sec, à 20 °C et 1 atm = 101,325 kPa)	
Masse volumique	1,21 kg/m^3
Capacité (chaleur) massique à pression constante	1 010 J/(kg · K)
Rapport des capacités (chaleurs) massiques	1,40
Vitesse du son	343 m/s
Rigidité diélectrique	3×10^6 V/m
Masse molaire	0,028 9 kg/mol
Eau	
Masse volumique	1 000 kg/m^3
Vitesse du son	1 460 m/s
Capacité (chaleur) massique	4 190 J/(kg · K)
Chaleur latente de fusion	333 kJ/kg
Chaleur latente de vaporisation	2 260 kJ/kg
Indice de réfraction (λ = 589 nm)	1,33
Masse molaire	0,018 0 kg/mol

Quelques distances de la Terre

à la Lune*	$3,82 \times 10^8$ m	au centre de notre galaxie	$2,2 \times 10^{20}$ m
au Soleil*	$1,50 \times 10^{11}$ m	à la galaxie d'Andromède	$2,1 \times 10^{22}$ m
à l'étoile la plus proche (Proxima du Centaure)	$4,04 \times 10^{16}$ m	à la frontière de l'Univers observable	$\sim 10^{26}$ m

* Distance moyenne.

Le Soleil, la Terre et la Lune

Caractéristique	Unité	Soleil	Terre	Lune
Masse	kg	$1,99 \times 10^{30}$	$5,98 \times 10^{24}$	$7,36 \times 10^{22}$
Rayon moyen	m	$6,96 \times 10^8$	$6,37 \times 10^6$	$1,74 \times 10^6$
Masse volumique moyenne	kg/m^3	1 410	5 520	3 340
Accélération en chute libre à la surface	m/s^2	274	9,807	1,67
Vitesse de libération	km/s	618	11,2	2,38
Période de rotation[a]	–	37 j aux pôles[b] 26 j à l'équateur[b]	23 h 56 min	27,3 j
Luminosité[c]	W	$3,90 \times 10^{26}$		

[a] Mesurée par rapport aux étoiles éloignées.

[b] Le Soleil, qui est une boule de gaz, ne tourne pas comme un corps rigide.

[c] Juste à l'extérieur de l'atmosphère terrestre, le taux d'énergie solaire incident (la constante solaire) est de 1 340 W/m^2, en supposant une incidence normale.

Quelques propriétés des planètes

	Mercure	Vénus	Terre	Mars	Jupiter	Saturne	Uranus	Neptune	Pluton
Distance moyenne du Soleil, $\times 10^6$ km	57,9	108	150	228	778	1 430	2 870	4 500	5 900
Période de révolution, a	0,241	0,615	1,00	1,88	11,9	29,5	84,0	165	248
Période de rotation[a], j	58,7	−243[b]	0,997	1,03	0,409	0,426	−0,718[b]	0,658	−6,39[b]
Vitesse orbitale, km/s	47,9	35,0	29,8	24,1	13,1	9,64	6,81	5,43	4,74
Inclinaison de l'équateur par rapport à l'orbite	0°	≈3°	23,4°	25,0°	3,08°	26,7°	97,9°	29,6°	57,5°
Inclinaison de l'orbite par rapport à l'orbite terrestre	7,00°	3,39°		1,85°	1,30°	2,49°	0,77°	1,77°	17,2°
Excentricité de l'orbite	0,206	0,006 8	0,016 7	0,093 4	0,048 5	0,055 6	0,047 2	0,008 6	0,250
Diamètre à l'équateur, km	4 880	12 100	12 800	6 790	143 000	120 000	51 800	49 500	2 300
Masse (Terre = 1)	0,055 8	0,815	1,000	0,107	318	95,1	14,5	17,2	0,002
Masse volumique, g/cm^3	5,43	5,20	5,52	3,95	1,31	0,704	1,30	1,67	2,03
Valeur de g à la surface[c], m/s^2	3,70	8,60	9,78	3,72	22,9	9,05	7,77	11,0	0,5
Vitesse de libération[c], km/s	4,3	10,3	11,2	5,0	59,5	35,6	21,2	23,6	1,1
Satellites naturels connus	0	0	1	2	52 + anneau	30 + anneaux	21 + anneaux	11 + anneaux	1

[a] Mesurée par rapport aux étoiles éloignées.

[b] Les rotations de Vénus, d'Uranus et de Pluton sont dans le sens opposé à leurs révolutions.

[c] Accélération en chute libre mesurée à l'équateur de la planète.

ANNEXE D

Formules mathématiques

Géométrie

Cercle de rayon r : circonférence $= 2\pi r$; aire $= \pi r^2$.

Sphère de rayon r : aire $= 4\pi r^2$; volume $= \frac{4}{3}\pi r^3$.

Cylindre circulaire droit de rayon r et de hauteur h :
aire $= 2\pi r^2 + 2\pi rh$; volume $= \pi r^2 h$.

Triangle de base a et de hauteur h ; aire $= \frac{1}{2}ah$.

Équation quadratique

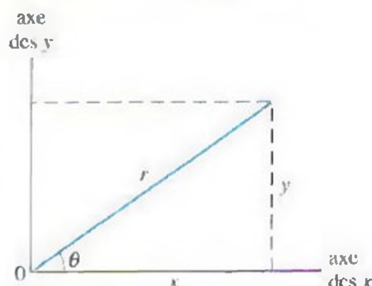
Si $ax^2 + bx + c = 0$, alors $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

Fonctions trigonométriques de l'angle θ

$\sin\theta = \dfrac{y}{r}$ $\cos\theta = \dfrac{x}{r}$

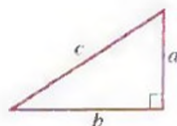
$\tan\theta = \dfrac{y}{x}$ $\text{cotg}\,\theta = \dfrac{x}{y}$

$\sec\theta = \dfrac{r}{x}$ $\text{cosec}\,\theta = \dfrac{r}{y}$



Théorème de Pythagore

Dans tout triangle rectangle,
$a^2 + b^2 = c^2$.



Triangles

Les angles sont A, B, C.

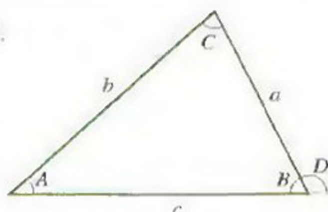
Les côtés opposés sont a, b, c.

Les angles $A + B + C = 180°$.

$\dfrac{\sin A}{a} = \dfrac{\sin B}{b} = \dfrac{\sin C}{c}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

L'angle extérieur $D = A + C$.



Signes et symboles mathématiques

$=$ est égal à

$\approx$ est approximativement égal à

$\sim$ est de l'ordre de grandeur de

$\neq$ n'est pas égal à

$\equiv$ est identique à, est défini comme

$>$ est supérieur à ($\gg$ est de beaucoup supérieur à)

$<$ est inférieur à ($\ll$ est de beaucoup inférieur à)

$\geq$ est supérieur ou égal à (ou n'est pas inférieur à)

$\leq$ est inférieur ou égal à (ou n'est pas supérieur à)

$\pm$ plus ou moins

$\propto$ est proportionnel à

$\sum$ la somme de

x_{moy} est la valeur moyenne de x

Identités trigonométriques

$\sin(90° - \theta) = \cos\theta$

$\cos(90° - \theta) = \sin\theta$

$\sin\theta/\cos\theta = \tan\theta$

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

$\text{cosec}^2\,\theta - \text{cotg}^2\,\theta = 1$

$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$

$\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1 = 1 - 2\sin^2\theta$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$

$\tan(\alpha \pm \beta) = \dfrac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha\tan\beta}$

$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\frac{1}{2}(\alpha \pm \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha \mp \beta)$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\cos\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{1}{2}(\alpha + \beta)\sin\frac{1}{2}(\alpha - \beta)$

Développement du binôme

$$(1+x)^n = 1 + \frac{nx}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \ldots \quad (x^2 < 1)$$

Développement de l'exponentielle

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots$$

Développement du logarithme

$$\ln(1+x) = x - \frac{x}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots \quad (|x| < 1)$$

Développement des fonctions trigonométriques (θ en radians)

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \ldots$$

$$\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2!} + \frac{\theta^4}{4!} - \ldots$$

$$\tan\theta = \theta + \frac{\theta^3}{3} + \frac{2\theta^5}{15} + \ldots$$

Règle de Cramer

Deux équations simultanées comprenant les inconnues x et y,

$$a_1x + b_1y = c_1 \quad \text{et} \quad a_2x + b_2y = c_2,$$

ont comme solutions

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{c_1b_2 - c_2b_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

et

$$y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}.$$

L'alphabet grec

Alpha	A	α	Nu	N	ν
Bêta	B	β	Xi	Ξ	ξ
Gamma	Γ	γ	Omicron	O	o
Delta	Δ	δ	Pi	Π	π
Epsilon	E	ε	Rhô	P	ρ
Zêta	Z	ζ	Sigma	Σ	σ
Êta	H	η	Tau	T	τ
Thêta	Θ	θ	Upsilon	Y	υ
Iota	I	ι	Phi	Φ	ϕ, φ
Kappa	K	κ	Khi	X	χ
Lambda	Λ	λ	Psi	Ψ	ψ
Mu	M	μ	Oméga	Ω	ω

Produits de vecteurs

Soit $\vec{i}$, $\vec{j}$ et $\vec{k}$, les vecteurs unitaires dans les directions x, y et z. Alors,

$$\vec{i}\cdot\vec{i} = \vec{j}\cdot\vec{j} = \vec{k}\cdot\vec{k} = 1, \quad \vec{i}\cdot\vec{j} = \vec{j}\cdot\vec{k} = \vec{k}\cdot\vec{i} = 0,$$

$$\vec{i}\times\vec{i} = \vec{j}\times\vec{j} = \vec{k}\times\vec{k} = 0,$$

$$\vec{i}\times\vec{j} = \vec{k}, \quad \vec{j}\times\vec{k} = \vec{i}, \quad \vec{k}\times\vec{i} = \vec{j}.$$

Tout vecteur $\vec{a}$, dont les composantes selon les axes des x, des y et des z sont respectivement a_x, a_y et a_z, peut s'exprimer ainsi :

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}.$$

Soit $\vec{a}$, $\vec{b}$ et $\vec{c}$, des vecteurs arbitraires de grandeurs (ou de modules) a, b et c. Alors

$$\vec{a}\times(\vec{b}+\vec{c}) = (\vec{a}\times\vec{b}) + (\vec{a}\times\vec{c})$$

$$(s\vec{a})\times\vec{b} = \vec{a}\times(s\vec{b}) = s(\vec{a}\times\vec{b}) \text{ (s est une valeur scalaire).}$$

Soit θ, le plus petit des deux angles formés par $\vec{a}$ et $\vec{b}$. Alors

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = \vec{b}\cdot\vec{a} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z = ab\cos\theta$$

$$\vec{a}\times\vec{b} = -\vec{b}\times\vec{a} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$$

$$= \vec{i}\begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} - \vec{j}\begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \vec{k}\begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix}$$

$$= (a_yb_z - b_ya_z)\vec{i} + (a_zb_x - b_za_x)\vec{j} + (a_xb_y - b_xa_y)\vec{k}$$

$$|\vec{a}\times\vec{b}| = ab\sin\theta$$

$$\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c}) = \vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a}) = \vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})$$

$$\vec{a}\times(\vec{b}\times\vec{c}) = (\vec{a}\cdot\vec{c})\vec{b} - (\vec{a}\cdot\vec{b})\vec{c}$$

Dérivées et intégrales

Dans les équations suivantes, les lettres u et v représentent des fonctions quelconques de x ; a et m sont des constantes. Il faut ajouter une constante d'intégration arbitraire à chacune des intégrales indéfinies. Le manuel *Handbook of Chemistry and Physics* (CRC Press Inc.) propose une liste plus importante.

1. $\frac{dx}{dx} = 1$
2. $\frac{d}{dx}(au) = a\frac{du}{dx}$
3. $\frac{d}{dx}(u + v) = \frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx}$
4. $\frac{d}{dx}x^m = mx^{m-1}$
5. $\frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$
6. $\frac{d}{dx}(uv) = u\frac{dv}{dx} + v\frac{du}{dx}$
7. $\frac{d}{dx}e^x = e^x$
8. $\frac{d}{dx}\sin x = \cos x$
9. $\frac{d}{dx}\cos x = -\sin x$
10. $\frac{d}{dx}\tan x = \sec^2 x$
11. $\frac{d}{dx}\operatorname{cotg} x = -\operatorname{cosec}^2 x$
12. $\frac{d}{dx}\sec x = \tan x \sec x$
13. $\frac{d}{dx}\operatorname{cosec} x = -\operatorname{cotg} x \operatorname{cosec} x$
14. $\frac{d}{dx}e^u = e^u\frac{du}{dx}$
15. $\frac{d}{dx}\sin u = \cos u\frac{du}{dx}$
16. $\frac{d}{dx}\cos u = -\sin u\frac{du}{dx}$

1. $\int dx = x$
2. $\int au\,dx = a\int u\,dx$
3. $\int (u + v)\,dx = \int u\,dx + \int v\,dx$
4. $\int x^m\,dx = \frac{x^{m+1}}{m+1} \quad (m \neq -1)$
5. $\int \frac{dx}{x} = \ln|x|$
6. $\int u\frac{dv}{dx}\,dx = uv - \int v\frac{du}{dx}\,dx$
7. $\int e^x\,dx = e^x$
8. $\int \sin x\,dx = -\cos x$
9. $\int \cos x\,dx = \sin x$
10. $\int \tan x\,dx = \ln|\sec x|$
11. $\int \sin^2 x\,dx = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin(2x)$
12. $\int e^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a}e^{-ax}$
13. $\int xe^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a^2}(ax + 1)e^{-ax}$
14. $\int x^2e^{-ax}\,dx = -\frac{1}{a^3}(a^2x^2 + 2ax + 2)e^{-ax}$
15. $\int_0^\infty x^ne^{-ax}\,dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$
16. $\int_0^\infty x^{2n}e^{-ax^2}\,dx = \frac{1\cdot3\cdot5\cdots(2n-1)}{2^{n+1}a^n}\sqrt{\frac{\pi}{a}}$
17. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2})$
18. $\int \frac{x\,dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = -\frac{1}{(x^2 + a^2)^{1/2}}$
19. $\int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2(x^2 + a^2)^{1/2}}$
20. $\int_0^\infty x^{2n+1}e^{-ax^2}\,dx = \frac{n!}{2a^{n+1}} \quad (a > 0)$
21. $\int \frac{x\,dx}{x + d} = x - d\ln(x + d)$

Erratum : Au numéro 18 de l'annexe D dans les volumes 1 et 2, supprimer la racine carrée.

ANNEXE E

Propriétés des éléments

À moins d'indication contraire, toutes les propriétés physiques correspondent à une pression de 1 atm.

Élément	Symbole	Numéro atomique, Z	Masse molaire, g/mol	Masse volumique, g/cm³ à 20 °C	Point de fusion, °C	Point d'ébullition, °C	Capacité thermique massique, J/(g · °C) à 25 °C
Actinium	Ac	89	(227)	10,06	1 323	(3 473)	0,092
Aluminium	Al	13	26,981 5	2,699	660	2 450	0,900
Américium	Am	95	(243)	13,67	1 541	—	—
Antimoine	Sb	51	121,75	6,691	630,5	1 380	0,205
Argent	Ag	47	107,870	10,49	960,8	2 210	0,234
Argon	Ar	18	39,948	$1{,}662\,6 \times 10^{-3}$	−189,4	−185,8	0,523
Arsenic	As	33	74,921 6	5,78	817 (28 atm)	613	0,331
Astate	At	85	(210)	—	(302)	—	—
Azote	N	7	14,006 7	$1{,}164\,9 \times 10^{-3}$	−210	−195,8	1,03
Baryum	Ba	56	137,33	3,594	727	1 897	0,205
Berkélium	Bk	97	(247)	14,79	—	—	—
Béryllium	Be	4	9,012 2	1,848	1 287	2 471	1,83
Bismuth	Bi	83	208,980	9,747	271,37	1 560	0,122
Bohrium	Bh	107	262,12	—	—	—	—
Bore	B	5	10,811	2,34	2 030	2 550	1,11
Brome	Br	35	79,909	3,12 (liquide)	−7,2	58	0,293
Cadmium	Cd	48	112,40	8,65	321,03	765	0,226
Calcium	Ca	20	40,08	1,55	838	1 440	0,624
Californium	Cf	98	(251)	—	—	—	—
Carbone	C	6	12,011 15	2,26	3 727	4 830	0,691
Cérium	Ce	58	140,12	6,768	804	3 470	0,188
Césium	Cs	55	132,905	1,873	28,40	690	0,243
Chlore	Cl	17	35,453	$3{,}214 \times 10^{-3}$ (0 °C)	−101	−34,7	0,486
Chrome	Cr	24	51,996	7,19	1 857	2 665	0,448
Cobalt	Co	27	58,933 2	8,85	1 495	2 900	0,423
Cuivre	Cu	29	63,54	8,96	1 083,40	2 595	0,385
Curium	Cm	96	(247)	13,3	—	—	—
Darmstadtium	Ds	110	(271)	—	—	—	—
Dubnium	Db	105	262,114	—	—	—	—
Dysprosium	Dy	66	162,50	8,55	1 409	2 330	0,172
Einsteinium	Es	99	(254)	—	—	—	—
Erbium	Er	68	167,26	9,15	1 522	2 630	0,167
Étain	Sn	50	118,69	7,298 4	231,868	2 270	0,226
Europium	Eu	63	151,96	5,243	817	1 490	0,163
Fer	Fe	26	55,847	7,874	1 536,5	3 000	0,447

Élément	Symbole	Numéro atomique, Z	Masse molaire, g/mol	Masse volumique, g/cm³ à 20 °C	Point de fusion, °C	Point d'ébullition, °C	Capacité thermique massique, J/(g · °C) à 25 °C
Fermium	Fm	100	(237)	—	—	—	—
Fluor	F	9	18,998 4	$1{,}696 \times 10^{-3}$(0 °C)	−219,6	−188,2	0,753
Francium	Fr	87	(223)	—	(27)	—	—
Gadolilium	Gd	64	157,25	7,90	1 312	2 730	0,234
Gallium	Ga	31	69,72	5,907	29,75	2 200	0,377
Germanium	Ge	32	72,59	5,323	937,25	2 830	0,322
Hafnium	Hf	72	178,49	13,31	2 227	5 400	0,144
Hassium	Hs	108	(265)	—	—	—	—
Hélium	He	2	4,002 6	$0{,}166\ 4 \times 10^{-3}$	−269,7	−268,9	5,23
Holmium	Ho	67	164,930	8,79	1 470	2 330	0,165
Hydrogène	H	1	1,007 97	$0{,}083\ 75 \times 10^{-3}$	−259,19	−252,7	14,4
Indium	In	49	114,82	7,31	156,634	2 000	0,233
Iode	I	53	126,904 4	4,94	113,5	184,35	0,218
Iridium	Ir	77	192,2	22,5	2 447	(5 300)	0,130
Krypton	Kr	36	83,80	$3{,}488 \times 10^{-3}$	−157,37	−152	0,247
Lanthane	La	57	138,91	6,145	918	3 464	0,195
Lawrencium	Lr	103	(257)	—	—	—	—
Lithium	Li	3	6,939	0,534	180,55	1 300	3,58
Lutécium	Lu	71	174,97	9,849	1 663	1 930	0,155
Magnésium	Mg	12	24,312	1,738	650	1 107	1,03
Manganèse	Mn	25	54,938 0	7,44	1 244	2 150	0,481
Meitnerium	Mt	109	(266)	—	—	—	—
Mendélévium	Md	101	(256)	—	—	—	—
Mercure	Hg	80	200,59	13,55	−38,87	357	0,138
Molybdène	Mo	42	95,94	10,22	2 617	5 560	0,251
Néodyme	Nd	60	144,24	7,007	1 016	3 180	0,188
Néon	Ne	10	20,183	$0{,}838\ 7 \times 10^{-3}$	−248,597	−246,0	1,03
Neptunium	Np	93	(237)	20,25	637	—	1,26
Nickel	Ni	28	58,71	8,90	1 453	2 913	0,444
Niobium	Nb	41	92,906	8,57	2 468	4 927	0,264
Nobélium	No	102	(255)	—	—	—	—
Or	Au	79	196,967	19,32	1 064,43	2 970	0,131
Osmium	Os	76	190,2	22,59	3 027	5 500	0,130
Oxygène	O	8	15,999 4	$1{,}331\ 8 \times 10^{-3}$	−218,80	−183,0	0,913
Palladium	Pd	46	106,4	12,02	1 552	3 980	0,243
Phosphore	P	15	30,973 8	1,83	44,25	280	0,741
Platine	Pt	78	195,09	21,45	1 769	4 530	0,134
Plomb	Pb	82	207,19	11,35	327,46	1 749	0,129
Plutonium	Pu	94	(244)	19,8	640	3 235	0,130
Polonium	Po	84	(210)	9,32	254	—	—
Potassium	K	19	39,102	0,86	63,20	760	0,758
Praséodyme	Pr	59	140,907	6,773	931	3 020	0,197
Prométhium	Pm	61	(145)	7,22	(1 027)	—	—
Protactinium	Pa	91	(231)	15,37 (estimation)	(1 230)	—	—

Élément	Symbole	Numéro atomique, Z	Masse molaire, g/mol	Masse volumique, g/cm³ à 20 °C	Point de fusion, °C	Point d'ébullition, °C	Capacité thermique massique, J/(g · °C) à 25 °C
Radium	Ra	88	(226)	5,0	700	—	—
Radon	Rn	86	(222)	$9,96 \times 10^{-3}$ (0 °C)	(−71)	−61,8	0,092
Rhénium	Re	75	186,2	21,02	3 180	5 900	0,134
Rhodium	Rh	45	102,905	12,41	1 963	4 500	0,243
Rubidium	Rb	37	85,47	1,532	39,49	688	0,364
Ruthénium	Ru	44	101,107	12,37	2 250	4 900	0,239
Rutherfordium	Rf	104	261,11	—	—	—	—
Samarium	Sm	62	150,35	7,52	1 072	1 630	0,197
Scandium	Sc	21	44,956	2,99	1 539	2 730	0,569
Seaborgium	Sg	106	263,118	—	—	—	—
Sélénium	Se	34	78,96	4,79	221	685	0,318
Silicium	Si	14	28,086	2,33	1 412	2 680	0,712
Sodium	Na	11	22,989 8	0,971 2	97,85	892	1,23
Strontium	Sr	38	87,62	2,54	768	1 380	0,737
Soufre	S	16	32,064	2,07	119,0	444,6	0,707
Tantale	Ta	73	180,948	16,6	3 014	5 425	0,138
Technétium	Tc	43	(99)	11,46	2 200	—	0,209
Tellure	Te	52	127,60	6,24	449,5	990	0,201
Terbium	Tb	65	158,924	8,229	1 357	2 530	0,180
Thallium	Tl	81	204,37	11,85	304	1 457	0,130
Thorium	Th	90	(232)	11,72	1 755	(3 850)	0,117
Thulium	Tm	69	168,934	9,32	1 545	1 720	0,159
Titane	Ti	22	47,90	4,54	1 670	3 260	0,523
Tungstène	W	74	183,85	19,3	3 380	5 930	0,134
Ununbium	Uub	112	(285)	—	—	—	—
Ununquadium	Uuq	114	(289)	—	—	—	—
Unununium	Uuu	111	(272)	—	—	—	—
Uranium	U	92	(238)	18,95	1 132	3 818	0,117
Vanadium	V	23	50,942	6,11	1 902	3 400	0,490
Xénon	Xe	54	131,30	$5,495 \times 10^{-3}$	−111,79	−108	0,159
Ytterbium	Yb	70	173,04	6,965	824	1 530	0,155
Yttrium	Y	39	88,905	4,469	1 526	3 030	0,297
Zinc	Zn	30	65,37	7,133	419,58	906	0,389
Zirconium	Zr	40	91,22	6,506	1 852	3 580	0,276

Pour les éléments dont tous les isotopes sont instables, la colonne des masses molaires indique entre parenthèses le nombre de masse de l'isotope dont la demi-vie est la plus longue. Les points de fusion et d'ébullition entre parenthèses sont incertains.

Les données relatives aux gaz s'appliquent seulement quand ceux-ci sont à leur état moléculaire habituel, comme H_2, He, O_2, Ne, etc.

Les capacités thermiques massiques des gaz sont des valeurs à pression constante.

Source : Adapté de J. Emsley, *The Elements*, 3ᵉ éd., Oxford, Clarendon Press, 1998. Voyez également www.webelements.com pour en apprendre davantage sur les valeurs récentes et les nouveaux éléments.

ANNEXE F

Tableau périodique des éléments

Métaux — Métalloïdes — Non-métaux

Métaux alcalins (IA) — Gaz nobles (0) — Métaux de transition

Périodes horizontales

	IA	IIA	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIIIB	VIIIB	VIIIB	IB	IIB	IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	0
1	1 H																	2 He
2	3 Li	4 Be											5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3	11 Na	12 Mg											13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4	19 K	20 Ca	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5	37 Rb	38 Sr	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6	55 Cs	56 Ba	57-71 *	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
7	87 Fr	88 Ra	89-103 †	104 Rf	105 Db	106 Sg	107 Bh	108 Hs	109 Mt	110 Ds	111 Uuu	112 Uub		114 Uuq				

Métaux de transition intérieurs

Lanthanides *	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb	71 Lu
Actinides †	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No	103 Lr

Les noms des éléments 104 à 109 (rutherfordium, dubnium, seaborgium, bohrium, hassium et meitnerium, respectivement) ont été adoptés par l'International Union of Pure and Applied Chemistry (IUPAC) en 1997. Le nom de l'élément 110 (darmstadtium) a été proposé par la IUPAC en 2003. Les éléments 111, 112 et 114 ont été découverts, mais (du moins en 2004) n'ont pas encore été nommés. La découverte des éléments 116 et 118 a été remise en question. Visitez le site www.webelements.com pour les derniers développements et les nouveaux éléments.

RÉPONSES AUX SECTIONS

Vérifiez vos connaissances, Questions, Exercices et problèmes

CHAPITRE 1

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** a) $-x_m$ b) $+x_m$ c) 0 **2.** La relation en a) (elle doit avoir la forme de l'équation 1.10) **3.** a) 5 J b) 2 J c) 5 J **4.** Les périodes sont toutes égales (Dans l'équation 1.29, m est incluse dans I). **5.** 1, 2, 3 (Le rapport m/b est important, mais k ne l'est pas.) **QUESTIONS** **1.** La relation c) **2.** On dérive l'équation et, par la suite, on effectue la substitution. **3.** a) Le point 2 b) Positive c) entre 0 et $+x_m$ **4.** a) et b) **5.** a) Vers $-x_m$ b) Vers $+x_m$ c) Elle est entre $-x_m$ et 0. d) Elle est entre $-x_m$ et 0. e) Elle diminue. f) Elle augmente. **6.** a) $-\pi$ rad, $-180°$ b) $-\pi/2$ rad, $-90°$ c) $+\pi/2$ rad, $+90°$ **7.** a) π rad b) π rad c) $\pi/2$ rad **8.** a) 1 b) 3 **9.** a) Elle est variable. b) Elle est variable. c) $x = \pm x_m$ d) Il aurait été plus probable. **10.** a) Elle est plus grande. b) Elle est la même. c) Elle est la même. d) Elle est plus grande. e) Elle est plus grande. **11.** b) (période infinie ; n'oscille pas), c), a) **12.** a) Une valeur plus grande b) La même valeur c) Une valeur plus grande **13.** Système 1 : k = 1 500 N/m, m = 500 kg ; système 2 : k = 1 200 N/m, m = 400 kg ; le même rapport k/m = 3 produit la résonance dans les deux systèmes. **EXERCICES ET PROBLÈMES** **1.** a) 0,50 s b) 2,0 Hz c) 18 cm **2.** a) 0,75 s b) 1,3 Hz c) 8,4 rad/s **3.** a) 0,500 s b) 2,00 Hz c) 12,6 rad/s d) 79,0 N/m e) 4,40 m/s f) 27,6 N **4.** 37,8 m/s² **5.** f > 500 Hz **6.** a) 1,23 kN/m b) 76,0 N **7.** a) $6{,}28 \times 10^5$ rad/s b) 1,59 mm **8.** a) 10 N b) 120 N/m **9.** a) 1,0 mm b) 0,75 m/s c) 570 m/s² **10.** a) $2{,}8 \times 10^3$ rad/s b) 2,1 m/s c) 5,7 km/s² **11.** a) $1{,}29 \times 10^5$ N/m b) 2,68 Hz **12.** a) 3,0 m b) −49 m/s c) −270 m/s² d) 20 rad e) 1,5 Hz f) 0,67 s **13.** 7,2 m/s **14.** b) 12,47 kg c) 54,43 kg **15.** 2,08 h **16.** 22 cm **17.** 3,1 cm **18.** a) 25 cm b) 2,2 Hz **19.** a) 5,58 Hz b) 0,325 kg c) 0,400 m **20.** a) 0,500 m b) −0,251 m c) 3,06 m/s **21.** a) 2,2 Hz b) 56 cm/s c) 0,100 kg d) 20,0 cm sous y_i **22.** $2\pi/3$ rad **23.** a) $0{,}183A$ b) Elle se déplace dans la même direction. **26.** a) $1{,}6 \times 10^4$ m/s² b) 2,5 m/s c) $7{,}9 \times 10^3$ m/s² d) 2,2 m/s **28.** a) 0,525 m b) 0,686 s **29.** a) $(n+1)k/n$ b) $(n+1)k$ c) $\sqrt{(n+1)/n}\,f$ d) $\sqrt{n+1}\,f$ **30.** a) 1,1 Hz b) 5,0 cm **31.** 37 mJ **32.** a) 200 N/m b) 1,39 kg c) 1,91 Hz **33.** a) 2,25 Hz b) 125 J c) 250 J d) 86,6 cm **34.** a) $7{,}25 \times 10^6$ N/m b) 49 400 personnes **35.** a) 130 N/m b) 0,62 s c) 1,6 Hz d) 5,0 cm e) 0,51 m/s **36.** a) $mv/(m+M)$ b) $mv/\sqrt{k(m+M)}$ **37.** a) $\frac{3}{4}$ b) $\frac{1}{4}$ c) $x_m/\sqrt{2}$ **38.** a) $-(80\ \text{N})\cos[(2\,000\ \text{rad/s})t - \pi/3\ \text{rad}]$ b) 3,1 ms c) 4,0 m/s d) 0,080 J **39.** a) 16,6 cm b) 1,23 % **40.** a) 0,735 kg · m² b) 0,024 0 N · m c) 0,181 rad/s **41.** a) 39,5 rad/s b) 34,2 rad/s c) −124 rad/s² **42.** a) 8,3 s b) non **43.** 99 cm **44.** 8,77 s **45.** 5,6 cm **46.** $2\pi\sqrt{\frac{R^2+2d^2}{2gd}}$ **47.** $2\pi\sqrt{\frac{L^2+12d^2}{12gd}}$ b) Elle augmente pour $d < L/\sqrt{12}$, diminue pour $d > L/\sqrt{12}$. c) Elle augmente. d) La période reste la même. **48.** a) 0,869 s b) $r = R/2$ = 6,25 cm **49.** a) 0,205 kg · m² b) 47,7 cm c) 1,50 s **50.** a) 1,64 s b) Elle est égale à la période initiale. **52.** a) $2\pi\sqrt{\frac{L^2+12x^2}{12gx}}$ b) 0,289 **53.** $2\pi\sqrt{m/3k}$ **54.** $\frac{1}{2\pi}\left(\frac{\sqrt{g^2+v^4/R^2}}{L}\right)^{1/2}$ **55.** a) 0,35 Hz b) 0,39 Hz c) 0 **56.** 14° **57.** b) La tension est plus petite. **58.** a) $(r/R)\sqrt{k/m}$ b) $\sqrt{k/m}$ c) Il n'y a pas d'oscillation. **59.** 0,39 **60.** 6,0 % **61.** a) 14,3 s b) 5 oscillations **62.** a) 490 N/cm b) 1 100 kg/s **63.** a) $F_m/b\omega_d$ b) F_m/b **64.** De 5,0 cm

CHAPITRE 2

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** a) 2 b) 3 c) 1 (Comparez avec la phase de l'équation 2.2, puis voyez l'équation 2.5.) **2.** a) 2, 3, 1 (voir l'équation 2.12) b) 3, 1 et 2 sont à égalité (trouvez l'amplitude de dy/dt) **3.** a) Elle reste la même (indépendante de f). b) Elle diminue ($\lambda = v/f$). c) Elle augmente. d) Elle augmente. **4.** a) Il augmente. b) Il augmente. c) Il augmente. **5.** 0,20 et 0,80, qui sont à égalité, 0,60, 0,45 **6.** a) 1 b) 3 c) 2 **7.** a) 75 Hz b) 525 Hz **QUESTIONS** **1.** $7d$ **2.** a, vers le haut ; b, vers le haut ; c, vers le bas ; d, vers le bas ; e, vers le bas ; f, vers le bas ; g, vers le haut ; h, vers le haut **3.** a) $\pi/2$ rad et 0,25 longueur d'onde b) π rad et 0,5 longueur d'onde c) $3\pi/2$ rad et 0,75 longueur d'onde d) 2π rad et 1,0 longueur d'onde e) $3T/4$ f) $T/2$ **4.** a) 1, 4, 2, 3 b) 1, 4, 2, 3 **5.** a) 4 b) 4 c) 3 **6.** Une interférence intermédiaire (se rapprochant davantage d'une interférence destructive) **7.** a) et d) ont la même amplitude, puis, b) et c) ont la même amplitude. **8.** a) 8 b) Un ventre c) Elle est plus longue. d) Elle est plus basse. **9.** Dans la situation d) **10.** a) Un nœud b) Un ventre **11.** a) En diminuant b) Quand l'un disparaît complètement **EXERCICES ET PROBLÈMES** **1.** a) 3,49 rad/m b) 31,5 m/s **2.** a) $4{,}3 \times 10^{14}$ Hz à $7{,}5 \times 10^{14}$ Hz b) 1,0 m à $2{,}0 \times 10^2$ m c) $6{,}0 \times 10^{16}$ Hz à $3{,}0 \times 10^{19}$ Hz **3.** a) 0,680 s b) 1,47 Hz c) 2,06 m/s **4.** $(0{,}010\ \text{m})\sin[\pi(3{,}33x + (1{,}10 \times 10^3)t + 0{,}250)]$, où x est en mètres et t est en secondes **6.** a) 6,00 cm b) 100 cm c) 2,00 Hz d) 200 cm/s e) La direction négative de l'axe des x f) 75,4 cm/s g) −2,55 cm **7.** a) $(2{,}00\ \text{cm})\sin[0{,}628x - (2{,}51 \times 10^3)t + 4{,}00]$, où x est en centimètres et t est en secondes b) 50,3 m/s c) 40,0 m/s **8.** b) 2,0 cm/s c) $(4{,}0\ \text{cm})\sin(\pi x/10 - \pi t/5 + \pi)$, où x est en cm et t est en secondes d) 2,5 cm/s vers l'axe des y négatifs **9.** a) 11,7 cm b) π rad **10.** 3,2 **11.** 129 m/s **12.** $\sqrt{2}$ **13.** a) 15 m/s b) 0,036 N **14.** a) 30 m/s b) 17 g/m **15.** $(0{,}120\ \text{mm})\sin[(0{,}141\ \text{mm}^{-1})x + (628\ \text{s}^{-1})t + 2{,}16]$ **16.** $3{,}0 \times 10^2$ m/s **17.** a) $2\pi y_m/\lambda$ b) Non **18.** a) 0,64 Hz b) 63 cm c) $y(x, t) = 5{,}0\sin(0{,}10x - 4{,}0t)$, où x et y sont exprimés en centimètres et t, en secondes d) 0,064 N **19.** a) 5,0 cm b) 40 cm c) 12 m/s d) 0,033 s e) 9,4 m/s f) $y(x, t) = (5{,}0\ \text{cm})\sin[(0{,}16\ \text{cm}^{-1})x + (1{,}9 \times 10^2\ \text{s}^{-1})t + 0{,}93)]$ **20.** a) 28,6 m/s b) 22,1 m/s c) 188 g d) 313 g **21.** À 2,63 m de l'extrémité du fil où la deuxième impulsion a été transmise **22.** a) $\sqrt{k(\Delta l)(l + \Delta l)/m}$ **24.** 198 Hz **25.** a) 3,77 m/s b) 12,3 N c) 0 d) 46,4 W e) 0 f) 0 g) ±0,50 cm **26.** a) 82,8° b) 1,45 rad c) 0,230 longueur d'onde **27.** $1{,}41y_m$ **28.** a) 0,31 m b) 1,64 rad c) 2,2 mm **29.** 5,0 cm **30.** 1,5 rad

31. a) $0{,}83y_1$ b) 0,644 rad **32.** a) $2f_3$ b) λ_3 **33.** a) 144 m/s b) 60,0 cm c) 241 Hz **34.** 10 cm **35.** a) 82,0 m/s b) 16,8 m c) 4,88 Hz **36.** a) 66,1 m/s b) 26,4 Hz **37.** 7,91 Hz, 15,8 Hz, 23,7 Hz **38.** $f_{1,A} = f_{4,B}$; $f_{2,A} = f_{8,B}$ **39.** a) 105 Hz b) 158 m/s **40** b) L'énergie est uniquement composée de l'énergie cinétique des sections de la corde droite qui se déplacent transversalement. **41.** a) 0,25 cm b) 120 cm/s c) 3,0 cm d) 0 **42.** a) 0,50 m b) 0, 0,25 s, 0,50 s **43.** a) 50 Hz b) $y = (5{,}0 \times 10^{-3}) \sin\{\pi[x \pm (1{,}0 \times 10^2)t]\}$, en unités SI **44.** 36 N **45.** a) 1,3 m b) $y = (2{,}0 \times 10^{-3}) \sin(9{,}4x) \cos[(3{,}8 \times 10^3)t]$, en unités SI **46.** a) 4,0 m b) 24 m/s c) 1,4 kg d) 0,11 s **47.** a) 2,0 Hz b) 2,0 m c) 4,0 m/s d) 0,50 m, 1,5 m, 2,5 m, etc. e) 0 m, 1,0 m, 2,0 m, 3,0 m, etc. **48.** a) 0 m, 0,20 m, 0,40 m b) 0,050 s c) 8,0 m/s d) 0,020 m e) 0 s, 0,025 s, 0,050 s **50.** a) +0,040 m b) 0 c) 0 d) −0,13 m/s **51.** a) 324 Hz b) 8 nœuds **52.** a) 8,0 cm b) 1,0 cm

CHAPITRE 3

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** Elle commence à diminuer (exemple : déplacez mentalement les courbes de la figure 3.7 vers la droite en observant ce qui se passe au point $x = 42$ cm). **2.** a) 0, une interférence constructive b) $4{,}0\lambda$, une interférence constructive **3.** a) 1 et 2 reçoivent la même intensité, puis 3 (voir l'équation 3.28) b) 3, puis 1 et 2 ont la même aire (voir l'équation 3.26) **4.** Le deuxième (voir l'équation 3.39) **5.** Il faudrait la détendre. **6.** a) Plus élevée b) Moins élevée c) Impossible à déterminer d) Impossible à déterminer e) Plus élevée f) Moins élevée **7.** (Mesurez les vitesses par rapport à l'air.) a) 222 m/s b) 222 m/s QUESTIONS **1.** L'impulsion suivant la trajectoire 2 **2.** a) La même que celle de la première onde b) λ c) s_m d) $(2m + 1)\pi$ rad, où $m = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ **3.** a) 2,0 longueurs d'onde b) 1,5 longueur d'onde c) En a), l'interférence est constructive, et en b), elle est destructive. **4.** $\lambda/2$ **5.** a) Elles sont en opposition de phases. b) Elles sont en opposition de phases. **6.** a) Elles sont en phase. b) Elles sont en phase. **7.** a) 1 b) 9 **8.** a) 2 b) Un ventre **9.** a) Elles augmentent. b) Elles diminuent. **10.** 150 Hz et 450 Hz **11.** Tous les harmoniques impairs **12.** Dans le tuyau d, le mode fondamental **13.** a) 3, puis 1 et 2 ont la même valeur de v b) 1, puis 2 et 3 ont la même valeur de ω c) 3, 2, 1 EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** Divisez le temps par 3. **2.** L'auditeur éloigné, le délai étant environ de 0,858 s **3.** a) 79 m, 41 m b) 89 m **4.** 172 m **5.** $1{,}9 \times 10^4$ km **6.** a) $L(V - v)/(Vv)$ b) 364 m **7.** 40,7 m **8.** Entre 1,7 cm et 17 m **9.** a) 0,0762 mm b) 0,333 mm **10.** a) 6,0 m/s b) $s = (0{,}30 \text{ cm}) \sin(\pi x/12 + 50\pi t)$, où x est exprimé en cm et t en s **11.** a) 1,50 Pa b) 158 Hz c) 2,22 m d) 350 m/s **12.** a) 8 b) 8 **13.** a) $343(2m + 1)$ Hz, où m est un nombre entier entre 0 et 28 b) $686m$ Hz, où m est un nombre entier entre 1 et 29 **14.** 4,12 rad **15.** a) 143 Hz, 429 Hz, 715 Hz b) 286 Hz, 572 Hz, 858 Hz **16.** 17,5 cm **17.** 15,0 mW **18.** a) 0,080 W/m² b) 0,013 W/m² **19.** $3{,}68 \times 10^{-8}$ m **20.** 1,26 **21.** a) $1{,}0 \times 10^3$ b) 32 **22.** a) $8{,}84 \times 10^{-9}$ W/m² b) 39,5 dB **23.** a) 59,7 b) $2{,}81 \times 10^{-4}$ **24.** s_m est proportionnelle à $r^{-1/2}$ **25.** b) $5{,}76 \times 10^{-17}$ J/m³ **26.** a) $5{,}0 \times 10^3$ b) 71 c) 71 **27.** b) Longueur au carré **28.** a) $5{,}97 \times 10^{-5}$ W/m² b) $4{,}48 \times 10^{-9}$ W **29.** a) $5{,}20 \times 10^3$ Hz b) amplitude SAD/amplitude SBD = 2 **30.** a) 833 Hz b) 0,418 m **31.** a) 57,2 cm b) 42,9 cm **32.** 0,125 m ; 0,375 m ; 0,625 m ; 0,875 m **33.** a) 405 m/s b) 596 N c) 44,0 cm d) 37,3 cm **34.** a) À 5,0 cm d'une extrémité b) 1,2 c) 1,2 **35.** a) 1,13 kHz, 1,51 kHz et 1,88 kHz **36.** a) $L(1 - 1/n)$ b) 13 cm c) 5/6 **37.** À 12,4 m **38.** a) 71,5 Hz b) 64,8 N **39.** a) Un nœud c) 22 s **40.** a) 0,20 m, 0,60 m, 1,0 m b) 0,60 m c) 143 Hz **41.** 45,3 N **42.** 2,25 ms **43.** 387 Hz **44.** a) 10 b) 4 **45.** 0,0201 **46.** 0 **47.** 17,5 kHz **48.** 4,61 m/s **49.** a) 526 Hz b) 555 Hz **50.** 0,195 MHz **51.** a) 1,02 kHz b) 1,04 kHz **52.** a) 1,58 kHz b) 0,208 m c) 2,16 kHz d) 0,152 m **53.** 155 Hz **54.** 41 kHz **55.** a) 485,8 Hz b) 500,0 Hz c) 486,2 Hz d) 500,0 Hz **56.** a) 2 000 Hz b) 2 000 Hz **57.** a) 598 Hz b) 608 Hz c) 589 Hz **58.** 30,0° **59.** a) 42° b) 11 s **60.** 33,0 km

CHAPITRE 4

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** a) (Servez-vous de la figure 4.5.) Sur le côté droit du rectangle, $\vec{E}$ est dans la direction négative de l'axe des y ; sur le côté gauche, $\vec{E} + d\vec{E}$ est dans la même direction mais possède un plus grand module. b) $\vec{E}$ est orienté dans la direction négative de l'axe des y. Sur le côté droit, $\vec{B}$ est dans la direction négative de l'axe des z ; sur le côté gauche, $\vec{B} + d\vec{B}$ est dans la même direction mais possède un plus grand module. **2.** Il est dans la direction positive de l'axe des x. **3.** a) Elle reste la même. b) Il diminue. **4.** Le dessin a) **5.** a) Non b) Oui QUESTIONS **1.** a) Dans la direction positive de l'axe des z b) Parallèlement à l'axe des x **2.** En entrant dans la page **3.** b. 30° c. 60° d. 60° e. 30° f. 60° **4.** a, b et c **5.** d, b, a et c **6.** Aucune **7.** a) Dans la région du point b b) La bleue c) Dans la région c **8.** Le rayon b **9.** 1,5 EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** a) 0,500 ms b) 8,4 min c) 2,4 h d) 5446 av. J.-C. **2.** a) $4{,}7 \times 10^{-3}$ Hz b) 3 min 33 s **3.** a) 515 nm, 610 nm b) 555 nm, $5{,}41 \times 10^{14}$ Hz, $1{,}85 \times 10^{-15}$ s **4.** 7,49 GHz **5.** a) Elle augmenterait régulièrement. b) On peut obtenir la période apparente de révolution de la lune de Jupiter en mesurant l'intervalle de temps entre deux éclipses de celle-ci (début du passage de la lune derrière la planète). On obtient c à l'aide de $t^* - t = R/c$, où t est le temps réel que met la lune à faire les N révolutions entre les positions x et y, t^* est le temps qu'elle met à effectuer les N révolutions mesuré par un observateur sur Terre et R est le rayon de l'orbite terrestre. **6.** 4,74 m **7.** $5{,}00 \times 10^{-21}$ H **8.** $1{,}07 \times 10^{-12}$ T **9.** $B_x = 0$, $B_y = 6{,}7 \times 10^{-9} \cos[\pi \times 10^{15}(t - x/c)]$, $B_z = 0$ en unités SI **11.** 0,10 MJ **12.** $4{,}8 \times 10^{-29}$ W/m² **13.** $8{,}88 \times 10^4$ m² **14.** 1,2 MW/m² **15.** a) $1{,}67 \times 10^{-8}$ T b) $3{,}31 \times 10^{-2}$ W/m² **16.** 1,03 kV/m ; 3,43 μT **17.** a) 6,7 nT b) 5,3 mW/m² c) 6,7 W **18.** a) $1{,}4 \times 10^{-22}$ W b) $1{,}1 \times 10^{15}$ W **19.** a) $8{,}7 \times 10^{-2}$ V/m b) $2{,}9 \times 10^{-10}$ T c) $1{,}3 \times 10^4$ W **20.** $3{,}3 \times 10^{-8}$ Pa **21.** 10 MPa **22.** a) $6{,}0 \times 10^8$ N b) $F_g = 3{,}6 \times 10^{22}$ N **23.** $5{,}9 \times 10^{-8}$ Pa **24.** a) $3{,}97 \times 10^9$ W/m² b) 13,2 Pa c) $1{,}67 \times 10^{-11}$ N d) $3{,}14 \times 10^3$ m/s² **25.** a) $1{,}0 \times 10^8$ Hz b) $1{,}00 \times 10^{-6}$ T dans la direction positive de l'axe des z c) 2,1 rad/m, $6{,}3 \times 10^8$ rad/s d) 119 W/m² e) $8{,}0 \times 10^{-7}$ N, $4{,}0 \times 10^{-7}$ Pa **26.** 491 nm **29.** 1,9 mm/s **30.** 0,96 km² **31.** b) $5{,}8 \times 10^{-7}$ m **32.** 180° **33.** 1,48 **34.** a) Oui b) 1,3 **35.** 1,26 **36.** a) 56,9° b) 35,3° **37.** 1,07 m **38.** Voir la figure 4.14 b) **40.** b) Le rayon émergent est toujours parallèle au rayon incident. **42.** 34° **43.** 1,22

44. 4,11 m **45.** a) 48,9° b) 29,0° **46.** a) Oui b) Non c) Entre 42,9° et 43,3° **47.** a) Couvrez le centre de chaque face du cube avec un disque opaque d'un rayon de 4,5 mm. b) Environ 0,64 **48.** a) 35,6° b) 53,1° **49.** a) $\sqrt{1 + \sin^2 \theta}$ b) $\sqrt{2}$ c) De la lumière émerge dans l'air à la droite du prisme. d) Aucune lumière n'émerge dans l'air à la droite. **50.** a) 15 m/s b) −8,7 m/s c) Plus haut d) 72° **51.** a) 3,15 m b) Entre 10 m et 12 m c) 2,40 m à l'extrémité ouest du tombeau, 1,20 m à l'extrémité est (la base est plus élevée de 1,20 m du côté est) **52.** 30 cm

CHAPITRE 5

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** 0,2*d*, 1,8*d*, 2,2*d* **2.** a) Elle est réelle. b) Elle est renversée. c) Du même côté **3.** a) La situation c) b) Elle est virtuelle et du même côté. **4.** L'image est virtuelle et droite, et la lentille est divergente. QUESTIONS **1.** La courbe *c* **2.** a) *a* b) *c* **3.** a) Les monstres *a* et *c* b) Trois fois c) Sa propre image **4.** a) De l'infini vers le foyer b) Elle diminue continuellement. **5.** D'un miroir convexe **6.** La lentille d) (à l'infini), puis les lentilles a) et b) possèdent la même distance focale, et, enfin, la lentille c). **7.** a) Elle diminue. b) Elle augmente. c) Elle augmente. **8.** La distance focale du miroir est égale à 3 cm, celle de la lentille est plus grande que 3 cm. **9.** a) Toutes les situations, sauf la deuxième b) Dans le cas des situations 1, 3 et 4, l'image est réelle et renversée ; dans le cas des situations 5 et 6, l'image est virtuelle et conserve la même orientation. **10.** a) Elle est plus petite. b) Il doit être plus petit. EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** 40 cm **2.** 9,10 m **3.** a) 3 **4.** a) 7 b) 5 c) 1 à 3 d) Cela dépend de la position de *O* et de la perspective d'où il est vu. **6.** À 1,5 m **7.** La nouvelle intensité vaut 10/9 de l'intensité initiale. **8.** À 351 cm **9.** À 10,5 cm **10.** a) +, +40 cm, −20 cm, +2,0, Non, Non b) Plan, ∞, ∞, −10 cm, Non c) Concave, +40 cm, +60 cm, −2,0, Oui, Oui d) Concave, +20 cm, +40 cm, +30 cm, Oui, Oui e) Convexe, −20 cm, +20 cm, +0,50, Non, Non f) Convexe, −, −40 cm, −18 cm, +180 cm, Non, Non g) −20 cm, −, −, +5,0 cm, +0,80, Non, Non h) Concave, +8,0 cm, +16 cm, +12 cm, −, Oui **12.** b) 0,56 cm/s c) 11 m/s d) 6,7 cm/s **13.** a) 2,00 b) Aucun **14.** a) −18 cm, Non b) −33 cm, Non c) +71 cm, Oui d) Toutes les valeurs de n_2 possibles, Non e) +30 cm, Non f) +10 cm, Non g) −26 cm, Non h) 1,0, Oui **16.** 42 mm **17.** 24,4 cm au-dessus de l'objet **18.** a) À 90,0 cm du centre de la sphère du côté opposé à l'objet b) À 12,9 cm du centre de la sphère du côté opposé à l'objet **19.** Dans le verre, à 9,29 cm de la deuxième surface traversée par les rayons lumineux **20.** $q = -12$ cm **21.** 1,86 mm **22.** 45 mm, 90 mm **23.** a) +40 cm b) À l'infini **25.** 5,0 mm **26.** À 15,4 cm ou 28,6 cm **27.** La mention X signifie que la quantité ne peut être trouvée à l'aide des données fournies. a) +, X, X, +20 cm, X, −1,0, Oui, Oui b) C, X, X, −10 cm, X, +2,0, Non, Non c) C, +, X, X, −10 cm, X, Non, Non d) D, −, X, X, −3,3 cm, X, Non, Non e) C, +30 cm, −15 cm, +1,5, Non, Non f) D, −30 cm, −7,5 cm, +0,75, Non, Non g) D, −120 cm, −9,2 cm, +0,92, Non, Non h) D, −10 cm, X, X, −5,0 cm, X, +, Non i) C, +3,3 cm, X, X, +5,0 cm, X, Oui, Oui **28.** a) +16,0 cm b) 32,0 cm **29.** a) +7,50 cm ; lentille convergente b) −30,0 cm ; lentille divergente **31.** a) À 36 cm derrière la lentille convergente b) 1,2 cm c) Elle est réelle. d) Elle est renversée. **32.** Elle a la même orientation et la même hauteur que l'objet, elle est virtuelle, elle est située à 30 cm à la gauche de la lentille divergente ; $m = +1,0$. **33.** a) La position de l'image finale est la même que celle de l'objet initial et elle est agrandie 5,0 fois. c) Elle est virtuelle. d) Oui **35.** Une lentille convergente b) À 26,7 cm c) 8,89 cm **37.** a) L'image virtuelle se situe à 26,3 cm de la lentille du côté opposé à l'objet. b) L'image réelle se situe à 18,4 cm de la lentille, du même côté que l'objet. **38.** +3,17 D **39.** −0,667 D **40.** a) À 50,0 cm derrière l'œil b) L'œil est hypermétrope. c) +2,00 D **41.** a) 5,42 D b) Myopie c) −1,25 D d) 18,5 cm **42.** a) Presbytie b) À 57,1 cm devant ses yeux c) 44,4 cm **43.** a) À 57,1 cm devant lui b) +2,25 D c) De 33,3 cm à l'infini **44.** a) La personne est myope et presbyte. b) −1,11 D et +1,14 D c) De 57,3 cm à l'infini, et de 25,0 cm à 44,4 cm **45.** a) 2,78 b) 4,00 **46.** a) 2,50 b) 9,00 mm **47.** −125 **48.** a) 13,0 cm b) À 5,23 cm c) −3,25 d) 3,13 e) −10,2 **49.** a) −133 b) −140 **50.** a) 3,50 b) 3,13 **51.** a) $G = 1 + (25\text{ cm})/f$ b) $G = (25\text{ cm})/f$ c) 3,5, 2,5 **52.** a) À 8,46 mm de l'objectif b) −192 **53.** a) −62,5 b) 152 cm c) −33° **54.** a) 2,35 cm b) Ils doivent les diminuer. **55.** a) 5,3 cm b) 2,6 mm

CHAPITRE 6

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** *b* (plus petit *n*), *c*, *a* **2.** a) Le matériau du dessus b) Une illumination moyennement brillante (la différence de phase est de 2,1 longueurs d'onde) **3.** a) 3λ, 3 b) 2,5λ, 2,5 **4.** a) et d) sont à égalité (l'amplitude de l'onde résultante est $4E_0$), puis b) et c) sont à égalité (l'amplitude de l'onde résultante est $2E_0$). **5.** a) 1 et 4 b) 1 et 4 QUESTIONS **1.** *a*, *c*, *b* **2.** a) Il y a une crête. b) Il y a un creux. **3.** a) 300 nm b) Ils sont déphasés de π rad. **4.** a) 2*d* b) (nombre impair) λ/2 c) λ/4 **5.** a) Une interférence intermédiaire plus proche du maximum, $m = 2$ b) Une interférence destructive, $m = 3$ c) Une interférence intermédiaire plus proche du maximum, $m = 2$ d) Une interférence constructive, $m = 1$ **6.** a) Elle augmente. b) 1λ **7.** a) à c) Il diminue. d) La composante bleue **8.** a) et c) ont la même intensité, puis b) et d) ont la même intensité (zéro). **9.** a) Un maximum b) Un minimum c) Des minima et des maxima en alternance **10.** L'onde *d* **11.** a) $\frac{1}{2}$ longueur d'onde b) 1 longueur d'onde **12.** a) Non b) 0 c) 2*L* EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** a) $5{,}09 \times 10^{14}$ Hz b) 388 nm c) $1{,}97 \times 10^8$ m/s **2.** $4{,}55 \times 10^7$ m/s **3.** 1,56 **4.** $2{,}06 \times 10^8$ m/s **5.** 22° ; la réfraction réduit la valeur de θ. **6.** a) L'impulsion 2 b) 0,03*L*/*c* **7.** a) 3,60 μm b) Une interférence intermédiaire, plus proche d'une interférence constructive **8.** a) 1,70 b) 1,70 c) 1,30 d) Les brillances sont identiques, plus près d'une interférence constructive. **9.** a) 0,833 b) Une interférence intermédiaire, plus près d'une interférence constructive **10.** a) 1,55 μm b) 4,65 μm **11.** a) 0,216 rad b) 12,4° **12.** $\pm(2m + 1)\pi$ **13.** 2,25 mm **14.** a) 0,010 rad b) 5,0 mm **15.** 648 nm **16.** 0,15° **17.** 16 **18.** 0 **19.** 0,072 mm **20.** 8,75λ **21.** 6,64 μm **22.** a) 0,253 mm b) La figure est décalée de sorte que le minimum de 2,5λ remplace le maximum central. **23.** 2,65 **24.** $y = 17{,}4 \sin(\omega t + 0{,}23)$ **25.** $y = 26{,}8 \sin(\omega t + 0{,}15)$ **27.** a) 1,17 m, 3,00 m, 7,50 m b) Non **29.** $I = I_0[1 + 8\cos^2(\phi/2)]$, I_0 = intensité de la fente la plus étroite quand la deuxième fente est obstruée **30.** a) 155 nm b) 310 nm **31.** Constructive **32.** $L = (m + \frac{1}{2})\lambda/2$, lorsque $m = 0, 1, 2, \ldots$ **33.** 0,117 μm, 0,352 μm **34.** λ/5 **35.** 70,0 nm

36. Dans aucune **37.** 120 nm **38.** Aux situations a) et c) **39.** a) 552 nm b) 442 nm **40.** 673 nm **42.** 338 nm **43.** 140 franges **44.** a) Sombre b) À l'extrémité bleue **45.** 1,89 μm **46.** 840 nm **47.** 2,4 μm **48.** 1,00025 **49.** $\sqrt{(m + \frac{1}{2})\lambda R}$, lorsque $m = 0, 1, 2, \ldots$ **50.** a) 34 anneaux b) 46 anneaux **51.** 1,00 m **53.** $x = (D/2a)(m + \frac{1}{2})\lambda$, lorsque $m = 0, 1, 2, \ldots$ **54.** 5,2 μm **55.** 588 nm **56.** De 0,354 mm **57.** 1,00030 **58.** $I = I_m \cos^2(2\pi x/\lambda)$, où I_m est l'intensité maximale **59.** a) 0 b) Constructive c) Il augmente.
d)

Différence de phase	Position x (μm)	Type
0	$\rightarrow \infty$	c
0,50λ	7,88	d
1,00λ	3,75	c
1,50λ	2,29	d
2,00λ	1,50	c
2,50λ	0,975	d

60. f) 0,40

CHAPITRE 7

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** a) Elle s'étend en s'éloignant du centre brillant. b) Elle s'étend en s'éloignant du centre brillant. **2.** a) Du deuxième maximum secondaire b) 2,5 **3.** a) Le rouge b) Le violet **4.** Il diminue. **5.** a) Elle augmentera. b) Il restera le même. **6.** a) À gauche b) Elles seront plus petites. **7.** a), d), b), c) (zéro)
QUESTIONS **1.** a) Elle se contracte. b) Elle se contracte. **2.** a) Le minimum $m = 5$ b) Le maximum entre $m = 4$ et $m = 5$ (approximativement) **3.** Dans la situation avec le mégaphone (une plus grande ouverture et moins de diffraction) **4.** a) Les ouvertures 1 et 3 sont à égalité, puis les ouvertures 2 et 4 sont à égalité. b) Les ouvertures 1 et 2 sont à égalité, puis les ouvertures 3 et 4 sont à égalité. **5.** 4 **6.** a) Il deviendrait plus grand. b) Rouge **7.** a) La largeur est moins grande. b) La distance est plus grande. c) Le rapport est plus grand. **8.** a) Elles diminueront. b) Elle restera la même. c) Elles resteront au même endroit. **9.** a) Elles diminueront. b) Elle diminuera. c) Elles seront décalées vers la droite. **10.** a) Le réseau A b) Celles de la paire de gauche c) À gauche d) À droite **11.** a) Elle augmente. b) Dans le premier ordre **12.** a) Elle reste la même. b) Elle augmente. c) Elle diminue. **13.** a) et b) $A = 1$, $n = 4$, $\theta = 30°$ **14.** c
EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** 60,4 μm **2.** a) 0,430° b) 0,118 mm **3.** a) $\lambda_a = 2\lambda_b$ b) Des minima coïncident lorsque $m_b = 2m_a$. **4.** a) 2,5 mm b) $2{,}2 \times 10^{-4}$ rad **5.** a) À 70 cm b) 1,03 mm **6.** À 41,2 m de l'axe central **7.** 1,77 mm **8.** 160° **10.** a) 0,18° b) 0,46 rad c) 0,93 **11.** d) 52,5°, 10,1°, 5,06° **13.** b) 0 rad, 4,493 rad, etc. c) −0,50, 0,93, etc. **14.** 31 μm **15.** a) $1{,}34 \times 10^{-4}$ rad b) 10 km **16.** a) $1{,}3 \times 10^{-4}$ rad b) 21 km **17.** 50 m **18.** 30 m **19.** a) $1{,}1 \times 10^4$ km b) 11 km **20.** 53 m **21.** 27 cm **22.** 4,7 cm **23.** a) 0,347° b) 0,97° **24.** a) Rouge b) 1,30 μm **25.** a) $8{,}8 \times 10^{-7}$ rad b) $8{,}4 \times 10^7$ km c) 25 μm **26.** Environ 4×10^{-13} **27.** 5 **28.** 3 **29.** a) 4 b) Une frange est éliminée toutes les quatre franges. **30.** $\lambda D/d$ **31.** a) 9 b) 0,255 **32.** a) 5,05 μm b) 20,2 μm **33.** a) 3,33 μm b) 0, ±10,2°, ±20,7°, ±32,2°, ±45,0°, ±62,2° **34.** À toutes les longueurs d'onde plus petites que 635 nm **35.** 3 **36.** 2,4 μm **37.** a) 6,0 μm b) 1,5 μm c) $m = 0, 1, 2, 3, 5, 6, 7, 9$ **38.** a) 3 b) 0,051° **39.** $1{,}1 \times 10^3$ fentes/mm **40.** 523 nm **44.** La gamme ira de 470 nm à 560 nm. **46.** 491 fentes **47.** $3{,}65 \times 10^3$ fentes **48.** a) 56 pm b) Aucun **50.** a) $1{,}0 \times 10^4$ nm b) 3,3 mm **52.** a) tan θ b) 0,89 **53.** 0,26 nm **54.** 25 pm, 38 pm **55.** 39,8 pm **56.** a) 170 pm b) 130 pm **58.** 0,570 nm **59.** a) $a_0/\sqrt{2}$, $a_0/\sqrt{5}$, $a_0/\sqrt{10}$, $a_0/\sqrt{13}$, $a_0/\sqrt{17}$ **60.** À $\lambda = 130$ pm lorsque $m = 3$, à $\lambda = 97{,}2$ pm lorsque $m = 4$ **61.** À 30,6° et à 15,3° (sens horaire), à 3,08° et à 37,8° (sens antihoraire) **62.** a) La direction négative de l'axe des y b) $E_z = -cB \sin(ky + \omega t)$, $E_x = E_y = 0$ c) L'onde est polarisée et $\vec{E}$ est orienté le long de l'axe des z. **63.** a) 1,9 V/m b) $1{,}7 \times 10^{-11}$ Pa **64.** $4{,}5 \times 10^{-2}$ % **65.** 3,1 % **66.** 20° ou 70° **67.** 4,4 W/m^2 **68.** 19 W/m^2 **69.** $\frac{2}{3}$ **70.** a) 0,16 b) 0,84 **71.** a) 2 polariseurs b) 5 polariseurs **72.** a) Environ 53° (53,1°) b) Oui **73.** 49,0° **74.** 55,8°; 55,5° **75.** a) Il la diminuera. b) 11° c) 0,23° **76.** a) 50 m b) Non, car la largeur de 10 m est trop étroite pour être distinguée. c) Pas durant le jour, mais la pollution lumineuse pourrait constituer un signe certain de vie intelligente durant la nuit. **77.** Entre 15 μm et 220 μm **78.** 1,0

CHAPITRE 8

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** a) Elle est égale (postulat de la vitesse de la lumière). b) Non (le point de départ et le point d'arrivée de l'impulsion sont séparés dans l'espace). c) Non (car aucun des observateurs ne mesure un temps propre). **2.** a) La mesure de Sophie b) La mesure de Sophie **3.** a) Non b) Oui c) Non **4.** a) Vers la droite b) Elle est supérieure. **5.** a) L'énergie cinétique est égale. b) L'énergie totale est inférieure, car l'énergie au repos d'un électron est moins grande que l'énergie au repos d'un proton.
QUESTIONS **1.** Il y a égalité entre les différentes mesures (vitesse de l'impulsion = c). **2.** a) H_1' b) H_1' **3.** a) H_1 b) H_1 **4.** a) Samuel b) Ni l'un ni l'autre **5.** a) Négatif b) Positif **6.** a) Non b) Oui c) Oui **7.** Inférieure **8.** a) 3, égalité entre 1 et 2, puis 4 b) 4, égalité entre 1 et 2, puis 3 c) 1, 4, 2, 3 **9.** b), a), c), d) **10.** a) 3, puis égalité entre 1 et 2 b) 2, puis égalité entre 1 et 3 c) 2, 1, 3 d) 2, 1, 3
EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** a) $6{,}72 \times 10^{-10}$ s b) $2{,}20 \times 10^{-18}$ m **2.** a) 3×10^{-18} b) $9{,}26 \times 10^{-8}$ c) $1{,}1 \times 10^{-6}$ d) $3{,}73 \times 10^{-5}$ e) 0,10 **3.** 0,990 c **4.** a) 0,140 b) 0,9905 c) 0,999 950 d) 0,999 999 50 **5.** 0,446 ps **6.** a) 0,999 999 50c **7.** 1,32 m **8.** 1,53 cm **9.** 0,626 m **10.** a) 0,866c b) 2,00 **11.** a) 87,4 m b) $3{,}94 \times 10^{-7}$ s **12.** b) 0,999 999 15c **13.** a) 26,3 a b) 52,3 a c) 3,71 a **14.** a) $x' = 0$, $t' = 2{,}29$ s b) $x' = 6{,}54 \times 10^8$ m, $t' = 3{,}16$ s **15.** $x' = 138$ km, $t' = -374$ μs **16.** $t_1' = 0$, $t_2' = -2{,}5$ μs **17.** a) 25,8 μs b) Le petit éclair **18.** a) S' doit se déplacer vers l'axe des x négatifs à une vitesse de 0,480c. b) Le gros éclair c) 4,39 μs **19.** a) 1,25 b) 0,800 μs **20.** 2,40 μs **21.** 0,81c **22.** a) 0,84c dans la direction de l'axe des x positifs b) 0,21c dans la direction de l'axe des x positifs ; les prédictions galiléennes sont de 1,1c et de 0,15c. **23.** a) 0,35c b) 0,62c **24.** 0,588c, en s'éloignant **25.** 1,2 μs **26.** a) 1,3 a b) 1,60 a c) 4,00 a **27.** 22,9 MHz **28.** a) $7{,}0 \times 10^6$ m/s b) Elle s'éloigne de la Terre. **29.** Elle s'éloigne à 1×10^6 m/s. **30.** 0,13c **31.** Jaune (550 nm) **32.** a) 79 keV b) 3,11 MeV c) 10,9 MeV **33.** a) 0,062 5, 1,001 96 b) 0,941, 2,96 c) 0,999 999 87, $1{,}96 \times 10^3$ **34.** a) 0,998 8, 20,6 b) 0,145, 1,01 c) 0,073 1, 1,002 68 **35.** 0,999 987c **36.** 8,12 MeV **37.** 18 ums/a

38. a) 0,996 keV b) 1,055 MeV **39.** a) 0,707c b) 1,41 c) 0,414 mc^2 **40.** a) 0,943c b) 0,866c **41.** $\sqrt{8}mc$ **42.** c) 207 m_e (la particule est un muon) **43.** 1,01 × 10^7 km, ou environ 250 fois la circonférence de la Terre **44.** a) 0,947 8c b) 226 MeV c) 314 MeV/c **45.** 110 km **46.** a) 4,85 mm b) 15,9 mm c) 0,334 ns ; non **47.** 4,00 u ; il s'agit probablement d'un noyau d'hélium **48.** 6,6 × 10^5 m **49.** 0,33 T **50.** a) 534 b) 0,999 998 25 c) 2,23 T **51.** a) 2 MeV b) −1,21 MeV **52.** a) 1,93 m b) x_{g2} = 6,00 m, t_{g2} = 1,36 × 10^{-8} s c) 1,36 × 10^{-8} s d) 0,379 m e) x_{v2} = 30,5 m, t_{v2} = −1,01 × 10^{-7} s f) Non g) L'événement 2 i) Monsieur Voiture et monsieur Garage ont tous les deux raison. **53.** a) $vt \sin\theta$ b) $t[1 - (v/c)\cos\theta]$ c) 3,24c

CHAPITRE 9

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** b), a), d), c) **2.** a) Lithium, sodium, potassium, césium b) Elles sont toutes égales. **3.** a) Elles sont égales. b) à d) Les rayons X **4.** a) Le proton b) Les deux sont pareils. c) Le proton **5.** Elle est égale. QUESTIONS **1.** a) Les ondes du four (micro-ondes) b) Les rayons X c) Les rayons X **2.** Parce qu'ils émettent dans l'infrarouge **3.** Elle est multipliée par 16. **4.** La surface de Bételgeuse est beaucoup plus grande que celle du Soleil. **5.** a) Vraie b) Fausse c) Fausse d) Vraie e) Vraie f) Fausse **6.** Le potassium **7.** Le courant maximum **8.** Comme des électrons ont été éjectés, la plaque devient chargée positivement. Cela crée un champ électrique vers la plaque. **9.** e) Le matériau de la plaque **10.** Aucune énergie **11.** Dans le cas de la lumière visible, le changement relatif de la longueur d'onde est trop petit. **12.** a) Elle est supérieure. b) Elle est inférieure. **13.** a) B b) A c) A d) A **14.** Aucune différence **15.** L'électron **16.** Elle est divisée par $\sqrt{2}$. b) Elle est divisée par 2. **17.** Électron, neutron, particule alpha **18.** a) Elle diminue. b) Elle augmente. c) Elle reste la même. d) Elle reste la même. **19.** Le proton **20.** L'action a) **21.** L'amplitude de l'onde réfléchie est plus petite que l'amplitude de l'onde incidente. **22.** a) Nul b) Oui **23.** Les situations sont toutes égales. EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** 4,14 eV · fs **2.** 2,1 μm, infrarouge **4.** 2,11 eV **5.** 1,0 × 10^{45} photons/s **6.** 1,7 × 10^{21} photons/m^2 · s **7.** 5,9 μeV **8.** 8,6 × 10^5 m/s **9.** 2,047 eV **10.** 3,6 × 10^{-17} W **11.** 4,7 × 10^{26} photons **12.** 3,3 × 10^{18} photons/s **13.** a) La lampe à infrarouge b) 1,41 × 10^{21} photons/s **14.** a) 3,61 kW b) 1,00 × 10^{22} photons/s c) 60,2 s **15.** a) 2,96 × 10^{20} photons/s b) 48 500 km c) 5,89 × 10^{18} photons/m^2 · s **16.** 91 K **17.** 1,5 m ; onde radio **18.** a) 1,1 mm ; micro-ondes b) 9,44 μm, infrarouges c) 1,6 μm, infrarouges d) 500 nm ; visible e) 0,3 nm ; rayons X **19.** 0,580 W **20.** 0,192 W **21.** 1,7 × 10^5 W/m^2 **22.** a) Non b) 544 nm, verte **23.** Le baryum et le lithium **24.** a) Dans le césium b) Dans les deux éléments **25.** 0,17 μm **26.** 10 eV **27.** 676 km/s **28.** a) 1,30 V b) 680 km/s **29.** a) 2,00 eV b) 0 eV c) 2,00 V d) 295 nm **30.** 1,07 eV **31.** 233 nm **32.** a) 6,60 × 10^{-34} J · s b) 2,27 eV c) 545 nm **33.** a) 382 nm b) 1,82 eV **34.** 6,7 × 10^{-34} J · s b) 2,31 eV **35.** 9,68 × 10^{-20} A **36.** a) 3,10 keV b) 14 keV **37.** a) 2,73 pm b) 6,05 pm **38.** 2,73 × 10^{-22} kg · m/s = 0,511 MeV/c b) 2,43 pm c) 1,24 × 10^{20} Hz **39.** a) 8,57 × 10^{18} Hz b) 35,5 keV c) 1,89 × 10^{-23} kg · m/s = 35,4 keV/c **40.** a) +4,86 pm b) −41 keV c) 41 keV d) La même que celle des rayons X incidents **42.** a) 2,43 pm b) 4,86 pm c) 0,255 MeV **43.** a) 2,43 pm b) 1,32 fm c) 0,511 MeV d) 938 MeV **44.** 2,65 fm **45.** 300 % **46.** a) 8,1 × 10^{-9} % b) 4,9 × 10^{-4} % c) 8,9 % d) 66 % e) Plus la longueur d'onde est courte, plus il est facile de mesurer le déplacement de Compton. **49.** a) 41,8 keV b) 8,2 keV **50.** a) 2,43 pm b) 4,11 × 10^{-6} c) −8,66 × 10^{-6} eV d) 2,43 pm, 9,79 × 10^{-2}, −4,45 keV **51.** 1,1 keV **53.** À un angle de 44° **56.** 1,7 × 10^{-35} m **57.** 7,75 pm **58.** a) 38,8 pm b) 1,24 nm c) 906 fm **59.** 4,32 μeV **60.** a) 3,96 × 10^6 m/s b) 81,8 kV **61.** a) 38,8 meV b) 145 pm **62.** a) 3,3 × 10^{-24} kg · m/s dans chaque cas b) 38 eV pour l'électron, 6,2 keV pour le photon **63.** a) Photon : 1,24 μm, électron : 1,23 nm b) 1,24 fm dans chaque cas **64.** a) 73 pm b) 3,4 nm c) Oui, leur longueur d'onde de de Broglie moyenne est très inférieure à leur séparation moyenne **65.** a) 1,91 × 10^{-21} kg · m/s b) 34,7 fm **66.** a) Photon : 1,24 keV, électron : 1,50 eV b) 1,24 GeV dans chaque cas **67.** 2,48 × 10^{-8} nm ; la longueur d'onde est environ 200 fois inférieure au rayon nucléaire. **68.** a) 5,2 fm b) Non, car la longueur d'onde de De Broglie est très inférieure à la distance d'approche minimale **69.** Il s'agit d'un neutron. **70.** a) 15 keV b) 120 keV c) Le microscope électronique car les électrons ont moins besoin d'énergie **71.** 9,70 kV (calcul relativiste), 9,76 kV (calcul non relativiste) **79.** d) $x = n\,(\lambda/2)$, où n = 0, 1, 2, 3,… **80.** a) Non b) Fronts d'ondes planes s'étendant à l'infini, perpendiculairement à l'axe des x **81.** 0,19 m **82.** 2,1 × 10^{-24} kg · m/s **84.** a) 124 keV b) 40,5 keV c) On ne peut pas observer l'électron sans l'éjecter. **85.** a) Proton : 9,02 × 10^{-6}, deutéron : 7,33 × 10^{-8} b) 3,0 MeV dans chaque cas c) 3,0 MeV dans chaque cas **86.** 5,1 eV **87.** a) −20 % b) −10 % c) +15 % **88.** a) 10^{104} ans b) 2 × 10^{-19} s (La masse plus petite de l'électron fait une énorme différence.) **89.** $T = 10^{-x}$, où x = 7,2 × 10^{39} (T a une très petite valeur.)

CHAPITRE 10

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** b, a, c **2.** a) Il y a égalité entre les trois puits. b) a, b, c **3.** a, b, c, d **4.** $E_{1,1}$ **5.** a) 5 b) 7 QUESTIONS **1.** a) Par $\frac{1}{4}$ b) Par le même facteur **2.** a, c, b **3.** a) Non b) Non c) Oui **4.** a) 18 b) 17 **5.** a) $(\sqrt{1/L})\sin(\pi/2L)x$ b) $(\sqrt{4/L})\sin(2\pi/L)x$ c) $(\sqrt{2/L})\cos(\pi/L)x$ **6.** 12 eV (4 → 2 dans A) correspond à 1 → 2 dans C, 9 eV (5 → 4 dans A) correspond à 1 → 2 dans D ; 24 eV (5 → 1 dans A) correspond à 1 → 3 dans D ; 15 eV (4 → 1 dans A) correspond à 1 → 2 dans E **7.** Elle est inférieure. **8.** Elle est égale à celle de l'électron. **9.** a) En l'élargissant b) En augmentant sa profondeur **10.** a) 3 b) 4 **11.** n = 1, n = 2, n = 3 **12.** a) Elle est supérieure. b) Il est inférieur. c) Elle est inférieure. **13.** b, c et d **14.** Il est identique. **15.** a) La première de Lyman et la première de Balmer b) La limite de la série de Lyman et la limite de la série de Paschen **16.** a) n = 3 b) n = 1 c) n = 5 EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** a) 37,7 eV b) 0,020 6 eV **2.** On doit la multiplier par $\sqrt{2}$. **3.** 1,9 GeV **4.** 0,85 nm **5.** 0,0206 eV **6.** 0,65 eV **7.** 90,3 eV **8.** a) n = 12 et n = 13 b) Il n'y a pas de paire possible. **10.** a) n = 10 et n = 11 b) Dans ce cas, il n'y a pas de paire possible. **11.** 68,7 nm, 25,8 nm, 13,7 nm et 8,59 nm **12.** a) 72,2 eV b) 68,7 nm (2 → 1) ; 41,2 nm (3 → 2) ; 29,4 nm (4 → 3) ; 25,8 nm (3 → 1) ; 17,2 nm (4 → 2) ; 13,7 nm (4 → 1) ; c) 13,7 nm seulement ; 29,4 nm, puis 25,8 nm ; 29,4 nm, puis 41,2 nm, puis 68,7 nm ; 17,2 nm, puis 68,7 nm. **13.** a) 1,3 × 10^{-19} eV b) Environ 1,2 × 10^{19}

c) 0,96 J = 6×10^{18} eV d) Oui **14.** a) Il la diminue. b) Il l'augmente. **15.** b) Non c) Non d) Oui **16.** a) 0,091 b) 0,091 c) 0,818 **17.** a) 0,050 b) 0,10 c) 0,009 5 **18.** b) $m^{-2,5}$ **19.** 59 eV **20.** 280 eV **21.** b) $k = (2\pi/h)[2m(U_0 - E)]^{1/2}$ **22.** b) $k = \pm(2\pi/h)(2mE)^{1/2}$ **24.** 0,735 eV **25.** 3,09 eV **26.** a) 1,25 b) 2,00 c) 5,00 d) 1,00 **27.** 075 ; 1,00 ; 1,25 ; 1,75 ; 2,00 ; 2,25 ; 3,00 ; 3,75 **28.** a) 3,00 b) 9,00 c) 2,00 d) 3 e) 6 **29.** 1,00 ; 2,00 ; 3,00 ; 5,00 ; 6,00 ; 8,00 ; 9,00 **31.** 2,6 eV **32.** 1,17 eV **33.** 4 **34.** a) −3,40 eV b) 3,40 eV **35.** a) 12,1 eV b) $6,45 \times 10^{-27}$ kg · m/s c) 102 nm **36.** a) 658 nm b) 366 nm **38.** a) 291 nm^{-3} b) 10,2 nm^{-1} **39.** a) 0 b) 10,2 nm^{-1} c) 5,54 nm^{-1} **40.** a) 12,8 eV b) 12,8 eV (4 → 1), 2,55 eV (4 → 2), 0,66 eV (4 → 3), 12,1 eV (3 → 1), 1,89 eV (3 → 2), 10,2 eV (2 → 1) **41.** a) 13,6 eV b) 3,40 eV **42.** 4,1 m/s **43.** a) La transition allant de $n = 4$ à $n = 2$ b) À la série de Balmer **44.** a) 30,6 nm b) 292 nm c) 823 THz, 365 THz **45.** a) 13,6 eV b) −27,2 eV **46.** a) De $n = 2$ à $n = 1$ b) À la série de Lyman **47.** a) 2,6 eV b) Il s'agit de la transition allant de $n = 4$ à $n = 2$. **49.** 0,677 **50.** De $n = 3$ à $n = 1$ **52.** 0,439 **54.** a) n b) $2\ell + 1$ c) n^2 **55.** a) 0,00368 b) 0,00541 **56.** $n \approx 4\,348$ **58.** c) $(r^2/8a^3)(2 - r/a)^2 e^{-r/a}$ **59.** a) $|\psi_{210}|^2 = (r^2/32\pi a^5)e^{-r/a}\cos^2\theta$; $|\psi_{21+1}|^2 = |\psi_{21-1}|^2 = (r^2/64\pi a^5)e^{-r/a}\sin^2\theta$

CHAPITRE 11

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** 7 **2.** a) Elle diminue. b) et c) Elle reste la même. **3.** Elle est inférieure. **4.** A, C, B QUESTIONS **1.** 0, 2 et 3 **2.** Elles en ont le même nombre (10). **3.** $6p$ **4.** −1, 0, 1 et 2 **5.** a) 2, 8 b) 5, 50 **6.** a) Brome b) Rubidium c) Hydrogène **7.** a) n b) n et l **8.** Ils sont tous vrais. **9.** a), c), e), f) **10.** a) Le rubidium b) Le krypton **11.** a) Elle restera inchangée. b) Elle diminuera. c) Elle diminuera. **12.** a) 2 b) 3 **13.** a) et b) **14.** En plus de l'énergie quantifiée, un atome d'hélium possède de l'énergie cinétique : son énergie totale peut être égale à 20,66 eV.

EXERCICES ET PROBLÈMES **2.** a) 14 b) 6 c) 6 d) 2 **3.** a) 3 b) 3 **4.** a) $3,653 \times 10^{-34}$ J · s b) $3,165 \times 10^{-34}$ J · s **5.** a) 32 b) 2 c) 18 d) 8 **6.** $n = 4$; $l = 3$; $m_l = +3, +2, +1, 0, -1, -2, -3$; $m_s = \pm\frac{1}{2}$ **7.** 24,1° **8.** $l = 4$; $n \geq 5$; $m_s \pm \frac{1}{2}$ **9.** $n > 3$; $m_l = +3, +2, +1, 0, -1, -2, -3$; $m_s = +\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$ **10.** 50 **11.** a) $\sqrt{12}\hbar$ b) $\sqrt{12}\mu_B$

c)

m_l	L_z	$\mu_{orb,z}$	θ
−3	$-3\hbar$	$+3\mu_B$	150°
−2	$-2\hbar$	$+2\mu_B$	125°
−1	$-\hbar$	$+\mu_B$	107°
0	0	0	90,0°
+1	$+\hbar$	$-\mu_B$	73,2°
+2	$+2\hbar$	$2\mu_B$	54,7°
+3	$+3\hbar$	$-3\mu_B$	30,0°

12. a) 3 b) 5 c) 2 d) 18 e) 3 **14.** a) 3×10^{74} b) 6×10^{74} c) 6×10^{-38} rad **15.** 54,7° et 125,3° **16.** a) 58 μeV b) 14 GHz c) 2,1 cm, au domaine des ondes radio **17.** 72,1 km/s² **18.** a) $1,5 \times 10^{-21}$ N b) 20 μm **19.** 5,36 cm **20.** 51 mT **21.** a) 2,13 meV b) 18 T **22.** 19 mT **23.** $44(h^2/8mL^2)$ **24.** $17,25(h^2/8mL^2)$ **25.** a) $51(h^2/8mL^2)$ b) $53(h^2/8mL^2)$ c) $56(h^2/8mL^2)$ **26.** a) $18,00(h^2/8mL^2)$ b) $18,25(h^2/8mL^2)$ c) $19,00(h^2/8mL^2)$ **27.** $42(h^2/8mL^2)$ **28.** a) $45(h^2/8mL^2)$ b) $47(h^2/8mL^2)$ c) $48(h^2/8mL^2)$ **30.** Sélénium : $4p$, 4 électrons ; brome : $4p$, 5 électrons ; krypton : $4p$, 6 électrons **31.** L'argon **32.** $n = 1$, $l = 0$, $m_l = 0$, $m_s = \pm\frac{1}{2}$ **33.** a) $(2, 0, 0, \pm\frac{1}{2})$ b) $n = 2$, $l = 1$, $m_l = +1$, 0, ou −1, $m_s = \pm\frac{1}{2}$ **34.** a) 18 (36 si on ne tient pas compte de l'aspect distinct) b) 6, les états où les deux électrons partagent les nombres quantiques $(n, l, m_l, m_s) = (2, 1, 1, +\frac{1}{2})$, $(2, 1, 1, -\frac{1}{2})$, $(2, 1, 0, +\frac{1}{2})$, $(2, 1, 0, -\frac{1}{2})$, $(2, 1, -1, +\frac{1}{2})$, $(2, 1, -1, -\frac{1}{2})$ **36.** 12,4 kV **39.** 49,6 pm, 99,2 pm **40.** a) 5,7 keV b) 87 pm, 14 keV, 220 pm, 5,7 keV **42.** a) 24,8 pm b) et c) Les valeurs resteront inchangées. **43.** a) 35,4 pm, comme dans le cas du molybdène b) 56,49 pm c) 49,64 pm **44.** 6,42 keV **45.** 9/16 **46.** 2,2 keV **48.** a) 19,7 keV, 17,7 keV b) Zr ou Nb **49.** a) 69,5 kV b) 17,8 pm c) K_α : 21,3 pm, K_β : 18,5 pm **50.** 80,3 pm **51.** a) $(Z - 1)^2/(Z' - 1)^2$ b) 57,5 c) 2 070 **52.** b) 24,8 %, 15,4 %, 10,9 %, 7,9 %, 6,4 %, 4,7 %, 3,5 %, 2,6 %, 2,0 %, 1,5 % **53.** a) 6,0 b) $3,2 \times 10^6$ a **54.** $1,3 \times 10^{15}$ mol **55.** $9,0 \times 10^{-7}$ **56.** a) 2,55 s b) 0,50 ns **57.** $1,0 \times 10^4$ K **58.** $-2,75 \times 10^5$ K **59.** a) 3,60 mm b) $5,24 \times 10^{17}$ **60.** $7,3 \times 10^{15}$ s^{-1} **61.** 4,7 km **62.** $2,1 \times 10^7$ **63.** $2,0 \times 10^{16}$ s^{-1} **64.** 1,8 pm **65.** a) $3,03 \times 10^5$ b) 1,43 GHz d) $3,31 \times 10^{-6}$ **66.** a) Approximativement aucun b) 68 J **67.** a) Non b) 140 nm **68.** a) 7,33 μm b) $7,07 \times 10^5$ W/m² c) $2,49 \times 10^{10}$ W/m² **69.** a) 4,29 μm b) 10,0 μm c) Dans le domaine des infrarouges **70.** a) 6,9 μeV b) Dans le domaine des ondes radio

CHAPITRE 12

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** ^{90}As et ^{158}Nd **2.** Elle sera un peu supérieure à 75 Bq (le temps écoulé représente un peu moins que trois demi-vies). **3.** ^{206}Pb QUESTIONS **1.** Il s'immobilisera plus près du centre du noyau. **2.** Il contient plus de protons que de neutrons. **3.** ^{240}U **4.** Au-dessus **5.** Il est inférieur. **6.** a) Dans la case ^{196}Pt b) Non **7.** a) Sur la droite $N = Z$ b) Il émettrait des positrons. c) Environ 120 **8.** a) En dessous b) En dessous c) Ils sont radioactifs. **9.** Non **10.** Oui **11.** Oui **12.** a) A et C sont égaux, puis vient B. b) B, puis viennent A et C qui sont égaux. **13.** a) L'activité augmente. b) La constante de désintégration reste la même. **14.** Il n'a aucun rapport avec le second noyau. **15.** 7 h **16.** ^{212}As **17.** d) **18.** a) Tous, sauf ^{198}Au b) ^{132}Sn et ^{208}Pb

EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** 28,3 MeV **2.** 15,8 fm **3.** a) 0,390 MeV b) 4,61 MeV **4.** 27 **6.** 13 km **7.** a) Six b) Huit **8.** a) ^{142}Nd, ^{143}Nd, ^{145}Nd, ^{146}Nd, ^{148}Nd b) ^{97}Rb, ^{98}Sr, ^{99}Y, ^{100}Zr, ^{101}Nb, ^{102}Mo, ^{103}Tc, ^{105}Rh, ^{109}In, ^{110}Sn, ^{111}Sb, ^{112}Te, ^{113}I, ^{114}Xe, ^{115}Cs et ^{116}Ba c) ^{60}Zn, ^{60}Cu, ^{60}Ni, ^{60}Co, ^{60}Fe, ^{60}Mn, ^{60}Cr et ^{60}V **10.** a) L'yttrium et l'iode b) 50 dans l'yttrium et 74 dans l'iode c) 19 **11.** a) 1,15 GeV b) 4,81 MeV/nucléon, 12,2 MeV/proton **12.** a) $2,3 \times 10^{17}$ kg/m³ dans chacun des cas b) $1,0 \times 10^{25}$ C/m³ dans le cas du ^{55}Mn, $8,8 \times 10^{24}$ C/m³ dans le cas du ^{209}Bi **14.** b) 0,054 %, 0,50 %, 0,81 %, 0,83 %, 0,81 %, 0,78 %, 0,74 %, 0,72 %, 0,71 % **15.** a) 6,18 fm b) Oui **16.** 4×10^{-22} s **17.** $K \approx 30$ MeV **18.** 1,000000 u, 11,90683 u, 236,2025 u **20.** a) 19,8 MeV, 6,26 MeV, 2,24 MeV b) 28,3 MeV c) 7,07 MeV **21.** ^{24}Mg : 78,999 6 %, ^{25}Mg : 9,303 %, ^{26}Mg : 11,71 % **22.** a) +7,29 MeV b) +8,07 MeV c) −91,10 MeV

23. $1{,}6 \times 10^{25}$ MeV **24.** 1,008 663 6 u **25.** 7,92 MeV **26.** a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{8}$
27. 280 j **28.** $3{,}0 \times 10^{19}$ **29.** a) $7{,}53 \times 10^{16}$ Bq b) $4{,}91 \times 10^{16}$ Bq
30. a) $4{,}8 \times 10^{-18}$ Bq b) $4{,}6 \times 10^{9}$ a **31.** a) 64,2 h b) 0,125
c) 0,0749 **32.** a) $5{,}04 \times 10^{18}$ b) $4{,}59 \times 10^{6}$ Bq **33.** $5{,}33 \times 10^{22}$
34. 265 mg **35.** a) $2{,}03 \times 10^{20}$ b) $2{,}79 \times 10^{9}$ Bq **36.** a) 59,5 j
b) 1,18 **37.** 209 j **38.** 87,9 mg **39.** $1{,}13 \times 10^{11}$ a **42.** 0,658 g
43. a) $8{,}88 \times 10^{10}$ Bq b) $8{,}88 \times 10^{10}$ Bq c) $1{,}19 \times 10^{15}$ d) 0,111 µg
44. a) $3{,}66 \times 10^{7}$ Bq b) $t \gg 3{,}82$ j c) $3{,}66 \times 10^{7}$ Bq d) 6,42 ng
45. 0,073 m² **47.** Pu : $3{,}1 \times 10^{-17}$, Cm : $e^{-9\,174} \approx 0$ **48.** a) 4,25 MeV
b) −24,1 MeV c) 28,3 MeV **49.** 4,269 MeV **50.** $Q_3 = -9{,}50$ MeV,
$Q_4 = 4{,}66$ MeV, $Q_5 = -1{,}30$ MeV **51.** a) 31,8 MeV, 5,98 MeV
b) 86 MeV **52.** b) $4n+3$, $4n$, $4n+2$, $4n+3$, $4n$, $4n+1$, $4n+2$,
$4n+1$, $4n+1$ **53.** ^{7}Li **54.** a) 0,90 pm b) 6,4 fm c) Non d) Oui
55. 1,21 MeV **57.** 0,783 MeV **58.** 0,600 MeV **59.** b) 0,961 MeV
60. b) $2{,}7 \times 10^{13}$ W **61.** 78,3 eV **62.** $1{,}61 \times 10^{3}$ a
63. a) U : $1{,}06 \times 10^{19}$, Pb : $0{,}624 \times 10^{19}$ b) $1{,}68 \times 10^{19}$
c) $2{,}97 \times 10^{9}$ a **64.** 132 µg **65.** 1,7 mg **66.** 145 Bq = 3,92 nCi
67. 1,02 mg **68.** 7,3 mSv **69.** 0,013 J **70.** a) 18 mJ
b) 2,9 mSv = 0,29 rem **71.** a) $6{,}3 \times 10^{18}$ b) $2{,}5 \times 10^{11}$ c) 0,20 J
d) 2,3 mGy e) 30 mSv **72.** a) 6,6 MeV b) Non **73.** a) ^{18}O, ^{60}Ni,
^{92}Mo, ^{144}Sm, ^{207}Pb b) ^{40}K, ^{91}Zr, ^{121}Sb, ^{143}Nd c) ^{13}C, ^{40}K, ^{49}Ti,
^{205}Tl, ^{207}Pb **74.** a) 25,4 MeV b) 12,8 MeV c) 25,0 MeV **75.** b) 1,00
c) 70,8 d) 0,010 0 e) 0,708 f) Non **76.** 0,49 **77.** $9{,}0 \times 10^{8}$ Bq
78. a) Désintégration bêta moins b) $8{,}2 \times 10^{7}$ Bq c) $1{,}2 \times 10^{6}$
79. a) 7×10^{7} b) $(7 \times 10^{7})e^{-(\ln 2)(D-1\,996)/(30{,}2\text{ a})}$, où D est l'année
actuelle **80.** $3{,}2 \times 10^{12}$ Bq = 86 Ci **81.** ^{225}Ac **82.** $4{,}28 \times 10^{9}$ a
83. 10^{13} atomes **84.** $1{,}3 \times 10^{-13}$ m **85.** 7,31 MeV **86.** $3{,}2 \times 10^{4}$ a
87. $4{,}9 \times 10^{13}$ Bq

CHAPITRE 13

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** c) et d) **2.** c) QUESTIONS **1.** a) **2.** a)
3. b) **4.** b), e), a), c) et d) **5.** a) ^{93}Sr b) ^{140}I c) ^{155}Nd **6.** c) **7.** c)
8. c), a), d) et b) **9.** a) **10.** d) **11.** c) **12.** c)
EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** a) $2{,}56 \times 10^{24}$ b) $8{,}19 \times 10^{13}$ J
c) $2{,}60 \times 10^{4}$ a **2.** Par rangée : ^{95}Sr ; ^{95}Y ; ^{134}Te ; 3 **3.** $3{,}1 \times 10^{10}$ s^{-1}
4. $4{,}54 \times 10^{26}$ MeV **6.** +5,00 MeV **7.** −23,0 MeV
8. a) 16 fissions/jour b) $4{,}3 \times 10^{8}$ **9.** 181 MeV **11.** a) ^{153}Nd
b) 110 MeV pour le ^{83}Ge, 60 MeV pour le ^{153}Nd c) $1{,}60 \times 10^{7}$ m/s
dans le cas du ^{83}Ge, $8{,}69 \times 10^{6}$ m/s dans le cas du ^{153}Nd **12.** a) 10
b) 226 MeV **13.** a) 251 MeV b) L'énergie de fission typique est de
200 MeV. **14.** a) +25 % b) 0 % c) −36 % **15.** 462 kg **16.** 577 kg
17. Oui **18.** a) 44 kt **19.** 558 W **20.** a) 1,2 MeV b) 3,2 kg
21. $^{238}\text{U} + \text{n} \rightarrow {}^{239}\text{U} \rightarrow {}^{239}\text{Np} + \text{e}^- + \nu$, $^{239}\text{Np} \rightarrow {}^{239}\text{Pu} + \text{e}^- + \nu$

23. a) 84 kg b) $1{,}7 \times 10^{25}$ c) $1{,}3 \times 10^{25}$ **24.** $1{,}6 \times 10^{16}$ **25.** 0,999 38
26. 8 030 GW **27.** b) 1,0 ; 0,89 ; 0,28 ; 0,019 c) 8 **28.** Il y a $3{,}6 \times 10^{9}$ a.
29. a) 75 kW b) $5{,}8 \times 10^{3}$ kg **31.** Il y a $1{,}7 \times 10^{9}$ a. **32.** a) 30 MeV
b) 5 MeV **33.** 170 keV **35.** a) 170 kV **36.** 1,4 MeV **37.** 0,151
40. a) $3{,}1 \times 10^{31}$ protons/m³ b) $1{,}2 \times 10^{6}$ fois plus grand
42. a) $4{,}3 \times 10^{9}$ kg/s b) $3{,}07 \times 10^{-4}$ **43.** a) $4{,}0 \times 10^{27}$ MeV
b) $5{,}1 \times 10^{26}$ MeV **44.** a) $1{,}83 \times 10^{38}$ s^{-1} b) $8{,}23 \times 10^{28}$ s^{-1}
46. a) 4,1 eV/atome b) 9,0 MJ/kg c) $1{,}5 \times 10^{3}$ a **47.** 5×10^{9} a
48. $1{,}6 \times 10^{6}$ a **49.** a) $6{,}3 \times 10^{14}$ J/kg b) $6{,}2 \times 10^{11}$ kg/s
c) $4{,}3 \times 10^{9}$ kg/s d) 15×10^{9} a **50.** a) 24,9 MeV b) 8,65 Mt de TNT
52. 14,4 kW **53.** $K_\alpha = 3{,}541$ MeV ; $K_n = 14{,}05$ MeV

CHAPITRE 14

VÉRIFIEZ VOS CONNAISSANCES **1.** a) À la famille des muons b) Une particule
c) $L_\mu = +1$ **2.** Les principes b) et c) **3.** c) QUESTIONS **1.** d)
2. Il y entre. **3.** Le pion π^+, dont la trajectoire est incurvée
vers le bas, à gauche **4.** b), c) et d) **5.** a), b), c) et d) **6.** f) **7.** c) et f)
8. c) **9.** 1 et d), 2 et e), 3 et a), 4 et b), 5 et c) **10.** a) D'un lepton
b) D'une antiparticule c) D'un fermion d) Oui **11.** 1 et b), 2 et c),
3 et d), 4 et e), 5 et a) **12.** b), f), c), d), a), g), e) **13.** a) 0 b) +1 c) −1
d) +1 e) −1 EXERCICES ET PROBLÈMES **1.** $6{,}03 \times 10^{-29}$ kg **2.** $2{,}4 \times 10^{-43}$
3. 18,4 fm **4.** $\pi^- \rightarrow \mu^- + \overline{\nu}$ **5.** $1{,}08 \times 10^{42}$ J **6.** 1 désintégration/a
7. De 2,7 cm/s **8.** 31 nm **9.** 769 MeV **10.** a) $1{,}90 \times 10^{-18}$ kg · m/s
b) 9,90 m **13.** a) L_e et le principe de conservation du moment
cinétique b) L_μ et le principe de conservation de la charge
c) Le principe de conservation de l'énergie et L_μ
14. a) $2e^+ + e^- + 5\nu + 4\overline{\nu}$ b) Un boson, un méson, $B = 0$
15. $q = 0$, $B = -1$, $S = 0$ **16.** b), d) **17.** a) Le principe
de conservation de l'énergie b) Le principe de conservation
de l'étrangeté c) Le principe de conservation de la charge
18. a) 605 MeV b) −181 MeV **19.** 338 MeV **21.** a) K$^+$ b) $\overline{\text{n}}$ c) $\overline{\text{K}}^0$
22. a) 37,7 MeV b) 5,35 MeV c) 32,4 MeV **23.** a) $\overline{\text{uud}}$ b) $\overline{\text{u}}\text{dd}$
24. a) n b) Σ^+ c) Ξ^- **25.** a) Cela est impossible. b) uuu
26. a) uds b) uss **29.** Σ^0, $7{,}51 \times 10^{6}$ m/s **30.** $1{,}6 \times 10^{10}$ a l
31. 666,4 nm **32.** $3{,}13 \times 10^{8}$ a l **33.** b) 4,5 atomes d'H/m³
34. b) 0,934 c) $1{,}5 \times 10^{10}$ a l **35.** a) 256 µeV b) 4,84 mm
36. $102M_s$ **37.** a) 121 m/s b) 248 a **38.** b) $2\pi r^{3/2}/\sqrt{GM}$
39. b) $2{,}39 \times 10^{9}$ K **40.** a) À 2,6 K b) 290 nm
41. a) $0{,}785c$ b) $0{,}993c$ c) C2 d) C1 e) 51 ns f) 40 ns
42. 1 et A, 2 et J, 3 et I, 4 et F, 5 et G, 6 et C, 7 et H, 8 et D, 9 et E
43. c) $r\alpha/c + (r\alpha/c)^2 + (r\alpha/c)^3 + \ldots$ d) $r\alpha/c$ e) $\alpha = H$
f) $7{,}4 \times 10^{8}$ a l g) $7{,}8 \times 10^{8}$ a h) $7{,}4 \times 10^{8}$ a i) $7{,}8 \times 10^{8}$ a l
j) $1{,}15 \times 10^{9}$ a l k) $1{,}2 \times 10^{9}$ a l) $4{,}4 \times 10^{8}$ a l **44.** 13×10^{9} a

INDEX

P